

A. Weigert, H. J. Wendker, L. Wisotzki

 WILEY-VCH

# Astronomie und Astrophysik

Ein Grundkurs

5., aktualisierte und erweiterte Auflage



# Inhaltsverzeichnis

[Cover](#)

[Half Title page](#)

[Title page](#)

[Copyright page](#)

[Vorwort zur Fünften Auflage](#)

[Aus dem Vorwort zur Ersten Auflage](#)

## [Kapitel 1: Bewegung von Himmelskörpern](#)

[1.1 Gravitation](#)

[1.2 Das Zweikörperproblem](#)

[1.3 Mehr- und Vielteilchensysteme](#)

[1.4 Zur allgemeinen Relativitätstheorie](#)

[1.5 Koordinatensysteme](#)

[1.6 Astronomie und Zeit](#)

[1.7 Sternörter](#)

[1.8 Die Parallaxe](#)

[1.9 Übungsaufgaben zu Kapitel 1](#)

## [Kapitel 2: Strahlung](#)

[2.1 Das elektromagnetische Spektrum](#)

[2.2 Astrophysikalische Messgrößen](#)

- [2.3 Elementare Strahlungsprozesse](#)
- [2.4 Kosmische Teilchen und Gravitationswellen](#)
- [2.5 Ausbreitung von Strahlung](#)
- [2.6 Auswirkungen der Erdatmosphäre](#)
- [2.7 Übungsaufgaben zu Kapitel 2](#)

## **Kapitel 3: Astronomische Instrumente**

- [3.1 Teleskope](#)
- [3.2 Detektoren](#)
- [3.3 Beobachtungstechniken](#)
- [3.4 Observatorien](#)
- [3.5 Übungsaufgaben zu Kapitel 3](#)

## **Kapitel 4: Das Sonnensystem**

- [4.1 Mitglieder und Dimensionen des Systems](#)
- [4.2 Bahnbewegungen](#)
- [4.3 Das System Erde-Mond](#)
- [4.4 Physik der Planeten](#)
- [4.5 Monde](#)
- [4.6 Kleine Körper im Sonnensystem](#)
- [4.7 Zur Entstehung des Sonnensystems](#)
- [4.8 Übungsaufgaben zu Kapitel 4](#)

## **Kapitel 5: Charakteristische Beobachtungsgrößen von Sternen**

- [5.1 Strahlungsleistung](#)
- [5.2 Radius, Masse und hieraus abgeleitete Größen](#)
- [5.3 Sternspektren und Spektralklassifikation](#)

- [5.4 Rotation der Sterne](#)
- [5.5 Beziehungen zwischen verschiedenen Messgrößen](#)
- [5.6 Veränderliche Sterne](#)
- [5.7 Doppelsterne und Mehrfachsysteme](#)
- [5.8 Übungsaufgaben zu Kapitel 5](#)

## **Kapitel 6: Die Außenschichten von Sonne und Sternen**

- [6.1 Die Außenschichten der Sonne](#)
- [6.2 Die Aktivität der Sonne](#)
- [6.3 Sternaktivität](#)
- [6.4 Physik der Sternatmosphären](#)
- [6.5 Analyse von Sternspektren](#)
- [6.6 Übungsaufgaben zu Kapitel 6](#)

## **Kapitel 7: Innerer Aufbau der Sterne**

- [7.1 Grundgleichungen des Sternaufbaus](#)
- [7.2 Materialfunktionen](#)
- [7.3 Nukleare Energieerzeugung](#)
- [7.4 Einfache Sternmodelle](#)
- [7.5 Beobachtungen des Inneren von Sternen](#)
- [7.6 Übungsaufgaben zu Kapitel 7](#)

## **Kapitel 8: Sternentstehung und Sternentwicklung**

- [8.1 Sternentstehung](#)
- [8.2 Hauptreihensterne](#)
- [8.3 Von der Hauptreihe zum Riesenast](#)

- [8.4 Spätstadien der Sternentwicklung](#)
- [8.5 Endprodukte der Sternentwicklung](#)
- [8.6 Enge Doppelsternsysteme](#)
- [8.7 Übungsaufgaben zu Kapitel 8](#)

## **Kapitel 9: Extrasolare Planetensysteme**

- [9.1 Die Suche nach extrasolaren Planeten](#)
- [9.2 Nachweis von Exoplaneten: Radialgeschwindigkeiten](#)
- [9.3 Weitere Methoden zum Nachweis von Exoplaneten](#)
- [9.4 Eigenschaften von Exoplaneten](#)
- [9.5 Entstehung von Planetensystemen](#)
- [9.6 Leben im Weltall?](#)
- [9.7 Übungsaufgaben zu Kapitel 9](#)

## **Kapitel 10: Interstellare Materie**

- [10.1 Physikalische Besonderheiten des ISM](#)
- [10.2 Das kühle interstellare Gas](#)
- [10.3 Das warme ISM](#)
- [10.4 Das heiße interstellare Medium](#)
- [10.5 Interstellarer Staub](#)
- [10.6 Interstellare Kühlprozesse](#)
- [10.7 Der Materiekreislauf](#)
- [10.8 Übungsaufgaben zu Kapitel 10](#)

## **Kapitel 11: Das Milchstraßensystem**

- [11.1 Struktur der Milchstraße](#)

