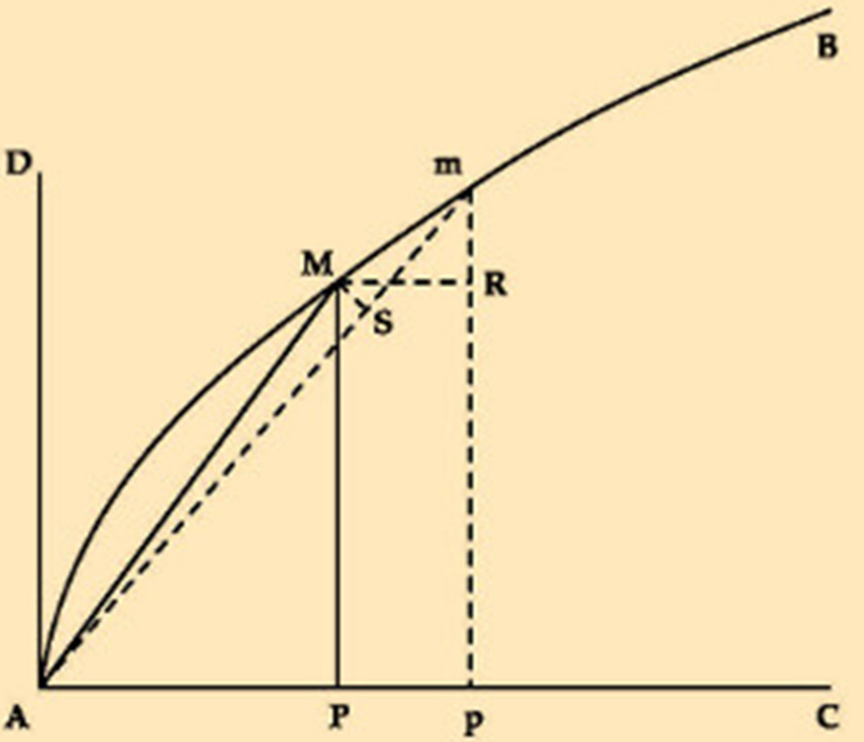
Detlef D. Spalt

Die Analysis im Wandel und im Widerstreit

Eine Formierungsgeschichte ihrer Grundbegriffe



VERLAG KARL ALBER

Detlef D. Spalt

Die Analysis im Wandel und im Widerstreit

VERLAG KARL ALBER

Titel wie »6000 Jahre Mathematik«, »5000 Jahre Geometrie«, »4000 Jahre Algebra« und »3000 Jahre Analysis« sind grundfalsch. Die Mathematik, mit der wir es zu tun haben, hat ihre Formierungsgeschichte in den letzten knapp 400 Jahren erfahren.

Diese Studie zeigt, wie heftig um jeden der Grundbegriffe der Mathematik (wie Zahl, Größe, Wert, Funktion, Differenzial) gerungen wurde, bis er in der heutigen Weise geprägt war. Es ist eine unendliche Geschichte um kleinste Details, die in kürzester Zeit im Streit durchfochten wurde und dennoch nicht ohne Vagheiten auskam, weil sich nichts Besseres finden ließ - für die Rechnung aber reichte es allemal.

Zugleich bedeutet die Darstellung der Analysis seit Descartes eine Würdigung der Arbeit der Mathematiker und deren Konsequenzen: den dramatischen Begriffs- und damit Bedeutungswandel grundlegender Lehrsätze der Analysis.

Der Autor:

Detlef D. Spalt studierte 1970–75 Mathematik an der TH Darmstadt, 1981 Promotion mit einem Thema zur Analysisgeschichte, 1992 Ablehnung der Habilitation, Gastvorlesungen an den Universitäten Salzburg (mehrfach), Marburg und derzeit Frankfurt am Main.

Detlef D. Spalt

Die Analysis im Wandel und im Widerstreit

Eine Formierungsgeschichte ihrer Grundgeschichte

Verlag Karl Alber Freiburg / München

Originalausgabe

www.verlag-alber.de

Satz: Detlef D. Spalt (LaTeX)
Herstellung: AZ Druck und Datentechnik, Kempten
Umschlagmotiv: l'Hospital 1696, Fig. 1

Gedruckt auf alterungsbeständigem Papier (säurefrei)
Printed on acid-free paper
Printed in Germany

ISBN 978-3-495-48740-2
E-ISBN 978-3-495-80785-9

dem Andenken an Birgit

(1964–2013)

Vorwort

Was ist die Mathematik?

Dieses Buch beleuchtet diese Frage, indem es den *Wandel* der Mathematik aufzeigt. Die mächtigste mathematische Theorie, die wir heute kennen, die Analysis (früher: Differenzial- und Integralrechnung, auch: Infinitesimalrechnung), wurde in den vergangenen dreieinhalb Jahrhunderten geschaffen. Wie dies möglich wurde, wird hier gezeigt.

Für wen?

