



Reto R. Gallati

# **Verzinsliche Wertpapiere**

Bewertung und Strategien

3. Auflage



Reto R. Gallati

Verzinsliche Wertpapiere

Reto R. Gallati

# **Verzinsliche Wertpapiere**

Bewertung und Strategien

3. Auflage



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

1. Auflage 2000
2. Auflage 2004
3. Auflage 2011

Alle Rechte vorbehalten

© Gabler Verlag | Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 2011

Lektorat: Guido Notthoff

Gabler Verlag ist eine Marke von Springer Fachmedien.

Springer Fachmedien ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

[www.gabler.de](http://www.gabler.de)



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkellOpka Medienentwicklung, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Printed in Germany

ISBN 978-3-8349-2799-6

Dieses Buch ist all denjenigen gewidmet, die mit ihrem Beitrag, ihrer Kritik und auch ihrer Geduld zum Gelingen dieses Buches beigetragen haben.

An erster Stelle möchte ich meinem Lektor Guido Notthoff danken, der mich durch diese dritte und erweiterte Auflage navigierte. Einen besonderen Dank geht an Stefan Riesen, Maurizio Ferconi und Arthur Bushonville, die mich mit endloser Kritik ermuntert und angefeuert haben. Ich möchte nicht die Gelegenheit verpassen den Fakultätskollegen an der Universität Chicago zu danken, sie haben mir eine Unterstützung zukommen lassen, ohne die die dritte Auflage nicht so schnell zustande gekommen wäre.

Zum Abschluss eine philosophische Schlussfolgerung von *Konrad Lorenz*, die wir uns in unser schnelllebigen Zeit des Öftern zu Gemüte führen sollten:

Gesagt bedeutet noch lange nicht gehört.

Gehört bedeutet nicht verstanden.

Verstanden bedeutet nicht einverstanden.

Einverstanden bedeutet nicht behalten.

Behalten bedeutet nicht angewandt.

Angewandt bedeutet nicht Verhaltensänderung.

# Vorwort

Die Finanzmärkte durchliefen innerhalb eines Jahrzehntes sowohl Expansionsphasen wie auch Zeiten von Krisen. Neue Produkte wurden geschaffen, wobei insbesondere im Bereiche der immobilien gesicherten Wertpapiere eine Vielzahl von Aktien-ähnlichen Wertpapieren entstand. Im Zusammenhang mit der Wirtschaftskrise von 2007 bis 2009 wurden häufig diese ursprünglich verzinslichen Wertpapiere zuerst hochgelobt und in der Krise als Ursache der Misere hingestellt.

Es bestehen drei Gründe, weshalb die Investoren die zins sensitiven Instrumente besser kennen sollten. Sie bestehen erstens nicht mehr nur aus Geldmarktpapieren und Obligationen. Durch das Financial Engineering und die Kombination verschiedener Produkte entstanden grundsätzlich neue Instrumente, welche ganz neue Eigenschaften aufweisen. Zweitens erlaubt die Kenntnis der Struktur und Charakteristika der Produkte dem Investor diejenigen Instrumente zu identifizieren, welche ihm die optimale Wertschöpfung erbringen. Es handelt sich dabei mehr als nur die Rendite, durch Berücksichtigung von Kriterien wie Risiko, Timingeffekte von Cash Flows und besonderer Vertragsgestaltungen (Optionen) ergibt sich für den Investor eine verbesserte Portfoliostrukturierung. Drittens können die genannten Kriterien so gestaltet werden, dass maßgeschneiderte Instrumente entstehen, welche neuartig sind und früher nicht verfügbar waren.

Diese Auflage geht neu auch auf die immobilien gesicherten Wertpapiere ein, wobei liquide und jedem zugängliche Wertpapiere im Vordergrund stehen. Asset-Backed Securities, Collateralized Debt Obligationen und andere Instrumente werden genauso erläutert wie Pfandbriefe, steuerbefreite Obligationen wie Municipal Bonds oder die Vorzugsaktien sowohl mit Obligationen- und Aktien-Charakter. Die Diskussion zielt auf ein vertieftes Verständnis ab, wie diese Instrumente funktionieren und geht auf die Vor- und Nachteile aus Sicht des Investoren sowie des Emittenten ein. Die Wertschriftenverbriefung ist eines der wichtigsten Werkzeuge im Financial Engineering, um aus illiquiden Hypotheken oder anderen Vermögensformen liquide und börsenkotierte Wertpapiere zu generieren. Sie wird deshalb neu in dieser Auflage diskutiert und die wichtigsten involvierten Parteien und Prozesse werden dargestellt. Die Diskussion beinhaltet auch eine Betrachtung der Zweckgesellschaft, auch als Special Purpose Vehicle bekannt, ohne die der Verbriefungs-Prozess nicht funktionieren würde.

Die Hedge Fund-Industrie hat sich im Verlaufe der vergangenen Jahre sowohl als Industrie wie auch als Anlageklasse etabliert. Diese Auflage hat einen speziellen neuen Abschnitt zum Thema Hedge Funds, insbesondere im Hinblick auf verzinsliche Wertpapiere. Die wichtigsten Strategien werden erläutert und einzelne Instrumente, wie beispielsweise Convertible Arbitrage, werden diskutiert.

Ich hoffe, dass dieses Buch das Interesse des Lesers für zinssensitive Instrumente getroffen und geweckt hat. Ich empfand es als eine Herausforderung und auch Befriedigung, mein Wissen und meine Erfahrung über diesen Themenbereich der Vermögensverwaltung zusammenzutragen und zu organisieren. Der bereits große Forschungs- und Entwicklungsaufwand (sowohl theoretisch wie auch empirisch) wird sich weiter verstärken, einerseits durch Veränderungen der Gesetzesgrundlagen in der Finanzindustrie wie auch in der Akademia durch Verarbeitung der Erkenntnisse aus der vergangenen Wirtschaftskrise. Neue Produkte werden in atemberaubender Geschwindigkeit entwickelt und verkauft. Es steht außer Zweifel, dass neue Ideen und neue Resultate aus dieser Entwicklung hervorgehen werden.

Chicago, Herbst 2010      Reto R. Gallati

# Inhaltsverzeichnis

|   |    |
|---|----|
| Vorwort .....   | 7  |
| Verzeichnis der Abkürzungen .....                           | 17 |
| 1. Einführung .....   | 19 |
| 1.1 Finanzinnovationen auf dem Obligationenmarkt .....      | 19 |
| 1.2 Zinssensitive Instrumente .....                         | 20 |
| 1.3 Risikoaspekte der Obligationen .....                    | 22 |
| 2. Bewertung von Obligationen .....                         | 25 |
| 2.1 Zeitwert des Geldes .....                               | 25 |
| 2.1.1 Zukunftswert des Geldes .....                         | 25 |
| 2.1.2 Aktueller Wert des Geldes .....                       | 25 |
| 2.1.3 Zinsen und Zinseszinsen .....                         | 26 |
| 2.2 Diskontierung .....                                     | 30 |
| 2.2.1 Einfache Diskontierung .....                          | 30 |
| 2.2.2 Kontinuierliche Diskontierung und Verzinsung .....    | 30 |
| 2.2.3 Aktueller Wert der gewöhnlichen Annuität .....        | 31 |
| 2.2.4 Aktueller Wert der ewigen Annuität .....              | 31 |
| 2.2.5 Zahlungen mit konstanter Wachstumsrate .....          | 5  |
| 2.3 Preis der Obligation .....                              | 33 |
| 2.3.1 Bewertung von Nullcoupon-Obligationen .....           | 33 |
| 2.3.2 Bewertung von einfachen Obligationen .....            | 34 |
| 2.3.3 Zwischenjährliche Zinszahlungen .....                 | 35 |
| 2.3.4 Preisnotierung .....                                  | 35 |
| 2.3.5 Zusammenhang zwischen Coupon, Rendite und Preis ..... | 35 |
| 2.3.6 Akkumulierte Zinsen und Nettopreise .....             | 36 |
| 2.4 Erschwernisse bei der Bewertung .....                   | 39 |

