

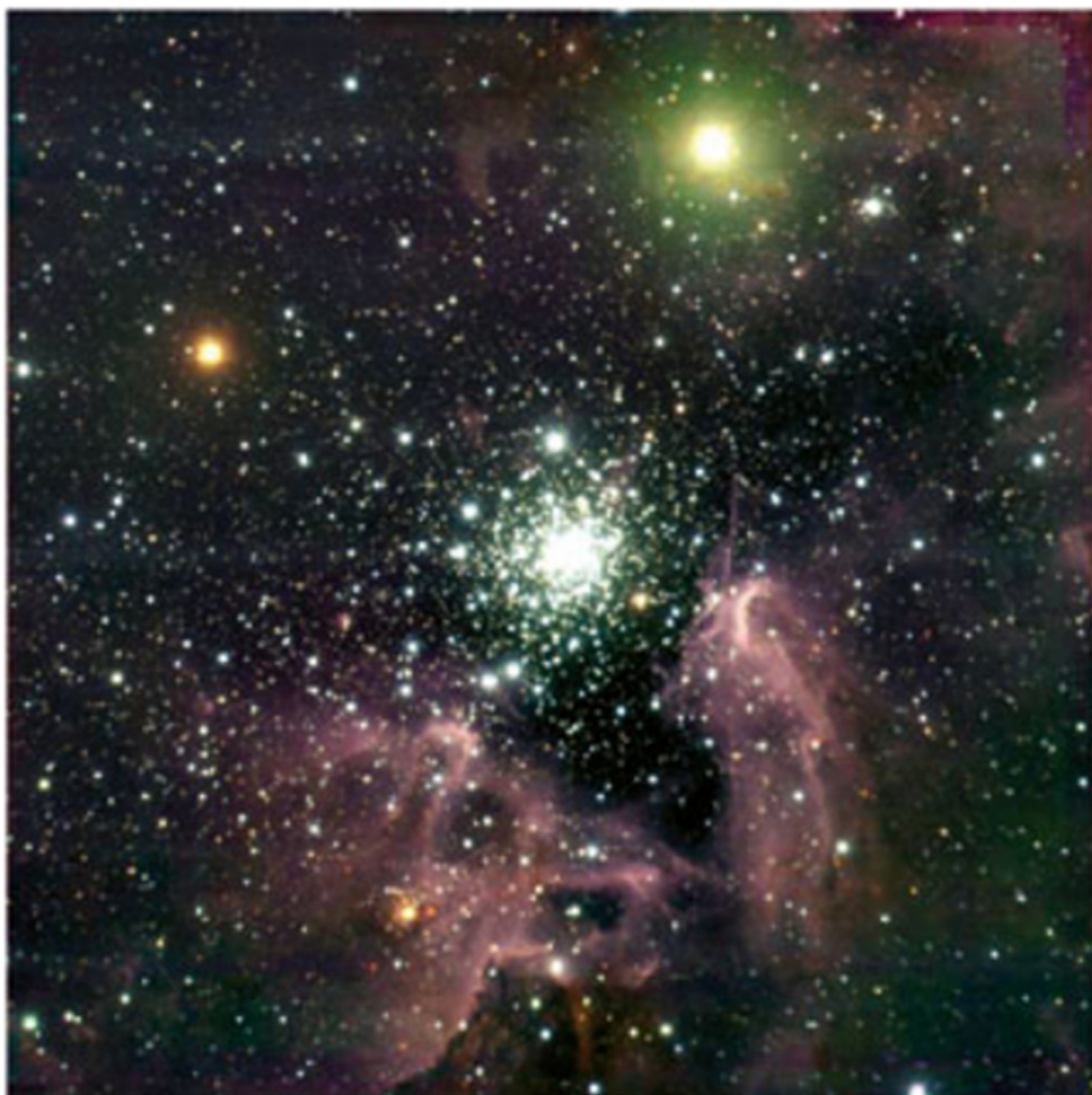
A. Weigert, H. J. Wendker, L. Wisotzki

 WILEY-VCH

# Astronomie und Astrophysik

Ein Grundkurs

5., aktualisierte und erweiterte Auflage





*Alfred Weigert, Heinrich J. Wendker  
und Lutz Wisotzki*

**Astronomie und Astrophysik**

***Beachten Sie bitte auch weitere interessante Titel  
zu diesem Thema***

D. L. Moché

**Astronomy  
A Self-Teaching Guide**

2004

ISBN: 978-0-471-26518-4

A. Liddle

**An Introduction to Modern Cosmology**

2003

ISBN: 978-0-470-84834-0 (Hardcover)

ISBN: 978-0-470-84835-7 (Softcover)

K. Holliday

**Introductory Astronomy**

1998

Hardcover

ISBN: 978-0-471-98331-6 (Hardcover)

ISBN: 978-0-471-98332-3 (Softcover)

*Alfred Weigert, Heinrich J. Wendker  
und Lutz Wisotzki*

# **Astronomie und Astrophysik**

Ein Grundkurs

Fünfte, aktualisierte und erweiterte Auflage



**WILEY-  
VCH**

WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

#### **Autoren**

**Prof. Dr. Alfred Weigert** †

**Prof. Dr. Heinrich J. Wendker** †

**Prof. Dr. Lutz Wisotzki**

Astrophysikalisches Institut Potsdam  
An der Sternwarte 16  
14482 Potsdam  
lwisotzki@aip.de

#### **Umschlagbild**

Emissionsnebel NGC 3603 mit zentralem  
Sternhaufen. European Southern Observatory,  
Garching, Deutschland

1. Auflage 1982
2. Auflage 1989
3. Auflage 1996
4. Auflage 2005
5. Auflage 2009

■ Alle Bücher von Wiley-VCH werden sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag in keinem Fall, einschließlich des vorliegenden Werkes, für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler irgendeine Haftung.

#### **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2010 WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsanlagen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

Printed in the Federal Republic of Germany  
Gedruckt auf säurefreiem Papier

**Umschlaggestaltung** Schulz Grafik-Design,  
Fußgönheim

**Satz** le-tex publishing services GmbH, Leipzig

**Druck** Ebner & Spiegel GmbH, Ulm

**Bindung** Ebner & Spiegel GmbH, Ulm

ISBN 978-3-527-40793-4

## Inhaltsverzeichnis

**Vorwort zur Fünften Auflage** XV

**Aus dem Vorwort zur Ersten Auflage** XVII

<b>1</b>	<b>Bewegung von Himmelskörpern</b>	<b>1</b>
1.1	Gravitation	1
1.2	Das Zweikörperproblem	2
1.2.1	Keplersche Gesetze	2
1.2.2	Bahnbestimmung	6
1.2.3	Kreisbahnen	7
1.2.4	Entweichgeschwindigkeit	7
1.2.5	Gezeitenkräfte	8
1.3	Mehr- und Vielteilchensysteme	9
1.3.1	Reduziertes Dreikörperproblem	9
1.3.2	Störungsrechnung	11
1.3.3	Energieerhaltung und Virialsatz	12
1.4	Zur allgemeinen Relativitätstheorie	14
1.4.1	Grundzüge	14
1.4.2	Starke Gravitationsfelder	16
1.5	Koordinatensysteme	17
1.5.1	Das Horizontsystem	18
1.5.2	Äquatorialsysteme	18
1.5.3	Das Ekliptikalsystem	21
1.5.4	Das Galaktische System	21
1.5.5	Präzession und Nutation	22
1.5.6	Koordinaten-Änderung durch Präzession	24
1.6	Astronomie und Zeit	25
1.6.1	Die Sternzeit	25
1.6.2	Die wahre Sonnenzeit	25
1.6.3	Die mittlere Sonnenzeit	26
1.6.4	Ortszeit – Zonenzeit – Weltzeit	28
1.6.5	Das Jahr	28
1.6.6	Präzisionszeitmessungen	30

1.7	Sternörter	31
1.7.1	Sternbilder und Bezeichnungen von Sternen	31
1.7.2	Die Messung von Sternörtern	31
1.7.3	Die Aberration des Lichts	33
1.8	Die Parallaxe	34
1.9	Übungsaufgaben zu Kapitel 1	36
<b>2</b>	<b>Strahlung</b>	<b>39</b>
2.1	Das elektromagnetische Spektrum	39
2.2	Astrophysikalische Messgrößen	40
2.2.1	Intensität und Strahlungsstrom	41
2.2.2	Die astronomische Magnitudenskala	42
2.2.3	Helligkeitssysteme	44
2.2.4	Farben	46
2.2.5	Weitere Messgrößen	47
2.3	Elementare Strahlungsprozesse	48
2.3.1	Emission und Absorption	48
2.3.2	Hohlraumstrahlung	50
2.3.3	Spektrallinien	53
2.3.4	Synchrotronstrahlung	54
2.4	Kosmische Teilchen und Gravitationswellen	55
2.4.1	Kosmische Strahlung und Teilchenströme	56
2.4.2	Neutrinos	57
2.4.3	Gravitationswellen	57
2.5	Ausbreitung von Strahlung	58
2.5.1	Absorption in Materie	58
2.5.2	Strahlungstransport	59
2.5.3	Dopplereffekt	61
2.6	Auswirkungen der Erdatmosphäre	61
2.6.1	Atmosphärische Transmission	62
2.6.2	Refraktion	63
2.6.3	Streuung	64
2.6.4	Szintillation und „Seeing“	65
2.7	Übungsaufgaben zu Kapitel 2	66
<b>3</b>	<b>Astronomische Instrumente</b>	<b>69</b>
3.1	Teleskope	69
3.1.1	Grundlagen	69
3.1.2	Beugung	73
3.1.3	Abbildungsfehler	74
3.1.4	Auflösungsvermögen	75
3.1.5	Astronomische Teleskope	77
3.1.6	Spezielle Teleskoptypen	79
3.2	Detektoren	80