Wer gar nicht weiß, wovon die Analysis handelt, wird nach dem ersten Kapitel nicht mehr leicht Gewinn aus diesem Buch ziehen. Wer sich jedoch bereits ein wenig mit „Funktionen" und „Stetigkeit", mit „Reihen" und „Konvergenz", mit „Ableitung" und „Integral" befasst hat, kann dieses Buch verstehen.

Die Grundbegriffe der Analysis werden hier nicht erklärt, sondern ihre Kenntnis wird vorausgesetzt – genauer: die Kenntnis ihrer *heutigen* Bedeutung. *Wie diese heutige Bedeutung zustande kam,* ist Gegenstand des Buches.

Die Probleme von Geist und Materie, Möglichkeit und Wirklichkeit, Sinn und Bedeutung mathematischer Begriffe haben das Denken auch der großen Mathematiker bestimmt. Diese Aspekte gehören daher zum Gegenstand dieses Buches.

Warum?

Merkwürdigerweise scheint sich noch niemand für die Erforschung dieses Themas erwärmt zu haben.

Wie?

Die Aufgabe ist ebenso einfach wie schwer: Was die Mathematik ist, wissen wir nur aus Texten. Also erfahren wir, was die Mathematik *war*, indem wir die *früheren Texte* (respektvoll „Quellen" genannt) lesen.

So einfach diese Feststellung war, so schwierig ist ihre Realisierung. Denn schnell zeigt sich: Die Lektüre der Quellen ist nicht trivial, die Früheren haben sich ganz anders ausgedrückt als wir heute. Dieses Ganz-Andere zu verstehen ist nun die Aufgabe, und eine Lösung dieser Aufgabe bringt eine Antwort auf unsere Frage zutage: welches der Wandel der Analysis war.

Die Grundlage dieses Buches sind die Originaltexte der Früheren.

Woher?

Der folgende Text ist das Skriptum der Vorlesung, die im Wintersemester 2013/14 im Fachbereich Informatik und Mathematik der Universität Frankfurt gehalten wurde. Im Vordergrund steht also die Lesbarkeit. Die zahlreichen Querverweise innerhalb des Textes (die typografisch in den Rand verschoben wurden) müssen die im Vortrag gegebenen ergänzenden Hinweise ersetzen und stellen die Zusammenhänge der Quellen her. Sie werden auch jenen nutzen, die im Buch eher nachschlagen als es ganz lesen wollen.

Dennoch enthält dieser Text nicht weniges Neue, erhebt also wissenschaftlichen Anspruch. Deswegen war alles zu belegen, die Herkunft jeder Quelle genau anzugeben. Das umgibt den Text mit einigem Brimborium, das wissenschaftlich unverzichtbar ist: *Fußnoten* als Verweise auf das *Literaturverzeichnis* sowie die üblichen *Register*. Sie mögen den Fachleuten – soweit sie sich heranwagen – zur Erschließung des Textes dienlich sein.

(Da die hier verfolgte Vorgehensweise neu ist, ging es nicht ganz ohne *neue* Fach-
S. 731← begriffe. Sie sind im Register „Technik“ gesondert zusammengestellt und werden im Text ganz sanft eingeführt.)

S. ix ff.← Das *Inhaltsverzeichnis* ist ausführlich gehalten. Es soll dem Neuling die Sache schmackhaft machen und zur Orientierung dienen.

Die Vorlesung dauerte ein Semester, und zur Erstellung des Textes hatte ich jenes halbe Jahr Zeit. (Es gab freilich ein paar Jahrzehnte vorgängiger Befassung mit dem Thema, in den letzten beiden Jahrzehnten nur nebenberuflich.) Die für den Druck natürlich erforderliche Überarbeitung des Skriptums[a] erfolgte danach, ebenfalls
S. xxvi← nebenberuflich und mit der unten genannten Unterstützung. Dabei konnte noch manche der offenen Fragen behandelt werden.[1] Jede neue Überarbeitung würde den Text maßgeblich ausweiten. Das würde ihn gewiss reichhaltiger machen, wohl aber kaum lesefreundlicher. Insofern mag es klug sein, der Arbeit an diesem Text ein – in gewissem Sinne: willkürliches – Ende zu setzen. Damit ist klar: Dieser Text kann und will nicht das letzte Wort in seiner Sache sein.

Ohne ein leistungsfähiges Satzsystem wie LaTeX wäre diese Aufgabe nicht in dieser Zeitspanne zu bewältigen gewesen.[2] Ich nutze das `KOMA-Script` von Markus Kohm und Jens-Uwe Morawski und profitiere unter vielem anderen insbesondere von den Paketen: `parallel` von Matthias Eckermann (auch wenn es sich dabei leider nur um eine Beta-Version handelt, die noch einigen Beschränkungen unterliegt) für die zweisprachigen Zitate; `bigfoot` von David Kastrup für den

[a] Detlef D. Spalt 2014/2015, Die Analysis im Wandel und im Streit – Die Entwicklung der Grundlagen der Analysis, in den Quellen gelesen, Universität Frankfurt. Das Vorgängerprojekt war eine Vorlesung am Fachbereich Mathematik und Informatik der Universität Marburg im Sommersemester 2008 mit dem Skriptum: Geschichte der Analysis, 679 Seiten.

