

Müheless multiplizieren, dividieren und Integrale berechnen

Grundlagen der Analysis

FÜR
DUMMIES®

Auf einen Blick:

- Die wichtigsten Formeln anwenden
- Analytische Geometrie verstehen
- Alles über Funktionen und ihre Graphen erfahren
- Sich mit Asymptote, Trigonometrie, Polynomen und Co. anfreunden

Mach Dich
schlau



Krystle Rose Forseth et al.

Grundlagen der Analysis für Dummies - Schummelseite

Intervall-Notation

Geschlossene Intervalle:

$[c, d]$ bedeutet $c \leq x \leq d$

Offene Intervalle:

$]s, t[$ bedeutet $s < x < t$

Unendliche Intervalle:

$[b, \infty[$ bedeutet $x \geq b$

$[b, \infty]$ bedeutet $x > b$

$] - \infty, b]$ bedeutet $x \leq b$

$] - \infty, b[$ bedeutet $x < b$

Absolutwert

$|c - x| = d$ bedeutet

$x - c = d$ und/oder $x - c = -d$

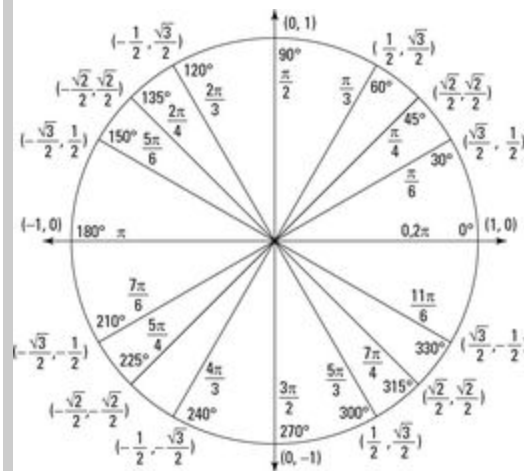
$|x - c| \leq d$ bedeutet

$x - c \leq d$ und $x - c \geq -d$

$|x - c| > d$ bedeutet

$x - c > d$ oder $x - c < -d$

Einheitskreis

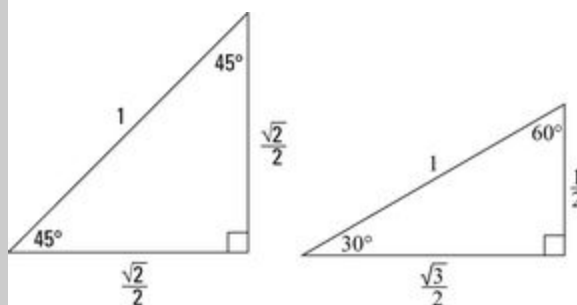


Rechtwinklige Dreiecke und trigonometrische Funktionen

Satz von Pythagoras:

$$(\text{Kathete})^2 + (\text{Kathete})^2 = (\text{Hypotenuse})^2$$

Spezielle rechtwinklige Dreiecke:



Trigonometrische Identitäten

Pythagoras-Beziehungen:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

Reziproke Beziehungen:

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

Gerade/Ungerade-Beziehungen:

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

Produkt/Summen-Formeln:

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) + \cos(x+y)]$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Summen/Produkt:

$$\sin x \pm \sin y$$

$$= 2 \sin\left(\frac{x \pm y}{2}\right) \cos\left(\frac{x - y}{2}\right)$$

$$\cos x \pm \cos y$$

$$= 2 \cos\left(\frac{x \pm y}{2}\right) \cos\left(\frac{x - y}{2}\right)$$

$$\cos x - \cos y$$

$$= -2 \sin\left(\frac{x \pm y}{2}\right) \sin\left(\frac{x - y}{2}\right)$$

Doppelwinkelformeln:

$$\sin 2\theta = 2 \cdot \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$= 2 \cos^2 \theta - 1$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

Kofunktion-Beziehungen:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$$

$$\csc\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sec x$$

$$\sec\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \csc x$$

Periodizität-Beziehungen:

$$\sin(x \pm 2\pi) = \sin x$$

$$\cos(x \pm 2\pi) = \cos x$$

$$\tan(x \pm \pi) = \tan x$$

$$\cot(x \pm \pi) = \cot x$$

$$\sec(x \pm 2\pi) = \sec x$$

$$\csc(x \pm 2\pi) = \csc x$$

Summen- und Differenzformeln:

