

Scale-up

Modellübertragung in der Verfahrenstechnik

2., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage



Marko Zlokarnik

Scale-up

***Beachten Sie bitte auch
weitere interessante Titel
zu diesem Thema***

Deibele, L. Dohrn, R. (Hrsg.)

**Miniplant-Technik
in der Prozessindustrie**

2005, ISBN 3-527-30739-7

Helmus, F. P.

**Anlagenplanung
Von der Anfrage bis zur Abnahme**

2003, ISBN 3-527-30439-8

Vogel, G. H.

**Lehrbuch Chemische Technologie
Grundlagen Verfahrenstechnischer Anlagen**

2004, ISBN 3-527-31094-0

Vogel, G. H.

**Verfahrensentwicklung
von der ersten Idee zur chemischen
Produktionsanlage**

2002, ISBN 3-537-28721-3

Schmidt, V. M.

**Elektrochemische
Verfahrenstechnik
Grundlagen, Reaktionstechnik,
Prozessoptimierung**

2003, ISBN 3-527-29958-0

Reschetilowski, W.

Technisch-Chemisches Praktikum

2002, ISBN 3-527-30619-6

Storhas, W.

Bioverfahrensentwicklung

2003, ISBN 3-527-28866-X

Löwe, A.

**Chemische Reaktionstechnik
mit MATLAB und SIMULINK**

2001, ISBN 3-527-30268-9

Marko Zlokarnik

Scale-up

Modellübertragung in der Verfahrenstechnik

2. vollst. überarb. u. erw. Auflage



WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

Author

Prof. Dr.-Ing. Marko Zlokarnik

Grillparzerstr. 58

8010 Graz

Österreich

E-Mail: zloka@nexta.at

2. vollst. überarb. u. erw. Auflage 2005

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

© 2005 WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

Gedruckt auf säurefreiem Papier.

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn diese nicht eigens als solche markiert sind.

Satz Kühn & Weyh, Satz und Medien, Freiburg

Druck Betzdruck GmbH, Darmstadt

Bindung Litges & Dopf Buchbinderei GmbH, Heppenheim

Umschlaggestaltung aktivComm, Weinheim

Titelbild Frau Dipl.-Ing. Constance Voß, Graz 2005

Printed in the Federal Republic of Germany.

ISBN-13: 978-3-527-31422-5

ISBN-10: 3-527-31422-9

Meinem Freund und Lehrer

Herrn Dr. phil. Dr.-Ing. h.c. Juri Pawlowski

zugeeignet.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur 1. Auflage XIII

Vorwort zur 2. Auflage XV

Symbolverzeichnis XVII

1	Einführung	1
2	Dimensionsanalyse	3
2.1	Grundlage	3
2.2	Was ist eine Dimension?	3
2.3	Was ist eine physikalische Größe?	3
2.4	Grundgrößen und abgeleitete Größen; Dimensionskonstanten	4
2.5	Dimensionssysteme	5
2.6	Dimensionshomogenität einer physikalischen Beziehung	7
Beispiel 1:	Wovon hängt die Schwingungsperiode θ eines Pendels ab?	8
Beispiel 2	Wovon hängt die Falldauer θ eines Körpers im homogenen Gravitationsfeld ab (Gesetz des freien Falls)? Wovon hängt die Ausflußgeschwindigkeit v einer Flüssigkeit aus einem Gefäß mit Öffnung ab (<i>Torricellische</i> Ausflußformel)?	10
Beispiel 3:	Zusammenhang zwischen der Größe des Bratens und der Bratzeit	12
2.7	Das pi-Theorem	15
3	Erarbeitung von pi-Sätzen mittels Matrizenumformung	17
Beispiel 4:	Druckverlust eines homogenen Fluids im geraden glatten Rohr (ohne Berücksichtigung der Einlaufeffekte)	17
4	Maßstabsinvarianz des pi-Raumes – Grundlage der Modellübertragung	25
Beispiel 5:	Wärmeübergang von geheizten Drähten und Rohren an den Luftstrom	27

5	Wichtige Hinweise zur Aufstellung der Relevanzliste des Problems	31
5.1	Behandlung von universellen physikalischen Konstanten	31
5.2	Einführung von Zwischengrößen	32
Beispiel 6:	Mischzeit-Charakteristik bei Gemischen mit Dichte- und Viskositätsunterschieden	33
Beispiel 7:	Flotationsvorgang bei der Druckentspannungsflotation	34
6	Wichtige Aspekte bei der Modellübertragung	37
6.1	Modellübertragung bei Nichtverfügbarkeit von Modell-Stoffsystemen	37
Beispiel 8:	Auslegungsunterlagen für mechanische Schaumzerstörer	37
6.2	Modellübertragung bei partieller Ähnlichkeit	41
Beispiel 9:	Schleppwiderstand eines Schiffskörpers	41
Beispiel 10:	Faustregeln beim Dimensionieren von Reaktionsapparaten: Volumenbezogene Rührleistung und Lehrrohrgeschwindigkeit als Dimensionierungskriterien für Rührbehälter bzw. für Blasensäulen	46
7	Vorläufige Bestandsaufnahme	49
7.1	Vorteile der Dimensionsanalyse	49
7.2	Anwendungsbereich der Dimensionsanalyse	50
7.3	Versuchstechnik bei der Modellübertragung	51
7.4	Versuchsdurchführung unter Maßstabsänderung	52
8	Dimensionsanalytische Behandlung veränderlicher Stoffgrößen	55
8.1	Wozu ist diese Betrachtung wichtig?	55
8.2	Dimensionslose Darstellung einer Stoff-Funktion	57
Beispiel 11:	Standarddarstellung der Temperaturabhängigkeit der Viskosität	57
Beispiel 12:	Standarddarstellung der Temperaturabhängigkeit der Dichte	61
Beispiel 13:	Standarddarstellung der Bruchfestigkeit verschiedener Materialien in Abhängigkeit vom Partikeldurchmesser	62
Beispiel 14:	Trocknung nasser Polymermasse. Bezugsinvariante Darstellung der Stoff-Funktion $D(T, F)$	65
8.3	Bezugsinvariante Darstellung einer Stoff-Funktion	66
8.4	Der pi-Raum bei veränderlichen Stoffwerten	68
Beispiel 15:	Berücksichtigung der $\eta(T)$ -Abhängigkeit durch den η_w/η -Term	68
Beispiel 16:	Berücksichtigung der $\rho(T)$ -Abhängigkeit durch die Grashof-Kennzahl Gr	71
8.5	Rheologische Normierungsfunktionen und Prozeßbeziehungen bei nicht-Newtonschen Flüssigkeiten	71
8.5.1	Rheologische Normierungsfunktionen	72
8.5.1.1	Fließverhalten nicht-Newtonscher Fluide vom Typ der pseudo-plastischen Flüssigkeiten	72