[1] Der Abschnitt „Leibniz’ Begriff der Zahl“, S. 79–100, kam so zustande.

[2] Unverzichtbar: Mittelbach und Goossens [2]2005, nützlich auch: Niedermair und Niedermair 2004, wohl auch Lignau 2007.

Fußnotensatz sowie `picins` aus dem Jahr 1992 von J. Bleser und E. Lang, das leider nicht mehr mit `texlive` verteilt wird. Besonders danke ich Bernd Raichle, der mir einst (binnen Stunden) den ergänzenden Code zum `ngerman.sty`-File für die fakultative Silbentrennung beim Apostroph sandte. Ein effizienter Editor wie der GNU-Emacs, der viele Dateien parallel öffnen kann und dabei für jede eine ausgeprägte History-Funktion vorhält, erleichtert die Arbeit enorm.

Ich danke Herrn Lukas Trabert vom Verlag Karl Alber dafür, dass er sich prompt zur Publikation bereit erklärt, Wohlwollen signalisiert und mir bei der Gestaltung des Textes freie Hand gelassen hat.

Inhalt

Verzeichnisse

Einleitung

> ANDREA: Aber ich sehe doch, dass die Sonne abends woanders hält als morgens! Da kann sie doch nicht stillstehen! Nie und nimmer.
> GALILEI: Du siehst! Was siehst du? Du siehst gar nichts. Du glotzt nur. Glotzen ist nicht sehen.
>
> (Bertolt Brecht: Leben des Galilei)

Viele Menschen, darunter auch Mathematiker, glauben, in mathematischen Lehrsätzen seien absolute Wahrheiten ausgesprochen. Mathematik treiben sei gewissermaßen ein Dienst am Sein.[3] Dieser Glaube hat seine Reformation noch vor sich. Er blendet die Tatsache aus, dass ein mathematischer Lehrsatz – zuallererst ein *Satz* ist, ein sprachliches Konstrukt. Als sprachliches Konstrukt aber unterliegt jeder Satz, auch der mathematische Lehrsatz, vielfachen Bedingungen, oft auch solchen kontingenter Art. (Bemerkenswerterweise gab es sogar Historiker der Mathematik, denen diese Reformation ihres Glaubens nicht gelang: siehe die „Einleitenden Bemerkungen" in OSKAR BECKERS *Die Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung* aus dem Jahr 1954.[4])

Dazu gehören zunächst die allgemeinen Unwägbarkeiten des Verständigungsprozesses: Ist der Sachverhalt zutreffend formuliert? Ist die Formulierung angemessen verstanden? Was ist überhaupt der Sinn des Satzes?

[3] Aller Anfang ist schwer. Ich habe mir hier KURT FLASCH zum Vorbild genommen, der einmal so begonnen hat:

> „Viele Menschen, darunter auch einige Philosophen, stellen sich Philosophie als ruhige Weisheit oberhalb aller Parteiungen vor." (Flasch 2008, S. 7)

[4] Die Erklärung ist leicht: OSKAR BECKER (1889–1964) war Platonist (zum „Übergeschichtlichen", sagt er, gehört die „Mathematik mit ihren »ewigen Wahrheiten«" – Becker 1943/44, S. 67). Dies erklärt sich unmittelbar aus BECKERS HEIDEGGER-Gefolgschaft, denn gut HEIDEGGER'sch ist eine Rede „entbergend", und „Wahrheit" ist „Unverborgenheit" (dazu Givsan 1998, Anmerkung 63, S. 538 f.). Auch war BECKER, wie HEIDEGGER, Rassist („Philosophie ist [...] eben Schicksal: des Einzelnen, des Volkes, der Rasse selbst." – Becker 1938, S. 81; siehe auch Anmerkung 36 auf S. 71), sogar enthusiastischer Nationalsozialist:

> „Der politische Führer von Rang erhebt sich über das bloße (wenn auch eigentliche) Dasein seines vereinzelten Selbst in einer »wider-spännstigen Gefügtheit« (παλίντος ἁρμονία) von Existenz und Para-Existenz." (Becker 1943/44, 95, Anmerkung 57, letzter Satz; im Wiederabdruck Becker 1984 fehlt übrigens dieser Satz wie manches andere, auffälligerweise stets ohne Hinweis auf die Auslassung.)

Dazu gehört aber auch eine weit tiefer liegende Frage: *Welche* Sprache ist der Mathematik angemessen?

Mathematik als Symbolsprache

Heute liebt Mathematik Symbole. Genauer: Mathematik liebt die Symbole, seit sie Symbole nutzt. Symbole sind ein Grundgerüst ihrer Theoriebildung, je neuer die Zeit, desto mehr.

In der Wahl ihrer Symbole ist die Mathematik sehr konservativ: Neu eingeführte Zeichen für neue Gegenstände werden rasch kanonisiert und dann auf Dauer beibehalten. Dabei kann das Symbol doch, prinzipiell gesprochen, *beliebig* gewählt werden. Diese Wahlfreiheit aber wird gewöhnlich nur zur Zeit der Erfindung genutzt, gleichgültig, wie exotisch die Erstwahl war. GEORG CANTOR hat zur Bezeichnung der kleinsten unendlichen Kardinalzahl – ein von ihm erfundener S. 186,← Anm. 117 Begriff – einen (indizierten) hebräischen Buchstaben eingeführt ($\aleph_0$, gesprochen: Alef-Null), und der hat sich bis heute erhalten.