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

Halbwinkelformeln:

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$$

Sinusgesetz:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Kosinusetz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$A = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right)$$

Dreiecksfläche:

$$\frac{1}{2} ab \sin C$$
$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad \text{mit } s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

*Krystle Rose Forseth, Christopher Burger, Michelle Rose Gilman,
Deborah Rumsey und Mark Ryan*

Grundlagen der Analysis für Dummies

*Übersetzung aus dem Amerikanischen von
Judith Muhr*

Fachkorrektur von Dr. Patrick Kühnel



WILEY-
VCH

WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek
verzeichnet diese
Publikation in der Deutschen
Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im
Internet über
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

1. Auflage 2010

© 2010 WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

Original English language edition "Pre-Calculus for
Dummies": Copyright © 2008 by Wiley Publishing, Inc.

All rights reserved including the right of reproduction in
whole or in part in any form. This Ebook is published under
license with the original publisher John Wiley and Sons, Inc.

Copyright der englischsprachigen Originalausgabe "Pre-
Calculus for Dummies" © 2008 by Wiley Publishing, Inc.

Alle Rechte vorbehalten inklusive des Rechtes auf
Reproduktion im Ganzen oder in Teilen und in jeglicher
Form. Dieses E-Book wird mit Genehmigung des Original-
Verlages John Wiley and Sons, Inc. publiziert.

Wiley, the Wiley logo, Für Dummies, the Dummies Man logo, and related trademarks and trade dress are trademarks or registered trademarks of John Wiley & Sons, Inc. and/or its affiliates, in the United States and other countries. Used by permission.

Wiley, die Bezeichnung »Für Dummies«, das Dummies-Mann-Logo und darauf bezogene Gestaltungen sind Marken oder eingetragene Marken von John Wiley & Sons, Inc., USA, Deutschland und in anderen Ländern.

Das vorliegende Werk wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie eventuelle Druckfehler keine Haftung.

Korrektur: Patrick Kühnel
ISBN: 978-3-527-70641-9
ePDF ISBN: 978-3-527-65856-5
ePub ISBN: 978-3-527-65855-8
mobi ISBN: 978-3-527-65857-2

Grundlagen der Analysis für Dummies

Inhaltsverzeichnis

[Grundlagen der Analysis für Dummies -
Schummelseite](#)

[Titel](#)

[Impressum](#)

[Einführung](#)

[Über dieses Buch](#)

[Konventionen in diesem Buch](#)

[Törichte Annahmen über den Leser](#)

[Aufbau dieses Buches](#)

[Teil I: Aufstellen, Lösen, Zeichnen](#)

[Teil II: Die wichtigsten Grundlagen der
Trigonometrie](#)

[Teil III: Analytische Geometrie und die Lösung
von Gleichungssystemen](#)

[Teil IV: Der Teil der Zehn](#)

[Symbole in diesem Buch](#)

[Wie es weitergeht](#)

[Teil I - Aufstellen, Lösen, Zeichnen](#)

[1 - Themen aus der Mathematik vor den
Grundlagen der Analysis](#)

[Grundlagen der Analysis: Ein Überblick](#)

[Zahlengrundlagen \(und nein, hier wird nicht
gezählt!\)](#)

Die Vielfalt der Zahlentypen: Begriffe, die Sie kennen sollten

Die grundlegenden Operationen für Zahlen

Die Eigenschaften von Zahlen: Was Sie sich unbedingt merken sollten!

Mathematische Aussagen in sichtbare Form bringen: Spaß mit Graphen

Grundlegende Begriffe und Konzepte kennen lernen

Graphen für Gleichungen im Vergleich zu Ungleichungen

Informationen aus Graphen ablesen

Der Umgang mit dem graphischen Taschenrechner

2 - Reelle Zahlen

Ungleichungen lösen

Eine kurze Wiederholung zu Ungleichungen

Gleichungen und Ungleichungen mit Absolutwerten lösen

Lösungen für Ungleichungen unter Verwendung der Intervallnotation ausdrücken

Variationen zur Division und Multiplikation: Wurzeln und Exponenten

Wurzeln und Exponenten definieren und einander zuordnen

Wurzeln als Exponenten umschreiben (oder rationale Exponenten erzeugen).