3.3	Beobachtungstechniken	83
3.3.1	Photometrie	83
3.3.2	Spektroskopie	85
3.3.3	Adaptive Optik	88
3.3.4	Interferometrie	90
3.3.5	Elektronische Bildverarbeitung	93
3.4	Observatorien	94
3.4.1	Bodengebundene Sternwarten	94
3.4.2	Radioobservatorien	96
3.4.3	Observatorien im Weltraum	97
3.5	Übungsaufgaben zu Kapitel 3	99
<b>4</b>	<b>Das Sonnensystem</b>	<b>101</b>
4.1	Mitglieder und Dimensionen des Systems	101
4.2	Bahnbewegungen	103
4.2.1	Bahnen der Planeten	103
4.2.2	Die Erdbahn	105
4.2.3	Bahnen künstlicher Satelliten und Raumfahrzeuge	106
4.3	Das System Erde-Mond	108
4.3.1	Bewegung um die Erde	108
4.3.2	Bewegung um die Sonne	110
4.3.3	Rotation des Mondes	111
4.3.4	Finsternisse	111
4.4	Physik der Planeten	113
4.4.1	Energiebilanz und Oberflächentemperaturen	114
4.4.2	Stabilität und Zusammensetzung der Atmosphären	118
4.4.3	Gesamtaufbau	118
4.4.4	Auswirkung von Rotation	121
4.4.5	Oberflächenformen terrestrischer Planeten	123
4.5	Monde	125
4.5.1	Stabilität im Gezeitenfeld	125
4.5.2	Eigenschaften von Monden im Sonnensystem	127
4.6	Kleine Körper im Sonnensystem	128
4.6.1	Zwergplaneten und Plutoiden	128
4.6.2	Asteroiden	129
4.6.3	Trans-Neptun-Objekte	130
4.6.4	Kometen	130
4.7	Zur Entstehung des Sonnensystems	133
4.8	Übungsaufgaben zu Kapitel 4	135
<b>5</b>	<b>Charakteristische Beobachtungsgrößen von Sternen</b>	<b>137</b>
5.1	Strahlungsleistung	137
5.1.1	Leuchtkraft	137
5.1.2	Absolute Helligkeit	138
5.1.3	Flächenhelligkeit und Effektivtemperatur	139

5.2	Radius, Masse und hieraus abgeleitete Größen	140
5.2.1	Sternradius	140
5.2.2	Sternmasse	142
5.2.3	Mittlere Dichte und Schwerebeschleunigung	144
5.3	Sternspektren und Spektralklassifikation	145
5.3.1	Definition der Spektralklassen	146
5.3.2	Leuchtkraftklassen	151
5.3.3	Praxis der Spektralklassifikation	152
5.4	Rotation der Sterne	154
5.5	Beziehungen zwischen verschiedenen Messgrößen	157
5.5.1	Hertzsprung-Russell-Diagramm	157
5.5.2	Farben-Helligkeits-Diagramm	160
5.5.3	Masse-Leuchtkraft- und Masse-Radius-Beziehung für Hauptreihensterne	162
5.6	Veränderliche Sterne	164
5.7	Doppelsterne und Mehrfachsysteme	166
5.8	Übungsaufgaben zu Kapitel 5	168
<b>6</b>	<b>Die Außenschichten von Sonne und Sternen</b>	<b>171</b>
6.1	Die Außenschichten der Sonne	171
6.1.1	Die Photosphäre	171
6.1.2	Die Chromosphäre	173
6.1.3	Die Übergangsregion zur Korona	174
6.1.4	Die solare Korona	175
6.1.5	Der Sonnenwind	177
6.2	Die Aktivität der Sonne	179
6.2.1	Sonnenflecken	179
6.2.2	Eruptionen	181
6.2.3	Radio- und Röntgenstrahlung der Sonne	182
6.2.4	Das Magnetfeld der Sonne	183
6.3	Sternaktivität	185
6.3.1	Phänomene	185
6.3.2	Stellare Dipolfelder	187
6.4	Physik der Sternatmosphären	187
6.4.1	Schichtung einer Sternatmosphäre	187
6.4.2	Modellatmosphären	190
6.5	Analyse von Sternspektren	192
6.5.1	Absorptionsquerschnitt und Linienverbreiterung	192
6.5.2	Anregung und Ionisation	194
6.5.3	Absorptionskoeffizient und Sternspektren	196
6.5.4	Stärke von Absorptionslinien	197
6.5.5	Die chemische Zusammensetzung von Sternatmosphären	200
6.6	Übungsaufgaben zu Kapitel 6	203

<b>7</b>	<b>Innerer Aufbau der Sterne</b>	<b>205</b>
7.1	Grundgleichungen des Sternaufbaus	205
7.1.1	Massenverteilung	206
7.1.2	Mechanisches Gleichgewicht und Virialsatz	207
7.1.3	Energiesatz	208
7.1.4	Energietransport	210
7.1.5	Gesamtproblem	211
7.2	Materialfunktionen	212
7.2.1	Die Zustandsgleichung	212
7.2.2	Der Absorptionskoeffizient	214
7.3	Nukleare Energieerzeugung	215
7.3.1	Wasserstoffbrennen	217
7.3.2	Heliumbrennen	218
7.3.3	Kohlenstoff-, Sauerstoff- und Siliziumbrennen	219
7.4	Einfache Sternmodelle	221
7.4.1	Sternmodell für eine Sonnenmasse	221
7.4.2	Hauptreihensterne	223
7.4.3	Braune Zwerge	226
7.4.4	Sterne mit Konvektion und die Hayashi-Linie	226
7.4.5	Weißer Zwerge	228
7.5	Beobachtungen des Inneren von Sternen	230
7.5.1	Helio- und Asteroseismologie	230
7.5.2	Solare und stellare Neutrinos	231
7.6	Übungsaufgaben zu Kapitel 7	233
<b>8</b>	<b>Sternentstehung und Sternentwicklung</b>	<b>235</b>
8.1	Sternentstehung	235
8.1.1	Voraussetzungen für gravitativen Kollaps	235
8.1.2	Ablauf des Kollaps	237
8.1.3	Protosterne und Akkretionsscheiben	238
8.1.4	Entwicklung bis zur Hauptreihe	240
8.2	Hauptreihensterne	242
8.2.1	Energiereservoir und Zeitskalen	242
8.2.2	Sternentwicklung auf der Hauptreihe	244
8.3	Von der Hauptreihe zum Riesenast	245
8.3.1	Heliumbrennen	245
8.3.2	Rote Riesen	248
8.3.3	Vergleich mit Beobachtungen	250
8.3.4	Pulsationsveränderliche	253
8.4	Spätstadien der Sternentwicklung	256
8.5	Endprodukte der Sternentwicklung	258
8.5.1	Weißer Zwerge	258
8.5.2	Supernovae	259
8.5.3	Neutronensterne und Pulsare	262
8.5.4	Schwarze Löcher	265