8.5.1.2	Fließverhalten nicht-Newtonscher Fluide vom Typ der viskoelastischen Flüssigkeiten	75
8.5.1.3	Dimensionsanalytische Diskussion viskoelastischer Fluide	77
8.5.1.4	Erarbeitung von rheologischen Normierungsfunktionen	79
Beispiel 17:	Dimensionsanalytische Erfassung des <i>Weissenbergschen</i> Phänomens – Anleitung für eine Doktorarbeit	81
8.5.2	Prozeßbeziehungen bei nicht-Newtonschen Flüssigkeiten	86
8.5.2.1	Konzept der effektiven Viskosität η_{eff} nach <i>Metzner-Otto</i>	86
8.5.2.2	Prozeßbeziehungen für mechanische Prozesse in Verbindung mit nicht-Newtonschen Stoffen	88
Beispiel 18:	Leistungs-Charakteristik eines Rührers	88
Beispiel 19:	Homogenisierungs-Charakteristik eines Rührers	90
8.5.2.3	Prozeßbeziehungen für thermische Prozesse in Verbindung mit nicht-Newtonschen Stoffen	91
8.5.2.4	Modellübertragung bei Vorgängen mit nicht-Newtonschen Flüssigkeiten	92
9	Reduktion des pi-Raumes	93
9.1	Die Kontroverse <i>Rayleigh – Riabouchinsky</i>	93
Beispiel 20:	Dimensionsanalytische Behandlung des Problems von <i>Boussinesq</i>	95
Beispiel 21:	Wärmetransport-Charakteristik eines Rührbehälters	97
10	Typische Probleme und Fehler bei der Anwendung der Dimensionsanalyse	101
10.1	Modellmaßstab und Strömungszustand: Scale-up und Miniplants	101
10.1.1	Die Größe der Laborapparatur und der Strömungszustand	102
10.1.2	Die Größe der Laborapparatur und der pi-Raum	103
10.1.3	Mikro- und Makromischung	104
10.1.4	Mikromischung und die Selektivität komplexer chemischer Reaktionen	105
10.1.5	Mini- und Mikroplants aus der Sicht des Scale-up	105
10.2	Mangelnde Sensitivität der Zielgröße	106
10.2.1	Homogenisierzeit θ	106
10.2.2	Vollständige Aufwirbelung nach dem 1-s-Kriterium	106
10.3	Modellmaßstab und Meßgenauigkeit	108
10.3.1	Bestimmung der Rührleistung	108
10.3.2	Bestimmung des Stofftransportes im Stoffsystem G/L	108
10.4	Vollständige Erfassung des fraglichen pi-Satzes bei der Versuchsdurchführung	109
10.5	Richtiges Vorgehen bei der Anwendung der Dimensionsanalyse	111

- 10.5.1 Vorbereitung der Modellversuche 111
- 10.5.2 Durchführung der Modellversuche 111
- 10.5.3 Auswertung der Modellversuche 112

- 11 Optimieren von Prozeßbedingungen durch Kombination von Prozeßcharakteristiken 113**
 - Beispiel 22: Ermittlung von Rührbedingungen zur Durchführung des Homogenisierungsprozesses mit kleinster Mischarbeit 113
 - Beispiel 23: Prozeßcharakteristiken eines selbstansaugenden Hohlrührers und Ermittlung seiner optimalen Betriebsbedingungen 118
 - Beispiel 24: Optimieren von Rührern für eine maximale Abfuhr der Reaktionswärme 122

- 12 Ausgewählte Beispiele der dimensionsanalytischen Behandlung von Prozessen aus dem Gebiet der mechanischen Verfahrenstechnik 125**
 - Beispiel 25: Rührleistung in begaster Flüssigkeit. Auslegungsunterlagen für Rührer und Modellversuche für die Maßstabsübertragung 125
 - Beispiel 26: Dimensionierung von Feststoffmischern 131
 - Beispiel 27: Fördertechnische Charakteristiken einspindeliger Schneckenmaschinen 136
 - Beispiel 28: Dimensionsanalytische Erfassung des Zerstäubens von Flüssigkeiten 140
 - Beispiel 29: Das Phänomen des hängenden Films 144
 - Beispiel 30: Herstellung von flüssig/flüssig-Emulsionen 147
 - Beispiel 31: Zerkleinerung von Feststoffen 152
 - Beispiel 32: Dimensionsanalytische Behandlung der Flotationstechnik im Abwasserbereich 157
 - Beispiel 33: Beschreibung des zeitlichen Verlaufes des Trockenschleuderns bei Filterzentrifugen 164
 - Beispiel 34: Beschreibung der Partikelabscheidung durch Trägheitskräfte 168
 - Beispiel 35: Gasanteil in Blasensäulen in Abhängigkeit von geometrischen, stofflichen und prozessbedingten Parametern 172
 - Beispiel 36: Dimensionsanalyse des Tablettierprozesses 176