Die Bedeutung(en) eines Symbols

Diese Konstanz der Symbolwahl in der Mathematik verleitet dazu, auch eine Konstanz der *Bedeutung* der Symbole in der Mathematik zu vermuten. Eine solche Hypothese zeichnet ein glanzvolles Bild: DESCARTES hat im Jahr 1637 das x erfun- S. 25← den (DESCARTES nutzte zuerst z), und das verwenden wir noch heute – seht her, so wächst und gedeiht die Mathematik!

Dieses glanzvolle Bild ist jedoch ein Trugbild. Denn ganz sicher ist die Mathematik kein formales Hantieren mit Symbolen, die jeglicher Bedeutung bar sind. (Gleichwohl gab es auch diese Auffassung von der Mathematik – wir werden dar- S. 465, 474← auf im vorletzten Kapitel zu sprechen kommen.) Sondern die Symbole in der Mathematik symbolisieren *etwas:* Symbole bezeichnen mathematische Gegenstände.

Doch anders als in der Regel die Symbole unterliegen die mathematischen Gegenstände *grundsätzlich* und *immer* einem geschichtlichen Wandel. Diesen Wandel festzustellen und zu analysieren ist Gegenstand der geschichtlichen Mathematik.

Es ist richtig: Noch heute verwenden wir die von DESCARTES erfundene Gleichungssymbolik – auch wenn wir für „ist gleich" ein anderes Zeichen schreiben S. 25← als DESCARTES (er nutzte „ ꝏ " oder „ ∞"), nämlich das von ROBERT RECORDE ein- S. 45← geführte Zeichen „=", freilich in weit kürzerer Form als dieser. Doch das x des DESCARTES verstehen wir heute in gänzlich anderer Weise als er.

Um welchen Wandel es sich hier handelt, das ist eines der Themen dieses Buches.

Wandel der Mathematik

Die Mathematik wandelt sich, natürlich, als Ganzes. Es werden nicht nur neue Resultate gewonnen (neue Sätze formuliert und bewiesen, offene Probleme gelöst und andere formuliert), sondern auch die eingesetzten Mittel wandeln sich, die Begriffe und Methoden.

Die Darstellung dieses Wandels, genannt „Mathematikgeschichte", bevorzugt jedoch traditionell die Beschreibung der neu erzielten Resultate. Die Beschreibung jener Bedingungen, die für die Gewinnung dieser neuen Resultate erforderlich waren: die gewandelten Begriffe und Methoden, werden gründlich vernachlässigt.

Der maßgebliche Grundbegriff der Analysis ist der Begriff „Größe". Er war seit der Erfindung der Differenzial- und Integralrechnung durch NEWTON und LEIBNIZ bis über die Mitte des 19. Jahrhunderts hinaus in Gebrauch, also rund zweihundert Jahre lang. Das jüngste deutschsprachige Buch zur Geschichte der Analysis[a] verzeichnet ihn nicht einmal in seinem Register.

Das ein Dutzend Jahre früher erschienene Gemeinschaftswerk zur Analysisgeschichte[b] hat etliche Registereinträge zum allgemeinen Größenbegriff und führt sogar einen dieser Begriffe ausdrücklich an[c] – doch jenes Kapitel, das die verheißungsvolle Überschrift „Das Ende der Größenlehre: Grundlagen der Analysis 1860–1910" trägt[d], kommt ohne jede Äußerung zum damaligen Begriff „Größe" aus (und gibt auch keine Erklärung für dieses Phänomen).

Gegenstand dieses Buches

Das hier vorliegende Buch will ein erster Versuch sein, diesen offenkundigen blinden Fleck der gängigen Geschichtsschreibung der Analysis (und man darf mit leichter Übertreibung sagen: fast aller Mathematikgeschichtsschreibung) ein wenig auszuleuchten.

Hier geht es also nicht darum, die *Spitzen*ergebnisse der behandelten Autoren darzustellen.[5] Vielmehr konzentriere ich mich auf den gegenteiligen Aspekt: Mich interessieren die *Basis*ergebnisse der untersuchten Texte. Ziel ist es deshalb, die jeweiligen *Grund*begriffe der Autoren aufzuklären – und die Bedeutung dieser Begriffsklärungen für *einige* der vom betrachteten Autor erzielten Resultate zu erläutern. Hier kann keine Vollständigkeit angestrebt werden, es wird Forschungsbedarf bleiben.