x | *Inhaltsverzeichnis*

8.6	Enge Doppelsternsysteme	266
8.6.1	Äquipotentialflächen	266
8.6.2	Massentransfer und Akkretionsscheiben	267
8.6.3	Akkretionsscheiben um Weiße Zwerge	269
8.6.4	Röntgendoppelsterne	270
8.6.5	Zur Entwicklung enger Doppelsternsysteme	272
8.7	Übungsaufgaben zu Kapitel 8	273
<b>9</b>	<b>Extrasolare Planetensysteme</b>	<b>275</b>
9.1	Die Suche nach extrasolaren Planeten	275
9.2	Nachweis von Exoplaneten: Radialgeschwindigkeiten	276
9.2.1	Beschreibung der Methode	277
9.2.2	Planeten auf exzentrischen Bahnen	279
9.2.3	Systeme mit mehreren Planeten	281
9.3	Weitere Methoden zum Nachweis von Exoplaneten	282
9.3.1	Sternbedeckungen	282
9.3.2	Astrometrische Suche	283
9.3.3	Direkte Abbildung von Planeten	284
9.3.4	Mikro-Gravitationslinseneffekt	285
9.3.5	Planeten um Pulsare	286
9.4	Eigenschaften von Exoplaneten	286
9.4.1	Verteilung der Bahnparameter	287
9.4.2	Massen, Radien und Dichten	288
9.4.3	Temperaturen, Atmosphären, Oberflächen	289
9.4.4	Eigenschaften der Zentralsterne	290
9.4.5	Protoplanetare Scheiben	291
9.5	Entstehung von Planetensystemen	292
9.5.1	Bildung protoplanetarer Scheiben	292
9.5.2	Planetesimale	293
9.5.3	Entstehung der Planeten	295
9.5.4	Entwicklung von Planetensystemen	296
9.6	Leben im Weltall?	297
9.6.1	Entwicklung von Leben auf der Erde	297
9.6.2	Habitable Zonen in Planetensystemen	298
9.6.3	Suche nach extraterrestrischem Leben	300
9.6.4	Zur Wahrscheinlichkeit extrasolaren Lebens: Die Drake-Formel	302
9.7	Übungsaufgaben zu Kapitel 9	303
<b>10</b>	<b>Interstellare Materie</b>	<b>305</b>
10.1	Physikalische Besonderheiten des ISM	305
10.1.1	Thermodynamisches Ungleichgewicht	305
10.1.2	Druckgleichgewicht	307
10.1.3	Phasen des interstellaren Mediums	309
10.2	Das kühle interstellare Gas	310
10.2.1	Die 21 cm-Linie des neutralen Wasserstoffs	310

10.2.2	Metalle im neutralen ISM	312
10.2.3	Molekülwolken	313
10.3	Das warme ISM	316
10.3.1	H II-Regionen	316
10.3.2	Planetarische Nebel	320
10.3.3	Diffuses warmes Gas	321
10.4	Das heiße interstellare Medium	322
10.4.1	Nachweis des heißen Gases	322
10.4.2	Supernovae und interstellare Stoßfronten	322
10.5	Interstellarer Staub	325
10.5.1	Interstellare Extinktion	325
10.5.2	Thermische Strahlung des Staubs	328
10.5.3	Herkunft und Zusammensetzung des Staubes	329
10.6	Interstellare Kühlprozesse	330
10.7	Der Materiekreislauf	331
10.8	Übungsaufgaben zu Kapitel 10	332
<b>11</b>	<b>Das Milchstraßensystem</b>	<b>335</b>
11.1	Struktur der Milchstraße	335
11.1.1	Koordinaten und Geschwindigkeiten	337
11.2	Entfernungsbestimmung	338
11.2.1	Trigonometrische Parallaxen	338
11.2.2	Dynamische Parallaxen	339
11.2.3	Entfernung von Sternhaufen	340
11.2.4	Standardkerzen	341
11.3	Stellarstatistik	342
11.3.1	Sterne der Sonnenumgebung	343
11.3.2	Leuchtkrafftfunktion	344
11.3.3	Massenfunktion der Sterne	345
11.3.4	Anzahl-Helligkeits-Relation	347
11.3.5	Sternzählungen und Extinktion	349
11.4	Rotation der Milchstraße	350
11.4.1	Differentielle Rotation	350
11.4.2	Die Rotationskurve der Milchstraße	354
11.4.3	Massenverteilung der Milchstraße	356
11.4.4	Stoße zwischen Sternen	358
11.5	Komponenten des Milchstraßensystems	361
11.5.1	Die galaktische Scheibe und die Spiralarme	361
11.5.2	Der galaktische Halo	364
11.5.3	Das Zentralellipsoid (Bulge)	364
11.5.4	Das galaktische Zentrum	365
11.6	Sternhaufen	369
11.6.1	Offene Sternhaufen	369
11.6.2	Kugelsternhaufen	371
11.7	Sternpopulationen	372

11.8	Zur Entstehung und Entwicklung der Milchstraße	374
11.9	Übungsaufgaben zu Kapitel 11	376
<b>12</b>	<b>Galaxien</b>	<b>379</b>
12.1	Extragalaktische Entfernungsbestimmung	379
12.1.1	Standardkerzen	380
12.1.2	Die extragalaktische Entfernungsleiter	382
12.1.3	Die Hubble-Beziehung	383
12.2	Klassifikation von Galaxien	385
12.3	Hubble-Schema	386
12.3.1	Erweiterte Galaxienklassifikation	388
12.4	Globale Eigenschaften	389
12.4.1	Lineardimensionen und Leuchtkräfte	389
12.4.2	Farben und Spektren	391
12.4.3	Massen	393
12.5	Dynamischer Aufbau von Galaxien	394
12.5.1	Strukturen	394
12.5.2	Rotationskurven von Spiralgalaxien	396
12.5.3	Spiralarme	398
12.5.4	Balkenspiralen	399
12.5.5	Elliptische Galaxien	400
12.5.6	Skalierungsrelationen für Galaxien	402
12.5.7	Schwarze Löcher in Galaxienzentren	403
12.6	Zeitliche Entwicklung von Galaxien	404
12.6.1	Verlauf der Sternentstehung	404
12.6.2	Materiekreislauf und chemische Entwicklung	406
12.6.3	Leuchtkraftentwicklung	407
12.6.4	Wechselwirkung zwischen Galaxien	407
12.6.5	Galaxienverschmelzung	409
12.6.6	Galaxien im jungen Universum	411
12.7	Aktive Galaxienkerne und Quasare	412
12.7.1	Seyfert-Galaxien	413
12.7.2	Radiogalaxien	413
12.7.3	Quasare	415
12.7.4	Der extragalaktische Röntgenhintergrund	417
12.7.5	Struktur von aktiven Galaxienkernen	418
12.7.6	Energieerzeugung durch Akkretion	420
12.7.7	Eddington-Leuchtkraft und Massenwachstum	421
12.8	Übungsaufgaben zu Kapitel 12	423
<b>13</b>	<b>Die Verteilung der Materie im Universum</b>	<b>425</b>
13.1	Die Lokale Gruppe	425
13.2	Die räumliche Verteilung von Galaxien	428
13.2.1	Galaxienkataloge	428
13.2.2	Gruppen, Haufen und Superhaufen	428

- 13.2.3 Großräumige Struktur der Galaxienverteilung 430
- 13.3 Galaxienstatistik 433
  - 13.3.1 Anzahldichte und radiale Verteilung von Galaxien 433
  - 13.3.2 Leuchtkraftfunktion 434
  - 13.3.3 Entwicklung der Galaxienpopulation 436
- 13.4 Galaxienhaufen 437
  - 13.4.1 Charakterisierung von Haufen 437
  - 13.4.2 Dynamik von Galaxienhaufen 440
  - 13.4.3 Massenbestimmung 441
  - 13.4.4 Zur Entwicklung von Galaxien in Haufen 443
- 13.5 Dunkle Materie 444
  - 13.5.1 Das intergalaktische Medium 445
  - 13.5.2 Gravitationslinsen 446
  - 13.5.3 Nicht-baryonische Dunkle Materie 450
- 13.6 Übungsaufgaben zu Kapitel 13 452
  
- 14 Kosmologie 453**
  - 14.1 Das empirische Fundament der Kosmologie 453
    - 14.1.1 Die Expansion des Universums 453
    - 14.1.2 Die kosmische Hintergrundstrahlung 455
    - 14.1.3 Olbers' Paradox 457
    - 14.1.4 Das kosmologische Prinzip 458
  - 14.2 Weltmodelle 458
    - 14.2.1 Vorbetrachtung im Rahmen der klassischen Mechanik 459
    - 14.2.2 Raumkrümmung 460
    - 14.2.3 Grundgleichungen der Kosmologie 462
    - 14.2.4 Rotverschiebung und Distanzen 466
  - 14.3 Kosmologische Parameter 468
    - 14.3.1 Expansionsrate und kritische Dichte 468
    - 14.3.2 Materiedichte 469
    - 14.3.3 Strahlungsdichte 470
    - 14.3.4 Raumkrümmung 470
    - 14.3.5 Das Alter des Universums 471
    - 14.3.6 Dunkle Energie 471
  - 14.4 Der Urknall und das frühe Universum 474
    - 14.4.1 Bausteine des Kosmos 474
    - 14.4.2 Zeitabhängigkeit der kosmologischen Parameter 475
    - 14.4.3 Die Temperatur des Universums 477
    - 14.4.4 Der Hochenergiekosmos; Inflation 479
    - 14.4.5 Entstehung der leichten Elemente 482
    - 14.4.6 Die Entkopplung von Strahlung und Materie 483
  - 14.5 Die Entstehung von Galaxien 484
    - 14.5.1 Fluktuationen der Hintergrundstrahlung 485
    - 14.5.2 Wachstum von Dichtekontrasten 486
    - 14.5.3 Strukturbildung im Universum 488