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 3.    | Rendite-Messung.....                                 | 41 |
| 3.1   | Current Yield.....                                   | 41 |
| 3.2   | Yield to Maturity.....                               | 41 |
| 3.2.1 | Definition.....                                      | 41 |
| 3.2.2 | Halbjährliche Zinszahlungen.....                     | 42 |
| 3.2.3 | Yield-Berechnung zwischen zwei Zahlungsterminen..... | 42 |
| 3.3   | Modifizierte Versionen der Yield to Maturity.....    | 43 |
| 3.3.1 | Yield to Call.....                                   | 43 |
| 3.3.2 | Call adjusted Yield.....                             | 44 |
| 3.3.3 | Yield to Worst.....                                  | 44 |
| 3.3.4 | Yield to Average Life.....                           | 45 |
| 3.3.5 | Yield für Floating Rate Papiere.....                 | 46 |
| 3.4   | Annualisierung von Yield-Kennzahlen.....             | 47 |
| 3.5   | Gesamtrendite eines Portfolios.....                  | 49 |
| 3.5.1 | Gewichtete durchschnittliche Portfolio-Rendite.....  | 49 |
| 3.5.2 | Internal Rate of Return.....                         | 49 |
| 4.    | Yield-Kurve.....                                     | 51 |
| 4.1   | Begriffsabgrenzungen.....                            | 51 |
| 4.2   | Zinsstrukturkurve und ihre Determinanten.....        | 55 |
| 4.2.1 | Erwartungstheorie.....                               | 56 |
| 4.2.2 | Marktsegmentierungstheorie.....                      | 59 |
| 4.3   | Bestimmungsgrößen der Yield-Kurve.....               | 59 |
| 4.4   | Spot Rate-Kurve.....                                 | 60 |
| 4.4.1 | Definition.....                                      | 60 |
| 4.4.2 | Berechnung der theoretischen Spot Rate-Kurve.....    | 61 |
| 4.4.3 | Forward Rates.....                                   | 62 |
| 4.4.4 | Implizite Forward-Sätze.....                         | 63 |
| 4.5   | Struktur von Qualitäts-Spreads.....                  | 63 |
| 5.    | Obligationenpreis-Volatilität.....                   | 69 |
| 5.1   | Preis/Volatilität einer gewöhnlichen Obligation..... | 69 |
| 5.2   | Gewöhnliche Risikokennziffern für Obligationen.....  | 71 |
| 5.3   | Erweiterte Risikokennziffern für Obligationen.....   | 72 |
| 5.3.1 | Duration.....  | 72 |
| 5.3.2 | Konvexität.....                                      | 81 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 5.3.3 | Aussage zur Benutzung von Konvexität und Duration.....          | 83  |
| 5.4   | Duration von Portfolios .....                                   | 84  |
| 6.    | Zinssatz-Futures .....  | 87  |
| 6.1   | Futures- versus Forward-Transaktionen .....                     | 88  |
| 6.2   | Funktionsweise des Futures-Handels .....                        | 89  |
| 6.3   | Bewertung von Futures-Kontrakten .....                          | 90  |
| 6.3.1 | Zinssatz-Futures, Obligationen .....                            | 90  |
| 6.3.2 | Nettofinanzierungskosten von Obligationen-Futures .....         | 92  |
| 6.4   | Rendite- und Risiko Charakteristika von Futures-Kontrakten..... | 93  |
| 6.4.1 | Impliziter Repo-Satz .....                                      | 93  |
| 6.4.2 | Basis von Futures-Kontrakten.....                               | 94  |
| 6.4.3 | Hedge-Ratio .....   | 95  |
| 6.4.4 | Anwendung im Portfolio Management.....                          | 97  |
| 7.    | Zinssatz-Optionen .....   | 101 |
| 7.1   | Definitionen / Arten / Unterschiede zu Futures-Kontrakten ..... | 101 |
| 7.1.1 | Definitionen.....   | 101 |
| 7.1.2 | Arten.....  | 101 |
| 7.1.3 | Unterschiede zwischen Optionen und Futures-Kontrakten .....     | 102 |
| 7.2   | Bewertung von Optionen.....                                     | 102 |
| 7.2.1 | Intrinsischer Wert der Option .....                             | 103 |
| 7.2.2 | Zeitwert der Option .....                                       | 104 |
| 7.2.3 | Einflussfaktoren auf den Optionenpreis.....                     | 104 |
| 7.3   | Theoretischer Wert der Call-Option .....                        | 105 |
| 7.3.1 | Optionsbewertungsmodelle.....                                   | 107 |
| 7.3.2 | Implizite Volatilität.....                                      | 109 |
| 7.4   | Gewinn-/Verlust-Profile einfacher Optionen-Strategien .....     | 109 |
| 7.5   | Put/Call Parity-Beziehung .....                                 | 111 |
| 7.6   | Hedge-Strategien .....  | 112 |
| 8.    | Zinssatz-Swaps und Forward Rate Agreements .....                | 117 |
| 8.1   | Zinssatz-Swaps .....  | 117 |
| 8.1.1 | Swap-Markt.....   | 118 |
| 8.1.2 | Rolle des Intermediärs.....                                     | 119 |
| 8.1.3 | Arten von Zinssatz-Swaps .....                                  | 119 |

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 8.1.4  | Swap-Vertrag   | 120 |
| 8.2    | Forward Rate Agreement   | 121 |
| 9.     | Strategien für aktives Portfolio Management                                  | 123 |
| 9.1    | Der Investitionsprozess  | 123 |
| 9.1.1  | Anlageziel   | 123 |
| 9.1.2  | Anlagerichtlinien  | 124 |
| 9.1.3  | Wahl der Portfolio-Strategie   | 124 |
| 9.1.4  | Bestimmung der Taktik  | 127 |
| 9.1.5  | Wahl der Wertschriften   | 127 |
| 9.1.6  | Messung und Auswertung der Performance                                       | 128 |
| 9.2    | Aktive Portfolio-Strategien  | 129 |
| 9.2.1  | Zinssatz-Erwartungs-Strategien   | 130 |
| 9.2.2  | Yield-Kurven-Strategie   | 131 |
| 9.2.3  | Yield-Spread-Strategien  | 131 |
| 9.3    | Absicherung des systematischen Risikos, Cash Flow Matching und Immunisierung | 133 |
| 9.3.1  | Cash Flow Matching   | 133 |
| 9.3.2  | Zinssatz-Immunisierung   | 135 |
| 10.    | Indexierung für strukturierte Portfoliostrategien                            | 137 |
| 10.1   | Ziel und Zweck der Obligationen-Indexierung                                  | 137 |
| 10.2   | Einflussfaktoren bei der Indexierung   | 138 |
| 10.3   | Obligationen-Indizes   | 140 |
| 10.4   | Systematische Ansätze der Indexierung  | 142 |
| 10.4.1 | Stratified Sampling or Cell Approach   | 142 |
| 10.4.2 | Optimierungstechniken  | 143 |
| 11.    | Verschuldungspapiere   | 147 |
| 11.1   | Floating Rate Obligationen   | 147 |
| 11.2   | Kurzfristige Schuldpapiere   | 148 |
| 11.2.1 | Commercial Papers  | 149 |
| 11.2.2 | Euronotes  | 150 |
| 11.2.3 | Certificates of Deposit  | 152 |
| 11.3   | Medium-Term Notes  | 153 |
| 11.4   | Währungsgebundene und indexgebundene Papiere                                 | 155 |
| 11.4.1 | Währungsgebundene Papiere  | 156 |