- 13 Ausgewählte Beispiele der dimensionsanalytischen Behandlung von Prozessen aus dem Gebiet der thermischen Verfahrenstechnik 181**
 - 13.1 Einführende Anmerkung 181
 - Beispiel 37: Stationäre Wärmeübertragung in Rührbehältern 182
 - Beispiel 38: Stationäre Wärmeübertragung in Rohren 184
 - Beispiel 39: Stationäre Wärmeübertragung in Blasensäulen 185
 - 13.2 Grundlage des Stofftransportes im Stoffsystem Gas/Flüssigkeit (G/L) 189
 - Beispiel 40: Stofftransport G/L bei der Oberflächenbelüftung mit Kreisbelüftern 191

Beispiel 41:	Stofftransport G/L bei der Flüssigkeitsbegasung in Rührbehältern	193
Beispiel 42:	Stofftransport G/L bei der Flüssigkeitsbegasung in Blasensäulen mit Injektoren als Gaszerteilern. Optimierung der Betriebsbedingungen in bezug auf die Effizienz $E \equiv G/\Sigma P$ [kg O ₂ /kWh]	196
13.3	Koaleszenzverhalten im System G/L	204
Beispiel 43:	Dimensionierung von Trocknern	206
14	Ausgewählte Beispiele der dimensionsanalytischen Behandlung von Prozessen aus dem Gebiet der chemischen Verfahrenstechnik	213
Beispiel 44:	Kontinuierliche Reaktionsführung im Strömungsrohr	214
Beispiel 45:	Dimensionsanalytische Beschreibung des Stoff- und Wärmetransportes bei feststoffkatalysierten Gasreaktionen	221
Beispiel 46:	Dimensionierung von Reaktoren für katalytische Prozesse in der Petrochemie	228
Beispiel 47:	Dimensionierung eines Rohrreaktors mit Düsenmischer zur Durchführung einer konkurrierenden Folgereaktion	231
Beispiel 48:	Stofftransportlimitierung der Reaktionsgeschwindigkeit von schnellen chemischen Reaktionen im heterogenen Stoffsystem Gas/Flüssigkeit	235
15	Ausgewählte Beispiele der dimensionsanalytischen Behandlung von Prozessen aus dem Gebiet der belebten Natur	239
Beispiel 49:	Dimensionsanalytische Betrachtung des Ruderns	240
Beispiel 50:	Warum schwimmen die meisten Tiere unter Wasser?	242
Beispiel 51:	Wandern auf dem Mond	243
Beispiel 52:	Laufen und Springen auf der Wasseroberfläche	247
Beispiel 53:	Was treibt den Saft in die Blätter der Bäume?	248
16	Kurzer geschichtlicher Überblick zur Dimensionsanalyse und zur Modellübertragung	249
16.1	Geschichtliche Entwicklung der Dimensionsanalyse	249
16.2	Geschichtliche Entwicklung der Modellübertragung	252
17	Übungen zur Modellübertragung	255
17.1	Aufgaben	255
17.2	Lösungen der Aufgaben	258
18	Verzeichnis wichtiger benannter Kennzahlen	263
19	Literatur	265
Stichwortverzeichnis		273

Vorwort zur 1. Auflage

Viele Forschungs- und Dimensionierungsaufgaben, die sich heute dem Verfahreningenieur stellen, sind so kompliziert, daß sie mit den Mitteln der numerischen Mathematik nicht mehr zu lösen sind. Es genügt, wenn man in diesem Zusammenhang an Vorgänge in Verbindung mit temperaturabhängigen Stoffwerten oder mit nicht-Newtonschen Fluiden erinnert bzw. auf Vorgänge in heterogenen Stoffsystemen hinweist, bei denen z. B. Koaleszenzphänomene oder Schäume oder Schlämme auftreten. Es leuchtet ein, daß Apparate und Anlagen, in denen solche Stoffsysteme behandelt werden, schwierige Dimensionierungsprobleme aufwerfen und oft allenfalls mit Hilfe der partiellen Ähnlichkeit zu übertragen sind.

Es muß festgestellt werden, daß der Hochschulabsolvent in der Regel auf Probleme genannter Art in keiner Weise vorbereitet ist. Einerseits sind die Abhandlungen über die Grundlage der Modellübertragung – die Dimensionsanalyse – sowie über die Ähnlichkeitstheorie und die Modellübertragung in den gängigen Lehrbüchern veraltet und auch sonst nur in den seltensten Fällen so abgefaßt, daß sie diese Methoden popularisieren könnten. Andererseits fehlt es der Hochschule an Motivation für eine Forschungstätigkeit dieser Art, da sie mit Dimensionierungsaufgaben in der Regel nicht konfrontiert wird und ihr daher dazu meist auch die nötigen Apparate im halbtechnischen Maßstab fehlen.

So entsteht der völlig falsche Eindruck, daß die angesprochenen Methoden bestenfalls eine marginale Bedeutung für die verfahrenstechnische Praxis besitzen, da man sie sonst ja im Studium intensiver behandelt hätte!

Das vorliegende Buch versucht diesem Mangel abzuhelpfen. Es behandelt die Dimensionsanalyse und die Modellübertragung so, daß sie jedermann auch ohne mathematische Vorkenntnisse sofort und leicht verständlich wird. Dabei wird insbesondere der Behandlung von veränderlichen Stoffwerten (z. B. ihre Temperaturabhängigkeit, Abhängigkeit der Viskosität von der Scherbeanspruchung) viel Raum gegeben. Viele Stoffsysteme in der Biotechnik weisen nämlich ein nicht-Newtonsches Viskositätsverhalten auf, und es sind gerade die biotechnischen Prozesse, die stetig an Bedeutung gewinnen. Bei der Modellübertragung dieser Prozesse in den technischen Maßstab muß neben der geometrischen und prozeßbedingten auch die stoffliche Ähnlichkeit eingehalten werden.

