

Heinz Haferkorn

Optik

Physikalisch-technische Grundlagen und Anwendungen

4., bearbeitete und erweiterte Auflage

 WILEY-VCH

This Page Intentionally Left Blank

Heinz Haferkorn

Optik

Physikalisch-technische Grundlagen und Anwendungen

This Page Intentionally Left Blank

Heinz Haferkorn

Optik

Physikalisch-technische Grundlagen und Anwendungen

4., bearbeitete und erweiterte Auflage

 **WILEY-VCH**

Autor:
Prof. Dr. Heinz Haferkorn, em.
Technische Universität Ilmenau

Das vorliegende Werk wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autor und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

Das Titelbild wurde uns mit freundlicher Genehmigung des Laser Zentrums Hannover e. V. zur Verfügung gestellt.

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

ISBN 3-527-40372-8

© 2003 WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

Gedruckt auf säurefreiem Papier.

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, daß diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

All rights reserved (including those of translation into other languages). No part of this book may be reproduced in any form – by photoprinting, microfilm, or any other means – nor transmitted or translated into a machine language without written permission from the publishers. Registered names, trademarks, etc. used in this book, even when not specifically marked as such, are not to be considered unprotected by law.

Satz: Manuela Treindl, Laaber (ab Kapitel 7)

Druck: Druckerei Lokay, Reinheim

Bindung: Litges & Dopf GmbH, Heppenheim

Vorwort zur 4. Auflage

Nachdem die 3. Auflage des Bandes Optik vergriffen ist und umfangreiche Recherchen sowie Nachfragen von Fachkollegen einen weiteren Bedarf erwarten lassen, hat sich der Verlag zur Herausgabe einer weiteren Auflage entschlossen. Der Inhalt der 3. Auflage stellt auch heute noch ein solides Fundament für die Beschäftigung mit der Optik dar, wenn auch an einigen wenigen Stellen manuelle oder grafische Methoden behandelt werden, die durch den Einsatz des Computers an Bedeutung verloren haben (z. B. bei der Prismendimensionierung).

Deshalb war es naheliegend, den bisherigen Inhalt beizubehalten und durch einige weiterführende oder aktuelle Abschnitte zu ergänzen (Kapitel 7). Dabei mußte aus Platzgründen teilweise die umfassende theoretische Darstellung gegenüber verbalen Aussagen zurückstehen. Für geringfügige Überschneidungen zwischen dem bisherigen Text und dem Text des Kapitels 7 bittet der Autor um Entschuldigung.

Zu besonderem Dank ist der Autor dem Verlagsleiter Physik des Wiley-VCH, Dr. Alexander Grossmann, verpflichtet. Seine positive Einschätzung des Buches und sein Optimismus für eine erfolgreiche Weiterführung haben diese Auflage ermöglicht. Der Autor bedankt sich ebenfalls bei den Mitarbeitern des Verlages, die zum Gelingen des Vorhabens beigetragen haben. In diesen Dank sollen auch die Mitarbeiter der Verlage einbezogen werden, die die vorangegangenen Auflagen bearbeitet haben.

Hinweise zur Verbesserung des Buches oder zu vielleicht noch vorhandenen Fehlern nimmt der Autor stets gern entgegen.

Ilmenau, im Juli 2002

Heinz Haferkorn

Vorwort zur 3. Auflage

Die erste Auflage des Buches „Optik“ beruhte auf den langjährigen Lehr- und Forschungserfahrungen am Lehrstuhl für Technische Optik der Technischen Hochschule Ilmenau und löste die von mir zum internen Gebrauch herausgegebenen Lehrbriefe ab. Aufgrund des erfreulichen Interesses, das meinem Buch entgegengebracht wurde, machte sich nach kurzer Zeit eine zweite Auflage notwendig. Die vorliegende dritte Auflage wurde gründlich überarbeitet und wesentlich erweitert.

Die Aufgabe dieses Buches soll darin bestehen, das spezifische physikalische Grundlagenwissen aufzufrischen und zu ergänzen, die Voraussetzungen für die Beschäftigung mit den Spezialgebieten zu schaffen sowie Unterstützung bei der praktischen Anwendung der Optik zu geben. Deshalb galt es, bei einem vertretbaren Umfang des Buches die Funktion eines Lehrbuches mit

der eines Nachschlagewerkes zu vereinen, d. h. ein ausgewogenes Verhältnis von methodischem Rüstzeug und praktisch notwendigen Kenntnissen über grundlegende optische Elemente zu finden sowie die Wechselbeziehungen zwischen den physikalischen und den technischen Aspekten zu erfassen. Daraus ergibt sich auch, daß kein Platz für Übungsaufgaben und Angaben über kommerzielle Geräte vorhanden ist. Während in einigen Abschnitten über den Stoff der Grundlagenvorlesung hinausgegangen wird, mußte auf Teilgebiete der Spezialausbildung in Technischer Optik bzw. Physik verzichtet werden. So wurden vor allem die systematische Theorie der optischen Abbildung einschließlich der Bewertung und Synthese optischer Systeme, die optische Meßtechnik, die Spektroskopie, die Holographie, die integrierte Optik und die Laserphysik nur eingeschränkt dargeboten. Es sind aber in der dritten Auflage Teilgebiete umfassender als in der ersten Auflage sowie zahlreiche neuere Entwicklungen enthalten. Das betrifft vorrangig die Strahlungsphysik, Strahlungsquellen und -empfänger, die Laserbündel-Transformation, die Abbildung mit inhomogenen Elementen, die dünnen Schichten, die nichtlineare Optik, die adaptive Optik sowie die optischen Systeme. Das Literaturverzeichnis wurde erweitert, und einige farbige Abbildungen konnten eingefügt werden.

Besonders ausführlich wurden solche Gebiete behandelt, die erfahrungsgemäß in der Ausbildung größere Schwierigkeiten bereiten. Wert gelegt wird auf exakte Definitionen und auf eine solide Darstellung der klassischen technischen Optik, die in manchen Lehrbüchern in den Hintergrund gedrängt wird. Der Autor vertritt die Meinung, daß es auch für das Verständnis und die Weiterentwicklung der vielfältig vorliegenden Computer-Software notwendig ist, die optischen Grundlagen zu beherrschen. Es kann nicht die Aufgabe von Hochschulabsolventen sein, nur vorgegebene Gleichungen rezeptmäßig abzuarbeiten. Deshalb wird großer Wert auf die Ableitung der Zusammenhänge gelegt.

Die Darstellungsweise ist vorwiegend dem Lehrbuchcharakter angepaßt. Ein Teil der Ableitungen von Gleichungen ist aus dem Text herausgelöst und in Tabellen zusammengefaßt worden, meistens in Form von Flußbildern. Dadurch soll die Übersichtlichkeit beim Nachschlagen erhöht werden. Grundlagenkenntnisse in Mathematik und Physik werden vorausgesetzt.

Die Formelzeichen und Vorzeichenregeln der Technischen Optik werden konsequent nach den in Abschnitt 1.2 angegebenen Grundsätzen benutzt. Da Buchstaben mehrfach verwendet werden müssen, wird die Bedeutung jeweils in den einzelnen Abschnitten erklärt.

An der Erarbeitung und Lehrerprobung des Stoffes über viele Jahre hinweg haben die Mitarbeiter des Lehrstuhls für Technische Optik der Technischen Hochschule Ilmenau Anteil. Ihnen gilt deshalb an dieser Stelle besonderer Dank. Für wertvolle Hinweise bedanke ich mich bei den Herren Professoren J. Klebe (Potsdam), B. Wilhelmi (Jena) und J. R. Meyer-Arendt (Oregon, USA).

Dem Verlag bin ich sehr dankbar für die Möglichkeit, nach vielen zeitbedingten Problemen die dritte Auflage auf den Markt bringen zu können. Schließlich habe ich den Lektorinnen Frau Erika Arndt und Frau Brigitte Mai für die Unterstützung bei der Realisierung und die gute Zusammenarbeit zu danken. Eingeschlossen in diesen Dank sind alle, die an der technischen Herstellung Anteil haben, insbesondere Herr und Frau Ritter (Berlin) für die ausgezeichnete Umsetzung des Manuskripts in die Reprovorlage.

Zum Schluß möchte ich die Hoffnung ausdrücken, daß möglichst viele Studierende und Fachkollegen das Buch positiv aufnehmen mögen und daraus Nutzen ziehen können. Hinweise zur Verbesserung nimmt der Autor jederzeit dankbar entgegen.