Klarerweise haben die jeweils erzielten Spitzenergebnisse ihren Sinn und ihre Bedeutung NUR *innerhalb jenes begrifflichen Rahmens, den die verwendeten Grund-*

[a]Sonar 2011 [b]Jahnke 1999
[c]Jahnke 1999/2003, S. 134 [d]Epple 1999/2003

[5]Das ist freilich nicht ungewöhnlich. Die Spitzenergebnisse, die etwa HILBERT in seinem Nachruf auf WEIERSTRASS anführt (Hilbert 1965, Bd. 3, S. 330–338), finden sich weder in Jahnke 1999 (und Jahnke 2003) noch in Sonar 2011 genannt, werden jedoch sehr wohl in Dieudonné 1985 ausführlich behandelt.

begriffe abstecken. Diese Einsicht setzt freilich jene Reformation des naiven Mathematikverständnisses voraus, die eingangs angesprochen wurde.

Deswegen erscheint es nicht als unvernünftig, die Arbeit an mathematischen Texten mit der Klärung der dort gebrauchten Grundbegriffe zu beginnen. Dies gilt jedenfalls für geschichtliche Texte – also solche, bei denen der zugrunde gelegte Begriffsrahmen nicht a priori der heutige sein wird.

In seinen „Anfangsgründe[n] einer allgemeinen Charakteristik" schreibt Leibniz im Jahr 1677:

> „Weshalb kein Mensch bisher [...] sich mit einem so wichtigten Gegenstande befasst hat, darüber habe ich mich oft gewundert. Denn wäre man nur streng methodisch verfahren, hätten sich gleich am Anfang solche Betrachtungen aufdrängen müssen [...].
>
> Der wahre Grund aber, weshalb man den Zugang verfehlt hat, liegt wohl darin, dass die Prinzipien meistens trocken und wenig reizvoll sind, und man sie daher, nachdem man sie nur oberflächlich gestreift, auf sich beruhen lässt." (Leibniz 1996*b*, S. 49)

Ich möchte mich hier an Leibniz halten. Ich ersetze seine „Prinzipien" profaner durch „Grundbegriffe" – und hoffe, die Sache nicht gänzlich reizlos gestalten zu können.

Ergebnisse

Im Ergebnis wird sich herausstellen: Manches frühere Resultat hat *im Lichte der Begrifflichkeit seines Autors* – in diesem Buch werden nur männliche Autoren behandelt, ohne damit Frauen zu diskriminieren – eine andere mathematische Bedeutung, als es eine heutige Leserschaft denkt, die bloß das Resultat anschaut, ohne sich einen einzigen Gedanken über die Bedeutung der vom Verfasser *gemeinten* Begriffe gemacht zu haben.

Als Konsequenz dieser Begriffsanalyse wird sich zeigen: Lieb gewonnene (und populäre) Urteile müssen revidiert werden. Um die wichtigsten Revisionen vorweg zu nennen:[6]

(i) Leibniz hat die Differenzial- und Integralrechnung nicht nur erfunden, son-
S. 109← dern er hat beide Lehren auf das Sorgfältigste und völlig korrekt begründet. Leider sind diese korrekten Beweise seinen Zeitgenossen nicht bekannt geworden.

(ii) Im Jahr 1821 hat Cauchy in strenger Weise eine *Alternative* zur damals be-
S. 344← stehenden *wie auch* zur heutigen Analysis formuliert, und zwar eine (alternative) *Standard-Analysis.*

(iii) Das alte und heute überall anzutreffende Urteil, der moderne Funktionsbegriff verdanke sich Dirichlet, muss revidiert werden: Erst Dirichlets Schüler
S. 370← Riemann hat die Funktion als eindeutige ‚Wert-zu-Wert'-Zuweisung bestimmt.

[6] Das Erstgenannte verdankt sich nicht meinen eigenen Forschungen, sondern wird hier nur berichtet. Das Zweitgenannte ist bereits mehr als zwanzig Jahre alt, wird jedoch in der Fachliteratur (Jahnke 1999, Sonar 2011) bislang nicht bemerkt – zu Sonars Lesefehler siehe Anmerkung 233 auf S. 328 – und daher hier nochmals angesprochen.

(iv) Und schließlich wird sich zeigen: Die allgegenwärtige Heroisierung von WEIERSTRASS als dem Begründer einer „strengen" Analysis, der den Teufel der „unendlich kleinen Größen" mittels Epsilontik aus den Grundlagen der Analysis vertrieben und diese somit geklärt habe, ist mit den tatsächlichen Gegebenheiten völlig unvereinbar. Darüber hinaus verkennt dieses Urteil die mathematischen Konsequenzen der Wesensänderung der Analysis ab 1872. → S. 444

In diesem Sinne erhebt der vorliegende Text den Anspruch, die bisherige Geschichtsschreibung der Analysis in einigen grundlegenden Aspekten zu revidieren.

Methode

Die Vorgehensweise in einer solchen Studie ist durch ihren Gegenstand bestimmt: Es müssen die Originaltexte gelesen und analysiert werden.