Die theoretischen Grundlagen der Dimensionsanalyse und der Modellübertragung werden auf den ersten hundert Seiten besprochen. Sie werden jeweils unmittelbar an zwanzig Beispielen erläutert, die heute interessierende Fragestellungen behandeln.

Die zweite Hälfte dieses Buches ist jedoch der ganzheitlichen dimensionsanalytischen Behandlung von Problemen aus den Gebieten der mechanischen, thermischen und chemischen Verfahrenstechnik gewidmet; sie umfaßt dreißig Beispiele. Mit dem Begriff „ganzheitlich“ soll angedeutet werden, daß die Dimensionsanalyse stets zu Beginn der Problembehandlung bemüht und befragt wurde, so daß die Durchführung und die Auswertung der Versuche jeweils im Sinne ihrer Voraussagen erfolgten.

Die Auseinandersetzung mit dieser Vorgehensweise wird dem Leser nicht nur eine praktische Anleitung zum eigenen Handeln vermitteln, sondern ihm auch den unerwartet hohen Nutzen dieser Methoden vor Augen führen.

Der praktisch interessierte Leser, der ein konkretes Problem zu lösen hat, aber mit der dimensionsanalytischen Vorgehensweise nicht vertraut ist, muß das Buch keineswegs vollständig durchlesen, um sein Problem behandeln zu können. Es genügt zunächst, sich die ersten 50 Seiten des Buches anzueignen, die die Dimensionsanalyse und die Methodik der Kennzahlgewinnung behandeln. Danach wird es vom Vorteil sein, jenes Anwendungsbeispiel genauer zu betrachten, das der fraglichen Problemstellung am nächsten kommt. Daraufhin sollte man jedoch sofort beherzt das eigene Problem dimensionsanalytisch in Angriff nehmen, denn erst die praktische Auseinandersetzung mit einer eigenen Aufgabe schärft das Verständnis für das Nutzen sowie die Leistungsfähigkeit dieser Methode.

In Laufe meiner 35-jährigen praktischen Beschäftigung mit den ähnlichkeitstheoretischen Arbeitsmethoden war mir mein Freund und Kollege, Herr Dr. *Juri Pawlowski*, ein unschätzbare Lehrer und Berater. Ihm verdanke ich unzählige Anregungen und Hinweise, so auch bei der Niederschrift dieses Buches. Dafür möchte ich ihm auch an dieser Stelle meinen herzlichen Dank aussprechen.

Mein aufrichtiger Dank gebührt aber auch meinem ehemaligen Arbeitgeber, der Bayer AG, Leverkusen, in dessen „Ingenieur-Abteilung Angewandte Physik“ ich mein ganzes Berufsleben der verfahrenstechnischen Forschung und Entwicklung widmen konnte und der es stets zuließ, daß ich mich neben den Betriebsaufgaben und der Auftragsforschung in einem beträchtlichen Umfang auch der verfahrenstechnischen Grundlagenforschung zuwenden konnte.

Marko Zlokarnik

Vorwort zur 2. Auflage

Die erste deutsche Auflage dieses Buches (Mai 2000) fand eine überraschend gute Aufnahme und wurde im Verlauf des Jahres 2005 ausverkauft. Meinem Vorschlag, statt eines weiteren Nachdrucks eine Neuauflage folgen zu lassen, ist der Verlag WILEY-VCH gerne nachgekommen, wofür ich den dafür verantwortlichen Damen, Frau Dr. Barbara Böck und Frau Karin Sora, auch an dieser Stelle herzlich danke.

Im Verlauf der letzten fünf Jahre habe ich fast drei Dutzend Seminare zu diesem Thema im Haus der Technik/Essen-Berlin-München, bei der DECHEMA/Frankfurt sowie bei verschiedenen Hochschulinstituten und Firmen im deutschsprachigen Raum gehalten. So konnte ich im Kontakt mit jungen Kollegen erfahren, wo die Schwierigkeiten bei der Rezeption des Themas liegen und wie man ihnen didaktisch begegnen kann. Ich habe mich bemüht, diese Erfahrungen in die Neuauflage einfließen zu lassen.

Folgendes ist gegenüber der ersten Auflage hinzugekommen:

1. Das Kapitel „Veränderliche Stoffwerte“ – insbesondere nicht-Newtonsche Flüssigkeiten – wurde vollständig überarbeitet. Neue Beispiele behandeln die Bruchfestigkeit von Feststoffen als Funktion des Partikeldurchmessers, das Weißenbergsche Phänomen bei viskoelastischen Fluiden sowie Koaleszenzphänomene im System G/L.
2. Die Problematik der Miniplants aus der Sicht der Modellübertragung wurde ausführlicher unter die Lupe genommen.
3. Zwei weitere interessante Beispiele betreffen die Dimensionsanalyse des Tablettierprozesses und das Wandern auf dem Mond.
4. Die Beispiele zum stationären Wärmetransport behandeln neben dem in Blasensäulen noch den in Rohren und in Rührbehältern.
5. Die Informationen zum Stofftransport im System G/L wurden neu strukturiert, damit die Unterschiede in der dimensionsanalytischen Behandlung der Oberflächen- und der Volumenbegasung klarer zutage treten.
6. Ein kurzer geschichtlicher Überblick beschreibt die Entwicklung der Dimensionsanalyse und der Modellübertragung.
7. 25 neue Übungsaufgaben mit Lösungen wurden aufgenommen.

Um den Umfang des Buches nicht über Gebühr zu vergrößern, wurden einige Beispiele aus der ersten Auflage, die seltener auftretende Themen behandelten, nicht in die Neuauflage übernommen.