Eine Wurzel aus dem Nenner entfernen: Rationalisieren

3 - Die Voraussetzung für die Grundlagen der Analysis: Funktionen

Eigenschaften gerader und ungerader Funktionen und ihre Graphen

Grundfunktionen (die gebräuchlichsten) und

ihre Graphen

Quadratische Funktionen

Quadratwurzelfunktionen

Absolutwertfunktionen

Kubikfunktionen

Kubikwurzelfunktionen

Transformation der Grundgraphen

Vertikale Transformationen

Horizontale Transformationen

Translationen

Spiegelungen

Kombinationen verschiedener

Transformationen (selbst wieder eine
Transformation!)

Punktweise Transformation von
Funktionen

Graphen für Funktionen erstellen, die
mehrere Regeln verwenden: Stückweise
Funktionen

Ausgabewerte für rationale Funktionen
berechnen

Schritt 1: Suche nach vertikalen
Asymptoten

Schritt 2: Suche nach horizontalen
Asymptoten

Schritt 3: Schräge Asymptoten suchen

Schritt 4: Die x- und y-Schnittpunkte
finden

Die Ergebnisse umsetzen: Graphen rationaler
Funktionen

Der Nenner hat den höheren Grad

Zähler und Nenner haben denselben Grad

Der Zähler hat den höheren Grad

Operationen auf Funktionen: Ganz ohne
Skalpell

Addieren und Subtrahieren

Multiplizieren und Dividieren

Die Verknüpfung von Funktionen verstehen

Anpassung des Definitionsbereichs und des Wertebereichs verknüpfter Funktionen (falls nötig)

Wechselspiele mit inversen Funktionen

Den Graphen einer Inversen darstellen

Invertierung einer Funktion, um ihre Inverse zu finden

Eine Inverse überprüfen

4 - Nullstellen finden und nutzen, um die Graphen von Polynomfunktionen darzustellen

Die Bedeutung von Graden und Nullstellen

Einen Polynomausdruck faktorisieren

Immer der erste Schritt: Die Suche nach einem ggT

Bringen Sie Ordnung hinein: Die EAIL-Methode für Trinome

Spezielle Polynomtypen erkennen und faktorisieren

Gruppieren, um vier oder mehr Terme zu faktorisieren

Die Nullstellen einer faktorisierten Gleichung bestimmen

Die Lösungsformel für quadratische Gleichungen (Quadratformel) - falls nicht faktorisiert werden kann

Die Quadratformel anwenden

Die quadratische Ergänzung

Nicht faktorisierbare Polynome mit einem höheren Grad als 2 auflösen

Alle Nullstellen eines Polynoms zählen

Die reellen Nullstellen erkennen: Die Vorzeichenregel von Descartes

Imaginäre Nullstellen zählen: Der Fundamentalsatz der Algebra

Reelle Nullstellen raten und prüfen

Und jetzt rückwärts: Mit Hilfe von Lösungen Faktoren finden

Graphen von Polynomen zeichnen

Wenn alle Nullstellen reelle Zahlen sind

Wenn einige (oder alle) der Nullstellen imaginäre Zahlen sind: Alle Techniken kombinieren

5 - Exponentielle und logarithmische Funktionen

Exponentialfunktionen

Die wichtigsten Eigenschaften einer Exponentialfunktion

Graphendarstellung und Transformation einer Exponentialfunktion

Logarithmen: Die Umkehr der Exponentialfunktionen

Logarithmen in den Griff kriegen

Eigenschaften und Beziehungen von Logarithmen

Die Basis eines Logarithmus ändern (wenn es sich um keinen natürlichen oder allgemeinen Logarithmus handelt)