Inhalt

1	Einleitung	11	2.4.4	Räumliche Kohärenz bei spontaner Emission	102
1.1	Arbeitsgebiet Optik	11	2.4.5	Kohärenz bei induzierter Emission	108
1.1.1	Sichtbares Licht	11	2.5	Interferenz	118
1.1.2	Das elektromagnetische Spektrum	13	2.5.1	Amplituden und Phasendifferenzen an der planparallelen Platte	118
1.1.3	Lichtquanten	14	2.5.2	Intensitäten an der planparallelen Platte	121
1.1.4	Gliederung und Entwicklung des Arbeitsgebietes	16	2.5.3	Interferenzerscheinungen an planparallelen Platten	125
1.2	Bezeichnungsgrundsätze	18	2.5.4	Interferenzerscheinungen an keilförmigen Platten	129
1.2.1	Formelzeichen	18	2.5.5	Weitere Interferenzerscheinungen	132
1.2.2	Vorzeichenregeln	20	2.6	Beugung	134
2	Physikalische Grundlagen	23	2.6.1	Mathematische Fassung des Huygensschen Prinzips	134
2.1	Lichtwellen und -strahlen	23	2.6.2	Fraunhofersche Beugung am Rechteck	138
2.1.1	Elektromagnetische Wellen	23	2.6.3	Fraunhofersche Beugung am Kreis	143
2.1.2	Polarisationsarten	29	2.6.4	Beugung am Liniengitter	146
2.1.3	Huygenssches Prinzip	34	2.6.5	Fresnelsche Beugung an der Kante	153
2.1.4	Lichtstrahlen	35	2.7	Abbildung	156
2.1.5	Fermatsches Prinzip	37	2.7.1	Optische Abbildung	156
2.2	Reflexion und Brechung	39	2.7.2	Ideale geometrisch-optische Abbildung	159
2.2.1	Brechungsgesetz	39	2.7.3	Geometrisch-optische Abbildung	161
2.2.2	Reflexionsgesetz	44	2.7.4	Wellenoptische Abbildung	162
2.2.3	Polarisation durch Reflexion und Brechung	46	3	Strahlungsphysik und Lichttechnik	164
2.2.4	Totalreflexion	53	3.1	Strahlungsphysikalische Größen	164
2.2.5	Doppelbrechung	57	3.1.1	Strahlungsfluß	164
2.3	Dispersion und Absorption	64	3.1.2	Strahlstärke	168
2.3.1	Absorption	64			
2.3.2	Dispersion	72			
2.3.3	Werkstoffe	75			
2.4	Kohärenz	84			
2.4.1	Spontane und induzierte Emission	84			
2.4.2	Interferenzanteile der Intensität	87			
2.4.3	Zeitliche Kohärenz bei spontaner Emission	93			

3.1.3	Strahldichte	169	4.4	Wellenoptisch abbildende Funktionselemente	327
3.1.4	Bestrahlungsstärke	170	4.4.1	Intensität in der Bildebene	327
3.2	Lichttechnische Größen	172	4.4.2	Intensität in Achsenpunkten	331
3.2.1	Lichtstrom	172	4.4.3	Wellenaberrationen	336
3.2.2	Lichtstärke	173	4.4.4	Punktbildfunktion. Definitionshelligkeit	341
3.2.3	Leuchtdichte	175	4.4.5	Modulationsübertragungsfunktion	350
3.2.4	Beleuchtungsstärke	175	4.4.6	Inkohärente Ortsfrequenzfilterung	357
3.2.5	Fotometrisches Entfernungsgesetz	176	4.4.7	Zonenplatte	362
4	Abbildende optische Funktionselemente	179	4.4.8	Hologramme	366
4.1	Geometrisch-optisch abbildende Funktionselemente	179	5	Nichtabbildende optische Funktionselemente	374
4.1.1	Funktionselemente	179	5.1	Lichtleitende Funktionselemente	374
4.1.2	Brechende Rotationsflächen	180	5.1.1	Linsenfolgen	374
4.1.3	Beziehungen für das paraxiale Gebiet	184	5.1.2	Licht- und Bildleitkabel	379
4.1.4	Flächenfolgen	193	5.2	Dispergierende Funktionselemente	382
4.1.5	Zentrierte Linsen	206	5.2.1	Dispersionsprismen	382
4.1.6	Reflektierende Rotationsflächen	218	5.2.2	Beugungsgitter	392
4.1.7	Windschiefe Strahlen	226	5.2.3	Etalons	399
4.1.8	Matrixdarstellung im paraxialen Gebiet	235	5.2.4	Auflösungsvermögen. Dispersionsgebiet	400
4.1.9	Spezielle rotationssymmetrische Funktionselemente	238	5.3	Filternde Funktionselemente	407
4.1.10	Spezielle nichtrotations-symmetrische Funktionselemente	250	5.3.1	Absorptionsfilter	407
4.1.11	Inhomogene und anisotrope Funktionselemente	254	5.3.2	Interferenzfilter mit Absorption	409
4.1.12	Funktionselemente zur Laserbündel-Transformation	263	5.3.3	Dielektrische Mehrfachschichten	415
4.2	Bündelbegrenzende optische Funktionselemente	266	5.3.4	Reflexionsänderung	423
4.2.1	Begrenzung der Öffnung	266	5.4	Polarisierende Funktionselemente	431
4.2.2	Scharfe Feldbegrenzung	274	5.4.1	Polarisationsprismen	431
4.2.3	Randabschattung	276	5.4.2	Flächenpolarisatoren	436
4.2.4	Begrenzung des Zerstreungskreises	283	5.4.3	Phasenplatten	439
4.2.5	Begrenzung des Lichtstroms	295	5.4.4	Halbschattenpolarisatoren	442
4.3	Abbildungsfehler	300	5.4.5	Interferenzpolarisatoren	445
4.3.1	Klassifikation der Abbildungsfehler	300	5.4.6	Matrizenbeschreibung	448
4.3.2	Abbildungsfehler im paraxialen Gebiet	306	5.5	Ablenkende Funktionselemente	453
4.3.3	Öffnungsfehler	310	5.5.1	Planspiegel	453
4.3.4	Koma. Bildfeldwölbung. Astigmatismus	315	5.5.2	Planparallele Platten	460
4.3.5	Verzeichnung	323	5.5.3	Planspiegelplatten	464
			5.5.4	Reflexionsprismen	464
			5.5.5	Keile. Kristallplatten und -prismen	487

5.6	Apertur- und lichtstromändernde Funktionselemente	492	6.4.3	Perspektive und Schärfentiefe	608
5.6.1	Neutralfilter	492	6.4.4	Fotometrie	616
5.6.2	Bündelteilung	493	6.5	Optische Systeme	618
5.6.3	Mattscheiben, Bildschirme	497	6.5.1	Beleuchtungssysteme	618
5.7	Energiewandelnde Funktionselemente	499	6.5.2	Achromatische Fotoobjektive	628
5.7.1	Strahlungsquellen	499	6.5.3	Aplanatische Fotoobjektivd	634
5.7.2	Kenngrößen von Strahlungsempfängern	506	6.5.4	Anastigmatische Fotoobjektive	634
5.7.3	Strahlungsempfänger	508	6.5.5	Objektive mit veränderlicher Brennweite	642
5.8	Nichtlineare Funktionselemente	510	6.5.6	Spiegelobjektive	650
5.8.1	Grundzüge der nichtlinearen Optik	510	6.5.7	Fernrohrobjektive	653
5.8.2	Funktionselemente	514	6.5.8	Mikroobjektive	656
			6.5.9	Okulare	662
			6.5.10	Spezielle optische Systeme	665
6	Optische Instrumente und Systeme	521	7	Weiterführende und aktuelle Ergänzungen	673
6.1	Grundbegriffe	521	7.1	Einleitung	673
6.1.1	Auge	521	7.1.1	Vorbemerkungen	673
6.1.2	Grundzüge der Brillenoptik	527	7.1.2	Aspekte der Entwicklung des Arbeitsgebietes	674
6.1.3	Vergrößerung	529	7.2	Physikalische Grundlagen	677
6.1.4	Abbildungsmaßstab	535	7.2.1	Dipolstrahlung	677
6.1.5	Optische Instrumente und Geräte	537	7.2.2	Interferometer	679
6.2	Lupe und Mikroskop	539	7.2.3	Beugung an Raumgittern	686
6.2.1	Lupe	539	7.2.4	Streuung	690
6.2.2	Optikschema des zusammengesetzten Mikroskops	543	7.3	Strahlungsphysik und Lichttechnik	695
6.2.3	Vergrößerung und Auflösungsvermögen	547	7.3.1	Licht- und Beleuchtungstechnik	695
6.2.4	Schärfentiefe	555	7.4	Abbildende optische Funktionselemente	700
6.2.5	Beleuchtung	559	7.4.1	Inhomogene Funktionselemente	700
6.2.6	Fourier-Theorie der kohärenten Abbildung	566	7.4.2	Hologramm-Typen	703
6.2.7	Mikroskopische Abbildung von Liniengittern	570	7.4.3	Anwendungen der Holografie	710
6.2.8	Partiell-kohärente Abbildung	580	7.4.4	Kohärente Bildverarbeitung	715
6.3	Fernrohr	583	7.5	Nichtabbildende Funktionselemente	717
6.3.1	Afokale Systeme	583	7.5.1	Integrierte Optik	717
6.3.2	Vergrößerung und Auflösungsvermögen	587	7.5.2	Modulatoren, Schalter, Speicher	722
6.6.3	Fernrohrleistung	596	7.5.3	Strahlungsquellen	732
6.3.4	Spezielle Fernrohre	598	7.5.4	Anwendungen der Laser	743
6.4	Fotografie	602	7.6	Optische Instrumente und Systeme	748
6.4.1	Abbildungsarten	602	7.6.1	Mikroskopierverfahren	748
6.4.2	Bündelbegrenzung	603	7.6.2	Astronomische Fernrohre	760
			7.6.3	Optische Systeme	764