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 11.4.2 | Index-gebundene Papiere .....                                      | 157 |
| 11.4.3 | Doppelwährungsanleihen .....                                       | 157 |
| 11.5   | Obligationen mit Wechselkursoptionen .....                         | 161 |
| 11.6   | Gemischte Doppelwährungsanleihen .....                             | 163 |
| 11.7   | Andere Schuldpapiere .....   | 163 |
| 11.7.1 | Deep Discount Obligationen .....                                   | 163 |
| 11.7.2 | Stripped Treasury Certificates .....                               | 165 |
| 11.8   | Annuitäten Notes .....   | 166 |
| 11.9   | Hochverzinsliche Obligation .....                                  | 167 |
| 11.10  | Ewige Obligation .....   | 168 |
| 11.11  | Bunny Obligationen .....   | 170 |
| 11.12  | Flip Flop Notes .....  | 170 |
| 11.13  | Obligation mit Obligationen-Warrant .....                          | 171 |
| 11.14  | Municipal Bond .....   | 172 |
| 11.15  | Vorzugsaktien .....  | 176 |
| 12.    | Analyse von Obligationen mit Optionen .....                        | 179 |
| 12.1   | Analyse von kündbaren Obligationen .....                           | 179 |
| 12.1.1 | Investitions-Charakteristika und Bewertung von Call-Optionen ..... | 179 |
| 12.1.2 | Preis und Rendite-Charakteristika von Callable-Obligationen .....  | 180 |
| 12.1.3 | Komponenten einer Callable-Obligation .....                        | 182 |
| 12.2   | Optionsanleihen .....  | 183 |
| 12.2.1 | Definition .....   | 183 |
| 12.2.2 | Charakteristika des Optionsscheines .....                          | 183 |
| 12.2.3 | Problem der Verwässerung .....                                     | 184 |
| 12.2.4 | Bewertung des Optionsscheines .....                                | 185 |
| 12.3   | Optionen-adjustierte Spreads .....                                 | 186 |
| 12.4   | Komplikationen bei der Implementierung .....                       | 193 |
| 13.    | Convertibles .....   | 197 |
| 13.1   | Investitions-Charakteristika von Convertibles .....                | 197 |
| 13.2   | Bewertung von Convertibles .....                                   | 199 |
| 13.2.1 | Breakeven-Ansatz .....   | 199 |
| 13.2.2 | Optionen-Modell .....  | 200 |
| 13.3   | Downside-Risk von Convertibles .....                               | 201 |
| 13.4   | Convertible und Portfolio-Strategie .....                          | 202 |

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 13.4.1 | Junk Convertibles .....                            | 202 |
| 13.4.2 | Out of the Money Convertibles .....                | 203 |
| 13.4.3 | Balanced Convertibles.....                         | 203 |
| 13.4.4 | In the Money Convertibles.....                     | 203 |
| 13.5   | Vor- und Nachteile von Convertibles.....           | 204 |
| 14.    | Verzinsliche Wertpapiere und Inflation .....       | 207 |
| 14.1   | TIPS .....   | 207 |
| 14.2   | Inflationsgesicherte Anleihen .....                | 207 |
| 14.3   | Index Linked Bonds und ETFs .....                  | 209 |
| 15.    | Forderungsgesicherte verzinsliche Wertpapiere..... | 211 |
| 15.1   | Asset-Backed Securities – ABS.....                 | 211 |
| 15.1.1 | Typen von ABS Wertpapieren .....                   | 212 |
| 15.1.2 | IOU .....  | 216 |
| 15.1.3 | Collateralized Debt Obligation – CDO .....         | 216 |
| 15.1.4 | Collateralized Mortgage Obligation – CMO.....      | 217 |
| 15.2   | Mortgage-Backed Securities – MBS .....             | 219 |
| 15.2.1 | Residential MBS – RMBS .....                       | 221 |
| 15.2.2 | Commercial Mortgage-Backed Securities – CMBS ..... | 221 |
| 15.2.3 | Pfandbrief .....                                   | 222 |
| 16.    | ETFs auf Verzinsliche Wertpapiere .....            | 229 |
| 16.1   | Struktur .....                                     | 229 |
| 16.2   | Einsatzmöglichkeiten von ETFs .....                | 231 |
| 16.3   | Risiken von ETFs.....                              | 232 |
| 16.4   | Steueraspekt von ETFs .....                        | 233 |
| 16.5   | Prämien und Abschlag bei ETFs.....                 | 233 |
| 16.6   | Vorteile von ETFs .....                            | 237 |
| 16.7   | Nachteile von ETFs .....                           | 239 |
| 16.8   | Leveraged ETFs.....                                | 240 |
| 16.8.1 | Index Exposure.....                                | 241 |
| 16.8.2 | Tägliches Rebalancing .....                        | 242 |
| 16.8.3 | Performance und Gebühren.....                      | 243 |
| 16.8.4 | Vor- und Nachteile von Leveraged ETFs .....        | 244 |

|  |     |
|--|-----|
| 17. Hedge Funds und Verzinsliche Wertpapiere .....   | 247 |
| 17.1 Hedge Funds Strategien.....                     | 247 |
| 17.2 Convertible Arbitrage .....                     | 252 |
| 17.3 Risiken von Hedge Fund Strategien .....         | 254 |
| 18. Wertschriften-Verbriefung .....                  | 257 |
| 18.1 Ablauf einer Wertpapier-Verbriefung .....       | 257 |
| 18.2 Grundstrukturen der Wertpapier-Verbriefung..... | 261 |
| 18.3 Kredit-Verbesserung .....                       | 263 |
| 18.4 Zweckgesellschaft .....                         | 264 |
| 18.4.1 Definition .....                              | 264 |
| 18.4.2 Tranchen einer Zweckgesellschaft.....         | 265 |
| 18.4.3 Kritik an Finanz-Zweckgesellschaften .....    | 268 |
| <br>   |     |
| Glossar .....  | 269 |
| Literaturverzeichnis .....                           | 289 |
| Stichwortverzeichnis.....                            | 293 |
| <br>   |     |
| Der Autor .....                                      | 301 |