Eine Zahl berechnen, deren Logarithmus Sie kennen: Inverse Logarithmen

Graphen von Logarithmen

Gleichungen mit Exponenten und Logarithmen lösen

Die Lösung von Exponentialgleichungen schrittweise erklärt

Schritte zur Lösung logarithmischer Gleichungen

Textaufgaben mit Exponentialgleichungen lösen

Teil II - Die wichtigsten Grundlagen der Trigonometrie

6 - Winkel und der Einheitskreis

Bogenmaß: Das Basis-Maß in den Grundlagen der Analysis

Trigonometrische Verhältnisse: Rechtwinklige Dreiecke einen Schritt weiter führen

Einen Sinus schaffen

Die Suche nach dem Kosinus

Weiter zum Tangens

Die Kehrseite: Reziproke trigonometrische Funktionen

Die Umkehr: Inverse trigonometrische Funktionen

Trigonometrische Verhältnisse und ihr Verhalten in der Koordinatenebene

Den Einheitskreis in den Griff bekommen

Machen Sie sich mit den gebräuchlichsten Winkeln vertraut

Ungebräuchliche Winkel zeichnen

Spezielle Winkelverhältnisse

Der 45er: 45° - 45° - 90° -Dreiecke

Das alte 30-60: 30° - 60° - 90° -Dreiecke

Zusammenführung von Dreiecken und dem Einheitskreis: Einigkeit macht stark!

Die wichtigsten Winkel ohne Winkelmesser korrekt platzieren

Werte trigonometrischer Funktionen auf dem Einheitskreis finden

Den Referenzwinkel finden, um nach Winkeln auf dem Einheitskreis aufzulösen

Nicht nur was für Robin Hood: Bögen erstellen und messen

7 - Graphen und Transformationen von trigonometrischen Funktionen

Grundgraphen für Sinus und Kosinus skizzieren

Der Sinus-Graph

Der Kosinus-Graph

Die Graphen von Tangens und Kotangens

Tangens

Kotangens

Sekans und Kosekans in Bildern

Sekans

Kosekans

Trigonometrische Graphen transformieren

An den Graphen von Sinus und Kosinus herumbasteln

Änderung der Amplitude

Graphen von Tangens und Kotangens anpassen

Die Graphen von Sekans und Kosekans transformieren

8 - Trigonometrische Identitäten: Die Grundlagen

Bedenke das Ende: Eine schnelle Einführung in das Thema Identitäten

Der Zweck heiligt die Mittel: Grundlegende trigonometrische Identitäten

Kehrwert-Identitäten

Pythagoräische Identitäten

Gerade/Ungerade-Identitäten

Kofunktions-Identitäten

Periodizitäts-Identitäten

Schwierige trigonometrische Beweise: Ein paar Techniken, die Sie kennen sollten

Nervtötende Nenner

Auf jeder Seite unabhängig arbeiten

9 - Es geht weiter: Identitäten für Fortgeschrittene!

Trigonometrische Funktionen von Summen und Differenzen finden

Den Sinus von $(a \pm b)$ bestimmen

Den Kosinus von $(a \pm b)$ berechnen

Den Tangens von $(a \pm b)$ berechnen

Die Summen- und Differenzformeln auf Beweise anwenden

Den trigonometrischen Wert eines Winkels verdoppeln, ohne den Winkel zu kennen

Den Sinus eines verdoppelten Winkels bestimmen

Den Kosinus für zwei berechnen

Quadrieren Sie Ihre Sorgen weg!

Doppelter Spaß mit dem Tangens

Trigonometrische Funktionen allgemeiner Winkel, dividiert durch zwei

Ausblick auf die Analysis: Von Produkten zu Summen und zurück

Produkte als Summen (oder Differenzen) ausdrücken

Von Summen (oder Differenzen) zu Produkten

Exponenten trigonometrischer Funktionen mit Hilfe der Formeln zur Potenzreduzierung eliminieren

10 - Schiefe Dreiecke mit dem Sinus und dem Kosinussatz bestimmen

Ein Dreieck mit dem Sinussatz lösen

Zwei Winkel sind bekannt

Zwei bekannte aufeinander folgende Seitenlängen (SSW)

Einem Dreieck mit dem Kosinussatz zu Leibe rücken

SSS: Winkel bestimmen, wenn nur die Seiten bekannt sind

SWS: Der Winkel in der Mitte (und die beiden Seiten)