7.6.4	Ansatz optischer Systeme	764	Literatur und Quellen	779
7.6.5	Korrektion optischer Systeme	770		
7.6.6	Bewertung optischer Systeme	772	Namen- und Sachverzeichnis	787

1 Einleitung

1.1 Arbeitsgebiet Optik

1.1.1 Sichtbares Licht

Die Optik ist die Disziplin der Physik, in der die Eigenschaften des Lichtes untersucht werden. Das Licht stellt eine Erscheinung der materiellen Welt dar, deren Wesen erst nach einem gründlichen Studium ihrer Wirkungen erfaßt werden kann.

Zunächst werden wir das Licht als Strahlung ansehen, die von den Lichtquellen ausgeht oder von den Gegenständen reflektiert wird und auf die das menschliche Auge anspricht. Das Bestreben, Weiteres über das Licht zu erfahren, führt zur experimentellen Untersuchung seiner Ausbreitungseigenschaften.

Die Beobachtung der Lichtausbreitung im Vakuum — oder auch in der Luft bei nicht zu großen Strecken — legt das Modell des Lichtstrahls nahe (Abb. 1.1). Wir kommen so zur rein geometrischen Behandlung des Lichtweges. Einem einzelnen Lichtstrahl kann jedoch keine physikalische Realität zukommen. Allein die Tatsache, daß Licht eine Energieform darstellt, schließt die Konzentration längs irgendwelcher Strecken aus. Das Strahlenmodell kann deshalb über das reale Wesen des Lichtes nichts aussagen und hat nur eng begrenzte Gültigkeit.

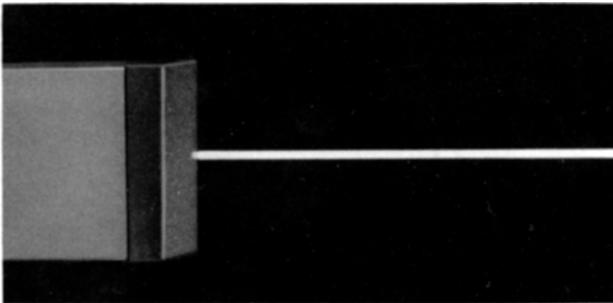


Abb. 1.1 Lichtstreuung an Staubteilchen. Eindruck eines Lichtstrahls

Unter geeigneten Versuchsbedingungen werden Interferenz (Abb. 1.2), Beugung (Abb. 1.3) und Polarisation (Abb. 1.4) des Lichtes beobachtet. Interferenzerscheinungen lassen sich nur mit einem Wellenmodell beschreiben. Eine wesentliche Seite des Lichtes muß also sein Wellencharakter sein. Die Polarisierbarkeit des Lichtes beweist, daß die Lichtwellen transversal sind.

Weitere Experimente, wie z. B. der Faraday-Effekt (Abb. 1.5) und der Kerr-Effekt, zeigen, daß es sich bei Licht um elektromagnetische Wellen handelt, also um elektromagnetische Feldenergie.

Bei der Ablenkung des Lichtes durch ein Dispersionsprisma wird weißes Licht in die Spektralfarben zerlegt. Jeder Farbe kann ein kleines Frequenzintervall bzw. im homogenen

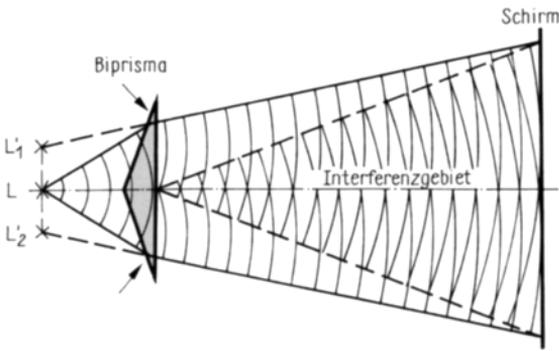


Abb. 1.2 Interferenz des Lichtes am Fresnelschen Biprisma

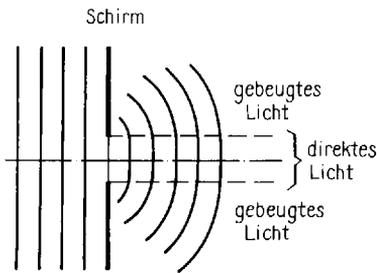


Abb. 1.3 Beugung des Lichtes am Spalt

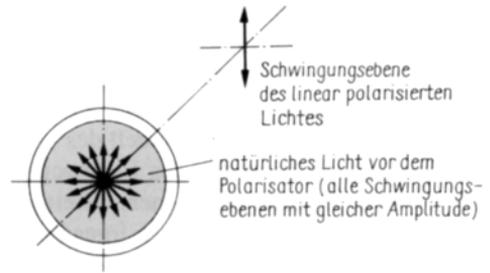


Abb. 1.4 Polarisation des Lichtes durch ein Filter

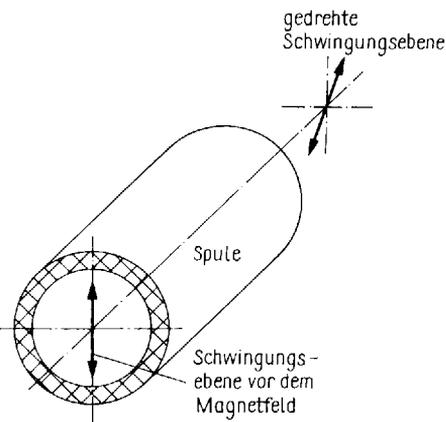


Abb. 1.5 Faraday-Effekt (schematisch)

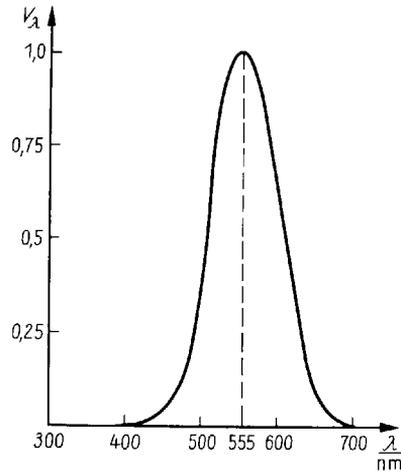


Abb. 1.6 Spektraler Hellempfindlichkeitsgrad des Auges

Stoff ein Wellenlängenintervall zugeordnet werden. Das menschliche Auge spricht auf Licht unterschiedlicher Wellenlänge verschieden stark an. Nach zahlreichen Messungen ist man übereingekommen, als Grundlage für fotometrische Messungen eine Konvention über die relative spektrale Hellempfindlichkeit des Auges einzuführen. Die größte Hellempfindlichkeit liegt im Gelbgrünen bei der Wellenlänge $\lambda = 555 \text{ nm}$. Sie ist gleich 1 gesetzt. Den spektralen Hellempfindlichkeitsgrad V_λ als Funktion von λ zeigt Abb. 1.6. Unser Auge nimmt den Bereich von $\lambda = 380 \text{ nm}$ bis $\lambda = 780 \text{ nm}$ wahr. (In Abb. 1.6 kommt der Anteil oberhalb $\lambda = 700 \text{ nm}$ nicht zum Ausdruck, weil die relative spektrale Hellempfindlichkeit zu klein ist.)

Nun sind wir in der Lage, für die Naturerscheinung Licht im engsten Sinne, nämlich als auf unser Auge einwirkende Strahlung, den physikalischen Charakter anzugeben, der wesentliche Ausbreitungseigenschaften erfasst.

