

Ralf Bürgel
Hans Albert Richard
Andre Riemer

Werkstoffmechanik

Bauteile sicher beurteilen
und Werkstoffe richtig einsetzen

2. Auflage

Werkstoffmechanik

Ralf Bürgel · Hans Albert Richard ·
Andre Riemer

Werkstoffmechanik

Bauteile sicher beurteilen und Werkstoffe
richtig einsetzen

2., überarbeitete Auflage

 Springer Vieweg

Ralf Bürgel
Georgsmarienhütte, Deutschland

Hans Albert Richard
Fakultät für Maschinenbau, Fachgruppe Ange-
wandte Mechanik
Universität Paderborn
Paderborn, Deutschland

Andre Riemer
Fakultät für Maschinenbau, Fachgruppe Ange-
wandte Mechanik
Universität Paderborn
Paderborn, Deutschland

ISBN 978-3-658-03934-9
DOI 10.1007/978-3-658-03935-6

ISBN 978-3-658-03935-6 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; de-
taillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

Das Buch erschien in der ersten Auflage unter dem Titel Festigkeitslehre und Werkstoffmechanik Band 2
im gleichen Verlag.

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2005, 2014

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht aus-
drücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt
insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspei-
cherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk be-
rechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der
Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann
benutzt werden dürften.

Die Verfasser haben alle Texte, Formeln und Abbildungen mit größter Sorgfalt erarbeitet. Dennoch kön-
nen Fehler nicht ausgeschlossen werden. Deshalb übernehmen weder Verfasser noch Verlag irgendwelche
Garantien für die in diesem Buch abgedruckten Informationen. In keinem Fall haften Verfasser und Verlag
für irgendwelche direkten oder indirekten Schäden, die aus der Anwendung dieser Informationen folgen.

Lektorat: Thomas Zipsner

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Vieweg ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer
Science+Business Media
www.springer-vieweg.de

Vorwort

Das Buch „Werkstoffmechanik“ mit dem Untertitel „Bauteile sicher beurteilen und Werkstoffe richtig einsetzen“ ist aus dem Buch „Festigkeitslehre und Werkstoffmechanik – Band 2“ von Ralf Bürgel entstanden.

Wir haben uns auf Anfrage des zuständigen Lektors des Verlages, Herrn Dipl.-Ing. Thomas Zipsner, gerne bereit erklärt, nach dem Tode von Herrn Bürgel, die Neuauflage dieses Fachbuches zu übernehmen, um das Buch im Sinne von Ralf Bürgel fortzuführen.

Wie Ralf Bürgel im Vorwort der Erstauflage betont, ist die Werkstoffmechanik noch mehr werkstoffkundlich geprägt als die klassische Festigkeitslehre. Das umfangreiche Kapitel „Festigkeit und Verformung der Metalle“ dringt tief in die Mikrostruktur der Materialien ein; es beschäftigt sich unter anderem mit Versetzungen, Kriechen, Spannungsrelaxation und Härtungsmechanismen. Die nächsten Kapitel behandeln Werkstoffeigenschaften bei zyklischer Belastung, Spannungskonzentration und Kerbwirkung sowie die linear-elastische Bruchmechanik. Im abschließenden Kapitel 5 werden Versagensmechanismen bei Sprödbrüchen, Duktilbrüchen sowie Schwing- und Zeitstandsbrüchen ausführlich behandelt.

Die Gliederung des Buches und die Inhalte gehen auf Ralf Bürgel zurück. Wir haben aufgrund der behandelten praxisrelevanten Themen und der Beliebtheit des Buches davon Abstand genommen, größere Abschnitte einzuarbeiten. Inhaltlich haben wir alle Kapitel nochmals im Detail überprüft, neuere Literatur hinzugefügt und einige Aspekte erweitert.

Unser Dank gilt allen, die durch Ihre Unterstützung die Veröffentlichung dieses Buches ermöglicht haben. Widmen möchten wir diese Auflage dem Begründer dieses Werkes, Ralf Bürgel, welcher dieses Buch durch seine fachliche Kompetenz und seine Liebe zum wichtigen Detail so erfolgreich gemacht hat.

Dem Leser wünschen wir nun viel Erfolg beim Verstehen und Anwenden der Werkstoffmechanik.