Dabei lege ich großen Wert auf das *genaue* Lesen. Und es zeigt sich: Dadurch kommt manches Erstaunliche zutage, etwa die in den deutschen Texten des 19. Jahrhunderts chronische Schlamperei, eine „Veränderliche" und ihre „Werte" nicht sauber auseinanderzuhalten! Diese Tatsache steht ganz eklatant im Widerspruch zu dem so gern verliehenen Ehrentitel „Zeitalter der Strenge" für das 19. Jahrhundert.[7]

Damit unterscheidet sich der vorliegende Text grundlegend von den üblichen[8] Büchern zur (Analysis-)Geschichte: *Hier kommen die früheren Mathematiker selbst zu Wort, und zwar ausführlich* (manchmal vielleicht ein wenig zu ausführlich?), statt nur in einer Interpretation oder mit einem aus dem Zusammenhang gelösten Satz oder wenigen solchen Sätzen. Und ihre Behauptungen werden *penibel* auf ihre *Bedeutung* und auf ihre *Richtigkeit* befragt. Dabei erlauben es die hier wiedergegebenen Originalpassagen den Lesenden, sich ein eigenes Urteil zu bilden, hin und wieder vielleicht auch eines, das der hier gegebenen Deutung widerspricht.

Hinzu kommt als wesentliches Element: Die *Verbindungen,* die diese Texte untereinander haben, werden hier ausdrücklich aufgezeigt. Die Texte werden zueinander in Beziehung gesetzt – eine Verfahrensweise, die sonst eher selten zu finden ist. Dabei ist diese Verbindung keineswegs immer eine Kontinuität, sondern sie kann auch strittig sein. Wunderbar ist etwa die – direkt ausgetragene – Kontroverse zwischen JOHANN BERNOULLI und LEIBNIZ um die Existenz der „unendlich kleinen" Zahlen, → S. 179 – 187 beeindruckend ist WEIERSTRASS' hartnäckiger Widerstand gegen die durch RIEMANN initiierte völlig neuartige Technik der relationalen Begriffsbildung → S. 388 – 439 in der Analysis.

[7] Auch meine 1991/92 formulierte Neudeutung der CAUCHY'schen Analysis verdankt sich übrigens dieser Vorgehensweise. Ob die Tatsache, dass diese Neudeutung bisher keine ernsthafte Kritik erfahren hat, dieser ungewohnten Vorgehensweise geschuldet ist, muss Spekulation bleiben.

[8] Eine eindrucksvolle und sehr schöne Ausnahme, freilich mehr Nachschlagewerk als Lesebuch, ist *A history of algorithms* von JEAN-LUC CHABERT. Auch das bereits genannte Buch Becker 1954 bildet eine Ausnahme, ebenso *Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechung von den Anfängen bis 1933* von IVO SCHNEIDER. – Von anderer Art sind die verschiedenen „Quellenbücher", die jeweils längere Originalpassagen bedeutender Autoren weitgehend unkommentiert aneinanderreihen.

Wie sich die jeweilige Textauswahl gestaltet, hängt vom Autor, dessen Arbeitsstil und dem aktuellen Erschließungsgrad der Quellen ab.[9] Der derzeit fortgeschrittene Stand der Retrodigitalisierung der Bibliotheksbestände erleichtert eine solche Studie enorm, ermöglicht sie vielleicht gar erst,[10] jedenfalls einem Freizeit- oder Saisonwissenschaftler. Der kostenfreie Zugriff auf die Datenbanken der aktuellen Sekundärliteratur ist derzeit leider jedoch vielfach nur aus einem Universitätsnetz heraus möglich.

Glücklicherweise hat es heute den Anschein, dass wir auch die ältesten hier relevanten Texte nun zur Verfügung zu haben, nachdem die LEIBNIZ-Edition in den letzten zwanzig Jahren endlich einen deutlichen Fortgang erfahren hat. (Ein Fachartikel mit einer ausführlichen Darstellung und eingehenden Analyse der LEIBNIZschen Begründung seines Differenzialkalküls erschien vier Monate nach Beginn der Arbeit am Manuskript des vorliegenden Buches, also gerade noch rechtzeitig.)

Den Text habe ich im Wintersemester 2013/14 als Skriptum zu der Vorlesung erstellt, die ich im Fachbereich Informatik und Mathematik der Universität Frankfurt halten durfte. Er wurde nach dem Vortrag an einigen Stellen verbessert. (Das letzte Kapitel kam aus zeitlichen Gründen nicht mehr zum Vortrag.) Dieser Charakter des Textes sei besonders betont. Hier wird kein Endgültigkeitsanspruch erhoben. Da ich für fast keinen der hier behandelten Autoren als Spezialist gelten darf, werden im Einzelnen Ergänzungen oder Korrekturen erforderlich sein. Doch scheint mir der Forschungsstand reif, den Mathematikstudierenden Gelegenheit zu geben, über die Fragwürdigkeit des ihnen üblicherweise als unhinterfragbar vorgesetzten Lehrgebäudes Analysis – im *Einzelnen* wie im *Ganzen* – nachzudenken. (Ob die für die Studieninhalte Verantwortlichen dies wollen, muss sich zeigen.)

Grenzen dieser Darstellung

Der vorliegende Text beruht auf einer vor rund einem Vierteljahrhundert begonnenen Forschung. Da diese Forschungsperspektive auf heftigste Ablehnung stieß,[e] konnte ich sie nicht laufend betreiben. Seit dem Sommersemester 2008 in Marburg vermochte ich wieder mehr Zeit dafür zu erübrigen.