Das Dreieck durch Berechnung der Fläche bestimmen

Fläche anhand von zwei Seiten und einem dazwischen liegenden Winkel bestimmen (für SWS-Szenarien)

Die Formel von Heron (für SSS-Szenarien)

Teil III - Analytische Geometrie und die Lösung von Gleichungssystemen

11 - Eine neue Denkweise: Komplexe Zahlen und Polarkoordinaten

Ein Vergleich zwischen reellen und imaginären Zahlen (und wie die Mathematiker sie sehen)

Reell und imaginär kombinieren: Das komplexe Zahlensystem

Die Bedeutung komplexer Zahlen verstehen

Operationen mit komplexen Zahlen

Komplexe Zahlen graphisch darstellen

Polarkoordinaten

Die Polarkoordinatenebene

Polarkoordinaten mit negativen Werten graphisch darstellen

In und von Polarkoordinaten umrechnen

Polargleichungen graphisch darstellen

12 - Kegelschnitte

Kegel an Kegel: Die vier Kegelschnitte

Im Bilde (Graphenform)

Schriftlich (Gleichungsform)

Es geht rund: Kreise

Einen Kreis zeichnen

Auf und ab mit Parabeln

Beschriftung der Teile

Die Eigenschaften einer Standardparabel

Variationen zeichnen: Parabeln in der Ebene (und nicht im Ursprung)

Bestimmung von Scheitel,

Symmetrieachse, Brennpunkt und Leitlinie

Minimum- und Maximumwerte vertikaler Parabeln bestimmen

Ellipsen (ein lustiges Wort für Ovale)

Ellipsen beschriften und algebraisch ausdrücken

Teile des Ovals identifizieren: Scheitel, Nebenscheitel, Achsen und Brennpunkte

Hyperbeln - ein Parabeln paar

Die beiden Hyperbeltypen und ihre Bestandteile visualisieren

Den Graphen einer Hyperbel aus der Gleichung ableiten

Die Gleichung von Asymptoten finden

Kegelschnitte außerhalb der Welt der kartesischen Koordinaten ausdrücken

Kegelschnitte in parametrischer Form zeichnen

Gleichungen von Kegelschnitten in der Polarkoordinatenebene

13 - Gleichungssysteme und Matrizen

Eine Einführung zu den Lösungsverfahren von Gleichungssystemen

Lösungen von Systemen mit zwei Gleichungen algebraisch bestimmen

Lineare Systeme lösen

Nicht lineare Systeme

Systeme mit mehr als zwei Gleichungen lösen

Partialbruchzerlegung

Ungleichungssysteme

Matrizen: Grundlagen

Grundlegende Operationen für Matrizen

Matrizen miteinander multiplizieren

Matrizen vereinfachen, um den Lösungsprozess leichter zu machen

Ein System in Matrizenform darstellen

Reduzierte Zeilenstufenform

Erweiterte Form

Matrizen beherrschen

Mit der Gaußschen Eliminierung Systeme lösen

Eine Matrix mit ihrer Inversen multiplizieren

Mit Determinanten arbeiten: Die Cramersche Regel

14 - Folgen, Reihen und die Entwicklung von Binomen

Folgerichtig: Die allgemeine Vorgehensweise

Die Terme einer Folge mit Hilfe des Folgenausdrucks berechnen

In die umgekehrte Richtung arbeiten:

Anhand von Termen einen Ausdruck bilden

Rekursive Folgen: Eine Art allgemeine Folge

Den Abstand zwischen Termen berechnen:

Arithmetische Folgen

Mit Hilfe aufeinander folgender Terme einen weiteren Term in einer arithmetischen Folge finden

... mit Hilfe von zwei beliebigen Termen

Gleiche Verhältnisse aufeinander folgender Terme: Geometrische Folgen

Einen Term identifizieren, wenn man aufeinander folgende Terme kennt

Außer der Reihe: Einen Term finden, wenn die Terme nicht aufeinander folgend sind