XIV | *Inhaltsverzeichnis*

- 14.5.4 Kollaps und Galaxienentstehung 490
- 14.5.5 Die ersten Sterne 491
- 14.6 Die Zukunft des Weltalls 493
- 14.7 Übungsaufgaben zu Kapitel 14 495

**Farbtafeln** 497

**Anhang A** 513

- A.1 Physikalische Konstanten und Einheiten 513
- A.2 Astronomische Daten 514
  - A.2.1 Körper des Sonnensystems 514
  - A.2.2 Entfernungen und kosmologische Parameter 515
  - A.2.3 Charakteristische Größen von Sternen 516
- A.3 Lösungen der Übungsaufgaben 518

**Anhang B: Weiterführende Literatur** 525

**Anhang C: Astronomische Seiten im Internet** 529

**Anhang D: Abbildungs- und Quellennachweis** 531

**Register** 533



## Vorwort zur Fünften Auflage

Die Initiative zu diesem einführenden Lehrbuch kam vor über dreißig Jahren von Alfred Weigert. Gemeinsam mit Heinrich J. Wendker konzipierte er ein Werk, das breites astrophysikalisches Grundwissen auf Universitätsniveau vermitteln und dabei vor allem Wert auf ausführliche und anschauliche Erklärungen legen sollte. Nach dem Tod A. Weigerts übernahm H. J. Wendker für die dritte Auflage allein die Autorenschaft. Als dann angesichts der Fortschritte der astrophysikalischen Forschung eine gründliche Überarbeitung geboten erschien, kam ich als weiterer Autor für die vierte Auflage hinzu. Bei ihrem Erscheinen war H. J. Wendker bereits schwer erkrankt. An einer weiteren Überarbeitung konnte er nicht mehr aktiv teilnehmen, und den Abschluss der hier vorliegenden fünften Auflage hat er nicht mehr erlebt. Ich hoffe, dieses Werk in seinem Sinne weiterentwickelt zu haben. Das Buch ist seinem Andenken gewidmet.

Wir leben derzeit in einem „goldenen Zeitalter“ der Astrophysik. Die Fortschritte in der Beobachtungs- und Computertechnologie haben zu einer Vielzahl von Entdeckungen geführt. Die Überarbeitung eines grundlegenden wissenschaftlichen Lehrbuchs angesichts dieser schnellen Entwicklung stellt den Autor vor schwierige Entscheidungen. In welchem Maße dürfen oder müssen die neuesten wissenschaftlichen Resultate berücksichtigt werden; wo sollte man sich auf gesichertes Grundwissen beschränken? Die von A. Weigert und H. J. Wendker vorgegebene Leitlinie besagt, dass im Zweifelsfall eher Zurückhaltung angebracht ist. Naturwissenschaftliche Erkenntnis ist ihrer Natur nach vorläufig, und immer wieder haben sich scheinbar gesicherte Auffassungen dann doch als unhaltbar erwiesen. Gerade deshalb ist der Lehrbuchautor aber natürlich auch stets in der Gefahr, veraltete Weisheiten und überholte Erklärungen weiter zu verbreiten, anstatt den Stand der Forschung wiederzugeben. Kritische Leser(innen)kommentare zu solchen Fragen sind deshalb besonders willkommen.

Gegenüber der vierten Auflage sind – neben dem neu gestalteten Layout – etliche inhaltliche Änderungen zu vermerken. Viele Passagen habe ich überarbeitet, auch aus didaktischen Überlegungen heraus. An manchen Stellen wurde das sehr phänomenologische Vorgehen der früheren Auflagen in eine mehr an den wesentlichen astrophysikalischen Prozessen orientierte Darstellung überführt. Vor allem die Kapitel 8 (Sternentstehung und Sternentwicklung) und 10 (Interstellare Materie) habe ich in diesem Sinne zu größeren Teilen neu geschrieben. Die

„Interstellare Materie“ habe ich auch wieder *vor* die Behandlung des Milchstraßensystems gesetzt; diese Reihenfolge erschien mir trotz der vielen Vorwärtsverweise doch logischer.

Neu hinzugekommen ist das Kapitel „Extrasolare Planetensysteme“. Für dieses Thema existiert nicht nur in der aktuellen astronomischen Forschung eine besondere Aufmerksamkeit, sondern auch in der wissenschaftlich interessierten Öffentlichkeit. Allerdings besteht in diesem Kapitel noch mehr als an anderen Stellen ein gewisser Konflikt zwischen Aktualität einerseits und Grundlagenorientierung andererseits. Das kurze Abschlusskapitel der vierten Auflage („Leben im Weltall“) ist in überarbeiteter Form in dieses neue Kapitel integriert worden.

Die ersten drei Kapitel des Buchs enthalten überwiegend physikalische und technische Grundlagen, die für das Verständnis der weiteren astrophysikalischen Ausführungen benötigt werden. Dies sollte aber nicht als Empfehlung verstanden werden, eine einführende Vorlesung mit einer systematischen Behandlung dieser allgemeinen Grundlagen zu beginnen; ein solches Vorgehen wäre doch ziemlich trocken. Vielmehr erscheint es mir didaktisch ratsam, mit einem konkreten astronomischen Thema (z. B. Planeten oder Sterne) anzufangen und die Grundlagen nach und nach sachbezogen einzubauen.

Auch bei den Abbildungen sind viele Änderungen zu vermerken. Die alten Tuschezeichnungen wurden fast ausnahmslos durch neue Vektorgraphiken ersetzt. Bei der Gelegenheit konnte ich auch viele funktionale Zusammenhänge und empirische Korrelationen aktualisieren. Auf das Einzeichnen von Fehlerbalken in die Graphiken habe ich wie bisher aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Bereits in der vierten Auflage kam ein Farbtafelteil hinzu, der beibehalten wurde; allerdings habe ich einige Bilder ausgetauscht. Man beachte, dass alle Abbildungen dieses Buches über eine eigene Webseite frei zugänglich sind.

Eine weitere Neuerung besteht in der Anordnung der Übungsaufgaben, die nun den einzelnen Kapiteln angegliedert sind, was eine thematische Zuordnung erheblich erleichtert. Im Zuge dieser Umstellung wurden auch etliche neue Übungsaufgaben hinzugefügt. Die Lösungen der Aufgaben finden sich wie bisher im Anhang.

Ich danke allen, die mir ihre Bemerkungen und/oder Fehlerhinweise zur vierten Auflage zukommen ließen, namentlich C. Wiebusch, A. Leonhardt und K. S. de Boer. Mein Dank gilt auch denen, die ihre Erlaubnis zum Abdruck von Bildmaterial gaben oder Daten zur Verfügung stellten. Sie sind im Anhang einzeln aufgeführt. Ferner bedanke ich mich bei C. Denker, A. Schwöpe und H. Zinnecker für das aufmerksame Gegenlesen von Teilen des Manuskripts; bei R. Kewitsch für die Hilfe bei der Erstellung der Abbildungen; bei B. Husemann, S. Kamann und A. Schulze für das Durchsehen der Übungsaufgaben; bei A. Schulze auch für das Erstellen der Webseiten; bei N. Kemming für das Korrekturlesen; und bei Almuth Jörns für ihre Geduld mit mir.

Potsdam, im September 2009

Lutz Wisotzki

## Aus dem Vorwort zur Ersten Auflage

Die Astronomie ist eine physikalische Wissenschaft, die sich speziell mit Raum, Materie und Vorgängen außerhalb der Erde beschäftigt. Unsere Erde spielt hierbei höchstens die Rolle einer Beobachtungsplattform oder tritt als eines von vielen Mitgliedern des Sonnensystems auf.

Die Astronomie ist eine zwar sehr alte, aber derzeit auch sehr florierende Wissenschaft, bei der ganze Arbeitsgebiete erst kürzlich hinzugekommen sind. Dabei ist jede Gliederung in Teilgebiete sowieso immer recht willkürlich. Will man zum Beispiel die klassischen Aspekte von den erst später dazugekommenen rein physikalischen abheben, so spricht man gern von Astronomie (im engeren Sinne) einerseits und Astrophysik andererseits. Man kann auch nach den speziell untersuchten Objekten unterscheiden, und dann wird man etwa von „Sonnenphysik“ reden, von „Stellarastronomie“ oder von der „Kosmologie“. Wieder andere Darstellungen bevorzugen Klassifizierungen wie „Radioastronomie“, „Röntgenastronomie“ oder „Theoretische Astrophysik“; sie stellen also die verschiedenen Arbeitsmethoden in den Vordergrund.