- [11.2 Entfernungsbestimmung](#)
- [11.3 Stellarstatistik](#)
- [11.4 Rotation der Milchstraße](#)
- [11.5 Komponenten des Milchstraßensystems](#)
- [11.6 Sternhaufen](#)
- [11.7 Sternpopulationen](#)
- [11.8 Zur Entstehung und Entwicklung der Milchstraße](#)
- [11.9 Übungsaufgaben zu Kapitel 11](#)

## **Kapitel 12: Galaxien**

- [12.1 Extragalaktische Entfernungsbestimmung](#)
- [12.2 Klassifikation von Galaxien](#)
- [12.3 Hubble-Schema](#)
- [12.4 Globale Eigenschaften](#)
- [12.5 Dynamischer Aufbau von Galaxien](#)
- [12.6 Zeitliche Entwicklung von Galaxien](#)
- [12.7 Aktive Galaxienkerne und Quasare](#)
- [12.8 Übungsaufgaben zu Kapitel 12](#)

## **Kapitel 13: Die Verteilung der Materie im Universum**

- [13.1 Die Lokale Gruppe](#)
- [13.2 Die räumliche Verteilung von Galaxien](#)
- [13.3 Galaxienstatistik](#)
- [13.4 Galaxienhaufen](#)
- [13.5 Dunkle Materie](#)
- [13.6 Übungsaufgaben zu Kapitel 13](#)

## **Kapitel 14: Kosmologie**

[14.1 Das empirische Fundament der Kosmologie](#)

[14.2 Weltmodelle](#)

[14.3 Kosmologische Parameter](#)

[14.4 Der Urknall und das frühe Universum](#)

[14.5 Die Entstehung von Galaxien](#)

[14.6 Die Zukunft des Weltalls](#)

[14.7 Übungsaufgaben zu Kapitel 14](#)

## **Anhang A**

[A.1 Physikalische Konstanten und Einheiten](#)

[A.2 Astronomische Daten](#)

[A.3 Lösungen der Übungsaufgaben](#)

## **Anhang B: Weiterführende Literatur**

## **Anhang C: Astronomische Seiten im Internet**

## **Anhang D: Abbildungs- und Quellennachweis**

## **Register**

*Alfred Weigert, Heinrich J. Wendker und Lutz Wisotzki*

# **Astronomie und Astrophysik**

***Beachten Sie bitte auch weitere  
interessante Titel zu diesem  
Thema***

D. L. Moché

**Astronomy  
A Self-Teaching Guide**

2004

ISBN: 978-0-471-26518-4

A. Liddle

**An Introduction to Modern Cosmology**

2003

ISBN: 978-0-470-84834-0 (Hardcover)

ISBN: 978-0-470-84835-7 (Softcover)

K. Holliday

**Introductory Astronomy**

1998

Hardcover

ISBN: 978-0-471-98331-6 (Hardcover)

ISBN: 978-0-471-98332-3 (Softcover)

*Alfred Weigert, Heinrich J. Wendker  
und Lutz Wisotzki*

## **Astronomie und Astrophysik**

Ein Grundkurs

Fünfte, aktualisierte und erweiterte Auflage



WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

## **Autoren**

***Prof. Dr. Alfred Weigert †***

***Prof. Dr. Heinrich J. Wendker †***

***Prof. Dr. Lutz Wisotzki***

Astrophysikalisches Institut Potsdam

An der Sternwarte 16

14482 Potsdam

[lwisotzki@aip.de](mailto:lwisotzki@aip.de)

## **Umschlagbild**

Emissionsnebel NGC 3603 mit zentralem  
Sternhaufen. European Southern Observatory, Garching,  
Deutschland

1. Auflage 1982

2. Auflage 1989

3. Auflage 1996

4. Auflage 2005

5. Auflage 2009

Alle Bücher von Wiley-VCH werden sorgfältig erarbeitet.  
Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag in  
keinem Fall, einschließlich des vorliegenden Werkes, für die  
Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie  
für eventuelle Druckfehler irgendeine Haftung.

## **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese  
Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;  
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2010 WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere  
Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne  
schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form

durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

**ISBN 978-3-527-40793-4**

# Vorwort zur Fünften Auflage

Die Initiative zu diesem einführenden Lehrbuch kam vor über dreißig Jahren von Alfred Weigert. Gemeinsam mit Heinrich J. Wendker konzipierte er ein Werk, das breites astrophysikalisches Grundwissen auf Universitätsniveau vermitteln und dabei vor allem Wert auf ausführliche und anschauliche Erklärungen legen sollte. Nach dem Tod A. Weigerts übernahm H. J. Wendker für die dritte Auflage allein die Autorenschaft. Als dann angesichts der Fortschritte der astrophysikalischen Forschung eine gründliche Überarbeitung geboten erschien, kam ich als weiterer Autor für die vierte Auflage hinzu. Bei ihrem Erscheinen war H. J. Wendker bereits schwer erkrankt. An einer weiteren Überarbeitung konnte er nicht mehr aktiv teilnehmen, und den Abschluss der hier vorliegenden fünften Auflage hat er nicht mehr erlebt. Ich hoffe, dieses Werk in seinem Sinne weiterentwickelt zu haben. Das Buch ist seinem Andenken gewidmet.