Paderborn, im April 2014

Hans Albert Richard und Andre Riemer

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Zeichen und Einheiten	X
Abkürzungen und Indizes	XVII
1 Festigkeit und Verformung der Metalle	1
1.1 Einführung.....	1
1.2 Wahre Spannung und wahre Dehnung.....	2
1.3 Kristallographische Grundlagen.....	3
1.3.1 Kristallsysteme	3
1.3.2 Indizierung kristallographischer Richtungen und Ebenen	5
1.3.3 Packungsdichte	6
1.3.4 Stapelfehler und Stapelfehlerenergie	8
1.4 Arten der Verformung	9
1.4.1 Elastische Verformung	9
1.4.2 Merkmale der plastischen Verformung	12
1.5 Theoretische Festigkeit	13
1.6 Versetzungen	14
1.6.1 Versetzungsarten und deren Vorkommen in Kristallen.....	14
1.6.2 Entstehung von Versetzungen	19
1.6.3 Spannungsfeld und Verzerrungsenergie der Versetzungen	20
1.6.4 Aufspaltung von Versetzungen, Einfluss der Stapelfehlerenergie	22
1.7 Elementarprozesse der Versetzungsbewegung	24
1.7.1 Gleiten von Versetzungen.....	24
1.7.2 Schneiden von Versetzungen	29
1.7.3 Quergleiten von Schraubenversetzungen.....	31
1.7.4 Klettern von Stufenversetzungen	32
1.8 Erholung	35
1.9 Fließspannung und Verfestigung	39
1.9.1 Ausbauchspannung.....	39
1.9.2 Passierspannung.....	40
1.9.3 Zusammenfassung aller Spannungsanteile	41
1.9.4 Tieftemperaturverhalten von krz.-Werkstoffen	44
1.10 Vielkristallverformung.....	47
1.10.1 Bedingungen für Vielkristallverformung	47
1.10.2 Fließkurven von Vielkristallen.....	48

1.10.3	Ausgeprägte Streckgrenze	50
1.10.4	Statische und dynamische Reckalterung	53
1.10.5	Einfluss der Korngröße auf die Streckgrenze	54
1.11	Kriechen	57
1.11.1	Einführung	57
1.11.2	Versuche und Kennwerte	60
1.11.3	Mikrostrukturelle Deutung des Kriechens	64
1.11.4	Spannungs- und Temperaturabhängigkeit des Kriechens	67
1.11.5	Einfluss der Korngröße auf das Kriechen	69
1.11.6	Zusammenfassung der Kriechverformungsanteile	71
1.12	Eigenspannungen und Spannungsrelaxation	71
1.13	Legierungshärtung	75
1.13.1	Übersicht über Härtungsmechanismen	75
1.13.2	Mischkristallhärtung	77
1.13.3	Teilchenhärtung	80
1.14	Zusammenfassung der Härtungsmechanismen	89
	Weiterführende Literatur zu Kapitel 1	91
2	Zyklische Belastung	92
2.1	Einführung und Definitionen	92
2.2	Festigkeit bei schwingender Belastung	93
2.2.1	Wöhler-Diagramme	93
2.2.2	Dauerschwingfestigkeitsschaubilder	96
2.3	Einflussgrößen auf die Dauerschwingfestigkeit	101
2.3.1	Werkstoffbedingte Einflussgrößen	102
2.3.2	Geometrische und konstruktive Einflussgrößen	106
2.3.3	Beanspruchungsbedingte Einflussgrößen	107
2.4	Reibermüdung (Fretting Fatigue)	110
2.5	Zyklische Belastungskollektive	112
	Weiterführende Literatur zu Kapitel 2	115
3	Spannungskonzentrationen und Kerbwirkung	116
3.1	Spannungs- und Verformungszustände im Kerbbereich	116
3.2	Fließbeginn im Kerbbereich	121
3.3	Plastifizierung im Kerbbereich	125
3.4	Kerbeeinfluss auf die Zugfestigkeit	127
	Weiterführende Literatur zu Kapitel 3	132
4	Bruchmechanik	133
4.1	Einführung	133
4.2	Plastischer Kollaps und Grenztragfähigkeit	138
4.3	Linear-elastische Bruchmechanik (LEBM)	139
4.3.1	Spannungen an der Riss Spitze	139
4.3.2	Spannungsintensitätsfaktor	143
4.3.3	Kritischer Spannungsintensitätsfaktor, Bruchzähigkeit	144