Eine wesentliche Seite des Lichtes ist seine Erscheinungsform als elektromagnetische Welle. Die Wellenlängen liegen für sichtbares Licht zwischen $\lambda = 380 \text{ nm}$ und $\lambda = 780 \text{ nm}$. Die Energieverteilung auf die einzelnen Frequenzintervalle bestimmt die Farbzusammensetzung und damit den Farbeindruck.

1.1.2 Das elektromagnetische Spektrum

Die Wellenlängen des sichtbaren Lichtes stellen nur einen schmalen Ausschnitt aus dem gesamten Wellenlängenbereich dar, den die elektromagnetischen Wellen umfassen. An das rote Ende des sichtbaren Teils des Spektrums schließt sich der infrarote, an das violette Ende der ultraviolette Bereich an. Noch größere Wellenlängen als das Infrarot haben die schlechthin als elektrische Wellen bezeichneten Erscheinungen der drahtlosen Nachrichtentechnik. In Richtung kürzerer Wellenlängen folgen auf Ultraviolett die Röntgenstrahlung, die Gammastrahlung und die Höhenstrahlung. Einen Überblick über die Verteilung der einzelnen Bereiche vermittelt die logarithmische Wellenlängenskala der Abb. 1.7.

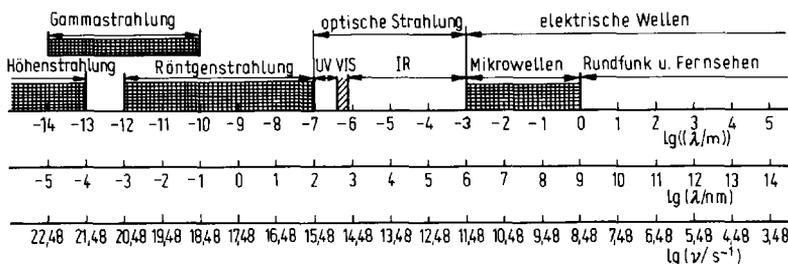


Abb. 1.7 Elektromagnetisches Spektrum

Die genannte Einteilung des elektromagnetischen Spektrums ist relativ willkürlich vorgenommen worden. Die einzelnen Bereiche überschneiden sich außerdem teilweise. Der wesentliche Gesichtspunkt der Gliederung sind die unterschiedlichen Methoden, mit denen die Wellen erzeugt werden, d.h. die verschiedenen Prinzipien der Strahlungsquellen.

Es erhebt sich nun die Frage, wodurch sich die Wellenlängenbereiche vom physikalischen Gesichtspunkt aus voneinander unterscheiden. Außerdem erscheint es angebracht, das Gebiet "Optik" von einer speziellen Bindung an die relative spektrale Hellempfindlichkeit des Auges zu befreien. Wie weit sollen wir aber dabei gehen? Diese Frage läßt sich nur beantworten, wenn die zweite wesentliche Seite des Lichtes, sein Quantencharakter, in die Betrachtung einbezogen wird.

1.1.3 Lichtquanten

Bei der theoretischen Behandlung von Experimenten, bei denen das Licht in Wechselwirkung mit Stoff tritt, mit dem Wellenmodell ergeben sich Widersprüche grundsätzlicher Natur. Deutlich tritt das Versagen des Wellenmodells bei der Deutung des äußeren lichtelektrischen Effektes hervor. Wir erläutern kurz den experimentellen Befund (Abb. 1.8).

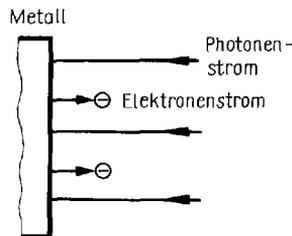


Abb. 1.8 Äußerer lichtelektrischer Effekt (schematisch)

Bei der Bestrahlung einer Metalloberfläche mit Licht können Elektronen ausgelöst werden. Die Messungen ergeben:

- Die Anzahl der austretenden Elektronen ist proportional der Lichtintensität.
- Die kinetische Energie der Elektronen ist proportional der Frequenz des Lichtes.

Die kinetische Energie der Elektronen hängt also nicht von der Lichtintensität ab, wie es mit dem Wellenmodell zu erwarten wäre.

Einstein erkannte 1905, daß die experimentiellen Befunde des äußeren lichtelektrischen Effektes mit der Annahme von Lichtquanten der Energie

$$W = h\nu$$

zwanglos erklärt werden können. Es gilt:

- Jedes Quant kann ein Elektron auslösen, so daß die Anzahl der Elektronen von der Anzahl der Lichtquanten abhängt.

Diese ist durch die Lichtintensität bestimmt.

- Die kinetische Energie der ausgelösten Elektronen muß gleich der um die Austrittsarbeit W_0 verminderten Energie eines Lichtquants sein. Es ist also

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - W_0.$$

Damit ist experimentell eindeutig nachgewiesen:

■ Eine wesentliche Seite des Lichtes ist sein Quantencharakter.

Wir sind auf einen echten dialektischen Widerspruch geführt worden. Das Licht, als eine Erscheinung der materiellen Welt, hat zwei wesentliche Seiten, die im klassischen Sinne unvereinbar sind, den Wellen- und den Quantencharakter. Deshalb wenden wir oftmals zur Beschreibung der Eigenschaften des Lichtes zwei Modelle an, von denen jedes für sich nur eine wesentliche Seite widerspiegelt.

Die Erscheinungsform als elektromagnetische Welle wird mit dem Wellenmodell beschrieben, das sich besonders eignet, wenn die Ausbreitung des Lichtes zu behandeln ist.

Die Erscheinungsform als Gesamtheit von Lichtquanten wird mit dem Quantenmodell beschrieben, das sich besonders bei der Behandlung der Wechselwirkung des Lichtes mit Stoff bewährt.

Die elektromagnetische Theorie des Lichtes hat von den Maxwell'schen Gleichungen auszugehen. Die Eigenschaften der Stoffe werden modellmäßig einbezogen. Die Modelle können rein klassisch angesetzt werden, oder sie werden quantentheoretisch begründet. Eine relativ umfassende Gültigkeit hat die Vorgehensweise der Wellenmechanik, bei der die Stoffe quantentheoretisch, die Felder klassisch dargestellt werden (semiklassische Theorie). Aber auch in dieser nichtrelativistischen Quantentheorie existieren Wellen- und Quantenmodell nebeneinander.

Das Lichtquant wird auch Photon genannt. Die Photonen stellen Elementarteilchen mit dem Spin 1, der Ruhemasse 0, der Energie $W = h\nu$, der Masse $m = (h\nu)/c^2$ und dem Impuls $p = (h\nu)/c$ dar. Bereits wegen der verschwindenden Ruhemasse muß eine konsequente Theorie der Photonen eine relativistische Theorie sein.

Eine formale Vereinigung von Wellen- und Quantenmodell wird in der Quantenelektrodynamik vorgenommen. Diese ist ein Spezialfall der Quantenfeldtheorie, in der grundsätzlich die Elementarteilchen aus einer Quantelung der zugeordneten Wellenfelder hervorgehen.

Die Anzahl der Lichtquanten, die auf die Energieeinheit entfallen, beträgt

$$z = \frac{1}{h\nu} = \frac{\lambda}{hc}$$

Mit $h = 6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ W} \cdot \text{s}^2$ und $c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ erhalten wir die Quantenanzahl je Wattsekunde, die der Abb. 1.9 zu entnehmen ist.

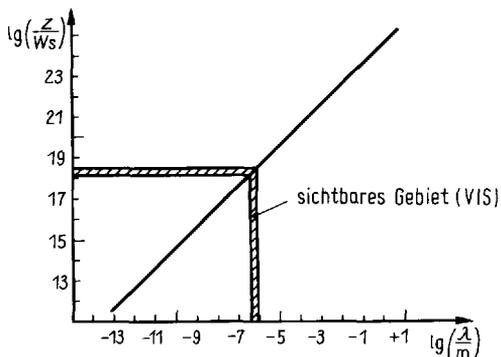


Abb. 1.9 Quantenanzahl z je Wattsekunde im elektromagnetischen Spektrum

Mit abnehmender Quantenanzahl je Energieeinheit oder je Volumeneinheit tritt der Quantencharakter gegenüber dem Wellencharakter stärker in den Vordergrund. Im elektromagnetischen Spektrum liegt das sichtbare Licht bei mittleren Quantenanzahlen je Energieeinheit. Quanten- und Wellencharakter kommen also weitgehend zur Geltung. Wir stellen fest:

Die optische Strahlung umfaßt den Teil des elektromagnetischen Spektrums, in dem Wellen- und Quantencharakter gleichrangig zu berücksichtigen sind.