Wir leben derzeit in einem „goldenen Zeitalter“ der Astrophysik. Die Fortschritte in der Beobachtungs- und Computertechnologie haben zu einer Vielzahl von Entdeckungen geführt. Die Überarbeitung eines grundlegenden wissenschaftlichen Lehrbuchs angesichts dieser schnellen Entwicklung stellt den Autor vor schwierige Entscheidungen. In welchem Maße dürfen oder müssen die neuesten wissenschaftlichen Resultate berücksichtigt werden; wo sollte man sich auf gesichertes Grundwissen beschränken? Die von A. Weigert und H. J. Wendker vorgegebene Leitlinie besagt, dass im Zweifelsfall eher Zurückhaltung angebracht ist. Naturwissenschaftliche Erkenntnis ist ihrer Natur nach vorläufig, und immer wieder haben sich scheinbar gesicherte Auffassungen dann doch als unhaltbar erwiesen. Gerade deshalb ist der

Lehrbuchautor aber natürlich auch stets in der Gefahr, veraltete Weisheiten und überholte Erklärungen weiter zu verbreiten, anstatt den Stand der Forschung wiederzugeben. Kritische Leser(innen)kommentare zu solchen Fragen sind deshalb besonders willkommen.

Gegenüber der vierten Auflage sind – neben dem neu gestalteten Layout – etliche inhaltliche Änderungen zu vermerken. Viele Passagen habe ich überarbeitet, auch aus didaktischen Überlegungen heraus. An manchen Stellen wurde das sehr phänomenologische Vorgehen der früheren Auflagen in eine mehr an den wesentlichen astrophysikalischen Prozessen orientierte Darstellung überführt. Vor allem die Kapitel 8 (Sternentstehung und Sternentwicklung) und 10 (Interstellare Materie) habe ich in diesem Sinne zu größeren Teilen neu geschrieben. Die „Interstellare Materie“ habe ich auch wieder *vor* die Behandlung des Milchstraßen-systems gesetzt; diese Reihenfolge erschien mir trotz der vielen Vorwärtsverweise doch logischer.

Neu hinzugekommen ist das Kapitel „Extrasolare Planetensysteme“. Für dieses Thema existiert nicht nur in der aktuellen astronomischen Forschung eine besondere Aufmerksamkeit, sondern auch in der wissenschaftlich interessierten Öffentlichkeit. Allerdings besteht in diesem Kapitel noch mehr als an anderen Stellen ein gewisser Konflikt zwischen Aktualität einerseits und Grundlagenorientierung andererseits. Das kurze Abschlusskapitel der vierten Auflage („Leben im Weltall“) ist in überarbeiteter Form in dieses neue Kapitel integriert worden.

Die ersten drei Kapitel des Buchs enthalten überwiegend physikalische und technische Grundlagen, die für das Verständnis der weiteren astrophysikalische Ausführungen benötigt werden. Dies sollte aber nicht als Empfehlung verstanden werden, eine einführende Vorlesung mit einer

systematischen Behandlung dieser allgemeinen Grundlagen zu beginnen; ein solches Vorgehen wäre doch ziemlich trocken. Vielmehr erscheint es mir didaktisch ratsam, mit einem konkreten astronomischen Thema (z. B. Planeten oder Sterne) anzufangen und die Grundlagen nach und nach sachbezogen einzubauen.

Auch bei den Abbildungen sind viele Änderungen zu vermerken. Die alten Tuschezeichnungen wurden fast ausnahmslos durch neue Vektorgraphiken ersetzt. Bei der Gelegenheit konnte ich auch viele funktionale Zusammenhänge und empirische Korrelationen aktualisieren. Auf das Einzeichnen von Fehlerbalken in die Graphiken habe ich wie bisher aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Bereits in der vierten Auflage kam ein Farbtafelteil hinzu, der beibehalten wurde; allerdings habe ich einige Bilder ausgetauscht. Man beachte, dass alle Abbildungen dieses Buches über eine eigene Webseite frei zugänglich sind.

Eine weitere Neuerung besteht in der Anordnung der Übungsaufgaben, die nun den einzelnen Kapiteln angegliedert sind, was eine thematische Zuordnung erheblich erleichtert. Im Zuge dieser Umstellung wurden auch etliche neue Übungsaufgaben hinzugefügt. Die Lösungen der Aufgaben finden sich wie bisher im Anhang.

Ich danke allen, die mir ihre Bemerkungen und/oder Fehlerhinweise zur vierten Auflage zukommen ließen, namentlich C. Wiebusch, A. Leonhardt und K. S. de Boer. Mein Dank gilt auch denen, die ihre Erlaubnis zum Abdruck von Bildmaterial gaben oder Daten zur Verfügung stellten. Sie sind im Anhang einzeln aufgeführt. Ferner bedanke ich mich bei C. Denker, A. Schwope und H. Zinnecker für das aufmerksame Gegenlesen von Teilen des Manuskripts; bei R. Kewitsch für die Hilfe bei der Erstellung der Abbildungen; bei B. Husemann, S. Kamann und A. Schulze für das Durchsehen der Übungsaufgaben; bei A. Schulze auch für das Erstellen

der Webseiten; bei N. Kemming für das Korrekturlesen; und bei Almuth Jörns für ihre Geduld mit mir.

Potsdam, im September 2009

*Lutz Wisotzki*

# Aus dem Vorwort zur Ersten Auflage

Die Astronomie ist eine physikalische Wissenschaft, die sich speziell mit Raum, Materie und Vorgängen außerhalb der Erde beschäftigt. Unsere Erde spielt hierbei höchstens die Rolle einer Beobachtungsplattform oder tritt als eines von vielen Mitgliedern des Sonnensystems auf.