Diese Arbeitsmethoden, so vielfältig sie heute geworden sind, haben doch bemerkenswerte gemeinsame Züge. Tatsächlich grenzen sie oft am deutlichsten unsere Wissenschaft gegen andere Gebiete ab, etwa gegen die Geowissenschaften, die ansonsten bereits einige klassische Himmelskörper okkupiert haben. Astronomische Arbeitsmethoden sind zwar grundsätzlich physikalischer Art, jedoch mit ganz spezifischen Besonderheiten etwa gegenüber denen der Laborphysik. Einmal kommen im Weltall so extreme Bedingungen vor, wie sie im Labor nicht realisierbar sind; die Anwendung physikalischer Methoden hierauf stellt ja einen der besonderen Reize der Astronomie dar. Zum anderen ist es charakteristisch, dass der Astronom (glücklicherweise!) in sehr großen, wahrhaft astronomischen Distanzen zu seinen Untersuchungsobjekten lebt. Er kann bei den untersuchten Vorgängen die Versuchsbedingungen nicht planen und steuern, obwohl sicher auch zum Beispiel die Wiederholung des Urknalls unter veränderten Randbedingungen sehr instruktiv wäre; vielmehr ist er auf die Beobachtung und Interpretation der gerade angebotenen „kosmischen Experimente“ (beziehungsweise ihrer Endprodukte) angewiesen. Auch hiermit hängt es zusammen, dass kosmogonischen Fragen, also der Entstehungsgeschichte heute vorhandener Objekte, ein so hoher Stellenwert in der Astronomie beigemessen wird.

Dieses Buch, das eine sehr einfache Einführung in viele Teile der Astronomie gibt, ist aus Vorlesungen hervorgegangen, die seit mehreren Jahren in Hamburg speziell für Physik- und Mathematikstudenten vor dem Vordiplom gehalten werden. Diese Vorlesungen finden über zwei Semester, je zweistündig mit zusätzlichen intensiven Übungen, statt und sind die Grundlage für die Wahl von Astronomie als Nebenfach im Vordiplom. Entsprechend kommt es uns mehr darauf an, diesem großen Hörerkreis die einfache Anwendung von physikalischen Gedanken auf astronomische Probleme zu demonstrieren, als darauf, den wenigen späteren Fachastronomen eine allgemeine Grundlage zu verschaffen.

Dem Hörer- und Leserkreis entsprechend wird die benutzte Physik möglichst einfach gehalten. Ein Vorgriff auf kompliziertere, im Studiengang erst später behandelte Gebiete ist aber an manchen Stellen unvermeidbar – es schadet ja schließlich nichts, wenn der Student anhand von interessanten Beispielen schon vorher erfährt, warum er nachher so mühsam gewisse Detailkenntnisse erwerben soll! Wo es nach unseren Erfahrungen besonders notwendig erschien, haben wir auch kurz einige physikalische Grundbegriffe erläutert. Damit wird es übrigens noch leichter, gewisse Teile des Buches auch als Grundlage für Leistungskurse in der Oberstufe von Gymnasien zu nehmen. Dies ist bereits anhand eines frühen Entwurfes des Manuskripts von einigen Physiklehrern erfolgreich probiert worden.

Der Gesamtumfang richtet sich – jedenfalls in der Anlage – nach dem in solchen Vorlesungen abzuhandelnden Pensum. An einigen Stellen wurde aber über den reinen Vorlesungsstoff hinausgegangen, so dass der Leser auch noch ein Angebot für Eigeninitiative und Weiterarbeiten findet. Die genaue Stoffauswahl und das Setzen von Schwerpunkten unterliegt natürlich – wie immer – dem persönlichen Geschmack und höchst subjektiven Urteil der Verfasser. Häufig wurde den didaktisch wichtigen Gesichtspunkten der Vorrang gegeben gegenüber einer Darstellung mit größtmöglicher Vollständigkeit, Detailtreue und letzten Ergebnissen. Die eingehende Beschäftigung mit Detailproblemen wird in vielen Fällen sowieso besser auf die Übungen verschoben.

Dieses Buch ist aus einem langjährigen Gärungsprozess hervorgegangen, zu dem viele Kollegen hier und an anderen Universitäten beitrugen; aber auch unsere Studenten haben durch ihre lebhaftige Mitarbeit nicht unwesentlich Einfluss auf Gestaltung und Auswahl des Textes genommen. Ihnen allen möchten wir herzlich danken. Ferner sei erwähnt, dass wir auch viele gute Anregungen anderen Lehrbüchern verdanken – wir können nicht einsehen, dass die ausgezeichnete Idee eines anderen Autors um einer bedingungslosen Originalität willen verschlechtert werden soll. Schließlich danken wir allen, die uns geduldig bei der Herstellung von Manuskript und Zeichnungen halfen, wobei der Löwenanteil auf die Damen H. Heinrichs, U. Meyer und U. Kiehn fiel.

Hamburg, im Juli 1981

*Alfred Weigert, Heinrich J. Wendker*

# 1

## Bewegung von Himmelskörpern

Bereits vor mehreren tausend Jahren erkannten Beobachter, dass sich die Himmelskörper in zwei Gruppen einteilen lassen, solche, die sich relativ zueinander nicht bewegen, die so genannten Fixsterne, und solche, die ihre relativen Positionen am Himmel verändern und die heute als Mitglieder des Sonnensystems zusammengefasst werden können. Ein wirkliches Verständnis jenseits abstrakter Beschreibungen wurde erst eröffnet, als I. Newton die Gravitationskraft als eine Grundkraft der Natur erkannte. In diesem ersten Kapitel befassen wir uns mit den Werkzeugen, mit denen Astronomen die Bewegungen von Himmelskörpern beschreiben. Zunächst besprechen wir die Grundlagen der Bewegung unter der Einwirkung der Gravitation.

### 1.1

#### Gravitation

Die Anziehungskraft  $F_G$ , die zwei im Abstand  $r$  voneinander befindliche Massen  $m_1$  und  $m_2$  aufeinander ausüben, wird durch das *Newtonsche Gravitationsgesetz* gegeben

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (1.1)$$

mit  $G$  als einer universellen Konstante, der so genannten Gravitationskonstante. Gravitation ist also eine Wechselwirkung von Massen. In der Astronomie können die Himmelskörper meistens als punktförmig angenommen werden, die Massenverteilung im Innern der Himmelskörper kann also vernachlässigt werden (in Abschn. 1.2.5 gehen wir darauf ein, wann diese Approximation nicht mehr gemacht werden kann). Die Gravitationskraft ist ein Vektor, der immer in Richtung des Massenpunkts zeigt, der die Kraft ausübt, d. h. sie ist eine anziehende Kraft. Sie fällt mit zunehmender Entfernung nur langsam ab,  $\propto r^{-2}$ , reicht also „bis ins Unendliche“.

Diese Eigenschaften der Gravitation haben bedeutende Konsequenzen. Zum einen kann es kein absolut in Ruhe befindliches Bezugssystem geben, denn sobald man zwei Massen hat, werden sie zueinander beschleunigt. Ein Gebilde kann

nur stabil sein, wenn es durch eine entgegengerichtete Kraft vor dem Kollaps behütet wird. Zum anderen addieren sich Gravitationskräfte immer (vektoriell). Damit ist die Gravitation über die für die Astronomie typischen großen Entfernungen die alles beherrschende Größe. Das liegt an der äußerst begrenzten Reichweite der anderen Kräfte sowie an der Tatsache, dass elektromagnetische Kräfte nur zwischen geladenen Körpern wirken. Auf astronomischen Dimensionen ist jedoch alle Materie elektrisch neutral und unterliegt damit nur der Gravitation.

Seit Einsteins Relativitätstheorie wissen wir, dass die Newtonsche Formulierung des Gravitationsgesetzes, die eine Beschreibung in einem dreidimensionalen kartesischen (euklidischen) Raum beinhaltet, nur im Grenzfall kleiner Geschwindigkeiten und schwacher Gravitationsfelder gültig ist. Allerdings sind die Abweichungen in den meisten Fällen so geringfügig, dass das Newtonsche Kraftgesetz weiterhin als sehr gute Näherung und als Grundlage der Mechanik von Himmelskörpern dienen kann.

## 1.2

### Das Zweikörperproblem

Im einfachsten Fall lässt sich das Problem der Bewegung von Himmelskörpern im Gravitationsfeld reduzieren auf eine Wechselwirkung zwischen zwei Körpern, z. B. der Sonne und einem Planeten. Durch die Kraft, mit der die Sonne (Masse  $m_1$ ) einen anderen Körper des Sonnensystems (Masse  $m_2$ ) anzieht, wird dieser dauernd aus seiner momentanen Bewegungsrichtung abgelenkt, ein wenig in Richtung zur Sonne hin beschleunigt, und so auf eine Bahn um die Sonne gezwungen. Die oben geforderte Gegenkraft wird allein durch die Fliehkraft bewirkt. Diese Bahnbewegung ist besonders einfach; die Beschreibung wird *Zweikörperproblem* genannt. In dieser Näherung wird also die Anziehungskraft zusätzlicher Körper, z. B. eines anderen Planeten, vernachlässigt. Wir gehen später in Abschn. 1.3 noch kurz darauf ein, wie kleine Abweichungen vom reinen Zweikörperproblem als „Störungen“ angenähert berücksichtigt werden können.