# Verzeichnis der Abkürzungen

| Abkürzung | Beschreibung  |
|-----------|---|
| $\lambda$ | Symbol für Prämie   |
| A         | Wert der Annuität   |
| $CF_t$    | Cash Flow zum Zeitpunkt t   |
| $C_p$     | Jährlicher Coupon.  |
| D         | Anzahl Tage   |
| E         | Eulersche Zahl: Die Zahl e spielt eine wichtige Rolle bei Grenzwerten der Physik, Wahrscheinlichkeitsverteilung etc. (vgl. Bronstein/Semendjajew, S. 186 oder Gaughhofer, Margrit/Loeffel/Müller, S. 82.) Die Exponentialfunktion $f(x)=e^x$ , deren Funktionswerte sich mit beliebiger Genauigkeit berechnen lassen durch,<br>$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \dots$ wird majorisiert durch eine konvergente Reihe. Die eulersche Zahl e ist 2,718281828459... . |
| $f$       | Forward Rate  |
| F         | Futurespreis  |
| G         | Wachstumskonstante  |
| $K_{CTD}$ | Konversionsfaktor der Cheapest To Deliver-Obligation  |
| M         | Anzahl Monate   |

|          |   |
|----------|---|
| $m$      | Anzahl Zinszahlungen pro Jahr   |
| $n$      | Anzahl Perioden   |
| $P_0$    | Heutiger Wert (Preis) der Investition   |
| $P_n$    | Zukünftiger Wert (Preis) in $n$ Perioden von heute an   |
| PV       | Gegenwartswert (Present Value)  |
| $r$      | Zinssatz pro Periode (in Dezimalformat)   |
| $r_a$    | Rendite (umgerechnet) auf Jahresbasis   |
| $r_m$    | Zinssatz des Municipal Bond   |
| $r_c$    | Zinssatz der vergleichbaren Firmen Obligation (Corporate Bond) im Vergleich zu einem Municipal Bond ( $r_m$ ) |
| $r_k$    | Diskontsatz   |
| $s$      | Zeitabschnitt zwischen letzter Zinszahlung und Kaufdatum, dargestellt als Fraktion                            |
| $\sigma$ | Sigma, Symbol für Volatilität   |
| $t$      | Steuersatz (tax rate)   |
| $T_C$    | Verbleibende Restlaufzeit bis zum vorzeitig rückrufbaren Termin der Obligation (Call Datum)                   |
| $v$      | Tage zwischen Settlement und nächster Couponzahlung in Tagen / Anzahl Tage in Couponperiode)                  |

# 1. Einführung

Die Besonderheit der zinsensitiven Instrumente kam insbesondere in den Schuldnerkrisen der lateinamerikanischen Staaten zum Ausdruck, welche 1982 durch die Gestaltung der Brady-Bonds nach der Zahlungsunfähigkeit Mexikos zu einer Schuldenumstrukturierung führte.<sup>1</sup> Dieser Schock brachte die Schuldner-Einstufung und damit eine systematische Qualitätskontrolle mittels Ratings besonders stark zum Ausdruck. Bis heute schlossen sich 15 Länder dieser Umstrukturierung an, wodurch ein neuer und liquider Markt entstand. In den vergangenen Jahren kamen neue Produkte wie inflationsgeschützte Obligationen, Obligationen mit Aktiencharakter etc. auf den Markt. Der Markt der zinsensitiven Instrumente hat mit Hilfe moderner Berechnungsmodelle und Informatikunterstützung eine Dynamik erfahren, die die Gestaltung aller nur erdenklichen Produkte zulässt. Dies schafft aber auch Probleme, denn diese Produkte müssen im Sekundärmarkt auch bewertet werden können, nachdem die Instrumente verkauft wurden. Besonders für die Depotbanken ist es problematisch, diese komplexen Produkte korrekt zu bewerten bzw. einen entsprechenden Preis zu erhalten. Ein weiteres Problem ist das Verständnis auf Seiten des Kunden, welcher diese Produkte sehr gut kennen muss, um die Portfolio-Strategien und Portfolio-Taktiken entsprechend umsetzen zu können.

## 1.1 Finanzinnovationen auf dem Obligationenmarkt

Die Obligation hat in seiner Geschichte vor allem in den letzten Jahrzehnten eine enorme Entwicklung durchlaufen. War die Obligation ursprünglich ein einfaches Verschuldungspapier, so kann sie heute alle möglichen konstruierbaren Formen und Charakteristika aufweisen. Die Palette reicht von einer Wertschrift mit aktienähnlichem Charakter über das indexorientierte Produkt mit Inflationschutz zum Floating Rate Note mit einer Zins-Barrier-Option. Diese Entwicklung darf nicht isoliert betrachtet werden. Voraussetzung für den heutigen Stand waren die entsprechenden Informationstechnologien, Ausbildungen, Börsen etc.

Die Obligation hat sich klar vom reinen Kreditinstrument zum facettenreichen Finanzinstrument entwickelt. Dementsprechend können der Obligation heute verschiedene Funktionen zugeordnet werden, welche sie nach verschiedenen Kategorien einteilen lässt:

---

<sup>1</sup> Nicholas Brady, damals U.S. Treasury Secretary, führte die Kommission zur Umstrukturierung der Schulden an.

- *Kredit-generierende Instrumente*: Diese Instrumente weisen die ursprüngliche Funktion auf, nämlich die Kapitalaufnahme durch den Emittenten und die renditebringende Geldanlage seitens des Investors.
- *Kreditrisiko-transferierende Instrumente*: Diese Instrumente nehmen einen Transfer des Kreditrisikos vor, z. B. durch Pooling, Absicherung durch Garantieerklärung, durch Immobilien-gesicherte Konstrukte (Mortgage-Backed Securities) etc.
- *Rendite-/Risiko generierende Instrumente*: Diese Instrumente weisen Eigenschaften auf, welche bestimmte Rendite-/Risikoprofile aufweisen und gegenüber „einfachen“ Obligationen effizienter und preiswerter gehandelt werden können, in der Regel handelt es sich um synthetische Produkte.
- *Liquiditäts-generierende Instrumente*: Diese Instrumente ermöglichen einen vereinfachten Zugang zum Geld- und Kapitalmarkt, z. B. durch Securitization, rechtliche Umgestaltung, Zusammenlegung verschiedener kleinerer Kreditaufnahmen etc. Dadurch kann effizienter Geld aufgenommen werden bzw. die entsprechenden Wertpapiere transferiert werden, wodurch auch die Liquidität des Marktes steigt. Zusätzlich können Regulationen verschiedener Märkte umgangen werden, welche die Kapitalaufnahme erschweren.
- *Aktien-generierende Instrumente*: Diese Instrumente weisen von ihrem Verhalten und vertraglichen Ausgestaltung her den Charakter von Aktien-ähnlichen Papieren auf, sind aber juristisch immer noch Fremdkapital für den Emittenten.

Es wird hier auf die verschiedenen Aspekte dieser Funktionen eingegangen, mit unterschiedlichen Schwerpunkten. Häufig erfüllt ein Instrument mehrere Funktionen gleichzeitig, während einige Instrumente auf eine einzelne Funktion zugeschnitten werden. Die Emissionen können von den Finanzexperten im Sinne des Financial Engineering maßgeschneidert werden. Für den außenstehenden Investor sind solche Produkte häufig schwer nachvollziehbar, insbesondere was die Bewertung betrifft.

## 1.2 Zinssensitive Instrumente

Bei der Unterteilung der zinssensitiven Instrumente hat sich im Verlauf der Zeit die in Übersicht 1 dargestellte Unterteilung ergeben, die sich primär an der Laufzeit und sekundär an Zusatzfunktionen orientiert.

Die zinssensitiven Instrumente lassen sich durch eine Vielzahl von Merkmalen unterscheiden: Die Übersicht 2 stellt die gebräuchlichsten Unterscheidungsmerkmale dar, welche einen signifikanten Einfluss auf die Bewertung, Liquidität und steuerliche Behandlung haben.