Die Astronomie ist eine zwar sehr alte, aber derzeit auch sehr florierende Wissenschaft, bei der ganze Arbeitsgebiete erst kürzlich hinzugekommen sind. Dabei ist jede Gliederung in Teilgebiete sowieso immer recht willkürlich. Will man zum Beispiel die klassischen Aspekte von den erst später dazugekommenen rein physikalischen abheben, so spricht man gern von Astronomie (im engeren Sinne) einerseits und Astrophysik andererseits. Man kann auch nach den speziell untersuchten Objekten unterscheiden, und dann wird man etwa von „Sonnenphysik“ reden, von „Stellarastronomie“ oder von der „Kosmologie“. Wieder andere Darstellungen bevorzugen Klassifizierungen wie „Radioastronomie“, „Röntgenastronomie“ oder „Theoretische Astrophysik“; sie stellen also die verschiedenen Arbeitsmethoden in den Vordergrund.

Diese Arbeitsmethoden, so vielfältig sie heute geworden sind, haben doch bemerkenswerte gemeinsame Züge. Tatsächlich grenzen sie oft am deutlichsten unsere Wissenschaft gegen andere Gebiete ab, etwa gegen die Geowissenschaften, die ansonsten bereits einige klassische Himmelskörper okkupiert haben. Astronomische Arbeitsmethoden sind zwar grundsätzlich physikalischer Art, jedoch mit ganz spezifischen Besonderheiten etwa gegenüber denen der Laborphysik. Einmal kommen im Weltall so extreme Bedingungen vor, wie sie im Labor nicht

realisierbar sind; die Anwendung physikalischer Methoden hierauf stellt ja einen der besonderen Reize der Astronomie dar. Zum anderen ist es charakteristisch, dass der Astronom (glücklicherweise!) in sehr großen, wahrhaft astronomischen Distanzen zu seinen Untersuchungsobjekten lebt. Er kann bei den untersuchten Vorgängen die Versuchsbedingungen nicht planen und steuern, obwohl sicher auch zum Beispiel die Wiederholung des Urknalls unter veränderten Randbedingungen sehr instruktiv wäre; vielmehr ist er auf die Beobachtung und Interpretation der gerade angebotenen „kosmischen Experimente“ (beziehungsweise ihrer Endprodukte) angewiesen. Auch hiermit hängt es zusammen, dass kosmogonischen Fragen, also der Entstehungsgeschichte heute vorhandener Objekte, ein so hoher Stellenwert in der Astronomie beigemessen wird.

Dieses Buch, das eine sehr einfache Einführung in viele Teile der Astronomie gibt, ist aus Vorlesungen hervorgegangen, die seit mehreren Jahren in Hamburg speziell für Physik- und Mathematikstudenten vor dem Vordiplom gehalten werden. Diese Vorlesungen finden über zwei Semester, je zweistündig mit zusätzlichen intensiven Übungen, statt und sind die Grundlage für die Wahl von Astronomie als Nebenfach im Vordiplom. Entsprechend kommt es uns mehr darauf an, diesem großen Hörerkreis die einfache Anwendung von physikalischen Gedanken auf astronomische Probleme zu demonstrieren, als darauf, den wenigen späteren Fachastronomen eine allgemeine Grundlage zu verschaffen.

Dem Hörer- und Leserkreis entsprechend wird die benutzte Physik möglichst einfach gehalten. Ein Vorgriff auf kompliziertere, im Studiengang erst später behandelte Gebiete ist aber an manchen Stellen unvermeidbar - es schadet ja schließlich nichts, wenn der Student anhand von interessanten Beispielen schon vorher erfährt, warum er nachher so mühsam gewisse Detailkenntnisse erwerben

soll! Wo es nach unseren Erfahrungen besonders notwendig erschien, haben wir auch kurz einige physikalische Grundbegriffe erläutert. Damit wird es übrigens noch leichter, gewisse Teile des Buches auch als Grundlage für Leistungskurse in der Oberstufe von Gymnasien zu nehmen. Dies ist bereits anhand eines frühen Entwurfes des Manuskripts von einigen Physiklehrern erfolgreich probiert worden.

Der Gesamtumfang richtet sich - jedenfalls in der Anlage - nach dem in solchen Vorlesungen abzuhandelnden Pensum. An einigen Stellen wurde aber über den reinen Vorlesungsstoff hinausgegangen, so dass der Leser auch noch ein Angebot für Eigeninitiative und Weiterarbeiten findet. Die genaue Stoffauswahl und das Setzen von Schwerpunkten unterliegt natürlich - wie immer - dem persönlichen Geschmack und höchst subjektiven Urteil der Verfasser. Häufig wurde den didaktisch wichtigen Gesichtspunkten der Vorrang gegeben gegenüber einer Darstellung mit größtmöglicher Vollständigkeit, Detailtreue und letzten Ergebnissen. Die eingehende Beschäftigung mit Detailproblemen wird in vielen Fällen sowieso besser auf die Übungen verschoben.