Meinem Freund und Lehrer, Herrn Dr. Juri Pawlowski, möchte ich auch an dieser Stelle meinen herzlichen Dank für seine Unterstützung bei der Neugestaltung einzelner Kapitel, insbesondere der Abschnitte zur Rheologie, aussprechen.

Graz, im August 2005

Marko Zlokarnik

Symbolverzeichnis

Lateinische Zeichen

a	volumenbezogene Phasengrenzfläche $a \equiv A/V$ Temperaturleitfähigkeit; $a \equiv \lambda/(\rho c_p)$
A	Fläche
c, Δc	Konzentration, Konzentrationsdifferenz
c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
c_p	Wärmekapazität, massebezogene
c_s	Sättigungskonzentration
d	charakteristischer Durchmesser
d_b	Blasendurchmesser, meist als „Sauter-Durchmesser“ d_{32} formuliert
d_{32}	Sauter-Durchmesser von Gasblasen oder von Tropfen
d_p	Partikeldurchmesser
D	Behälterdurchmesser, Rohrdurchmesser
D	Diffusivität
D_{eff}	effektiver Dispersionkoeff. (in axialer Richtung)
E	Energie Beschleunigungsfaktor bei der Chemisorption; Bez. (14.50) Aktivierungsenergie bei chem. Reaktionen Effizienz des Absorptionsvorganges, Abschn. 10.3.2 und S. 203
f	Funktionszeichen
F	Kraft
F	Feuchtegrad
g	Erdbeschleunigung
G	Stoffstrom
G	Gravitationskonstante
H	Höhe Dimension der Wärmemenge
J	<i>Joulesches</i> mechanisches Wärmeäquivalent
k	Reaktionsgeschwindigkeitskonstante Wärmedurchgangskoeffizient im Beispiel 24
k	Boltzmann-Konstante
k_G	Stoffübergangskoeff. auf der Gasseite

k_L	Stoffübergangskoeff. auf der Flüssigkeitsseite
$k_{1,a}$	volumenbezogener flüssigkeitsseitiger Stofftransportkoeffizient
k_F	Flotationsgeschwindigkeitskonstante
K	Konsistenzindex in Abschnitt 8.5.1.1
l	charakteristische Länge
L	Dimension der Länge
m	Masse
	Fließ-Index in Abschn. 8.5.1.1
M	Dimension der Masse
Mol	Maßeinheit der Stoffmenge
n	Rührerdrehzahl
N	Dimension der Stoffmenge
	Stufenzahl
N_x	Normalspannungsdifferenzen ($x = 1$ oder 2) im Abschnitt 8.5.1.2
$p, \Delta p$	Druck, Druckverlust
P	Leistung, Rührerleistung
q	Volumendurchsatz
Q	Wärmestrom
r	Rang der Dimensionsmatrix
	Reaktionsgeschwindigkeit
R	Reaktionswärme
\mathbf{R}	allgemeine Gaskonstante
S	Querschnittsfläche ($\sim D^2$)
S_i	Koaleszenzparameter
t	(laufende) Zeit
T	Dimension der Zeit
T	Temperatur
T	absolute Temperatur
u	Umfangsgeschwindigkeit ($u = \pi nd$)
v	Geschwindigkeit, Leerrohrgeschwindigkeit
V	Volumen
z	Anzahl

Griechische Zeichen

a	Wärmeübergangskoeffizient
	Winkel
β	Temperaturkoeffizient der Dichte; Bez. (8.8)
	spez. Bruchenergie im Beispiel 31
γ	Deformation
γ_0	Temperaturkoeffizient der Viskosität; Bez. (8.1)
$\dot{\gamma}$	Schergeschwindigkeit nach Bez. (8.23)
$\tilde{\Gamma}_0$	Shiftparameter für die Schergeschwindigkeit $\dot{\gamma}$, Abschnitt 8.5.1.3
δ	Dicke (Film-, Schicht-, Wand-)
ε	massebezogene Leistung $\varepsilon \equiv P/\rho V$

ε	Gasanteil in der Flüssigkeit („hold-up“)
ζ	„Widerstandskoeffizient“ bei der Rohrströmung; Bez. (3.8)
η	dynamische Viskosität Wirkungsgrad des Verdichters oder der Pumpe
H	Shiftparameter für die dynamische Viskosität η , Abschnitt 8.5.1.3
θ	Zeitdauer
Θ	Dimension der Temperatur Randwinkel
λ	Wärmeleitfähigkeit Relaxationszeit nach Bez. (8.30) <i>Kolmogorovs</i> Mikromaßstab der Turbulenz im Abschnitt 10.1.3
Λ	Makromaßstab der Turbulenz
μ	Maßstabsfaktor $\mu \equiv l_T/l_M$ Zahlenwert in der bezugsinvarianten Stoff-Funktion, Abschnitt 8.3
ν	kinematische Viskosität
ρ	Dichte
ρc_p	Wärmekapazität, volumenbezogene
σ	Grenz- bzw. Oberflächenspannung Bruch-/Zugfestigkeit in den Beispielen 13 und 31
τ	mittl. Verweilzeit $\tau = V/q$ Scherspannung nach Bez. (8.23)
τ_0	Fließgrenze bei <i>Bingham</i> -Körpern
χ	bezugsinvariante Stoff-Funktion, Abschnitt 8.3
φ	Anteil (volumen-, Massen-)
ϕ	Füllgrad Koeffizient der Bruchfestigkeit, Bez. (8.11)

Indices

c	kontinuierliche, zusammenhängende Phase
d	disperse Phase
e	Endzustand
F	Flocke
G	Gas (gasförmig)
L	flüssig (liquid)
min	minimale, kleinste
M	Modellmaßstab
0	Anfangszustand
p	Partikel
s	Sättigungswert Schichthöhe
S	fest (solid), Schaum-
t	Zustand zur Zeit t
T	technischer Maßstab
w	Wand