## Übersicht 1: Zinssensitive Instrumente

| Arten von zinssensitiven Instrumenten | Beschreibung  |
|---------------------------------------|---|
| Geldmarktinstrumente                  | <p>Wertschriften, welche eine Restlaufzeit von weniger als 1 Jahr aufweisen.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Kontokorrent</li> <li>■ Certificates of Deposits</li> <li>■ Geldmarktpapiere</li> </ul>   |
| Kapitalmarktinstrumente               | <p>Wertschriften, welche eine Restlaufzeit von länger als 1 Jahr aufweisen.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Obligationen</li> <li>■ Convertibles</li> <li>■ Obligationen-Fonds</li> <li>■ Hypothek-gesicherte Wertschriften</li> <li>■ Notes</li> </ul>        |
| Spezial-Instrumente                   | <p>Wertschriften, welche primär durch ihre Zusatzfunktion determiniert werden. Zinssensitivität von Termingeschäften (auch wenn Basiswert kein Zinssatz ist).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Futures</li> <li>■ Optionen</li> <li>■ Index-Produkte</li> </ul> |

## Übersicht 2: Unterscheidungsmerkmale von Obligationen

|              |  |
|--------------|--|
| Emittent     | <p>Regierung</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Staatsobligation</li> <li>■ Agenturen (Agencies): in Europa nicht stark verbreitet, in USA häufig.</li> <li>■ Municipal Bonds: in Europa nicht stark verbreitet, in USA häufig, bieten Steuervorteile.</li> </ul> <p>Firma</p> <p>Firmenobligation</p>   |
| Restlaufzeit | <p>Normal, d. h. ohne Restlaufzeitprovision</p> <p>Die normalen zinssensitiven Instrumente laufen an einem einzigen bestimmten Datum ab und werden zurückbezahlt:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Geldmarkt: Restlaufzeit weniger als 1 Jahr.</li> <li>■ Kurzfristige Instrumente: Restlaufzeit zwischen 1 und 3 Jahren.</li> <li>■ Mittelfristige Instrumente: Restlaufzeit zwischen 3 und 10 Jahren.</li> <li>■ Langfristige Instrumente: Restlaufzeit über 10 Jahren.</li> </ul> |

|  |  |   |
|--|--|---|
|  | Obligation mit Restlaufzeitenprovisionen | <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Serielle</li> <li>■ Verlängerbare</li> <li>■ Puttable</li> <li>■ Callable</li> <li>■ Sinking Fund</li> </ul>   |
|  | Coupon-Provision                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Normale Obligation</li> <li>■ Zerocoupon-Obligation</li> <li>■ Floating Rate Notes</li> <li>■ Einkommens-Obligation</li> <li>■ Partizipierende Obligation</li> <li>■ Inverse Floaters</li> </ul> |

### 1.3 Risikoaspekte der Obligationen

Obligationen sind keine – wie häufig angenommen wird – risikolosen Instrumente. Durch ihre spezielle Natur sind sie verschiedenen Arten von Risiken ausgesetzt: Zinssatzrisiko, Volatilitätsrisiko und Inflationsrisiko, Risiko des vorzeitigen Rückrufs, Verlustrisiko (Defaultrisiko) und Liquiditätsrisiko. Die einzelnen Risiken werden in den folgenden Abschnitten detailliert beschrieben, eine kurze Beschreibung stellt die wesentlichsten Risiken kurz dar.

Das *Zinssatzrisiko* ergibt sich aus der Bewertung: Steigen die Zinsen, so fällt der Wert einer Obligation, sinken die Zinsen, so steigt der Wert einer Obligation. Dieser Mechanismus ist in Abschnitt 2 dargestellt. Dieses Risiko der Zinssatzänderungen wird als Zinssatzrisiko bezeichnet und ist als Marktrisiko für alle Marktteilnehmer relevant und stellt das größte Risiko dar. Die Sensitivität der Bewertungsänderung hängt nebst der Zinssatzänderung vom Profil der Obligationen-Emission ab, z. B. Restlaufzeit, Coupon, Rückzahlungsbetrag sowie Faktoren wie Inflation, Wechselkursrisiko etc. Das *Inflationsrisiko* wird in Abschnitt 4 als Bestimmungsgröße der Yield-Kurve behandelt und geht auf die Problematik der Bewertung des anfallenden Cash Flows aufgrund von Inflation ein. Das *Wechselkursrisiko* spielt vor allem bei Doppelwährungsanleihen eine große Rolle, viele strukturierte Produkte wie Floating Rate Notes mit Optionen weisen ein Währungsengagement auf, welches bei der Bewertung berücksichtigt werden muss. Das Wechselkursrisiko wird in Abschnitt 11 bei den währungsgebundenen Instrumenten aufgegriffen.

Bei verändertem Zinsumfeld stellt sich für den Investor wie für den Kreditnehmer die Frage nach der Reinvestition bzw. der vorzeitigen Kündigung. Der Cash Flow, welcher in Form von Coupon und Rückzahlung anfällt, wird wiederum angelegt, jeweils zum vorherrschenden Zinssatz, dadurch entsteht der Zinseszins. Für den Investor besteht das

*Reinvestitionsrisiko* darin, dass der Zinssatz im Verlaufe der Zeit fällt, wodurch er den Cash Flow zu einem tieferen Zins anlegen muss bzw. die neu gekauften Obligationen teurer werden. Für den Kreditnehmer besteht das Risiko darin, dass die Zinsen steigen, wodurch für ihn die Aufnahme von Neugeld teurer wird. Für den Kreditnehmer würde sich bei sinkenden Zinsen eine vorzeitige Kündigung lohnen, um ebenfalls von den tieferen Zinsen bzw. Coupon profitieren zu können. Das Thema wird in den Abschnitten 4 und 5 aufgegriffen. Zinssatzrisiko und Reinvestitionsrisiko weisen entgegengesetzte Richtungen auf, steigende Zinsen senken einerseits das Reinvestitionsrisiko, andererseits sinkt der Wert der Obligationen. Eine Strategie, welche diese beiden Effekte kombiniert wird als Immunisierung bezeichnet und weist insgesamt eine neutrale Wirkung auf. Dieses Thema wird in Abschnitt 9 unter den Strategien für das aktive Portfolio Management behandelt.

Das *Verlustrisiko* bzw. das Kreditrisiko stand in den vergangenen Jahren im Mittelpunkt vieler Untersuchungen, da mit den großen Kreditabschreibungen vieler Kommerzinstitutionen die Frage nach der Erfassung und Überwachung der Verlustrisiken gestellt wurde.<sup>2</sup> Das Verlustrisiko muss sich je nach Qualität der Emission und damit des Kreditnehmers auch im Preis bzw. der Rendite widerspiegeln. Dabei spielen zusätzliche Optionen wie Garantierklärungen, Sinking Fund-Konditionen etc. eine wesentliche Rolle. Diese Thematik wird in Abschnitt 4 aufgegriffen.

Das *Liquiditätsrisiko* ist für den Schweizer Obligationenmarkt von besonderem Interesse, da immer wieder kurzfristige Engpässe bei der Versorgung des Obligationenmarktes mit geeigneten Emissionen entstehen. Auf dem deutschen und amerikanischen Markt sind solche Liquiditätsengpässe weniger häufig zu beobachten. Dies führt dazu, dass die Preise nicht den eigentlichen Wert widerspiegeln und sich eine Prämie aufbaut, welche als Liquiditätsprämie darüber Auskunft gibt, wie „fair“ der Spread ist und dementsprechend wie weit der Preis vom eigentlichen Wert der Obligation abweicht. Viele Pensionskassen kaufen Obligationen direkt ab Emission und halten sie bis zur Fälligkeit, wodurch für sie das Liquiditätsrisiko weniger wichtig erscheint.

Die *Obligationenpreis-Volatilität* fand in den vergangenen Jahren eine größere Bedeutung, da im Obligationenmarkt durch Zinssatz-Bewegungen große Volatilitäten in der Rendite und damit der Bewertung stattfanden. Die Volatilität verhält sich umgekehrt zum Preis, je höher die Volatilität, desto tiefer die Bewertung. Strukturierte Produkte mit Optionen weisen noch zusätzlich Bewertungsprobleme auf. Bei der Entwicklung von Portfoliostrategien muss mit erwarteten Volatilitäten gerechnet werden, um mögliche Renditeschwankungen und damit auch das Downside der Performance einzugrenzen.