#### 1.2.1

##### Keplersche Gesetze

In der klassischen Mechanik wird gezeigt, wie mit Gl. (1.1) eine Bewegungsgleichung aufgestellt und integriert werden kann, woraus sich die drei Keplerschen Gesetze ergeben, die die Bahnform und die Bewegung in der Bahn beschreiben. Sie wurden ursprünglich von Kepler in etwas vereinfachter Form allein aus der beobachteten Bewegung der Planeten, ohne Kenntnis des zugrunde liegenden Kraftgesetzes, abgeleitet.

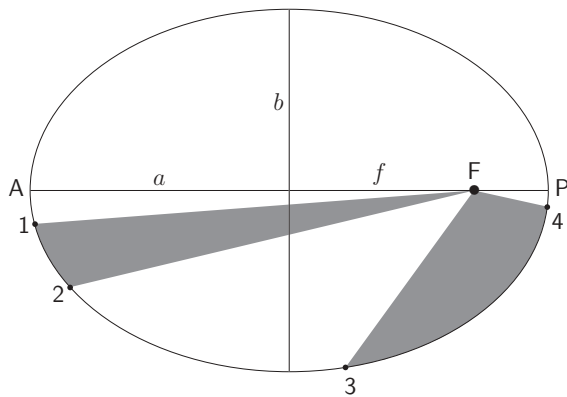
Das 1. Keplersche Gesetz beschreibt die Bahnform: *Die Körper bewegen sich auf Ellipsen um die Sonne, die in einem der Brennpunkte steht.*

Eigentlich sind in einem solchen Gravitationsfeld alle Kegelschnitte als Bahnformen zugelassen. Für den wichtigsten Fall der gravitativen Bindung an ein Zentral-

objekt, z. B. an die Sonne oder einen anderen Stern, können wir uns aber auf Ellipsenbahnen beschränken, da Parabel- und Hyperbelbahnen ins Unendliche führen. Form und Größe einer Ellipse können wahlweise durch zwei der folgenden Parameter beschrieben werden (s. Abb. 1.1): Große Halbachse  $a$ , kleine Halbachse  $b = a\sqrt{1 - e^2}$ , Abstand Brennpunkt – Mittelpunkt  $f$  und Exzentrizität  $e = f/a$ . Für  $e = 0$  entartet die Ellipse zu einem Kreis; wachsendes  $e$  ( $< 1$ ) führt zu immer stärker abgeflachten Ellipsen. Die beiden Scheitelpunkte der Ellipse, also die Punkte mit der kleinsten bzw. größten Entfernung zum Zentralobjekt, haben spezielle Namen, die allerdings mit der Natur des Zentralobjekts variieren. Für Objekte im Sonnensystem heißt der sonnennächste Punkt der Bahn *Perihel*, der sonnenfernste *Aphel*. Im Falle einer Umlaufbahn um die Erde sind die entsprechenden Ausdrücke *Perigäum* und *Apogäum*, und für andere Sterne *Periastron* und *Apastron*. Die Verbindungslinie zwischen den beiden Scheitelpunkten heißt *Apsidenlinie*.

Für die absolute räumliche Bewegung (statt der hier beschriebenen Relativbewegung) erhält man ein ganz entsprechendes Ergebnis, nämlich dass beide Körper sich auf ähnlichen Ellipsen (gleiches  $e$ ) um den gemeinsamen Schwerpunkt bewegen. Dieser Schwerpunkt liegt auf der Verbindungslinie beider Massen, um die Strecke  $r \cdot m_2 / (m_1 + m_2)$  von  $m_1$  entfernt.

Das 2. *Keplersche Gesetz* beschreibt die Geschwindigkeit, mit der verschiedene Teile der Bahn durchlaufen werden. Es wird auch *Flächensatz* genannt und lautet: *Der von der Sonne zum umlaufenden Himmelskörper gezogene Radiusvektor überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen*. Diese Aussage ist der Ausdruck der Erhaltung des Bahndrehimpulses. Aus dem Flächensatz folgt, dass in jeweils gleichen Zeiträumen nahe beim Perihel (kleinster Radiusvektor) ein relativ großes Bahnstück zurückgelegt wird, nahe beim Aphel (größter Radiusvektor) dagegen ein relativ kurzes Bahnstück (s. Abb. 1.1). Demzufolge ist die Bahngeschwindigkeit im Perihel am größten, im Aphel am kleinsten.



**Abb. 1.1** Bestimmungsgrößen einer Ellipse mit Brennpunkt F. Die schraffierten, gleich großen Flächen erläutern das 2. Keplersche Gesetz.  $a$  und  $b$  bezeichnen die große und kleine Halbachse,  $f$  den Abstand eines Brennpunktes vom Mittelpunkt und A und P das Aphel bzw. das Perihel.

Das 3. Keplersche Gesetz verknüpft Umlaufzeit  $U$  und große Halbachse  $a$  der Bahn. Das Quadrat der Umlaufzeit wächst proportional zur dritten Potenz der großen Halbachse und umgekehrt proportional zur Massensumme:

$$U^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)}. \quad (1.2)$$

Im Sonnensystem kann man in guter Näherung die Massensumme durch die Sonnenmasse  $m_1$  ersetzen, da für alle anderen Körper  $m_2 \ll m_1$  gilt. Dann ergibt sich die ursprüngliche, vereinfachte Aussage, dass  $U^2 \propto a^3$  ist. Natürlich ist diese Vereinfachung unzulässig, wenn dieses Gesetz auf vergleichbar große Massen, z. B. bei Doppelsternen, angewendet wird.

Im Folgenden skizzieren wir eine kurze Ableitung der Keplerschen Gesetze. Wir gehen von den Bewegungsgleichungen für die beiden Massen  $m_1$  und  $m_2$  aus, die sich bei den Ortsvektoren  $\mathbf{r}_1$  und  $\mathbf{r}_2$  befinden (s. Abb. 1.2), einen Verbindungsvektor  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$  haben und die sich gemäß Gl. (1.1) anziehen:

$$\ddot{\mathbf{r}}_2 = -G \frac{m_1}{r^3} \mathbf{r}, \quad \ddot{\mathbf{r}}_1 = G \frac{m_2}{r^3} \mathbf{r}, \quad (1.3)$$

wobei wir jetzt das Gravitationsgesetz in seiner vektoriellen Formulierung verwenden. Subtraktion beider Gleichungen ergibt für die Relativbewegung die Bewegungsgleichung

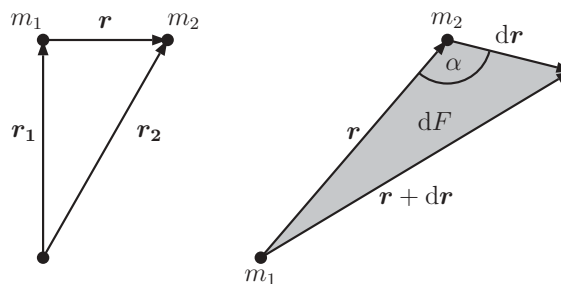
$$\ddot{\mathbf{r}} = -G \frac{(m_1 + m_2)}{r^3} \mathbf{r}. \quad (1.4)$$

Multipliziert man diese Gleichung vektoriell mit  $\mathbf{r}$ , so ergibt sich  $(\ddot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) = 0$ .

Hier steht links die zeitliche Ableitung eines Vektorprodukts, das wir  $\mathbf{N} = (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r})$  nennen. Man kann nämlich schreiben

$$(\ddot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) = \frac{d}{dt} (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) = \frac{d}{dt} \mathbf{N} = 0. \quad (1.5)$$

Daraus folgt  $\mathbf{N} = \text{const.}$ , also die Aussage des Drehimpulssatzes, da  $\mathbf{N}$  bis auf den Faktor  $m_2$  den Drehimpuls von  $m_2$  bezüglich  $m_1$  darstellt.



**Abb. 1.2** Links: Bezeichnungen der Größen für die Bewegungsgleichung im Zweikörperproblem. Rechts: Vektoren beim Flächensatz.



In Abb. 1.2 ist das Flächenelement  $dF$  skizziert, das der Vektor  $\mathbf{r}$  in der Zeit  $dt$ , in der er sich um  $d\mathbf{r}$  ändert, überstreicht. Dieses Flächenelement ist

$$\begin{aligned} dF &= \frac{1}{2} \cdot \mathbf{r} \times d\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{2} \cdot r \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \sin \alpha dt \\ &= \frac{1}{2} \cdot N dt \end{aligned} \quad (1.6)$$

Da  $N$  konstant ist, hat man  $dF/dt = \text{const.}$ , also das 2. Keplersche Gesetz.