Scharfe Grenzen können nicht gezogen werden. Die eine Grenze liegt innerhalb des infraroten Bereichs, die andere im Gebiet der Röntgenstrahlung. Die Mittelstellung des Lichtes im elektromagnetischen Spektrum bedingt die Vielfalt an Erscheinungen und Methoden der Optik.

Tabelle 1.1 Untergliederung der optischen Strahlung

Gebiet	Wellenlänge in nm
IR - C	1000000 ... 3000
IR - B	3000 ... 1400
IR - A	1400 ... 780
VIS	780 ... 380
UV - A	380 ... 315
UV - B	315 ... 280
UV - C	280 ... 100

Im Sinne der Lichttechnik wird nur für den sichtbaren Teil des elektromagnetischen Spektrums der Begriff "Licht" verwendet. Die Anteile vom Ultravioletten (UV, $\lambda = 100 \text{ nm} \dots 380 \text{ nm}$) über das Licht (VIS, von eng. *visible* = sichtbar) bis zum Infraroten (IR, $\lambda = 780 \text{ nm} \dots 1000 \mu\text{m}$,) werden optische Strahlung genannt. Tab. 1.1 enthält die weitere Unterteilung der optischen Strahlung.

1.1.4 Gliederung und Entwicklung des Arbeitsgebietes

Optik als physikalische Disziplin. Eine Gliederung der Optik vom physikalischen Standpunkt aus ist durch die Modelle gegeben, mit denen die Eigenschaften des Lichtes behandelt werden können. Wir unterscheiden:

- Geometrische Optik (Strahlenmodell)
- Wellenoptik (Wellenmodell)
- Quantenoptik (Quantenmodell).

Die Mittelstellung des Lichtes innerhalb des elektromagnetischen Spektrums bringt enge Beziehungen zu anderen physikalischen Disziplinen mit sich. Im langwelligen Bereich überschneiden sich die Arbeitsgebiete Optik und Mikrowellenphysik, im kurzwelligen Bereich ist der Übergang zur Röntgenphysik fließend.

Das Wellenmodell bewährt sich auch in der Elektrophysik. Das Quantenmodell erfaßt die direkte Verbindung zur Molekül-, Atom-, Festkörper- und Elementarteilchenphysik.

Die Beschäftigung mit der Optik als physikalischer Disziplin dient vorwiegend der Erkenntnis und der Bereitstellung von neuen Prinzipien für die technische Anwendung.

Optik als technische Disziplin. In bestimmten technischen Systemen werden die optischen Gesetze und Erscheinungen, also optische Wirkprinzipien, genutzt. Diese technisch-optischen Systeme lösen im wesentlichen zwei Aufgabenkomplexe:

- Aufgaben der Informationstechnik
- Aufgaben der Energietechnik.

Den weitaus umfassendsten Einsatzbereich stellen die Aufgaben der Informationstechnik dar, also die Aufgaben Informationserfassung, -übertragung, -wandlung, -speicherung und -auswertung.

Die Informationstechnik befaßt sich mit Informationen über

- Erscheinungen, Prozesse und Systeme in der materiellen Welt, deren gesetzmäßige Zusammenhänge und mathematische Beschreibung im Rahmen der Einzelwissenschaften zum Zweck der Erkenntnis
- technische Prozesse und Systeme zum Zweck ihrer Weiterentwicklung, ihrer meßtechnischen Erfassung, ihrer Regelung und Steuerung
- gesellschaftliche, natürliche und technische Prozesse und Systeme zum Zweck der Nachrichtenübertragung.

Technische Systeme zur Lösung der genannten Aufgaben werden Geräte genannt.

Die Gerätetechnik ist die technische Disziplin, deren Gegenstand die Vorstufen der Produktion, die Produktion und die Konsumtion von Geräten ist.

Die Technische Optik ist damit vorwiegend mit der Gerätetechnik verbunden.

Aufgaben der Energietechnik, also Aufgaben der Energieübertragung, -wandlung, -speicherung, -regelung und -steuerung, werden zum gegenwärtigen Zeitpunkt nur in geringem Umfang mit technisch-optischen Systemen gelöst. Beispiele sind die Beleuchtungstechnik, die Energieübertragung mittels Laser zur Materialbearbeitung und die Energieerzeugung über die gesteuerte Kernfusion, bei denen das Plasma mit fokussierten Laserbündeln erhitzt wird.

Entwicklungstendenzen. In der Entwicklung der optischen Geräte zeichnen sich folgende prinzipielle Tendenzen ab:

- Im Zuge der Rationalisierung von Konstruktion und Fertigung sowie zur Verbesserung des Kundenservices werden optische Geräte mit gleicher Grundfunktion oder mit ihrer Peripherie zu Gerätesystemen zusammengefaßt.
- Die optischen Geräte werden aus optimierten Baugruppen gebildet und damit selbst optimiert. Die geringere Komplexität der Baugruppen wird in vielen Fällen die mathematische Modellierung der Funktion und ihrer Analyse ermöglichen, so daß die Optimierung der Baugruppen quantitativ erfaßbar wird. Optimierte Baugruppen können zu Einheitsystemen zusammengefaßt werden.
- Die Kopplung von Optik und Elektronik wird weiterhin wachsende Tendenz zeigen. Elektronische Baugruppen erweitern und ergänzen die Leistungsfähigkeit der technisch-optischen Systeme, indem sie das optische Signal wandeln, registrieren und auswerten. Die

klassische Kombination Feinmechanik — Optik ist verstärkt übergegangen in die Kombination Feinmechanik — Optik — Elektronik. Dazu haben besonders die Mikromechanik, die Optoelektronik und die Mikroelektronik beigetragen. Durch den Einsatz von Mikrorechnern ist es möglich, auch in optischen Systemen Regel- und Steuerprozesse in größerem Umfang zu realisieren.

- In den Bauelementen können neue optische Wirkprinzipien und neue optische Werkstoffe eingesetzt sein. In wachsendem Umfang werden die Ergebnisse der Laserphysik, der nichtlinearen Optik, der Kohärenzoptik und der Optik der Wellenleiter, z. B. in Form der integrierten Optik, in die technische Anwendung übergeführt.

1.2 Bezeichnungsgrundsätze

1.2.1 Formelzeichen

Für die geometrische Optik sind die Bezeichnungsrichtlinien und die Formelzeichen unabhängig von den anderen Gebieten der Optik festgelegt worden. Dasselbe gilt für einige weitere Teilgebiete der Optik, z. B. für die Lichttechnik oder die lineare Übertragungstheorie. Bei einer umfassenden Darstellung der Optik entstehen auch zahlreiche Berührungspunkte zu anderen Teilgebieten von Physik und Technik (Elektrophysik und -technik, Optoelektronik, Quantentheorie, Thermodynamik u. a.). Dadurch läßt sich nicht vermeiden, daß Formelzeichen mehrfach verwendet werden. Die spezielle Bedeutung wird deshalb in den einzelnen Kapiteln erklärt.

Grundsätzlich geht das Bestreben in diesem Buch dahin, die genormten oder in internationalen Richtlinien empfohlenen Bezeichnungsgrundsätze anzuwenden. Neben den einschlägigen Standards werden die Empfehlungen der IUPAP (SYMBOLS, UNITS AND NOMENCLATURE IN PHYSICS, Document U.I.P. 20 von 1978) und die Festlegungen der 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht (1960) zum Internationalen Einheitensystem (SI) weitgehend berücksichtigt.

In Einzelfällen werden aus methodischen Gesichtspunkten oder wegen der Überschneidung der Gebiete abweichende Festlegungen getroffen.

In Tab. 1.2 sind die in diesem Buch umgesetzten Grundsätze für die Auswahl der Formelzeichen enthalten. Tab. 1.3 enthält ausgewählte Formelzeichen. Besonders hingewiesen sei auf folgende Abweichungen (in Klammern nach DIN):

Knotenpunkt N (H), Objektpunkt A (O), Scheitelpunkt V (S), Pfeilhöhe g (p).

Das Überstreichen objektseitiger nichtkonjugierter Größen wenden wir nur an, wenn dadurch Mißverständnisse vermieden werden. Es ist nicht einzusehen, daß die Brennweite f nur dann vom Leser als nichtkonjugiert zu f' erkannt werden soll, wenn das Formelzeichen überstrichen ist (\bar{f}), dagegen aber die Brennweite f' ohne Überstreichen als nichtkonjugiert zu f erkannt werden muß. (Im übrigen wird der Querstrich oft auch dann nicht angewendet, wenn es sich um die Sehwinkel handelt, die manchmal konjugiert, aber manchmal nichtkonjugiert sind.)