---

<sup>2</sup> Vgl. die Dokumentation von J.P. Morgan: „CreditMetrics™“, 1997.

## 2. Bewertung von Obligationen

Als Obligation wird ein Finanzinstrument verstanden, das die Schulden des Schuldners gegenüber dem Kreditgeber verkörpert. Es beinhaltet die finanziellen Verpflichtungen des Schuldners gegenüber dem Kreditgeber in Form von Cash Flows, in der Regel Zinszahlungen und Rückzahlungsbetrag. Die Rechte und Pflichten, die für die Schuldner und die Kreditgeber zutreffen und von diesen einzuhalten sind, werden im Emissionsvertrag festgehalten.

### 2.1 Zeitwert des Geldes

Die Feststellung, dass Geld einen Zeitwert aufweist, gehört zu den wichtigen Basiskonzepten der Obligationen-Analyse. Das heute verfügbare Geld „ist wertvoller“ als ein zukünftiger Betrag, weil die Gelegenheit besteht, das Geld zu einem bestimmten Zinssatz anzulegen. Dementsprechend lässt sich der Zeitwert in Abhängigkeit vom Zinssatz und anderen Annahmen berechnen. Bei der Bewertung von Obligationen spielen die mit der Obligation zusammenhängenden Geldflüsse (Cash Flows) eine wesentliche Rolle, der Coupon, die teilweise oder vollständige Rückzahlung etc.

#### 2.1.1 Zukunftswert des Geldes

Der zukünftige Wert irgendeiner Geldsumme, die heute investiert wird, kann wie folgt beschrieben werden:

$$P_n = P_0 \cdot (1+r)^n$$

$n$  = Anzahl Perioden,  $P_n$  = zukünftiger Wert in  $n$  Perioden von heute an,  $P_0$  = heutiger Wert der Investition,  $r$  = Zinssatz pro Periode (in Dezimalformat)

Die Notierung  $(1+r)^n$  beschreibt den zukünftigen Wert von einem Euro, heute investiert und für  $n$  Perioden zu einem Zinssatz von  $r$  mit Zinseszinsen verzinst.

#### 2.1.2 Aktueller Wert des Geldes

Im obigen Abschnitt wurde erläutert, wie man den zukünftigen Wert einer Investition berechnen kann. Die folgenden Erläuterungen zeigen, wie man den Prozess umkehrt und

wie man denjenigen Betrag berechnet, den man heute investieren muss, um einen bestimmten zukünftigen Wert in der Zukunft zu erzielen. Dieser Betrag wird als aktueller Gegenwartswert (Present Value, PV) bezeichnet. Die Bewertung von zinssensitiven Instrumenten ist die Bewertung von zukünftigen Geldflüssen, weshalb es sehr wichtig ist zu verstehen, wie aktuelle Werte berechnet werden.

Wichtig ist die Berechnung des Gegenwartswertes PV des Betrages  $P_0$ , der heute investiert werden muss, um bei einem Zinssatz  $r$  pro Periode während  $n$  Perioden einen bestimmten zukünftigen Wert  $P_n$  generieren zu können. Dieser Wert kann berechnet werden, indem man die folgende Formel anwendet, um den zukünftigen Wert für die ursprüngliche Investition  $P_0$  zu berechnen:

$$PV = P_0 = P_n \cdot \left[ \frac{1}{(1+r)^n} \right]$$

Der Wert in der Klammer ist der aktuelle Wert von einem Euro, d. h. er gibt an, wieviel heute investiert werden muss, um bei einem Zinssatz von  $r$  pro Periode während  $n$  Perioden einen Gegenwartswert von einem Euro zu erhalten.

Die Vorgehensweise zur Berechnung des aktuellen Wertes wird auch als *Diskontierung* bezeichnet. Dementsprechend spricht man vom diskontierten Wert eines zukünftigen Betrages, deshalb wird der dazu verwendete Zinssatz  $r$  als Diskontsatz bezeichnet. Bei der Berechnung des aktuellen Wertes sind zwei Eigenschaften zu berücksichtigen:

- Für einen bestimmten zukünftigen Wert zu einem bestimmten Zeitpunkt in der Zukunft erfolgt eine umso stärkere Diskontierung – und damit ein kleinerer aktueller Wert – je höher der *Zinssatz* (Diskontsatz) ist. Der Grund, weshalb der aktuelle Wert umso niedriger wird, je höher der verwendete Zinssatz ist, der zum diskontieren verwendet wird, ist einfach zu verstehen: Je höher der Zinssatz ist, den man heute für das investierte Geld erhält, desto weniger muss man heute investieren, als wenn der Zinssatz heute niedriger ist und der gleiche zukünftige Wert erreicht werden soll.
- Ein bestimmter Betrag hat einen umso tieferen aktuellen Wert, je länger der *Investitionshorizont* ist. Je länger der Zeithorizont ist, desto stärker ist die Vermögenszunahme via Zins- und Zinseszins. Dementsprechend muss heute weniger investiert werden.

### 2.1.3 Zinsen und Zinseszinsen

Der einfache Zins ist der Zinsertrag, den man aus einer ursprünglichen Investition erhält.  $CF$  ist der Cash Flow, der aus der Verzinsung der Investition generiert wird:

$$CF = P_0 \cdot r \cdot n$$

Für eine normale Obligation ist der einfache Zins der Cash Flow aus dem Coupon.

*Beispiel:* Der einfache Zins während 10 Jahren bei einer normalen Obligation mit 7 % Coupon und zu pari (d. h. zu 100 %) gekauft, errechnet sich aus der Summe aller geleisteten Couponzahlungen, d. h. 10 Jahre lang jährlich 7 %.

$$CF = P_0 \cdot (1+r) \cdot n = 100 \cdot (1+0,07) \cdot 10 = 70$$

Mit großer Wahrscheinlichkeit reinvestiert ein Investor den Cash Flow, den die Obligation generiert hat, sofort nach der Auszahlung. Der Cash Flow, der sich aus der Verzinsung der Zinszahlungen ergibt, ist der *Zinseszins*. Die Zinseszinsen unterscheiden sich von den einfachen Zinsen durch Reinvestition: sie sind durch den Aspekt der Reinvestition der Zinsen gekennzeichnet. Bei der Zinseszinsberechnung wird ein aktueller Betrag in die Zukunft transferiert und der zukünftige Wert dieses Betrages unter Berücksichtigung der Zinseszinsen berechnet:

$$\text{Zukünftiger Zeitwert} = P_0 \cdot (1+r)^n$$

Die Zinseszinsen basieren auf dem einfachen Zins, der wiederum Zinsen erwirtschaftet und zum Vermögen dazugeschlagen wird. Über  $n$  Zeitperioden wird der Zinseszins für eine ursprüngliche Investition wie folgt berechnet:

$$\text{Zinseszins} = \left[ P_0 \cdot (1+r)^n - 1 \right]$$

Die Übersicht 3 zeigt, wie die Zinseszinsen und die einfachen Zinsen berechnet werden, jeweils für eine Obligation mit Coupons zu 4 %, 6 % und 8 %.