Eine Reihe erstellen: Die Terme einer Folge aufsummieren

Die allgemeine Summennotation

Die Summe einer arithmetischen Folge bilden

Aufaddieren geometrischer Folgen

Weiter mit dem binomischen Lehrsatz

Der binomische Lehrsatz und seine Bestandteile

Wir beginnen ganz vorne: Binomische Koeffizienten

Mit dem binomischen Satz entwickeln

15 - Ausblick auf die Analysis

Der Unterschied zwischen den Grundlagen der Analysis und der Analysis

Grenzwerte verstehen und darüber sprechen

Den Grenzwert einer Funktion finden

Graphisch

Analytisch

Algebraisch

Mit Grenzwerten arbeiten: Die

Grenzwertsätze

Stetigkeit von Funktionen überprüfen

Feststellen, ob eine Funktion stetig ist

Der Umgang mit der Unstetigkeit

16 - Grenzwerte auswerten

Einfache Grenzwerte

Grenzwerte, die Sie sich merken sollten

Einsetzen und Einkochen

Die »echten« Aufgabenstellungen mit Grenzwert

Einen Grenzwert mit dem Taschenrechner bestimmen

Aufgabenstellungen mit Grenzwert algebraisch lösen

Machen Sie eine Pause - mit einem Grenzwert-Sandwich

Grenzwerte bei unendlich auswerten

Grenzwerte bei unendlich und horizontale Asymptoten

Grenzwerte bei unendlich mit einem Taschenrechner lösen

Algebra für Grenzwerte bei unendlich verwenden

17 - Differentiation - Orientierung

Differentiation: Sucht die Steigung!

Die Steigung einer Geraden

Die Ableitung einer Geraden

Die Ableitung: Einfach eine Änderungsrate

Analysis auf dem Spielplatz

Geschwindigkeit - die uns vertrauteste Änderungsrate

Die Beziehung zwischen Änderungsrate und Steigung

Die Ableitung einer Kurve

Der Differenzquotient

Durchschnittliche Änderungsrate und unmittelbare Änderungsrate

Sein oder nicht sein? Drei Fälle, in denen die Ableitung nicht existiert

18 - Integration und Flächenannäherung - Ein Einstieg

Integration: Einfach eine seltsame Addition

Die Fläche unter einer Kurve bestimmen

Der Umgang mit negativen Flächen

Flächen annähern

Flächen mit Hilfe linker Summen annähern
Flächen mit Hilfe rechter Summen annähern
Flächen mit Mittelpunktsummen annähern
Die Summennotation
Die Grundlagen summieren
Riemann-Summen in Sigma-Notation
Exakte Flächen mit Hilfe des bestimmten Integrals ermitteln
Flächen annähern mit der Trapezregel und der Simpson-Regel
Die Trapezregel
Die Simpson-Regel - Thomas (1710 - 1761), nicht Homer (1987 -)

Teil IV - Der Teil der Zehn

19 - Zehn Gewohnheiten, die Ihnen bei der Analysis helfen

Lesen Sie genau, wie die Aufgabe lautet!

Zeichnen Sie Bilder (viele Bilder!)

Planen Sie Ihren Angriff!

Schreiben Sie sich alle Formeln auf!

Zeigen Sie jeden Schritt Ihrer Arbeit!

Erkennen Sie, wann Sie aufhören sollten!

Überprüfen Sie Ihre Lösungen!

Üben Sie!

Stellen Sie sicher, dass Sie die Konzepte verstanden haben!

Löchern Sie Ihren Lehrer mit Fragen!

20 - Zehn Dinge, die Sie sich abgewöhnen sollten, bevor Sie mit der Analysis beginnen

Falsche Operatorreihenfolge

Quadrieren ohne EAIL

Nenner aufsplitten

Falsche Terme zusammenfassen
Den Kehrwert vergessen
Minuszeichen vergessen
Übervereinfachung von Wurzeln
Exponentielle Irrtümer
Zu schnell kürzen
Falsch Einmultiplizieren
Stichwortverzeichnis