1

Einführung

Der Verfahreningenieur, der Chemieingenieur und der technische Chemiker haben es in der Regel mit der technischen Realisierung von Verfahren zu tun, bei denen chemische (oder mikrobiologische) Stoffumwandlungen mit dem Stoff-, Wärme- und Impulsaustausch gekoppelt sind und sich daher im Kleinen (Labor- oder Technikumsmaßstab) anders verhalten als im Großen (Betriebsmaßstab). Diese Vorgänge sind *maßstabsabhängig*. Heterogene Reaktionen sowie die meisten Grundoperationen wie Mischen und Rühren, Sieben und Sichten, Filtrieren und Zentrifugieren, Zerkleinern, Trocknungs- und Brennvorgänge in verschiedensten Ofentypen – um nur einige wenige Beispiele zu nennen – gehören dazu. Es ist deshalb seit jeher ein verständliches Anliegen des technischen Chemikers und des Verfahreningenieurs, zu wissen, wie man solche Vorgänge *im Modell* nachzuahmen hat, um Aufschluß über die Auslegung und Dimensionierung einer neu zu errichtenden technischen Anlage zu bekommen. Gelegentlich stellt sich die gleiche Frage auch anders: Es existiert eine großtechnische Anlage, aber diese funktioniert nicht oder nicht zufriedenstellend, und man möchte deshalb durch entsprechende Modellversuche herausfinden, was die Ursache dafür ist und wie man sie beheben kann.

Gleichgültig, ob es sich nun um eine Maßstabsvergrößerung („scale-up“) oder eine Maßstabsverkleinerung („scale-down“) handelt, die vorzunehmende „Modell- oder Maßstabübertragung“ ist immer mit einer Reihe wichtiger Fragen verbunden:

- Wie klein darf das Modell sein? Ist es ausreichend, mit einem einzigen Modell zu arbeiten, oder müssen Versuche in verschiedenen großen Modellen durchgeführt werden?
- Wann müssen, wann können die stofflichen Parameter variiert werden, wann dürfen die Modellmessungen nur mit dem Original-Stoffsystem durchgeführt werden?
- Nach welchen Gesetzmäßigkeiten werden die Prozeßparameter des Modellversuchs denen der Großausführung angepaßt?
- Ist eine vollständige Ähnlichkeit zwischen den Vorgängen in der Modellapparatur und in der Großausführung überhaupt zu erreichen? Wenn nicht, wie soll vorgegangen werden, und welche Aussagen sind dann zu erreichen?

Diese Fragen betreffen die Modelltheorie, welche auf der Dimensionsanalyse beruht. Obwohl diese Grundlagen seit bald einem Jahrhundert eine Selbstverständlichkeit auf dem Gebiet der Strömungslehre und der Wärmeübertragung sind – kein Schiffs- oder Flugkörper, aber auch kein Wärmeaustauscher wird seit Jahren anders als nach diesen Methoden dimensioniert! – haben sie auf den Gebieten der mechanischen, thermischen und chemischen Verfahrenstechnik nur in einem bescheidenen Umfang Eingang gefunden. Die Gründe hierfür wurden bereits im Vorwort dargelegt.

Man kann die Bedeutung der dimensionsanalytischen Methoden für die heutige verfahrenstechnische Praxis durch nichts transparenter machen als durch Anwendungsbeispiele. Deshalb wird in diesem Buch der Schwerpunkt auf die ganzheitliche Behandlung von verfahrenstechnischen Fragestellungen mittels der Dimensionsanalyse gelegt.

Von den *mechanischen* Verfahren werden beispielhaft das Rühren in homogenen und in begasten Flüssigkeiten sowie das Mischen von Feststoffen behandelt. Weiter kommen zur Sprache das Zerstäuben von Flüssigkeiten mit Düsen, die Herstellung von flüssig/flüssig Emulsionen in Dispergiermaschinen sowie das Zerkleinern von Feststoffen in Kugelmöhlen. Als Besonderheiten werden die Auslegungsunterlagen für Flotationsanlagen für die Abwasserreinigung, für die Gasreinigung (Tropfenabscheidung aus Aerosolen durch Trägheitskräfte) sowie für das Trockenschleudern in Filterzentrifugen vorgestellt.

Von den *thermischen* Verfahrensschritten werden der Stoff- und der Wärmetransport in Rührbehältern und in Blasensäulen behandelt, wobei bei dem Stofftransport im System gasförmig/flüssig ausführlich auf die Berücksichtigung der Koaleszenzphänomene eingegangen wird. Das Problem des gleichzeitigen Stoff- und Wärmetransportes kommt in Verbindung mit der Filmtrocknung zur Sprache.

Aus dem Gebiet der *chemischen* Reaktionstechnik wird die Durchführung von Gasreaktionen im Strömungsrohr sowie im Festbettreaktor (Feststoffkatalyse) besprochen. Eine maximal mögliche Selektivität läßt sich bei konkurrierenden Folgereaktionen zwischen zwei flüssigen Reaktionspartnern nur dann erreichen, wenn im Reaktionsraum die Rückvermischung von Reaktionsprodukten und -partnern vollständig unterbunden wird. Dafür ist der Rohrreaktor mit Düsenmischer am besten geeignet; seine Dimensionierungsunterlagen werden vorgestellt. In letztem Beispiel dieses Kapitels wird der dimensionsanalytische Rahmen abgesteckt, in dem sich die Auswirkung der Stofftransportlimitierung auf die Reaktionsgeschwindigkeit von schnellen Reaktionen im Stoffsystem Gas/Flüssigkeit anschaulich darstellen läßt.

Im vorletzten, kurzen Kapitel wird an einigen Beispielen gezeigt, daß man auch Bewegungsvorgänge in *belebter Natur* im Sinne der Dimensionsanalyse beschreiben und die Geltungsbereiche für die zutreffenden π -Größen angeben kann. Die Vorgänge in der Natur unterliegen ja den gleichen physikalischen Rahmenbedingungen (Einschränkungen) wie die in der Welt der Technik.