Dieses Buch ist aus einem langjährigen Gärungsprozess hervorgegangen, zu dem viele Kollegen hier und an anderen Universitäten beitrugen; aber auch unsere Studenten haben durch ihre lebhaftige Mitarbeit nicht unwesentlich Einfluss auf Gestaltung und Auswahl des Textes genommen. Ihnen allen möchten wir herzlich danken. Ferner sei erwähnt, dass wir auch viele gute Anregungen anderen Lehrbüchern verdanken - wir können nicht einsehen, dass die ausgezeichnete Idee eines anderen Autors um einer bedingungslosen Originalität willen verschlechtert werden soll. Schließlich danken wir allen, die uns geduldig bei der Herstellung von Manuskript und Zeichnungen halfen, wobei der Löwenanteil auf die Damen H. Heinrichs, U. Meyer und

U. Kiehn fiel.

Hamburg, im Juli 1981

*Alfred Weigert, Heinrich J. Wendker*

# Kapitel 1

## Bewegung von Himmelskörpern

Bereits vor mehreren tausend Jahren erkannten Beobachter, dass sich die Himmelskörper in zwei Gruppen einteilen lassen, solche, die sich relativ zueinander nicht bewegen, die so genannten Fixsterne, und solche, die ihre relativen Positionen am Himmel verändern und die heute als Mitglieder des Sonnensystems zusammengefasst werden können. Ein wirkliches Verständnis jenseits abstrakter Beschreibungen wurde erst eröffnet, als I. Newton die Gravitationskraft als eine Grundkraft der Natur erkannte. In diesem ersten Kapitel befassen wir uns mit den Werkzeugen, mit denen Astronomen die Bewegungen von Himmelskörpern beschreiben. Zunächst besprechen wir die Grundlagen der Bewegung unter der Einwirkung der Gravitation.

### 1.1 Gravitation

Die Anziehungskraft  $F_G$ , die zwei im Abstand  $r$  voneinander befindliche Massen  $m_1$  und  $m_2$  aufeinander ausüben, wird durch das *Newtonsche Gravitationsgesetz* gegeben

$$(1.1) \quad F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

mit  $G$  als einer universellen Konstante, der so genannten Gravitationskonstante. Gravitation ist also eine Wechselwirkung von Massen. In der Astronomie können die

Himmelskörper meistens als punktförmig angenommen werden, die Massenverteilung im Innern der Himmelskörper kann also vernachlässigt werden (in Abschn. 1.2.5 gehen wir darauf ein, wann diese Approximation nicht mehr gemacht werden kann). Die Gravitationskraft ist ein Vektor, der immer in Richtung des Massenpunkts zeigt, der die Kraft ausübt, d. h. sie ist eine anziehende Kraft. Sie fällt mit zunehmender Entfernung nur langsam ab,  $\propto r^{-2}$ , reicht also „bis ins Unendliche“.

Diese Eigenschaften der Gravitation haben bedeutende Konsequenzen. Zum einen kann es kein absolut in Ruhe befindliches Bezugssystem geben, denn sobald man zwei Massen hat, werden sie zueinander beschleunigt. Ein Gebilde kann nur stabil sein, wenn es durch eine entgegengerichtete Kraft vor dem Kollaps behütet wird. Zum anderen addieren sich Gravitationskräfte immer (vektoriell). Damit ist die Gravitation über die für die Astronomie typischen großen Entfernungen die alles beherrschende Größe. Das liegt an der äußerst begrenzten Reichweite der anderen Kräfte sowie an der Tatsache, dass elektromagnetische Kräfte nur zwischen geladenen Körpern wirken. Auf astronomischen Dimensionen ist jedoch alle Materie elektrisch neutral und unterliegt damit nur der Gravitation.

Seit Einsteins Relativitätstheorie wissen wir, dass die Newtonsche Formulierung des Gravitationsgesetzes, die eine Beschreibung in einem dreidimensionalen kartesischen (euklidischen) Raum beinhaltet, nur im Grenzfall kleiner Geschwindigkeiten und schwacher Gravitationsfelder gültig ist. Allerdings sind die Abweichungen in den meisten Fällen so geringfügig, dass das Newtonsche Kraftgesetz weiterhin als sehr gute Näherung und als Grundlage der Mechanik von Himmelskörpern dienen kann.

# 1.2 Das Zweikörperproblem

Im einfachsten Fall lässt sich das Problem der Bewegung von Himmelskörpern im Gravitationsfeld reduzieren auf eine Wechselwirkung zwischen zwei Körpern, z. B. der Sonne und einem Planeten. Durch die Kraft, mit der die Sonne (Masse  $m_1$ ) einen anderen Körper des Sonnensystems (Masse  $m_2$ ) anzieht, wird dieser dauernd aus seiner momentanen Bewegungsrichtung abgelenkt, ein wenig in Richtung zur Sonne hin beschleunigt, und so auf eine Bahn um die Sonne gezwungen. Die oben geforderte Gegenkraft wird allein durch die Fliehkraft bewirkt. Diese Bahnbewegung ist besonders einfach; die Beschreibung wird *Zweikörperproblem* genannt. In dieser Näherung wird also die Anziehungskraft zusätzlicher Körper, z. B. eines anderen Planeten, vernachlässigt. Wir gehen später in Abschn. 1.3 noch kurz darauf ein, wie kleine Abweichungen vom reinen Zweikörperproblem als „Störungen“ angenähert berücksichtigt werden können.