Tabelle 1.2 Grundsätze für die Auswahl von Formelzeichen

Element	Darstellung	Beispiel
Punkte	lateinische Großbuchstaben	Objektpunkt A
Strecken	lateinische Kleinbuchstaben	Objektgröße y
Winkel	griechische Kleinbuchstaben	Zentriwinkel φ
Größen des Bildraumes	gestrichen	Bildgröße y'
nichtkonjugierte Größen	überstrichen (bei Bedarf)	Brennpunkt \bar{F}
dimensionslose Größen	griechische Buchstaben	Abbildungsmaßstab $\beta' = \frac{y'}{y}$
Pupillengrößen	mit Index p	Zentriwinkel φ_p für den Hauptstrahl

Tabelle 1.3 Ausgewählte Formelzeichen

Punkte	
Objektpunkt	A
Krümmungsmittelpunkt	C
Brennpunkt	F
Hauptpunkt	H
Knotenpunkt (Nodus)	N
Knotenpunkt, nach DIN	K
Achsenpunkt der Pupille	P
Scheitelpunkt (Vertex)	V
Scheitelpunkt, nach DIN	S
Strecken	
Entfernung Hauptpunkt — axialer Objektpunkt (Objektweite)	a
Entfernung axialer Objektpunkt — beliebiger Achsenpunkt	b
Entfernung Krümmungsmittelpunkt — axialer Objektpunkt	c
Linsendicke	d
Abstand zweier benachbarter Flächenscheitel	e
Brennweite	f
Pfeilhöhe	g
Durchstoßhöhe eines Strahls	h
Hauptpunktspanne	i
Strahllänge	l
Entfernung axialer Pupillenpunkt — axialer Objektpunkt	p
Krümmungsradius	r
Schnittweite	s
Optisches Intervall	t

Tabelle 1.3 Fortsetzung

Strecken	
Querkoordinaten eines Objektpunktes	x, y
Entfernung Brennpunkt — axialer Objektpunkt	z
Winkel	
Ablenkung eines Lichtstrahls	δ
Winkel zwischen Lichtstrahl und Einfallslot (Einfallswinkel)	ϵ
Winkel zwischen Flächennormale und optischer Achse (Zentriwinkel)	φ
Winkel zwischen Lichtstrahl und optischer Achse (Schnittwinkel)	σ
Azimut	ψ
Dimensionslose Größen	
Tiefenmaßstab	α'
Abbildungsmaßstab	β'
Winkelverhältnis	γ'
Relative Teildispersion	p
Abbesche Zahl	v
Höhenverhältnis	ω
Numerische Apertur	A
Vergrößerung	Γ'
Von den Grundsätzen abweichende Bezeichnungen	
Brechzahl	n
Öffnungszahl (Blendenzahl)	k
Öffnungsverhältnis	K
Halber Öffnungswinkel	u
Halber Feldwinkel	w
Sehwinkel	w_s

1.2.2 Vorzeichenregeln

Bei der Anwendung von Beziehungen der geometrischen Optik in der Optik-Konstruktion werden Strecken und Winkel nach bestimmten Grundsätzen mit Vorzeichen versehen. Vorausgesetzt wird der Normalfall rotationssymmetrischer optischer Systeme.

Ein rotationssymmetrisches optisches System hat eine Symmetrieachse, die optische Achse genannt wird.

Die Funktion der optischen Systeme ist die optische Abbildung. Die optische Abbildung transformiert Größen des Objektraums in Größen des Bildraums.

Die Punkte des Objekt- und des Bildraums sind durch die Koordinaten festgelegt. Im allgemeinen verwendet man rechtshändige kartesische Koordinatensysteme.

Vereinbarungen: Die kartesischen Koordinaten des Objektraums werden mit x, y, z , die des Bildraums werden mit x', y', z' bezeichnet. Die z -Achse und die z' -Achse stimmen mit der optischen Achse überein. Die objektseitige Lichtrichtung wird in Zeichnungen im allgemeinen von links nach rechts angenommen (Abb. 1.10).

Definition (Abb. 1.11). Ein außeraxialer Objektpunkt und die optische Achse spannen die Meridionalebene auf. Eine Sagittalebene steht senkrecht auf der Meridionalebene und enthält einen als Bezugsstrahl ausgewählten Lichtstrahl.

Vereinbarung: Die Meridionalebene wird im allgemeinen in die Zeichenebene gelegt und als y - z -Ebene verwendet.

Vorzeichenvereinbarungen: Eine Strecke ist positiv, wenn der für die Vorzeichenfestlegung ausgewählte Bezugspunkt am linken Ende der Strecke liegt.

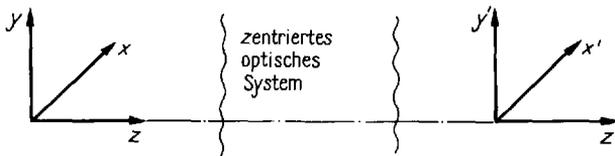


Abb. 1.10 Koordinatensysteme bei einer zentrierten optischen Abbildung

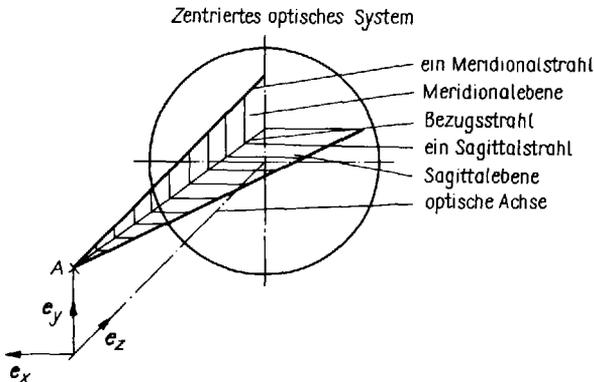


Abb. 1.11 Meridional- und Sagittalebene (A Objektpunkt)

Zur Bestimmung des Vorzeichens eines Winkels zwischen einem Lichtstrahl und einer Bezugsgeraden dreht man in Gedanken den Lichtstrahl auf dem kürzesten Weg in den Bezugs-schenkel. Bei Drehung im mathematisch positiven Sinn (entgegen dem Uhrzeigersinn) ist der Winkel positiv.

Das Vorzeichen von Strecken und Winkeln wird in die Zeichnungen mit eingetragen. Der Drehsinn zur Bestimmung des Vorzeichens von Winkeln kann in Zeichnungen durch Anbringen von nur einem Maßpfeil gekennzeichnet werden.

Beispiele für die brechende Fläche (Abb. 1.12) enthält Tab. 1.4.

Anmerkung: Auf zwei Unterschiede in diesem Buch gegenüber den DIN-Vorschriften ist hinzuweisen. Sie haben sich in der Lehre bewährt und hängen auch mit der zeitlichen Erarbeitung des Manuskripts zusammen.

1. Für den Einfallswinkel, Brechungswinkel und Reflexionswinkel wird in DIN der Strahl als Bezugsschenkel verwendet. Dadurch erhalten diese Winkel das entgegengesetzte Vorzeichen. Es ist aber inkonsequent, zur Bestimmung des Vorzeichens bei $\hat{\sigma}$ "den Strahl in die Achse", bei ε "das Einfallslot in den Strahl" zu drehen. In den entsprechenden Gleichungen ist der Übergang zu DIN durch Vorzeichenwechsel bei den Einfallswinkel, Reflexionswinkel und Brechungswinkel leicht vollziehbar.

2. Weiter wird festgelegt, daß die Vorzeichen der Strecken und Winkel in Zeichnungen einzuklammern sind. Davon wird hier abgewichen. Auf die Polemik, ob dies falsch ist, wollen wir nicht weiter eingehen. Es sei jedoch darauf hingewiesen, daß bei der Ableitung von Formeln anhand von Skizzen das Vorzeichen ohnehin zu berücksichtigen ist. So ergibt sich z.B. nach Abb. 1.12 die vorzeichenbehaftete Strecke \overline{AC} aus $-\hat{s} + r$ und nicht aus $(-)\hat{s} + r$ oder gar $\hat{s} + r$. Mit dem zahlenmäßigen Beispiel $\hat{s} = -100$ und $r = 50$ erhält man $-\hat{s} + r = 100 + 50 = 150$, also den richtigen Wert. Natürlich darf man in die Skizzen nicht die vorzeichenbehafteten Zahlenwerte einsetzen und dann Strecken zahlenmäßig addieren.