Das Vorliegende ist die Momentaufnahme meines derzeitigen Wissensstandes. Nicht alles darin konnte in gleicher Intensität bedacht werden; manches Urteil wird sich vielleicht bald als revisionsbedürftig erweisen. Wer diesen Text als eine neue Perspektive auf die Mathematik liest, die heute noch eine Forschungsperspektive ist, wird ihm gerecht.

[e] Spalt 1996

[9] Eine weitere Bemerkung zur Methode findet sich in der Anmerkung 340 auf S. 454. Eine ausführlichere Darlegung meiner Vorgehensweise ist in Spalt 1996 nachzulesen.

[10] Inzwischen sind die meisten der klassischen Druckwerke als Datei verfügbar – siehe das Literaturverzeichnis. Sonar 2011 arbeitet noch ganz ohne digitalisierte Originale, dafür aber etwa mit einem „photokopierten Taschenbuch nach [*sic*] der Erstausgabe“ (von Bolzano 1975*a*).

Wiedergabe der Quellen

Die Grundlage dieser Studie sind geschichtliche Quellen. Sie werden hier auszugsweise wiedergegeben, in aller Regel in Form von Originalzitaten.

Nicht alle maßgeblichen Quellen sind ursprünglich in deutscher Sprache verfasst. Daher wurden sie übersetzt, ausgenommen ein Satz Newtons und ein Satz des Newton-Herausgebers Whiteside sowie Hamiltons kritisches Urteil zu einer Newton'schen Vorgehensweise. → S. 155 Wo es erforderlich oder nützlich erschien, wird die Quelle mit abgedruckt, um Sprachkundigen leicht ein eigenes Urteil zu ermöglichen.

Wenn ein fremdsprachiger Text von mir übersetzt ist, sind keine Anführungszeichen gesetzt – es sei denn, es handelt sich um ein Kurzzitat; in diesem Fall bin ich als Übersetzer nur an der (fremdsprachigen) Quellenangabe erkennbar, beim Langzitat jedoch an der Einrückung.

Bei den eingerückten Langzitaten stehen immer dann Anführungszeichen, wenn es sich um wörtliche Wiedergaben handelt. Bei einem Autor wie Bolzano aber → z. B. S. 285 muss ich manchmal zu einer Sondermaßnahme greifen: Gelegentlich paraphrasiere ich seine gewundenen Ausführungen. In solchen Fällen stehen in den eingerückten Langzitaten keine Anführungszeichen. (Das gilt nicht nur bei Bolzano, sondern generell.) In diesen Fällen ist der Quellenangabe am Ende des Langzitats → z. B. S. 287, 341 dann ein „Vgl." vorgesetzt.

Alles – und *nur das* –, was in *doppelten* Anführungszeichen steht, ist Zitat; handelt es sich um ein einzelnes Wort oder einen zusammengesetzten Begriff, kann es sich auch um einen allgemein üblichen mathematischen Begriff handeln.

In *einfache* Anführungszeichen gesetzt habe ich jene Begriffe, die ich als methodische Hilfsmittel selbst gebildet habe. Sie sind in einem eigenen Register am → S. 731 Buchende zusammengefasst.

Die deutschen Fassungen der Quellen *wie auch die deutschsprachigen Originale* werden rigoros in der aktuellen Rechtschreibung (bei deutschsprachigen Quellen jedoch nicht in der heute gültigen Zeichensetzung) wiedergegeben – natürlich mit der Ausnahme der Titel und auch dann nicht, wenn es sich um ein Sprachgemisch handelt, wie es sich gelegentlich z. B. bei Leibniz findet. → S. 124 Einzig Eulers Formulierungen aus seiner *Vollständige[n] Anleitung zur Algebra* wurden nur moderat den heutigen Lesegewohnheiten angepasst, da bei diesem Text eine der wenigen Gele- → S. 221 genheiten besteht, Eulers Mathematik im Original *und* in deutsch zu lesen. (Und natürlich bleiben auch Freges „Caerimonien" erhalten.) → S. 469, Fußnote

Die Hervorhebungen der Originale wurden beibehalten, jedoch in der Regel in *kursivierter* Form wiedergegeben. *Ergänzte Hervorhebungen* sind, wo nicht anders ausgewiesen, durch eine über dem ersten Buchstaben gesetzte Tilde gekennzeichnet: *ẽrgänzt.*

In [...] stehen stets meine *Abänderungen* in einem Zitat, in seltenen Fällen werden diese Änderungen stattdessen vor dem Zitat vermerkt. (Wenn der Quelltext ergänzende Klammerpassagen enthält, weiche ich auf {...} aus.) In ⌈...⌉ stehen meine *Hinzufügungen* in einem Zitat, die im Text *dem Sinn nach*, jedoch *nicht als*

Wort enthalten sind; werden diese Hinzufügungen des Übersetzers von mir zitiert, geschieht dies so: ⌊. . . ⌋. Nicht von mir rührende Hinzufügungen in einem Zitat sind durch ⟨. . .⟩ bezeichnet. Wenn ich in einer zitierten Übersetzung ein originalsprachliches Wort ergänze, geschieht dies stets in (. . .).