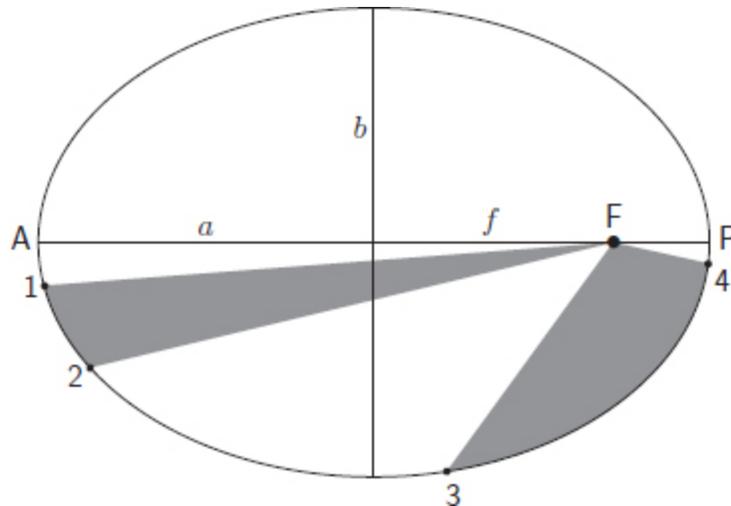
## 1.2.1 Keplersche Gesetze

In der klassischen Mechanik wird gezeigt, wie mit Gl. [\(1.1\)](#) eine Bewegungsgleichung aufgestellt und integriert werden kann, woraus sich die drei Keplerschen Gesetze ergeben, die die Bahnform und die Bewegung in der Bahn beschreiben. Sie wurden ursprünglich von Kepler in etwas vereinfachter Form allein aus der beobachteten Bewegung der Planeten, ohne Kenntnis des zugrunde liegenden Kraftgesetzes, abgeleitet.

Das *1. Keplersche Gesetz* beschreibt die Bahnform: *Die Körper bewegen sich auf Ellipsen um die Sonne, die in einem der Brennpunkte steht.*

Eigentlich sind in einem solchen Gravitationsfeld alle Kegelschnitte als Bahnformen zugelassen. Für den wichtigsten Fall der gravitativen Bindung an ein Zentralobjekt, z. B. an die Sonne oder einen anderen Stern, können wir uns aber auf Ellipsenbahnen beschränken, da Parabel- und Hyperbelbahnen ins Unendliche führen. Form und Größe einer Ellipse können wahlweise durch zwei der folgenden Parameter beschrieben werden (s. [Abb. 1.1](#)): Große Halbachse  $a$ , kleine Halbachse  $b = a\sqrt{1 - e^2}$ , Abstand Brennpunkt - Mittelpunkt  $f$  und Exzentrizität  $e = f/a$ . Für  $e=0$  entartet die Ellipse zu einem Kreis; wachsendes  $e$  ( $< 1$ ) führt zu immer stärker abgeflachten Ellipsen. Die beiden Scheitelpunkte der Ellipse, also die Punkte mit der kleinsten bzw. größten Entfernung zum Zentralobjekt, haben spezielle Namen, die allerdings mit der Natur des Zentralobjekts variieren. Für Objekte im Sonnensystem heißt der sonnennächste Punkt der Bahn *Perihel*, der sonnenfernste *Aphel*. Im Falle einer Umlaufbahn um die Erde sind die entsprechenden Ausdrücke *Perigäum* und *Apogäum*, und für andere Sterne *Periastron* und *Apastron*. Die Verbindungslinie zwischen den beiden Scheitelpunkten heißt *Apsidenlinie*.

**[Abb. 1.1](#)** Bestimmungsgrößen einer Ellipse mit Brennpunkt F. Die schraffierten, gleich großen Flächen erläutern das 2. Keplersche Gesetz.  $a$  und  $b$  bezeichnen die große und kleine Halbachse,  $f$  den Abstand eines Brennpunktes vom Mittelpunkt und A und P das Aphel bzw. das Perihel.



Für die absolute räumliche Bewegung (statt der hier beschriebenen Relativbewegung) erhält man ein ganz entsprechendes Ergebnis, nämlich dass beide Körper sich auf ähnlichen Ellipsen (gleiches  $e$ ) um den gemeinsamen Schwerpunkt bewegen. Dieser Schwerpunkt liegt auf der Verbindungslinie beider Massen, um die Strecke  $r \cdot m_2 / (m_1 + m_2)$  von  $m_1$  entfernt.

Das *2. Keplersche Gesetz* beschreibt die Geschwindigkeit, mit der verschiedene Teile der Bahn durchlaufen werden. Es wird auch Flächensatz genannt und lautet: *Der von der Sonne zum umlaufenden Himmelskörper gezogene Radiusvektor überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.* Diese Aussage ist der Ausdruck der Erhaltung des Bahndrehimpulses. Aus dem Flächensatz folgt, dass in jeweils gleichen Zeiträumen nahe beim Perihel (kleinster Radiusvektor) ein relativ großes Bahnstück zurückgelegt wird, nahe beim Aphel (größter Radiusvektor) dagegen ein relativ kurzes Bahnstück (s. [Abb. 1.1](#)). Demzufolge ist die Bahngeschwindigkeit im Perihel am größten, im Aphel am kleinsten.

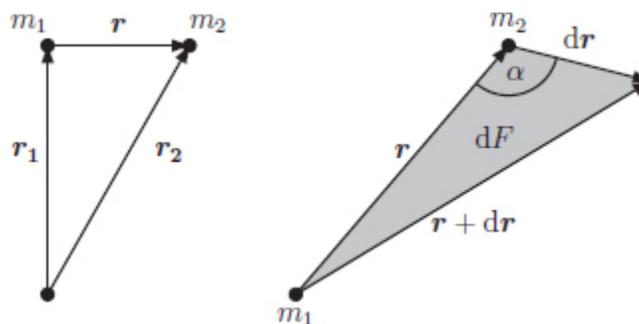
Das *3. Keplersche Gesetz* verknüpft Umlaufzeit  $U$  und große Halbachse  $a$  der Bahn. *Das Quadrat der Umlaufzeit wächst proportional zur dritten Potenz der großen Halbachse und umgekehrt proportional zur Massensumme:*

$$(1.2) \quad U^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)}.$$

Im Sonnensystem kann man in guter Näherung die Massensumme durch die Sonnenmasse  $m_1$  ersetzen, da für alle anderen Körper  $m_2 \ll m_1$  gilt. Dann ergibt sich die ursprüngliche, vereinfachte Aussage, dass  $U^2 \propto a^3$  ist. Natürlich ist diese Vereinfachung unzulässig, wenn dieses Gesetz auf vergleichbar große Massen, z. B. bei Doppelsternen, angewendet wird.