Um die Bahnform zu erhalten, multipliziert man Gl. (1.4) vektoriell mit  $N = (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r})$  und rechnet das doppelte Vektorprodukt auf der rechten Seite aus. Wenn man mit  $\dot{r}$  die Änderung des Betrages (nicht den Betrag der Änderung des Vektors!) bezeichnet, so ergibt sich

$$(N \times \ddot{\mathbf{r}}) = -G \cdot \frac{m_1 + m_2}{r^3} \cdot [(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{r}] = -G(m_1 + m_2) \cdot \left( -\frac{\dot{r}}{r} + \frac{\dot{r}}{r^2} \mathbf{r} \right).$$

Hier ist die Klammer auf der rechten Seite offensichtlich gleich der zeitlichen Ableitung von  $-\mathbf{r}/r$ , so dass sich diese Gleichung sofort über die Zeit integrieren lässt, da der Vektor  $N$  auf der linken Seite konstant ist; mit  $C$  als Integrationskonstante wird so

$$(N \times \dot{\mathbf{r}}) = G(m_1 + m_2) \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} + C.$$

Diese Gleichung wird skalar mit  $\mathbf{r}$  multipliziert, woraus sich links

$$(N \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{r} = N \cdot (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) = N^2,$$

also insgesamt

$$N^2 = G(m_1 + m_2)r + C \cdot \mathbf{r} = G \cdot (m_1 + m_2) r + C r \cos \nu$$

ergibt, wobei  $\nu$  der Winkel zwischen  $C$  und  $\mathbf{r}$  ist. Diese Gleichung kann nach  $r$  aufgelöst werden. Die entstehende Gleichung stellt die Polargleichung eines Kegelschnittes dar, nämlich

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \nu}, \quad \text{mit } p = \frac{N^2}{G(m_1 + m_2)} \quad \text{und } e = \frac{C}{G(m_1 + m_2)} \quad (1.7)$$

(1. Keplersches Gesetz).

Multipliziert man die (konstante) Flächengeschwindigkeit  $N/2$  (Gl. 1.6) mit der Umlaufzeit  $U$ , so muss sich offenbar die Fläche der Ellipse ergeben,

$$\frac{N}{2} \cdot U = \pi a b = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}.$$

Hieraus ergibt sich durch Quadrieren und Ersetzen von  $e$  sofort das 3. Keplersche Gesetz (Gl. 1.2), wenn man sich zur Elimination von  $e$  die doppelte große Halbachse  $a$  aus Gl. (1.7) ausrechnet

$$2a = r_{\nu=0} + r_{\nu=\pi} = 2 \frac{p}{1 - e^2}.$$

Für Kreisbahnen und kreisähnliche Ellipsen mit  $e \ll 1$  folgt hieraus übrigens

$$a \approx \frac{N^2}{G(m_1 + m_2)}, \quad (1.8)$$

was besagt, dass der Drehimpuls  $J \propto a^{1/2}$  wächst und die Kreisbahngeschwindigkeit  $v_K \propto a^{-1/2}$  abnimmt, da  $J \propto N$  und  $J \propto a v_K$ .

### 1.2.2

#### **Bahnbestimmung**

Eine Ellipse im Raum wird durch fünf Parameter festgelegt: den beiden Halbachsen, dem Neigungswinkel gegen die Bezugsebene (im Sonnensystem normalerweise die Ekliptik) und der Lage der Durchstoßungspunkte der Ellipse durch diese Ebene, den so genannten Knoten. Zusätzlich wird die zeitabhängige Position des Körpers (Planet, Komet etc.) auf der Ellipse benötigt, die üblicherweise angegeben wird als der Zeitpunkt des Durchgangs durch den dem Zentralobjekt nächsten Punkt (im Sonnensystem: das Perihel). Die *Bahn* eines Himmelskörpers ist somit durch Angabe dieser sechs *Bahnelemente* vollständig charakterisiert; kennt man ihre Zahlenwerte, lässt sich die Position des Planeten im Raum zu jedem beliebigen Zeitpunkt berechnen.

Zur Bestimmung der sechs Bahnelemente eines Himmelskörpers auf einer Keplerbahn benötigt man offensichtlich wenigstens sechs unabhängige Einzelmessungen, die die Bahn erfassen, sowie die Zeitpunkte der Messungen. Kann man beispielsweise sowohl den Ort  $\mathbf{r}$  und die Geschwindigkeit  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$  eines Himmelskörpers in jeweils allen drei vektoriellen Komponenten zum Zeitpunkt  $t$  messen, so ist die Bahn bereits vollständig festgelegt. Statt der Geschwindigkeiten kann man auch zwei zu verschiedenen Zeiten gemessene Positionen  $\mathbf{r}(t_1)$ ,  $\mathbf{r}(t_2)$  verwenden.

Die astronomische Beobachtung von der Erde liefert jedoch zunächst nur *Richtungen*, d. h. Polarkoordinaten, ohne die zur Festlegung der Position im Raum erforderlichen Entfernungen (s. Abschn. 1.5). In diesem Fall benötigt man mindestens *drei* unabhängige Messungen, was je Messung zwei Richtungswinkel liefert, also wiederum sechs Bestimmungsstücke. Allerdings hängt dann die Bahn im Raum noch von einer linearen Skalierung ab, die z. B. über eine Bestimmung der Größe der Erdbahn erhalten werden kann (die so genannte *Astronomische Einheit*, s. Abschn. 4.1).

Der mathematische Apparat zur Bahnbestimmung ist recht aufwendig, u. a. wegen der zahlreichen erforderlichen Koordinatentransformationen. Es gibt jedoch inzwischen eine Vielzahl von Computerprogrammen, die diese Aufgabe erledigen.

Das umgekehrte Problem der Vorhersage beobachtbarer Positionen aus bekannten Bahnen heißt *Ephemeridenrechnung* (aus dem Griechischen „ephemerous – für einen Tag“; eine Ephemeride ist eine Tabelle mit berechneten Positionen eines Himmelskörpers). Dieser Vorgang ist einfacher als die Bahnbestimmung und basiert letztendlich auf der Anwendung der Bahngleichung (1.7) sowie des 2. Keplerschen Gesetzes, gefolgt von einigen Koordinatentransformationen. Auch hierfür gibt es etliche Computerprogramme.

### 1.2.3

#### Kreisbahnen

Sehr häufig lassen sich Bahnen von Himmelskörpern recht gut als Kreisbahnen approximieren, also als Ellipsen mit  $a \approx b$ . Beispielsweise ist für die Erdbahn um die Sonne  $e = 0.017$  (s. Abschn. 4.2.2),  $a$  und  $b$  unterscheiden sich also nur um 0.015%. Selbst bei der Merkurbahn, die mit  $e \simeq 0.2$  (s. Tabelle 4.2) die größte Exzentrizität der Planeten des Sonnensystems aufweist, beträgt der Unterschied zwischen  $a$  und  $b$  gerade einmal 2%, was mit dem bloßen Auge kaum von einer Kreisbahn zu unterscheiden sein dürfte.

Die Beschreibung einer Bahn als Kreisbewegung hat rechentechnisch ungeheure Vorteile. Insbesondere wird das 2. Keplersche Gesetz zu einer trivialen Aussage, da die Geschwindigkeit auf einer Kreisbahn konstant ist. Diese *Kreisbahngeschwindigkeit*  $v_K$  erhalten wir aus der Gleichsetzung von Gravitations- und Zentrifugalbeschleunigung im Abstand  $a$  von der Zentralmasse  $M$ ,

$$\frac{G M}{a^2} = \frac{v_K^2}{a}, \quad (1.9)$$

was direkt auf

$$v_K = \sqrt{\frac{G M}{a}} \quad (1.10)$$

führt. Natürlich ist dies nichts anderes als das 3. Keplersche Gesetz für den Spezialfall einer Kreisbahn, wie man sich durch Ersetzen von  $v_K = 2\pi a/U$  sofort überzeugen kann.

### 1.2.4

#### Entweichgeschwindigkeit

Um das Gravitationsfeld verlassen zu können, muss die kinetische Energie eines Körpers  $1/2 m v^2$  mindestens gleich der potentiellen Energie  $G M m/a$  im Startpunkt mit dem Abstand  $a$  vom Zentrum sein. Durch Gleichsetzen beider Energien erhält man die für das Entweichen erforderliche Grenzgeschwindigkeit

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G M}{a}} = \sqrt{2} \cdot v_K. \quad (1.11)$$

Sie wird auch parabolische Geschwindigkeit genannt, da sie die Geschwindigkeit für eine Bewegung auf einer Parabel beschreibt, die ja als Grenzfall zwischen

Ellipsen und Hyperbeln gerade schon ins Unendliche führt. Dieser Sachverhalt kann verallgemeinert und umgekehrt werden. Ein Körper, der ohne nennenswerte kinetische Energie von sehr weit kommend in ein Gravitationspotential hineinfällt, hat in jeder Entfernung  $r$  ungefähr die Entweichgeschwindigkeit. Oder: im Zweikörperproblem verlässt ein Testkörper, der aus dem „Unendlichen“ kommt, das System wieder.