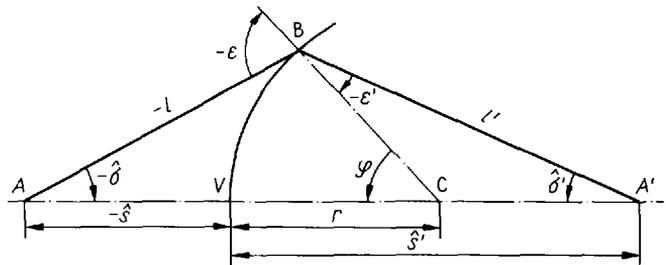


Abb. 1.12 Größen an der brechenden Kugelfläche

Tabelle 1.4 Bezugsgrößen für die Vorzeichenfestlegung

Element	Formelzeichen	Bezugspunkt bzw. Schenkel
Schnittweite	s	Flächenscheitel V
Flächenradius	r	Flächenscheitel V
Strahlänge	l	Flächendurchstoßpunkt B
Schnittwinkel	σ	Optische Achse
Zentriwinkel	φ	Optische Achse
Einfallswinkel	ε	Einfallslot (Normale)
Reflexionswinkel	ε'	Einfallslot (Normale)
Brechungswinkel	ε' bzw. ε''	Einfallslot (Normale)
Ablenkung	δ	Verlängerung des einfallenden Strahls

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Lichtwellen und -strahlen

2.1.1 Elektromagnetische Wellen

Das Modell der ebenen Welle. In 1.1.1 haben wir erläutert, daß eine wesentliche Seite des Lichtes seine Erscheinungsform als elektromagnetische Welle ist. In einer elektromagnetischen Welle sind die elektrische Feldstärke E und die magnetische Feldstärke H gesetzmäßig zeitlich und örtlich veränderlich. Die elektromagnetische Welle transportiert elektrische und magnetische Feldenergie.

Die elektromagnetische Welle ist die Ausbreitungsform der elektromagnetischen Feldenergie.

Für theoretische Untersuchungen über die Eigenschaften der Lichtwelle wird in vielen Fällen das Modell der ebenen periodischen elektromagnetischen Welle verwendet. Bei einer ebenen Welle ist die Schwingungsphase auf zueinander parallelen Ebenen, den Wellenflächen, konstant. In einer periodischen elektromagnetischen Welle sind die elektrische und magnetische Feldstärke zeitlich und örtlich periodisch. Es gilt:

In einer ebenen elektromagnetischen Welle schwingen die elektrische und die magnetische Feldstärke in je einer Ebene zeitlich und örtlich periodisch. Die elektrische Feldstärke E , die magnetische Feldstärke H und der Einheitsvektor in Ausbreitungsrichtung s bilden ein Rechtssystem. Die Wellenflächen sind eben (Abb. 2.1).

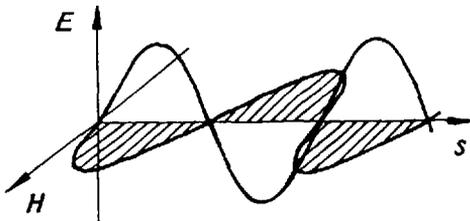


Abb. 2.1 Darstellung der Feldstärken in einer elektromagnetischen Welle

Die optischen Wirkungen der elektromagnetischen Welle werden vorwiegend durch den elektrischen Anteil bestimmt. Wir beschränken deshalb die weiteren Beziehungen zunächst auf die elektrische Feldstärke.

Die reelle Darstellung der ebenen Welle. Die Beschreibung der Welle zu einer bestimmten Zeit $t = \text{const}$ ergibt eine periodische Funktion des Weges l . Wir nehmen an, daß diese Funktion sinusförmig ist (Abb. 2.2a). Auch die Darstellung der Schwingung der elektrischen Feldstärke an einem festen Ort $l = \text{const}$ ergibt dann eine sinusförmige Kurve (Abb. 2.2b).

Tabelle 2.1 Größen zur Beschreibung einer Welle

Räumliche Periodizität	Verknüpfung	Zeitliche Periodizität
Länge einer Periode Wellenlänge λ	$c = \frac{\lambda}{T}$	Dauer einer Periode Schwingungsdauer T
Anzahl der Perioden je Längeneinheit Wellenzahl $k = \frac{1}{\lambda}$	$c = \frac{v}{k}$	Frequenz $\nu = \frac{1}{T}$
Anzahl der Perioden auf 2π Längeneinheiten Kreiswellenzahl $w = 2\pi k$	$c = v\lambda$	Kreisfrequenz $\omega = 2\pi\nu$

Anfangsphase δ

Amplitude A

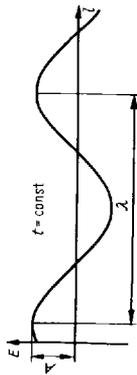


Abb. 2.2a Darstellung der sinusförmigen Welle bei $t = \text{const}$

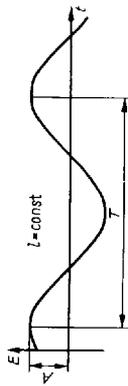


Abb. 2.2b Darstellung der sinusförmigen Welle bei $l = \text{const}$

$$E = A \cos(\omega t - \omega l + \delta)$$

$$E = A \cos[2\pi(kl - \nu t) + \delta]$$

$$E = A \cos\left[2\pi\nu\left(\frac{l}{c} - t\right) + \delta\right]$$

$$E = A \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(l - ct) + \delta\right]$$

Räumliche und zeitliche Periodizität werden mit den Größen beschrieben, die in Tab. 2.1 zusammengestellt sind. Die Anfangsphase δ ist die Schwingungsphase, die den Zustand der Welle zur Zeit $t=0$ am Ort $l=0$ bestimmt. Die Geschwindigkeit, mit der sich die Schwingungsphasen ausbreiten, nennen wir Phasengeschwindigkeit c . Nach Tab. 2.1 gilt

$$c = v\lambda. \quad (2.1)$$

Die sinusförmige Welle kann mit einer Sinus- oder einer Kosinusfunktion mathematisch beschrieben werden. Weil die genannten Winkelfunktionen die Periode 2π haben, ist

$$E = A \sin(\omega l - \omega t + \delta) \quad \text{oder} \quad E = A \cos(\omega l - \omega t + \delta) \quad (2.2a, b)$$

zu setzen. (In Tab. 2.1 wurden am Beispiel der Kosinusfunktion weitere Schreibweisen eingetragen, die durch das Umrechnen der Schwingungsgrößen entstehen.)

Die Vorzeichen von ωl und ωt müssen entgegengesetzt gewählt werden, wenn die Gleichungen (2.2a, b) eine Welle beschreiben sollen, die sich in positiver l -Richtung ausbreitet.

Oftmals ist das Verhalten mehrerer Wellen unterschiedlicher Ausbreitungsrichtung zu untersuchen. Dazu ist es notwendig, die Ausbreitungsrichtung durch den Einheitsvektor s und einen beliebigen Punkt des Wellenfeldes durch den Ortsvektor r anzugeben. Für den vom Ursprung aus durch die Welle zurückgelegten Weg gilt nach Abb. 2.3 die Beziehung $l = r \cdot s$. (Das Skalarprodukt der Vektoren r und s gibt die Länge der Projektion des Vektors r auf die Richtung des Vektors s an.)

Damit gehen Gl. (2.2a) und Gl. (2.2b) über in

$$E = A \sin[\omega(rs) - \omega t + \delta] \quad \text{und} \quad E = A \cos[\omega(rs) - \omega t + \delta]. \quad (2.3a, b)$$

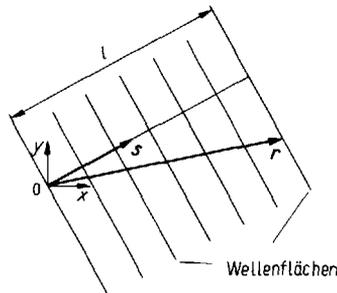


Abb. 2.3 Zur Ableitung der Gl. (2.3)

Komplexe Darstellung der ebenen Welle. Die elektrische Feldstärke als eine beobachtbare Größe muß durch reelle Funktionen dargestellt werden. Gl. (2.3a) und Gl. (2.3b) beschreiben also den physikalischen Sachverhalt unseres Modells der ebenen Welle. Zur rechnerischen Vereinfachung theoretischer Ableitungen ist manchmal die komplexe Schreibweise der elektrischen Feldstärke formal anwendbar. Es gilt zunächst

$$E = A \operatorname{Im} \left\{ e^{i[\omega(rs) - \omega t + \delta]} \right\} \quad \text{und} \quad E = A \operatorname{Re} \left\{ e^{i[\omega(rs) - \omega t + \delta]} \right\}.$$

Beide Gleichungen lassen sich zusammenfassen zu

$$E = A e^{i[\omega(rs) - \omega t + \delta]}. \quad (2.4)$$

Von den unter Anwendung von Gl. (2.4) erhaltenen Ergebnissen hat dann nur der Realteil oder der Imaginärteil physikalische Bedeutung.