Im Folgenden skizzieren wir eine kurze Ableitung der Keplerschen Gesetze. Wir gehen von den Bewegungsgleichungen für die beiden Massen  $m_1$  und  $m_2$  aus, die sich bei den Ortsvektoren  $\mathbf{r}_1$  und  $\mathbf{r}_2$  befinden (s. [Abb. 1.2](#)), einen Verbindungsvektor  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$  haben und die sich gemäß Gl. (1.1) anziehen:

**Abb. 1.2** Links: Bezeichnungen der Größen für die Bewegungsgleichung im Zweikörperproblem. Rechts: Vektoren beim Flächensatz.



$$(1.3) \quad \ddot{\mathbf{r}}_2 = -G \frac{m_1}{r^3} \mathbf{r}, \quad \ddot{\mathbf{r}}_1 = G \frac{m_2}{r^3} \mathbf{r},$$

wobei wir jetzt das Gravitationsgesetz in seiner vektoriellen Formulierung verwenden. Subtraktion beider Gleichungen ergibt für die Relativbewegung die Bewegungsgleichung

$$(1.4) \quad \ddot{\mathbf{r}} = -G \frac{(m_1 + m_2)}{r^3} \mathbf{r}.$$

Multipliziert man diese Gleichung vektoriell mit  $\mathbf{r}$ , so ergibt sich  $(\ddot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) = 0$ .

Hier steht links die zeitliche Ableitung eines Vektorprodukts, das wir  $\mathbf{N} = (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r})$  nennen. Man kann nämlich schreiben

$$(1.5) \quad (\ddot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) = \frac{d}{dt}(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) = \frac{d}{dt}\mathbf{N} = 0.$$

Daraus folgt  $\mathbf{N} = \text{const.}$ , also die Aussage des Drehimpulssatzes, da  $\mathbf{N}$  bis auf den Faktor  $m_2$  den Drehimpuls von  $m_2$  bezüglich  $m_1$  darstellt.

In [Abb. 1.2](#) ist das Flächenelement  $dF$  skizziert, das der Vektor  $\mathbf{r}$  in der Zeit  $dt$ , in der er sich um  $d\mathbf{r}$  ändert, überstreicht. Dieses Flächenelement ist

$$\begin{aligned} dF &= \frac{1}{2} \cdot \mathbf{r} \times d\mathbf{r} \\ &= \frac{1}{2} \cdot r \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \sin \alpha dt \\ (1.6) \quad &= \frac{1}{2} \cdot N dt \end{aligned}$$

Da  $\mathbf{N}$  konstant ist, hat man  $d\mathbf{F}/dt = \text{const.}$ , also das 2. Keplersche Gesetz.

Um die Bahnform zu erhalten, multipliziert man Gl. [\(1.4\)](#) vektoriell mit  $\mathbf{N} = (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r})$  und rechnet das doppelte Vektorprodukt auf der rechten Seite aus. Wenn man mit  $\dot{r}$  die Änderung des Betrages (nicht den Betrag der Änderung des Vektors!) bezeichnet, so ergibt sich

$$(\mathbf{N} \times \ddot{\mathbf{r}}) = -G \cdot \frac{m_1 + m_2}{r^3} \cdot [(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{r}] = -G(m_1 + m_2) \cdot \left( -\frac{\dot{r}}{r} + \frac{\dot{r}}{r^2} \mathbf{r} \right).$$

Hier ist die Klammer auf der rechten Seite offensichtlich gleich der zeitlichen Ableitung von  $-\mathbf{r}/r$ , so dass sich diese Gleichung sofort über die Zeit integrieren lässt, da der Vektor  $\mathbf{N}$  auf der linken Seite konstant ist; mit  $\mathbf{C}$  als Integrationskonstante wird so

$$(\mathbf{N} \times \dot{\mathbf{r}}) = G(m_1 + m_2) \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} + \mathbf{C}.$$

Diese Gleichung wird skalar mit  $\mathbf{r}$  multipliziert, woraus sich links

$$(\mathbf{N} \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{r} = N \cdot (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}) = N^2,$$

also insgesamt

$$N^2 = G(m_1 + m_2)r + C \cdot r = G \cdot (m_1 + m_2)r + C r \cos \nu$$

ergibt, wobei  $\nu$  der Winkel zwischen  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{r}$  ist. Diese Gleichung kann nach  $r$  aufgelöst werden. Die entstehende Gleichung stellt die Polargleichung eines Kegelschnittes dar, nämlich

$$(1.7) \quad r = \frac{p}{1 + e \cos \nu}, \quad \text{mit } p = \frac{N^2}{G(m_1 + m_2)} \quad \text{und } e = \frac{C}{G(m_1 + m_2)}$$

(1. Keplersches Gesetz).