2

Dimensionsanalyse

2.1

Grundlage

Die Dimensionsanalyse gründet sich auf der Erkenntnis, daß eine mathematische Beziehung, die ein chemisch- oder physikalisch-technisches Problem beschreibt, dimensionshomogen formuliert sein muß, wenn sie allgemein, d. h. im beliebigen Dimensionssystem gültig sein soll.

2.2

Was ist eine Dimension?

Eine Dimension ist eine rein *qualitative* Beschreibung einer physikalischen Eigenschaft bzw. Erscheinungsform: Eine Länge kann sich als Breite, Tiefe oder Höhe darstellen, eine Masse als ein leichter oder schwerer Körper, eine Zeit als ein kurzer oder langer Augenblick, usw. Die Dimension einer Länge ist die Länge (L), die Dimension einer Masse ist die Masse (M), usw.

Jedem physikalischen Begriff kann man eine Größenart und jeder Größenart eine Dimension zuordnen. Dabei kommt vor, daß verschiedene Größenarten ein und dieselbe Dimension aufweisen. Beispiel: Die Diffusivität D , die Temperaturleitfähigkeit a und die kinematische Viskosität ν haben die gleiche Dimension $[L^2 T^{-1}]$.

2.3

Was ist eine physikalische Größe?

Im Gegensatz zur Dimension ist eine physikalische Größe eine *quantitative* Beschreibung einer physikalischen Eigenschaft:

Physikalische Größe = Zahlenwert (Maßzahl) \times Maßeinheit

Beispiel: Eine Masse von 5 kg: $m = 5 \text{ kg}$. Die Maßeinheit der Länge kann z. B. ein Meter, ein Fuß, eine Elle, eine nautische Meile, ein astronomisches Jahr, usw. sein. Die Maßeinheiten der Energie sind z. B. Joule, cal, eV, usw. (Deswegen muß man sich in einem Maßeinheitensystem diesbezüglich festlegen.)

2.4

Grundgrößen und abgeleitete Größen; Dimensionskonstanten

Man unterscheidet zwischen den Grund- oder Basisgrößen und den aus ihnen abgeleiteten, sekundären Größen. Die Grundgrößenarten werden per Definition festgelegt; nach dem heute gültigen *Système International d'Unités (SI)* gehört dazu z. B. die Masse und nicht die Kraft wie noch vor 40 Jahren!

Die abgeleiteten Größen werden aus den Grundgrößen nach Maßgabe eines physikalischen Gesetzes oder Vorganges gebildet. So wird z. B. die Geschwindigkeit v als Länge pro Zeit definiert: $[v] = L/T$, ihre kohärente Maßeinheit ist m/s . Kohärenz der Maßeinheiten bedeutet, daß sekundäre Größen nur solche Maßeinheiten haben dürfen, die mit den per definitionem festgesetzten Maßeinheiten der Grundgrößen im Einklang sind und sich daher als Potenzprodukte der Grundmaßeinheiten darstellen. Angaben der Geschwindigkeit in mph (miles/hour) oder in km/h verstoßen dagegen!

Wird eine abgeleitete Größe durch ein physikalisches Gesetz festgelegt, kann es vorkommen, daß sie mit einem anderen physikalischen Gesetz in Widerspruch gerät.

Beispiel a

Nach dem 2. Newtonschen Gesetz wird die Kraft F als das Produkt aus Masse und Beschleunigung definiert: $F = m a$. Sie besitzt die Dimension $[M L T^{-2}]$. Dies wäre im Widerspruch mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz: $F \sim m_1 m_2/r^2$, wonach die Kraft die Dimension $[M^2 L^{-2}]$ haben würde, deshalb mußte hier die Gravitationskonstante G – eine Dimensionskonstante – eingeführt werden, um die Dimensionshomogenität der Beziehung zu gewährleisten: $F = G m_1 m_2/r^2$.

$$G [M^{-1} L^3 T^{-2}] = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)$$

Beispiel b

für diesen Sachverhalt ist die Einführung der allgemeinen Gaskonstante R , welche sicherstellt, daß in der Beziehung $p V = n R T$ die bereits festgelegte sekundäre Dimension für die Arbeit $W = p V [M L^2 T^{-2}]$ nicht verletzt wird.

$$R [M L^2 T^{-2} N^{-1} \Theta^{-1}] = 8,313 \text{ J}/(\text{mol K})$$

Zu den abgeleiteten, sekundären physikalischen Größen gehören z. B. auch die Koeffizienten in den Transportbeziehungen für Impuls, Stoff und Wärme. Auch sie sind mit der jeweiligen physikalischen Beziehung festgelegt („Definitionsgrößen“) und nur über ihre Konstituenten bestimmbar. Insbesondere in der Verfahrenstechnik kommt es noch heute vor, daß neue sekundäre Größen eingeführt

werden müssen. Man ist jedoch stets in der Lage, für sie die Dimension und die kohärente Maßeinheit festzulegen; Beispiel: volumenbezogener flüssigkeitsseitiger Stofftransportkoeffizient k_{1a} [T^{-1}].

2.5 Dimensionssysteme

Ein Dimensionssystem besteht aus allen primären und auf ihnen aufgebauten sekundären Dimensionen mit den dazugehörigen kohärenten Maßeinheiten. Das heute gültige *Système International d'Unités* (SI) basiert auf sieben Grunddimensionen; diese sind in der **Tabelle 1** zusammen mit ihren Grundmaßeinheiten angegeben. **Tabelle 2** verweist darauf, daß einige häufig verwendete sekundäre Maßeinheiten nach berühmten Forschern benannt sind. Diese sind insbesondere in der Elektrotechnik häufig anzutreffen (Beispiele: Coulomb, Farad, Henry, Hertz, Ohm, Siemens, Tesla, Volt, Weber). Tabelle 2 listet nur jene auf, die in der Mechanik und somit in der mechanischen Verfahrenstechnik vorkommen.