Die Auswirkungen von kumulierten Zinseszinsen gegenüber einfachen Zinsen werden besonders deutlich bei einem längeren Investitionshorizont. Beispielsweise generiert eine Obligation, die zu pari mit Euro 100 gekauft wurde und einen Coupon von 4 % aufweist, nach 5 Jahren einen kumulierten Zinseszins von 22 %. Die gleiche Obligation weist über eine Zeitperiode von 30 Jahren einen kumulierten Zinseszins von 224 % und über 50 Jahre einen von 611 % auf. Zinseszinsberechnungen machen sich vor allem bei hochverzinslichen Obligationen bzw. bei einer hochverzinslichen Umgebung bemerkbar (wie z. B. in Lateinamerika).

Übersicht 3: Einfache Zinsen und Zinseszinsen für eine 4 %-, 6 %- und 8 %-Obligation, zu pari gekauft und jeweils zum Coupon jährlich reinvestiert.

|                | Investitionsperiode<br>(in Jahren) | Kumulative<br>einfache Zinsen* | Kumulative<br>Zinseszinsen* |
|----------------|------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| 4 %-Obligation | 1                                  | 4 %                            | 4 %                         |
|                | 2                                  | 8 %                            | 8 %                         |
|                | 3                                  | 12 %                           | 12 %                        |
|                | 4                                  | 16 %                           | 17 %                        |
|                | 5                                  | 20 %                           | 22 %                        |
|                | 10                                 | 40 %                           | 48 %                        |
|                | 20                                 | 80 %                           | 119 %                       |
|                | 30                                 | 120 %                          | 224 %                       |
|                | 40                                 | 160 %                          | 380 %                       |
|                | 50                                 | 200 %                          | 611 %                       |
| 6 %-Obligation | 1                                  | 6 %                            | 6 %                         |
|                | 2                                  | 12 %                           | 12 %                        |
|                | 3                                  | 18 %                           | 19 %                        |
|                | 4                                  | 24 %                           | 26 %                        |
|                | 5                                  | 30 %                           | 34 %                        |
|                | 10                                 | 60 %                           | 79 %                        |
|                | 20                                 | 120 %                          | 221 %                       |
|                | 30                                 | 180 %                          | 474 %                       |
|                | 40                                 | 240 %                          | 929 %                       |
|                | 50                                 | 300 %                          | 1742 %                      |
| 8 %-Obligation | 1                                  | 8 %                            | 8 %                         |
|                | 2                                  | 16 %                           | 17 %                        |
|                | 3                                  | 24 %                           | 26 %                        |
|                | 4                                  | 32 %                           | 36 %                        |
|                | 5                                  | 40 %                           | 47 %                        |
|                | 10                                 | 80 %                           | 116 %                       |
|                | 20                                 | 160 %                          | 366 %                       |
|                | 30                                 | 240 %                          | 906 %                       |
|                | 40                                 | 320 %                          | 2072 %                      |
|                | 50                                 | 400 %                          | 4590 %                      |

\* Zahlen auf- oder abgerundet

Eine Obligation für Euro 100 zu pari gekauft und zu 6 % verzinst, ergibt nach 30 Jahren einen Zinseszins von 474,35 %. Dem steht bei einem Coupon von 8 % ein Zinseszins von 906,27 % während der gleichen Periode gegenüber.

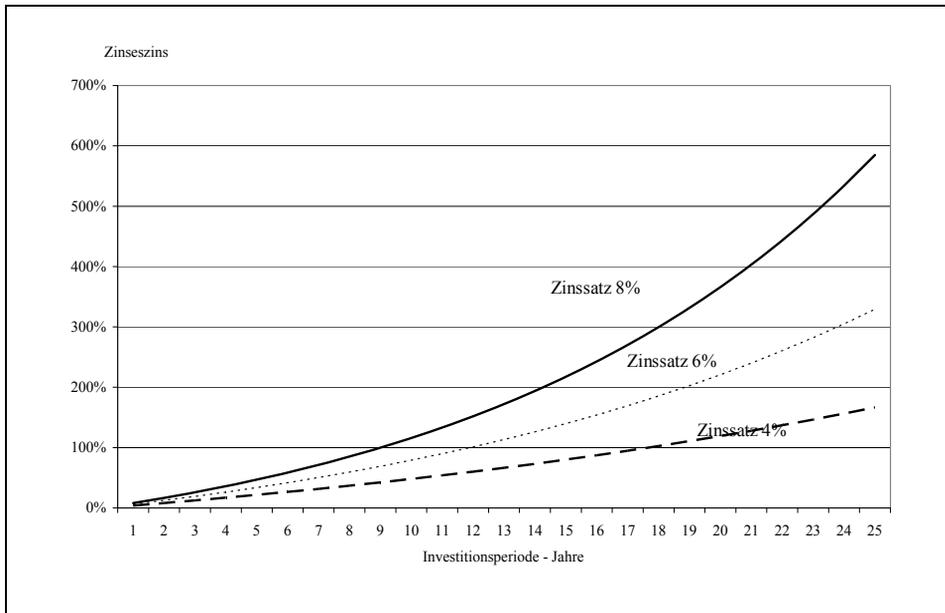


Abbildung 1: Zusammenhang zwischen Zinsseszins und der Länge der Investitionsperiode (Zahlen aus Übersicht 3).

Die Abbildung 1 zeigt, wie die Unterschiede mit zunehmender Länge des Investitionshorizontes stark zunehmen: Bei höherverzinslichen Obligationen wird der ursprüngliche Investitionsbetrag von Euro 100 bei 8 % Coupon bereits nach rund 9 Jahren wieder zurückgezahlt, während bei 6 % Coupon 12 Jahre und bei 4 % Coupon 18 Jahre notwendig sind. Dementsprechend macht bei höherverzinslichen Obligationen und längerer Investitionsperiode der ursprüngliche Investitionsbetrag einen kleinen Teil des Gesamtbetrages aus.

*Hinweis:* Einfache Zinsen sind der Coupon auf eine Obligationen-Investition. Zinsseszinsen beinhalten sowohl den Cash Flow des Coupons und die darauf angefallenen Zinsen, d. h. Zinsseszinsen. Ein hochverzinsliches Umfeld bzw. hohe Coupons und ein langer Investitionshorizont führen zu einer starken Akkumulation von einfachen Zinsen und die darauf angefallenen Zinsseszinsen.

## 2.2 Diskontierung

### 2.2.1 Einfache Diskontierung

Beim Prozess der Diskontierung wird ein zukünftiger Betrag auf den aktuellen Zeitwert zurückgerechnet unter Berücksichtigung der Zinsen bis zum Zeitpunkt in der Zukunft.

$$PV = P_0 = P_n \cdot \left[ \frac{1}{(1+r)^n} \right]$$

Je weiter in der Zukunft ein bestimmter Betrag anfällt, desto geringer ist dessen aktueller Wert. Dies erfolgt aufgrund einer starken Diskontierung während einer langen Zeit. Der aktuelle Wert eines Betrages reagiert invers auf die Länge der Anlageperiode und auf das Niveau der Zinsen.

*Beispiel:* Ein Anlageberater bietet bei einer einmaligen Einzahlung von Euro 70.000 eine Rückzahlung von Euro 100.000 nach 10 Jahren. Er geht von einer durchschnittlichen Verzinsung von 6 % aus.

$$PV = \frac{\text{zukünftige } r \text{ Wert}}{(1+r)^n} = \frac{100.000}{(1+0.06)^{10}} = 55.839$$

Der aktuelle Wert dieses Anlagevorschlages beträgt Euro 55.839, die Investition hingegen kostet Euro 70.000. Die Anlage wirft zu wenig Rendite ab und ist deshalb zu dem im Vergleich angenommenen Zinsniveau von 6 % zu teuer.