Einführung

Willkommen bei *Grundlagen der Analysis für Dummies*! In diesem Buch wird niemand benachteiligt und alle haben dieselben Chancen. Sie können in jedem Fall mitmachen, egal ob Sie nun genial sind oder (wie wir) ein Patentrezept benötigen. Und lassen Sie sich vom Buchtitel nicht abschrecken! Wenn Sie in der Mathematik schon so weit gekommen sind, sind Sie keinesfalls mehr ein Dummie! Es gibt viele gute Gründe, dieses Buch zu lesen. Möglicherweise brauchen Sie ein Nachschlagewerk, das Sie einfach *verstehen* (wir haben noch kein Buch zu den Grundlagen der Analysis gefunden, das uns wirklich gefallen hat). Vielleicht hat Ihnen Ihr Lehrer gesagt, dass die Grundlagen der Analysis für alle Ihre weiteren Pläne sehr wichtig seien – und Sie haben sich bisher wenig um das Thema gekümmert und brauchen jetzt eine gute Note. Oder vielleicht haben Sie dieses Buch gerade eben erst aufgeschlagen, um vor dem Kauf zu prüfen, ob es für Sie geeignet ist (schauen Sie sich Ihr Blind Date immer durchs Fenster an, bevor Sie das Restaurant betreten!). Ganz egal, warum Sie in diesem Buch blättern, es wird Ihnen helfen, die Einführung in die Analysis unbeschadet zu überstehen.

Vielleicht fragen Sie sich gerade, wann Sie je eine Einführung in die Analysis brauchen sollten. Damit

stehen Sie nicht alleine da. Einige unserer Schüler behaupteten gerne, diese Einführung sei vollkommen überflüssig. Sie haben ihren Irrtum schnell eingesehen. Die in diesem Buch beschriebenen Konzepte werden in zahlreichen praxisbezogenen Anwendungen genutzt.

Dieses Buch hat nur ein einziges Ziel - es will Ihnen die Grundlagen der Analysis so schmerzfrei wie möglich vermitteln. Wenn Sie dachten, Sie würden dieses Thema nie verstehen, aber letztendlich doch eine ganz passable Note erzielen konnten, dann schreiben Sie uns doch einen Brief. Und auch über E-Mails freuen wir uns. Wir lieben die Erfolgsstorys unserer Schüler!

Über dieses Buch

Dieses Buch muss nicht unbedingt von vorne nach hinten durchgelesen werden. Es ist so aufgebaut, dass Sie in ein beliebiges Kapitel blättern können, um dort genau die Informationen nachzulesen, die Sie brauchen (so geht es uns allen irgendwann). Manchmal verweisen wir Sie auf ein anderes Kapitel, wo Sie detailliertere Erklärungen finden, aber wir haben versucht, jedes Kapitel eigenständig aufzubauen.

Das gesamte Vokabular ist mathematisch korrekt und unmissverständlich. Wir haben uns jedoch an manchen Stellen dieses Buches die Freiheit genommen, die Sprache zugänglicher und angenehmer zu formulieren. Auf diese Weise macht es einfach mehr Spaß.

Die Grundlagen der Analysis sind ein eigenes, spezielles Thema in der Mathematik. Die Anforderungen unterscheiden sich zwischen einzelnen Regionen, Schulen und Lehrern. Weil wir nicht wissen, was Ihnen Ihr Lehrer beibringen will, haben wir so gut wie alle Konzepte für die Grundlagen der Analysis abgedeckt. Möglicherweise werden also auch Dinge angesprochen, die Sie nicht wissen müssen. Das macht aber nichts. Nutzen Sie dieses Buch einfach nach Ihrem ganz individuellen Bedarf.

Wenn Sie dieses Buch nur als Türstopper oder Fliegenklatsche verwenden, können Sie sehr wahrscheinlich nicht davon profitieren. Wir schlagen zwei Alternativen vor:

- Sehen Sie sich nur das an, was Sie wissen müssen, und zwar dann, wenn Sie es wissen müssen. Dieses Buch ist gut für einen solchen Ansatz geeignet. Verwenden Sie den Index, das Inhaltsverzeichnis oder den allgemeinen Überblick zum Aufbau dieses Buches (später in diesem Kapitel), um jeweils das zu finden, was Sie gerade benötigen.
- Fangen Sie ganz vorne an und lesen Sie das Buch kapitelweise durch. Das ist ein sinnvoller Ansatz für diese Thematik, weil die Inhalte manchmal aufeinander aufbauen. Und selbst wenn Sie ein Mathegenie sind und gerne einen Abschnitt weglassen würden, den Sie vermeintlich schon beherrschen, kann es

sein, dass Sie dort an Dinge erinnert werden, die Sie bereits vergessen haben. Wir empfehlen Ihnen, ganz vorne anzufangen und sich langsam durch den Stoff zu arbeiten. Je mehr Übung Sie sich verschaffen, desto besser ist das für Sie.