Zur erhofften Erleichterung der Lektüre habe ich *drei Arten der Anmerkungen* eingeführt: solche, die auch in der Quelle vorhanden sind (gekennzeichnet durch die alten Fußnotensymbole); solche, die allein eine Quellenangabe beinhalten (gekennzeichnet durch kleine Buchstaben), und schließlich solche, die Ergänzungen zum Haupttext enthalten, die dort nicht glatt hineinpassen (gekennzeichnet durch Zahlen).

Querverweise im Text – sie sind ein nicht unbeachtlicher Kern dieses Textes – sind am Rand notiert. Das beeinträchtigt ein wenig die Ruhe des Layouts, entlastet aber den Fußnotenapparat enorm und erleichtert hoffentlich ihre Berücksichtigung. Auch gibt es jenen Interessierten eine Chance, die das Buch nicht (auf Anhieb) insgesamt lesen können, sondern selbst in den Quellen eine gewisse Orientierung suchen. (Das Ziel dieser Verweise ist mit der bloßen Seitenangabe nicht immer unmittelbar benannt. Wollte man genauer sein, müssten vermehrt die aus juristischen Texten geläufigen Randnummern eingeführt werden. In meinen Arbeitsdateien wird das so gehandhabt, doch hier soll kein standardisierter Leseleitfaden für die Analysisgeschichte geboten werden, sondern ein möglichst flüssig zu lesender Text.)

Dank

Zuallererst habe ich Hassan Givsan, Darmstadt, zu danken, der mir seit Jahrzehnten anregender und förderlicher philosophischer Gesprächspartner ist. Auch Rüdiger Thiele, Halle, hat mir stets mit Anregungen und Hinweisen geholfen, ebenso Prof. Dr. Joachim Fischer, München und Berlin, sowie Herbert Breger, Hannover.

Bernd Arnold, Wiesbaden, hat mit großer Geduld und Geschick meine Übersetzungen verbessert. Seine Hinweise waren stets mehr als Übersetzungshilfen, nämlich kritisches Mitdenken, das mir weiterhalf. Prof. Dr. Eberhard Knobloch, Berlin, hat der Übertragung einiger besonders vertrackter fremdsprachlicher Passagen die allerletzte Politur gegeben. Auch Thomas Busch, Marburg, danke ich für seine Unterstützung herzlich.

Ebenfalls zu großem Dank verpflichtet bin ich dem amtierenden Präsidenten des Hessischen Landtags, Norbert Kartmann, der mir im Sommer 2008 und im Winter 2013/14 zwei Halbjahre ganztägiger wissenschaftlicher Tätigkeit im Rahmen meines Dienstes im Hessischen Landtag – und somit auch die Abfassung des vorliegenden Textes – ermöglicht hat, ebenso den beiden mich jeweils freundlich aufnehmenden Fachbereichen für Mathematik und Informatik (auch umgekehrt) an den Universitäten Marburg und Frankfurt – und nicht zuletzt jenen über das Übliche hinaus engagierten Mathematik- und (im Falle Frankfurt auch:) Philosophie-Studierenden, die mir durch ihr Interesse und ihre Arbeitsbereitschaft sehr

geholfen haben. Besonders ist hier JOHN FLATH zu nennen, dessen Fragen und Anregungen in Frankfurt mich immer weitergebracht haben.

Und last but really not least danke ich den Professoren JOHANNES CZERMAK, Salzburg, sowie HENK J. M. BOS, Utrecht und KIRSTI ANDERSEN, Aarhus. Herr CZERMAK hat mir in der schwierigsten Phase meines wissenschaftlichen Lebens (nach 1992) den Kontakt zu Lehre und Forschung am Mathematischen Institut der Universität Salzburg jahrelang offen gehalten. HENK J. M. BOS hat trotz der vielfältigen untergründigen Widerstände die Publikation des Artikels „CAUCHYs Kontinuum"[f] befürwortet, dem *point of departure* meiner universitären Laufbahn und einem Markstein auch für die vorliegende Studie (und er hat lange mit mir um dessen Form gerungen). KIRSTI ANDERSEN hat mich im November 2000 zu einem Vortrag auf eine Tagung nach Roskilde eingeladen, mich zu dem Aufsatz Spalt 2001 ermuntert und seine Publikation befürwortet.

Meine Frau BIRGIT[g] hat das vorliegende Buch mit allen Kräften gefördert. Ihr war es noch mehr Herzensangelegenheit als mir. Dass sie nur den Beginn seiner Abfassung, nicht aber dessen Fertigstellung erlebt hat, ist tragisch.

Frankfurt am Main und Darmstadt, den 17. Februar 2014 und 2015

[f] Spalt 2002

[g] Karl 1993, Schlote 2002, (Allgemeine Wissenschaftsgeschichte, Philosophie 1750–1990); auch Karl *et al.* 1991 sowie Tyradellis (2016)