Tab. 1 Grundgrößenarten und ihre Dimensionen gemäß dem heute gültigen Dimensionssystem SI

Grundgrößenart	Grunddimension	Grundmaßeinheit	
Länge	L	m	Meter
Masse	M	kg	Kilogramm
Zeit	T	s	Sekunde
thermodyn. Temperatur	θ	K	Kelvin
Stoffmenge	N	mol	Mol
elektrische Stromstärke	I	A	Ampère
Lichtstärke	Iv	cd	Candela

Tab. 2 Nach bedeutenden Forschern benannte sekundäre Maßeinheiten der Mechanik

Sek. Größe	Dimension	Maßeinheit	Abkürzung
Kraft	$M L T^{-2}$	$kg m s^{-2} \equiv N$	Newton
Druck	$M L^{-1} T^{-2}$	$kg m^{-1} s^{-2} \equiv Pa$	Pascal
Energie	$M L^2 T^{-2}$	$kg m^2 s^{-2} \equiv J$	Joule
Leistung	$M L^2 T^{-3}$	$kg m^2 s^{-3} \equiv W$	Watt

In der **Tabelle 3** sind die wichtigsten sekundären Dimensionen der mechanischen und thermischen Verfahrenstechnik aufgeführt.

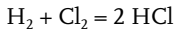
Tab. 3 Häufig verwendete sekundäre Größenarten und ihre Dimensionen im heute gültigen SI für mechanische und thermische Fragestellungen

Größenart	Dimension
Fläche	L^2
Volumen	L^3
Winkelgeschwindigkeit	
Deformationsgeschw.	T^{-1}
Frequenz	
Geschwindigkeit	LT^{-1}
Beschleunigung	LT^{-2}
kinemat. Viskosität	
Diffusionskoeffizient	$L^2 T^{-1}$
Temperaturleitfähigkeit	
Dichte	$M L^{-3}$
Oberflächenspannung	$M T^{-2}$
Dynamische Viskosität	$M L^{-1} T^{-1}$
Impuls	$M L T^{-1}$
Kraft	$M L T^{-2}$
Druck, Spannung	$M L^{-1} T^{-2}$
Drehimpuls	$M L^2 T^{-1}$
Mechanische Energie	
Arbeit, Drehmoment	$M L^2 T^{-2}$
Leistung	$M L^2 T^{-3}$
Spezifische Wärme	$L^2 T^{-2} \theta^{-1}$
Wärmeleitfähigkeit	$M L T^{-3} \theta^{-1}$
Wärmeübergangskoeff.	$M T^{-3} \theta^{-1}$

Treten bei der Formulierung von Problemstellungen in den Dimensionen der beteiligten Größen nur die Grunddimensionen [M, L, T] auf, handelt es sich um mechanische Fragestellungen, beim Auftreten von [θ] um einen thermischen

und beim Vorhandensein von [N] um einen chemischen Sachverhalt. Zum letzten ist eine Anmerkung notwendig.

Bei chemischen Reaktionen reagieren die Atome bzw. Moleküle der Reaktanden und nicht deren Massen miteinander. Deren Anzahl (Menge) ergibt sich aus der Masse eines Stoffs gemäß seiner Molmasse. Ein Mol (SI-Einheit: mol) einer chemisch reinen Substanz enthält $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ Objekte (Atome, Moleküle). Man gewinnt die Angabe über die Stoffmenge n , indem man die Masse einer chemisch reinen Verbindung durch ihre Molmasse dividiert. Konkret gesagt: Bei einer Gasreaktion zwischen Wasserstoff und Chlor reagiert gemäß der Gleichung



ein Mol Wasserstoff mit einem Mol Chlor und bildet zwei Mole Chlorwasserstoff. Dabei ist es völlig unerheblich, daß in bezug auf Masse 2 g H_2 mit 71 g Cl_2 zu 73 g HCl reagiert haben.

2.6

Dimensionshomogenität einer physikalischen Beziehung

Es wurde darauf hingewiesen, daß eine Beziehung, die ein chemisches oder ein physikalisches Problem beschreibt, dimensionshomogen formuliert werden muß, wenn sie allgemein gültig sein soll (Abschnitt 2.1). Die Aufgabe der Dimensionsanalyse besteht daher darin, zu überprüfen, ob ein zu erarbeitender physikalischer Zusammenhang dimensionshomogen formuliert werden kann. Die dazu nötige Prozedur besteht aus zwei Schritten:

- a) Zunächst werden alle Parameter aufgelistet, mit denen das Problem beschrieben wird. Diese sog. Relevanzliste des Problems besteht aus der (in der Regel einzigen) gesuchten Zielgröße und aus den sie beeinflussenden Parametern (Einflußgrößen). Die Zielgröße ist die einzige abhängige Größe und die Einflußgrößen sollten untereinander linear unabhängig sein. Beispiel: Von den Stoffgrößen η , ν , ρ sollten nur zwei gewählt werden, weil sie miteinander definitionsmäßig gekoppelt sind: $\nu \equiv \eta/\rho$.
- b) In einem zweiten Schritt wird dann die Dimensionshomogenität des Zusammenhanges zwischen diesen Größen überprüft, indem dieser dimensionslos formuliert wird. Dies ist die Grundlage des sog. pi-Theorems (vgl. Abschnitt 2.7), in dem die Dimensionshomogenität auf die dimensionslose Darstellbarkeit von physikalischen Sachverhalten hinausläuft.

■ Merke: **Eine dimensionslose Abhängigkeit ist dimensionshomogen!**

Das bisher Gesagte wird im folgenden an drei Beispielen transparent gemacht.