Konventionen in diesem Buch

Der Konsistenz halber, und um eine möglichst einfache Orientierung zu gestatten, folgt dieses Buch den folgenden Konventionen:

- ✓ Wenn neue Begriffe aus der Mathematik eingeführt werden, dann werden sie *kursiv* dargestellt, um auf sie hinzuweisen und Ihnen zu erleichtern, ihre Definition zu finden.
- ✓ Variablen werden ebenfalls *kursiv* dargestellt, um sie von normalen Buchstaben abzuheben.
- ✓ Die schrittweise Bearbeitung von Aufgaben ist immer **fett** ausgezeichnet, so dass Sie sie schneller erkennen.
- ✓ Das Symbol für imaginäre Zahlen ist immer ein kleines *i*.

Törichte Annahmen über den Leser

Nur weil wir Mathematik bedingungslos lieben, können wir nicht davon ausgehen, dass Sie dieselbe Begeisterung für das Thema aufbringen. Wir können jedoch davon ausgehen, dass Sie dieses Buch aus einem bestimmten Grund aufgeschlagen haben: Sie brauchen eine Auffrischung zu dem Thema, Sie lernen es gerade erst kennen, Sie versuchen, sich auf eine weiterführende Schule vorzubereiten, oder Sie wollen Ihr Kind bei den Hausaufgaben unterstützen. Wir können außerdem davon ausgehen, dass Sie viele der in diesen Fachbereich einzuordnenden Konzepte bereits kennen, weil es in den Grundlagen der Analysis letztlich darum geht, Geometrie und Algebra II auf die nächste Stufe zu bringen.

Wir gehen außerdem davon aus, dass Sie mitarbeiten wollen. Obwohl Sie mit den Grundlagen der Analysis längst nicht das Ende aller Mathematik erreicht haben, handelt es sich dabei dennoch um höhere Mathematik. Sie müssen sich also ein bisschen anstrengen – aber das wussten Sie!

Außerdem sind wir sicher, dass Sie ein Entdeckergeist sind und die Analysis nicht nur für ein lästiges Schulfach halten. Vielleicht lieben Sie die Mathematik so wie wir, oder Sie haben einfach nichts Besseres vor, ebenfalls wie wir, oder Sie wollen sich einfach gründlich auf eine höhere Schule vorbereiten. Offensichtlich haben Sie sich durch ein paar komplizierte Konzepte in der Geometrie und in Algebra II gearbeitet. Wir können davon ausgehen, dass Sie es auch noch weiter schaffen, wenn Sie es schon so weit

geschafft haben. Und wir werden Ihnen dabei helfen!

Aufbau dieses Buches

Dieses Buch ist in vier Abschnitte untergliedert, die die am häufigsten gelehrt und gelernten Konzepte für die Grundlagen der Analysis beschreiben.

Teil I: Aufstellen, Lösen, Zeichnen

Die Kapitel in Teil I beginnen mit einem Rückblick auf den Stoff, den Sie bereits aus Algebra II kennen sollten. Anschließend geht es um reelle Zahlen und darum, wie man mit ihnen arbeitet. Danach gehen wir weiter zu Funktionen, unter anderem Polynomfunktionen, rationalen Funktionen, Exponentialfunktionen und logarithmischen Funktionen. Wir werden sie zeichnen, lösen und Operationen dafür ausführen.

Teil II: Die wichtigsten Grundlagen der Trigonometrie

Die Kapitel in Teil II beginnen mit einem Rückblick auf Winkel, rechtwinklige Dreiecke und trigonometrische Beziehungen. Anschließend entwickeln wir den berühmten Einheitskreis. Abhängig davon, was Sie in Algebra II gelernt haben, ist Ihnen das Zeichnen trigonometrischer Funktionen entweder neu oder stellt einen Rückblick für Sie dar, deshalb zeigen wir, wie die