4.3.4	Bruchmechanische Bewertung und Restfestigkeit.....	151
4.3.5	Dehnungs- und Spannungszustände in der Rissumgebung	154
4.3.6	Plastische Zone.....	157
4.3.7	Leck-vor-Bruch-Kriterium	161
4.4	Energiebilanz bei Rissausbreitung und Bruch	163
	Weiterführende Literatur zu Kapitel 4.....	172
5	Versagensmechanismen	173
5.1	Einführung.....	173
5.2	Energiebilanz der Risskeimbildung	176
5.3	Sprödbrüche.....	180
5.3.1	Allgemeines.....	180
5.3.2	Sprödbruch unter Druckbelastung	184
5.3.3	Spröder Torsionsbruch.....	185
5.3.4	Ideale Sprödbrüche	185
5.3.5	Reale Sprödbrüche	187
5.3.6	Statistik der Festigkeiten spröder Werkstoffe.....	190
5.4	Duktilbrüche	193
5.5	Ermüdung und Schwingungsbrüche	198
5.5.1	Einführung	198
5.5.2	Bereich I – Zyklische Ver- und Entfestigung sowie Verformungslokalisierung.....	202
5.5.3	Bereich II – Mikrorissbildung	204
5.5.4	Bereich III – Stabiles Risswachstum	205
5.5.5	Bereich IV – Instabiles Risswachstum und Restgewaltbruch.....	209
5.5.6	Auswertung von Ermüdungsbruchflächen	210
5.6	Kriechschädigung und Zeitstandbrüche.....	211
5.6.1	Einführung	211
5.6.2	Bruchmechanismuskarten.....	212
5.6.3	Entwicklung der Kriechschädigung	215
5.6.4	Mechanismus der interkristallinen Kriechschädigung	218
	Weiterführende Literatur zu Kapitel 5.....	223
	Literatur	224
	Sachwortverzeichnis	227

Zeichen und Einheiten

a	Länge eines Außenrisses (Innenrisse haben die Länge 2a)	[m]
a _c	kritische Risslänge	[m]
A	Fläche (siehe auch S ₀)	[m ²]
A	Bruchdehnung im Zugversuch, $A = (L_u - L_0)/L_0$	[-, %]
A	Mittelspannungsverhältnis bei Lastspielen, $A = \sigma_a /\sigma_m$	[-]
A _g	Gleichmaßdehnung	[-, %]
A _k	Kerbquerschnittsfläche (Ligament)	[m ²]
A _{Lüd}	Lüders-Dehnung (plastische Dehnung im Bereich der ausgeprägten Streckgrenze)	[-, %]
A _u	Zeitbruchdehnung (Bruchdehnung im Zeitstandversuch)	[-, %]
b	Betrag des Burgers-Vektors	[m]
B	Dicke einer Bruchmechanikprobe oder Wanddicke (<i>Breadth</i>).....	[m]
d	Innendurchmesser	[m]
d ₀	Gleichgewichtsabstand zweier Teilversetzungen	[m]
D	(Außen-) Durchmesser	[m]
D	Diffusionskoeffizient	[m ² /s]
D ₀	Anfangsdurchmesser	[m]
D ₀	temperaturunabhängiger Vorfaktor in der Arrhenius-Gleichung für den Diffusionskoeffizienten	[m ² /s]
e	Randfaserabstand von den Schwerachsen oder vom Schwerpunkt bei Angabe der Flächenwiderstandsmomente W _a bzw. W _p	[m]
E	Elastizitätsmodul	[GPa]
f	Frequenz.....	[s ⁻¹ , Hz]
F	Kraft, Last	[N]
F _G	Gewichtskraft	[N]
F _m	Höchstkraft im Zugversuch	[N]
g	Erdbeschleunigung (≈ 9,81 m/s ²)	
G	Schubmodul (auch: <u>Gleit</u> modul)	[GPa]
G _c	spezifische Riss- oder Bruchenergie	[J/m ²]
I _a	axiales Flächenträgheitsmoment, axiales Flächenmoment 2. Ordnung (I _x ist z.B. das axiale Flächenträgheitsmoment bezüglich der Schwerachse x)	[m ⁴]
I _p	polares Flächenträgheitsmoment (sofern nicht anders vermerkt, ist der Pol der Schwerpunkt)	[m ⁴]
K _c	kritischer Spannungsintensitätsfaktor (auch: Riss- oder Bruchzähigkeit) für eine bestimmte Wanddicke bei <i>nicht</i> ebenem Dehnungszustand, siehe auch K _{1c}	[MPa m ^{1/2} = MN m ^{-3/2}]
K _Q	Bruchzähigkeit außerhalb der Gültigkeitsgrenzen, vorläufige Bruchzähigkeit (= K _{1c} bei Erfüllung aller Testvoraussetzungen)	[MPa m ^{1/2}]
K _t	Formzahl (auch: Kerbfaktor, elastischer Spannungskonzentrationsfaktor)	[-]
K _σ	Spannungskonzentrationsfaktor bei Plastifizierung	[-]
K _ε	Dehnungskonzentrationsfaktor bei Plastifizierung	[-]