Die komplexe Amplitude. Mit der Anfangsphase δ und dem Betrag der Amplitude A kann die komplexe Amplitude

$$a = A e^{j\delta} \quad (2.5)$$

gebildet werden. Setzen wir noch

$$w = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{und} \quad \omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$$

ein, dann erhalten wir aus Gl. (2.4) mit Gl. (2.5)

$$\mathbf{E} = \mathbf{a} e^{\frac{2\pi j}{\lambda}(rs-ct)}. \quad (2.6)$$

Die komplexe Amplitude a stellt die formale Zusammenfassung des Betrags der Amplitude A und der Anfangsphase δ der Welle dar.

Wellengleichung. Die Gl. (2.6) für die ebene periodische Welle ist eine Lösung der aus den Maxwell'schen Gleichungen für homogene isotrope Nichtleiter

$$\dot{\mathbf{B}} + \text{rot } \mathbf{E} = 0, \quad -\dot{\mathbf{D}} + \text{rot } \mathbf{H} = 0 \quad (2.7a, b)$$

folgenden Wellengleichung (\mathbf{B} magnetische Induktion, \mathbf{H} magnetische Feldstärke, \mathbf{D} elektrische Verschiebung, \mathbf{E} elektrische Feldstärke). In isotropen Stoffen gilt außerdem

$$\mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}, \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \mathbf{B}. \quad (2.8a, b)$$

Darin sind ϵ_0 und μ_0 die elektrische bzw. magnetische Feldkonstante, ϵ_r die relative Dielektrizitätskonstante, μ_r die relative Permeabilität; ϵ_r und μ_r sollen orts- und zeitunabhängig sein. Aus Gl. (2.7b) geht mit Gl. (2.8a, b)

$$-\epsilon_r \epsilon_0 \ddot{\mathbf{E}} + \frac{1}{\mu_r \mu_0} \text{rot } \mathbf{B} = 0$$

hervor. Wir differenzieren nach der Zeit und setzen $\dot{\mathbf{B}}$ aus Gl. (2.7a) ein. Wir erhalten

$$\epsilon_r \epsilon_0 \ddot{\mathbf{E}} + \frac{1}{\mu_r \mu_0} \text{rot rot } \mathbf{E} = 0. \quad (2.7c)$$

Es ist

$$\text{rot rot } \mathbf{E} = \text{grad div } \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E}$$

mit

$$\Delta \mathbf{E} = \text{div grad } E_x \cdot \mathbf{e}_x + \text{div grad } E_y \cdot \mathbf{e}_y + \text{div grad } E_z \cdot \mathbf{e}_z,$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{und} \quad \text{div } \mathbf{E} = 0.$$

Damit geht aus Gl. (2.7c)

$$\epsilon_r \epsilon_0 \ddot{\mathbf{E}} = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \Delta \mathbf{E}$$

hervor. Wir führen die Abkürzung

$$\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_r \mu_0 = \frac{1}{c^2}$$

ein und erhalten

$$\Delta E = \frac{1}{c^2} \ddot{E}. \quad (2.9)$$

Gl. (2.9) ist die partielle Differentialgleichung zur Bestimmung der elektrischen Feldstärke im homogenen isotropen Nichtleiter, in dem keine Überschußladungen enthalten sind. Sie wird Wellengleichung genannt.

Für das Vakuum ist $\varepsilon_r = \mu_r = 1$. Die absolute Brechzahl des Nichtleiters, die durch $n = c_0/c$ definiert ist, ist also mittels

$$n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \quad (2.10)$$

auf elektromagnetische Stoffgrößen zurückzuführen. Im allgemeinen sind die Stoffe, die das Licht nicht absorbieren, nicht ferromagnetisch, so daß mit guter Näherung $\mu_r = 1$ ist und $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ gilt.

Für die ebene periodische Welle nach Gl. (2.6) ist

$$\text{grad } E_x = \frac{2\pi j}{\lambda} E_x \cdot s \quad \text{und} \quad \text{div grad } E_x = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} E_x,$$

also

$$\Delta E = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} E.$$

Da auch

$$\frac{1}{c^2} \ddot{E} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} E$$

gilt, erfüllt die Gl. (2.6) die Wellengleichung. Es gibt aber noch eine Vielzahl weiterer Lösungen der Wellengleichung, u.a. auch die der Kugelwelle.

Intensität der ebenen Welle. Die magnetische Feldstärke der ebenen Welle läßt sich aus der elektrischen Feldstärke mit der Gl. (2.7a) unter Berücksichtigung von Gl. (2.8b) berechnen. Mit Gl. (2.6) erhalten wir wegen $\text{rot } u \nu = u \text{ rot } \nu + \text{grad } u \times \nu$

$$\text{rot} \left\{ a \cdot e^{\frac{2\pi j}{\lambda}(rs-ct)} \right\} = e^{\frac{2\pi j}{\lambda}(rs-ct)} \text{rot } a + \left[\text{grad } e^{\frac{2\pi j}{\lambda}(rs-ct)} \right] \times a.$$

Bei der ebenen Welle ist $\text{rot } a = 0$, so daß nach Ausrechnen des Gradienten

$$\text{rot } E = \frac{2\pi j}{\lambda} (s \times E)$$

wird. Integration von Gl. (2.7a) nach der Zeit ergibt für die periodische Welle

$$H = -\frac{1}{\mu_r \mu_0} \int \text{rot } E \cdot dt = \frac{1}{\mu_r \mu_0 c} (s \times E)$$

bzw.

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\mu_r \mu_0}} (\mathbf{s} \times \mathbf{E}). \quad (2.11)$$

Die Energiestromdichte, also die je Sekunde durch eine senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehende Flächeneinheit hindurchgehende Feldenergie, folgt aus

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}. \quad (2.12)$$

\mathbf{S} ist der Poyntingvektor.

Für die ebene Welle gilt mit Gl. (2.11)

$$\mathbf{S} = \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\mu_r \mu_0}} [\mathbf{E} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{E})].$$

Nach dem Entwicklungssatz für doppelte Vektorprodukte und mit $\mathbf{E} \cdot \mathbf{s} = 0$ (\mathbf{E} steht senkrecht auf \mathbf{s}) ergibt sich

$$\mathbf{S} = \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\mu_r \mu_0}} E^2 \mathbf{s}. \quad (2.13)$$

Wir haben bereits betont, daß nur der Realteil oder der Imaginärteil der komplexen Feldstärke physikalisch sinnvoll ist. Diese Aussage wird bei der Produktbildung wesentlich. Für die Summe zweier komplexer Zahlen gilt:

Realteil der Summe = Summe der Realteile beider Summanden,

Deshalb dürfen komplexe Feldstärken addiert werden. Für das Produkt zweier komplexer Zahlen gilt aber:

Realteil des Produkts \neq Produkt aus den Realteilen der Faktoren.

Der Realteil des Produkts zweier komplexer Zahlen beschreibt demnach nicht den physikalischen Vorgang, der durch das Produkt aus den Realteilen der Faktoren gegeben ist. Wir können trotzdem die komplexe Schreibweise verwenden, wenn wir statt E^2 den Ausdruck

$$\left[\frac{1}{2} (\mathbf{E} + \mathbf{E}^*) \right]^2$$

einsetzen (\mathbf{E}^* ist zu \mathbf{E} konjugiert komplex). Wegen $\mathbf{E} + \mathbf{E}^* = 2\text{Re}(\mathbf{E})$ ist gesichert, daß nur die physikalisch sinnvollen Realteile multipliziert werden. Damit erhalten wir

$$\mathbf{S} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\mu_r \mu_0}} (\mathbf{E} + \mathbf{E}^*)^2 \mathbf{s}$$

Durch die Periodizität der elektrischen Feldstärke schwankt auch die Energiestromdichte zeitlich und räumlich. Die Lichtdetektoren registrieren jedoch den Mittelwert über eine größere Anzahl an Perioden. Diesen Mittelwert berechnen wir aus

$$\mathbf{S} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\mu_r \mu_0}} \left\{ a^2 \cdot e^{\frac{4\pi j}{\lambda}(rs-ct)} + a^{*2} \cdot e^{-\frac{4\pi j}{\lambda}(rs-ct)} + 2aa^* \right\} \mathbf{s}.$$

Die ersten beiden Summanden sind periodische Funktionen, deren Mittelwert über eine Periode verschwindet. Der dritte Summand ist zeitlich konstant, so daß

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\mu_r \mu_0}} a a^* \mathbf{s} \quad (2.14)$$