### 2.2.2 Kontinuierliche Diskontierung und Verzinsung

Die kontinuierliche Verzinsung geht von einer kontinuierlichen Wiederanlage der Verzinsung in kurzen Zeitperioden aus, wobei die Verzinsung der Zinsen praktisch sofort und in verschwindend kleinen Zeitintervallen erfolgt. Die Konstante  $e$  wird für die kontinuierliche Verzinsung in die Formel integriert:

$$P_0 = P_n \cdot e^{-r \cdot t}$$

*Beispiel:* Euro 100 werden auf einem Konto bei einer Bank deponiert und zu 6 % kontinuierlich verzinst. Wie hoch ist der Betrag nach dem ersten, zweiten und fünften Jahr bei kontinuierlicher Verzinsung?

- nach dem ersten Jahr ( $t=1$ ):  $P_t = P_n \cdot e^{t \cdot r_k} = 100 \cdot e^{1 \cdot 0.06} = 106,18$
- nach dem zweiten Jahr ( $t=2$ ):  $P_t = P_n \cdot e^{t \cdot r_k} = 100 \cdot e^{2 \cdot 0.06} = 112,75$
- nach dem fünften Jahr ( $t=5$ ):  $P_t = P_n \cdot e^{t \cdot r_k} = 100 \cdot e^{5 \cdot 0.06} = 134,99$

Die kontinuierliche Verzinsung führt zu einem höheren zukünftigen Wert, da der Zins kontinuierlich generiert und zum Vermögen dazugeschlagen wird, wodurch ständig auch mehr Zinsen generiert werden gegenüber der jährlichen Verzinsung.

### 2.2.3 Aktueller Wert der gewöhnlichen Annuität

Wenn der gleiche Betrag periodisch investiert wird, spricht man von einer Annuität. Wird die erste Investition in einer Periode von heute an getätigt, d. h. am Ende der ersten Zeitperiode, so spricht man von einer *gewöhnlichen Annuität*. Den zukünftigen Wert einer gewöhnlichen Annuität kann man dadurch berechnen, indem man den zukünftigen Wert aller einzelnen Zahlungen auf das Ende des Investitionszeithorizontes verzinst und alle verzinsten Zahlungen aufaddiert. Der zukünftige Wert einer gewöhnlichen Annuität ( $A$  = Wert der Annuität) wird entsprechend der folgenden Formel berechnet:

$$P_n = A \cdot \left[ \frac{(1+r)^n - 1}{r} \right]$$

*Beispiel:* Ein Investor zahlt während 5 Jahren jedes Jahr Euro 100 gemäß einem Annuitäten-Vertrag bei der Bank ein. Der Diskontsatz beträgt 5 %. Der zukünftige Wert der Annuität am Ende des Vertrages errechnet sich aus der Formel:

$$P_n = 100 \cdot \left[ \frac{(1+0,05)^5 - 1}{0,05} \right] = 552,56$$

Die Einzahlung erfolgt am Anfang des Jahres und die Verzinsung erfolgt am Ende eines Jahres.

### 2.2.4 Aktueller Wert der ewigen Annuität

Wenn der gleiche Betrag periodisch investiert wird, ohne dass die Laufzeit terminiert ist, spricht man von einer *ewigen Annuität*. Die Anzahl Perioden  $n$  strebt gegen unendlich, wodurch der folgende Ausdruck gegen Null strebt:

$$\left( \frac{1}{1+r} \right)^n \approx 0 \text{ für } n \rightarrow \infty$$

In Abänderung der gewöhnlichen Annuität wird die Formel angepasst:

$$P_n = \frac{A}{r}$$

*Beispiel:* Ein Investor zahlt jedes Jahr Euro 3,50 gemäß einem Annuitäten-Vertrag bei der Bank ein. Der Diskontsatz beträgt 5 %. Der zukünftige Wert der Annuität am Ende des Vertrages wird wie folgt errechnet:

$$P_n = \frac{A}{r} = \frac{3,5}{0,05} = 70$$

Beträgt dagegen der Diskontsatz 7 %, so hat die ewige Annuität nur einen Gegenwartswert von:

$$P_n = \frac{A}{r} = \frac{3,5}{0,07} = 50$$

## 2.2.5 Zahlungen mit konstanter Wachstumsrate

Die Annuität weist einen konstanten Zahlungsbetrag auf. Bei folgender Berechnungsmethode wird von einem ursprünglichen Cash Flow (CF) mit einer konstanten Wachstumsrate  $g$  ausgegangen:

$$P_t = \frac{CF \cdot (1+g)}{(1+r)} + \frac{CF \cdot (1+g)^2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{CF \cdot (1+g)^t}{(1+r)^t}$$

Diese Form der Berechnung des Gegenwartswertes kann praktisch nur angewendet werden, wenn der Diskontsatz  $r$  größer ist als die Wachstumskonstante  $g$ , da andernfalls der Gegenwartswert der verschiedenen Zahlungen einen unendlich hohen Wert annimmt. Sofern der Diskontsatz größer ist als  $g$  ( $r > g$ ) kann der Gegenwartswert wie folgt berechnet werden:

$$P_t = CF \cdot \frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t}{(r-g)} \quad \text{mit } r > g$$

Geht man davon aus, dass der Cash Flow-Strom nicht abbricht, so wird

$$\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t \rightarrow 0$$

mit  $t \rightarrow \infty$  und  $r > g$ , und damit ergibt sich:

$$P_{\infty} = \frac{CF}{r - g}$$

Dies vereinfacht die Darstellung des Gegenwartswertes des „ewigen“ Cash Flow-Stromes ist jetzt unabhängig von  $t$ . Der Ansatz des „ewigen“ Cash Flow-Stromes findet im Dividend Discount-Modell seine Anwendung, indem Dividenden mit konstant ansteigender Wachstumsrate unterstellt werden und in einem einfachen Modell den Wert der Aktie ergeben (stark vereinfachte Annahmen).

## 2.3 Preis der Obligation

### 2.3.1 Bewertung von Nullcoupon-Obligationen

Die Bewertung einer Nullcoupon-Obligation (Zerocoupon) besteht in der Berechnung des einzigen Cash Flows  $CF_t$ , der am Ende der Investitionsperiode anfällt. In der Zwischenzeit von Investitionsbeginn und Rückzahlung erfolgen keine Zahlungen. Der Preis einer solchen Obligation, dargestellt durch  $P_0$ , entspricht dem aktuellen Gegenwartswert des zukünftigen und einzigen Cash Flows:

$$P_0 = \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

wobei  $CF_t$  der Cash Flow ist, der am Ende der Investitionsperiode  $t$  anfällt,  $r$  ist der verwendete Diskontierungssatz.

*Beispiel:* Die Berechnung des heutigen Preises einer Nullcoupon-Obligation, die nach 5 Jahren zu Euro 100 zurückbezahlt wird und deren Diskontsatz 6 % beträgt:

$$P_0 = \frac{CF_t}{(1+r)^t} = \frac{100}{(1+0,06)^5} = 74,73$$

Der Preis derselben Obligation mit einer Restlaufzeit von 4 Jahren:

$$P_0 = \frac{CF_t}{(1+r)^t} = \frac{100}{(1+0,06)^4} = 79,20$$

Die Berechnung verdeutlicht, dass bei gleichem Diskontsatz, aber kürzerer Restlaufzeit der Preis zunimmt. In der Praxis hingegen ist der Diskontierungssatz je nach Restlaufzeit verschieden. Benutzt man die Notierung  $P_{0,t}$ , wobei  $r_{0,t}$  dem Zinssatz entspricht, für die