Multipliziert man die (konstante) Flächengeschwindigkeit  $N/2$  (Gl. 1.6) mit der Umlaufzeit  $U$ , so muss sich offenbar die Fläche der Ellipse ergeben,

$$\frac{N}{2} \cdot U = \pi a b = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}.$$

Hieraus ergibt sich durch Quadrieren und Ersetzen von  $e$  sofort das 3. Keplersche Gesetz (Gl. 1.2), wenn man sich zur Elimination von  $e$  die doppelte große Halbachse  $a$  aus Gl. (1.7) ausrechnet

$$2a = r_{\nu=0} + r_{\nu=\pi} = 2 \frac{p}{1 - e^2}.$$

Für Kreisbahnen und kreisähnliche Ellipsen mit  $e \ll 1$  folgt hieraus übrigens

$$(1.8) \quad a \approx \frac{N^2}{G(m_1 + m_2)},$$

was besagt, dass der Drehimpuls  $J \propto a^{1/2}$  wächst und die Kreisbahngeschwindigkeit  $v_K \propto a^{-1/2}$  abnimmt, da  $J \propto N$  und  $J \propto a v_K$ .

## 1.2.2 Bahnbestimmung

Eine Ellipse im Raum wird durch fünf Parameter festgelegt: den beiden Halbachsen, dem Neigungswinkel gegen die Bezugsebene (im Sonnensystem normalerweise die Ekliptik) und der Lage der Durchstoßungspunkte der Ellipse durch diese Ebene, den so genannten Knoten. Zusätzlich wird die

zeitabhängige Position des Körpers (Planet, Komet etc.) auf der Ellipse benötigt, die üblicherweise angegeben wird als der Zeitpunkt des Durchgangs durch den dem Zentralobjekt nächsten Punkt (im Sonnensystem: das Perihel). Die *Bahn* eines Himmelskörpers ist somit durch Angabe dieser sechs *Bahnelemente* vollständig charakterisiert; kennt man ihre Zahlenwerte, lässt sich die Position des Planeten im Raum zu jedem beliebigen Zeitpunkt berechnen.

Zur Bestimmung der sechs Bahnelemente eines Himmelskörpers auf einer Keplerbahn benötigt man offensichtlich wenigstens sechs unabhängige Einzelmessungen, die die Bahn erfassen, sowie die Zeitpunkte der Messungen. Kann man beispielsweise sowohl den Ort  $\mathbf{r}$  und die Geschwindigkeit  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$  eines Himmelskörpers in jeweils allen drei vektoriellen Komponenten zum Zeitpunkt  $t$  messen, so ist die Bahn bereits vollständig festgelegt. Statt der Geschwindigkeiten kann man auch zwei zu verschiedenen Zeiten gemessene Positionen  $\mathbf{r}(t_1)$ ,  $\mathbf{r}(t_2)$  verwenden.

Die astronomische Beobachtung von der Erde liefert jedoch zunächst nur *Richtungen*, d. h. Polarkoordinaten, ohne die zur Festlegung der Position im Raum erforderlichen Entfernungen (s. Abschn. 1.5). In diesem Fall benötigt man mindestens *drei* unabhängige Messungen, was je Messung zwei Richtungswinkel liefert, also wiederum sechs Bestimmungsstücke. Allerdings hängt dann die Bahn im Raum noch von einer linearen Skalierung ab, die z. B. über eine Bestimmung der Größe der Erdbahn erhalten werden kann (die so genannte *Astronomische Einheit*, s. Abschn. 4.1).

Der mathematische Apparat zur Bahnbestimmung ist recht aufwendig, u. a. wegen der zahlreichen erforderlichen Koordinatentransformationen. Es gibt jedoch inzwischen eine Vielzahl von Computerprogrammen, die diese Aufgabe erledigen.

Das umgekehrte Problem der Vorhersage beobachtbarer Positionen aus bekannten Bahnen heißt *Ephemeridenrechnung* (aus dem Griechischen „ephemerous – für einen Tag“; eine Ephemeride ist eine Tabelle mit berechneten Positionen eines Himmelskörpers). Dieser Vorgang ist einfacher als die Bahnbestimmung und basiert letztendlich auf der Anwendung der Bahngleichung [\(1.7\)](#), sowie des 2. Keplerschen Gesetzes, gefolgt von einigen Koordinatentransformationen. Auch hierfür gibt es etliche Computerprogramme.

## 1.2.3 Kreisbahnen

Sehr häufig lassen sich Bahnen von Himmelskörpern recht gut als Kreisbahnen approximieren, also als Ellipsen mit  $a \approx b$ . Beispielsweise ist für die Erdbahn um die Sonne  $e = 0.017$  (s. Abschn. 4.2.2),  $a$  und  $b$  unterscheiden sich also nur um 0.015%. Selbst bei der Merkurbahn, die mit  $e \approx 0.2$  (s. [Tabelle 4.2](#)) die größte Exzentrizität der Planeten des Sonnensystems aufweist, beträgt der Unterschied zwischen  $a$  und  $b$  gerade einmal 2%, was mit dem bloßen Auge kaum von einer Kreisbahn zu unterscheiden sein dürfte.

Die Beschreibung einer Bahn als Kreisbewegung hat rechentechnisch ungeheure Vorteile. Insbesondere wird das 2. Keplersche Gesetz zu einer trivialen Aussage, da die Geschwindigkeit auf einer Kreisbahn konstant ist. Diese *Kreisbahngeschwindigkeit*  $v_K$  erhalten wir aus der Gleichsetzung von Gravitations- und Zentrifugalbeschleunigung im Abstand  $a$  von der Zentralmasse  $M$ ,

$$(1.9) \quad \frac{G M}{a^2} = \frac{v_K^2}{a},$$

was direkt auf

$$(1.10) \quad v_K = \sqrt{\frac{G M}{a}}$$