### 1.2.5

#### Gezeitenkräfte

Sind zwei Körper so eng benachbart, dass ihre Radien nicht mehr vernachlässigbar gegenüber ihrem Abstand sind, so hat die gegenseitige Anziehungskraft auch eine Wirkung auf die Form der Körper und kann im Extremfall zu ihrer Zerstörung führen. Aufgrund der  $r^{-2}$ -Abstandsabhängigkeit wirken die Anziehungskräfte auf die nahe und die ferne Seite eines Körper unterschiedlich stark. Zur besseren Abschätzung der Größenordnung des Effekts betrachten wir zwei punktförmige Massenelemente der Masse  $dm$ , die sich im Abstand  $2R$  voneinander und im Abstand  $d$  zu einer größeren (Punkt-)Masse  $M$  befinden (s. Abb. 1.3).

Die zwei Massenelemente könnten z. B. zwei Punkte auf Vorder- und Rückseite eines Planeten oder Mondes darstellen, aber auch zwei Sterne in einer Zwerggalaxie, die sich in der Nähe einer großen Galaxie befindet. Die durch  $M$  auf die beiden Massenelemente ausgeübte Anziehungskraft unterscheidet sich um den Betrag

$$\Delta F_G = \frac{G M dm}{(d - R)^2} - \frac{G M dm}{(d + R)^2} = G \frac{M dm}{d^2} \left( \frac{1}{(1 - R/d)^2} - \frac{1}{(1 + R/d)^2} \right). \quad (1.12)$$

Für  $R/d \ll 1$  können wir diesen Ausdruck durch eine Reihenentwicklung vereinfachen,

$$\Delta F_G \approx G \frac{M dm}{d^2} \left( 1 + 2 \frac{R}{d} - \left( 1 - 2 \frac{R}{d} \right) \right) = 4 G M dm \frac{R}{d^3}. \quad (1.13)$$

Mit dieser Kraft werden die beiden Massenelemente auseinandergezogen. Der Betrag der Kraft hängt in dieser Näherung von der dritten Potenz des Abstands  $d$  ab,  $\Delta F_G$  wird also relevant vor allem bei kleinen Abständen  $d$ . Sind die beiden Massenpunkte Teile eines größeren Körpers, dann wird dieser in Richtung der Verbindungslinie der beiden Körper verformt. Für das Erde-Mond-System ergibt sich so das Phänomen der Gezeiten auf der Erdoberfläche, insbesondere in Verbindung mit der Erdrotation (s. Abschn. 4.3.1). Man spricht häufig ganz generell von Gezeitenkräften, wenn Gln. (1.12) bzw. (1.13) anwendbar sind.

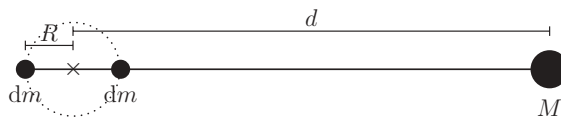


Abb. 1.3 Bezeichnungen zur Ableitung der Gezeitenkräfte.

Gezeitenkräfte sind von großer Bedeutung in der Astrophysik. So legen sie fest, bis zu welchem Abstand ein Mond in der Nähe zu einem Planeten überhaupt existieren kann (s. Abschn. 4.5). Zwei Sterne in einem engen Doppelsternsystem verformen sich gegenseitig durch Gezeitenkräfte in ganz charakteristischer Weise (s. Abschn. 8.6). Auch für die Entwicklung von Galaxien spielen Gezeitenkräfte eine erhebliche Rolle (s. Abschn. 12.6.4).

### 1.3

#### Mehr- und Vielteilchensysteme

Die Behandlung der Bewegung im Gravitationsfeld wird schwierig, sobald man das Konzept des reinen Zweikörperproblems aufgibt. Das liegt daran, dass sich mit der Bewegung der Körper auch das Gravitationsfeld verändert. Für ein Zweikörperproblem gilt noch, dass relativ zum Schwerpunkt des Systems das Gravitationsfeld als vorgegeben betrachtet werden kann, aber für mehr als zwei unabhängige Massenpunkte ist dies im Allgemeinen nicht mehr möglich. Bereits beim Dreikörperproblem können Rückkopplungen eintreten, die zu chaotischem, nicht langfristig vorhersagbarem Verhalten führen. Daher gibt es für Systeme mit mehr als zwei Teilchen keine allgemeinen analytischen Lösungen der Bewegungsgleichungen. Für ein  $n$ -Teilchensystem gibt es  $n$  solcher Gleichungen,

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = \sum_{j \neq i}^n \frac{G m_j (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (1.14)$$

Dieses System gekoppelter Differentialgleichungen lässt sich – nach Spezifikation der Anfangsbedingungen – nur durch numerische Integration näherungsweise lösen. Für einige Spezialfälle gibt es allerdings analytische, stabile Lösungen, von denen wir im Folgenden zwei besonders einfache, für die Astrophysik aber bedeutende Fälle diskutieren.

#### 1.3.1

##### Reduziertes Dreikörperproblem

Eine besonders einfache Situation ergibt sich, wenn in einem System mit drei Punktmassen eine davon so klein ist,  $m_3 \ll m_1, m_2$ , dass das Gravitationsfeld von der Position dieses „Probeteilchens“ unabhängig ist. Wenn  $\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2$  die Ortsvektoren des Teilchens bezogen auf die Massen 1 und 2 bezeichnen, dann ist die Schwerkraft auf das Teilchen

$$\mathbf{F}_G = -G m_3 \left( m_1 \frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|^3} - m_2 \frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2|^3} \right). \quad (1.15)$$

In einem stabilen Gleichgewicht werden sich die Körper 1 und 2 auf Keplerbahnen um den gemeinsamen Schwerpunkt befinden. Wir nehmen der Einfachheit halber an, dass es sich dabei um Kreisbahnen handelt, deren Umlaufgeschwindigkeit durch eine Kreisfrequenz  $\omega$  beschrieben wird. Betrachten wir nun ein mit

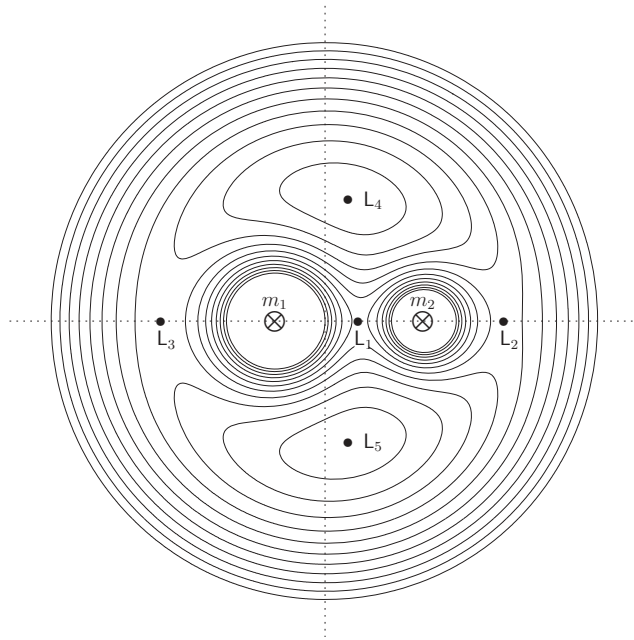
$\omega$  mitrotierendes Koordinatensystem, dessen Ursprung im Schwerpunkt des Systems liegt. In diesem Bezugssystem sind die Ortsvektoren der Massen 1 und 2 invariant, das Gravitationsfeld ist also eine reine Funktion des Orts und hängt nicht mehr von der Zeit ab. Allerdings muss zusätzlich zur Gravitation noch die Zentrifugalbeschleunigung aufgrund der Rotation des Systems berücksichtigt werden.

Zur Suche nach stabilen Bahnen für das Probeteilchen ist es nützlich, den Verlauf des „effektiven Potentials“

$$\Phi_{\text{eff}} = -\frac{G m_1}{|r_3 - r_1|} - \frac{G m_2}{|r_3 - r_2|} - \frac{1}{2}\omega^2 s^2, \quad (1.16)$$

zu betrachten, wobei  $s$  der Abstand des Probeteilchens von der Rotationsachse (nicht vom Schwerpunkt!) ist. In Abb. 1.4 ist ein Beispiel für den Verlauf dieses Potentials als „Höhenlinienkarte“ gezeigt.

Stabile Bahnen des Testteilchens ergeben sich insbesondere dort, wo das effektive Potential ein lokales Minimum oder Maximum hat, denn dort verschwindet der Gradient und das Teilchen ist (im rotierenden System) kräftefrei. Die Abb. 1.4 zeigt, dass es fünf solcher Punkte gibt, die so genannten *Lagrange-Punkte*, die üblicherweise mit dem Buchstaben L und einem Zahlenindex bezeichnet werden.



**Abb. 1.4** Effektives Potential in einem System zweier um den gemeinsamen Schwerpunkt rotierender Massen, mit  $m_1 = 2m_2$ . Die schwarzen Punkte markieren die Lagrange-Punkte. Der Schwerpunkt des Systems liegt im Schnittpunkt der gestrichelten Linien.