K_I	Spannungsintensitätsfaktor für den <i>ebenen</i> Dehnungszustand im Belastungsmodus I (Zug)[MPa m ^{1/2}]
K_{Ic}	kritischer Spannungsintensitätsfaktor (auch: Bruchzähigkeit) für den <i>ebenen</i> Dehnungszustand im Belastungsmodus I (Zug)[MPa m ^{1/2}]
ΔK	Schwingbreite der Spannungsintensität, $\Delta K = K_{max} - K_{min}$[MPa m ^{1/2}]
ΔK_0	Grenzwert der Spannungsintensität für Ermüdungsrissswachstum[MPa m ^{1/2}]
ΔK_{Ic}	kritischer zyklischer Spannungsintensitätsfaktor im ebenen Dehnungszustand[MPa m ^{1/2}]
L	Laststeigerungsfaktor (auch: plastischer Zwängungsfaktor) [-]
L	Länge [m]
L_0	Anfangslänge [m]
L_i	momentane Messlänge in einem Versuch [m]
L_e	elastische Dehnlänge [m]
L_m	Reißlänge [m]
$L_{p0,2}$	0,2 %-Dehnlänge [m]
L_u	Länge einer Probe nach dem Bruch [m]
ΔL	Längenänderung [m]
m	Masse [kg]
M	Moment [N m]
M_b	Biegemoment [N m]
M_t	Torsionsmoment [N m]
n	Drehzahl (Umdrehungsfrequenz) [s ⁻¹]
N	Schwingspielzahl (Zykluszahl, Lastspielzahl) [-]
N_B	Schwingspielzahl bis zum Bruch (Bruchlastspielzahl) [-]
p	Druck [Pa]
Q	Querkraft [N]
Q_{SD}	Aktivierungsenergie der Selbstdiffusion [J/mol]
R	Allgemeine Gaskonstante (= 8,314 J K ⁻¹ mol ⁻¹)
R	Riss- oder Bruchwiderstand [J/m ²]
R	Spannungsverhältnis bei Lastspielen, $R = \sigma_u/\sigma_o$ [-]
R	allgemeines Zeichen für Festigkeitskennwerte unter Zugbelastung [MPa]
R_e	Streckgrenze bei Raumtemperatur [MPa]
$R_{e/\vartheta}$	(Warm-)Streckgrenze bei der Temperatur ϑ in °C [MPa]
R_{eH}	obere Streckgrenze, falls diese ausgeprägt ist (<i>High</i>) [MPa]
R_{eL}	untere Streckgrenze, falls diese ausgeprägt ist (<i>Low</i>) [MPa]
R_m	Zugfestigkeit bei Raumtemperatur [MPa]
$R_{m/\vartheta}$	(Warm-)Zugfestigkeit bei der Temperatur ϑ in °C [MPa]
R_{mk}	Kerbzugfestigkeit bei Raumtemperatur [MPa]
$R_{p0,2}$	0,2 %-Dehngrenze (auch: Ersatzstreckgrenze; $\varepsilon_p = 0,2$ %) [MPa]
$R_{p0,2/\vartheta}$	0,2 %- (Warm-)Dehngrenze bei der Temperatur ϑ in °C [MPa]
$R_{m t/\vartheta}$	Zeitstandfestigkeit (Spannung, bei welcher nach der Zeit t in h und der Temperatur ϑ in °C Bruch eintritt) [MPa]
$R_{mk t/\vartheta}$	Kerbzeitstandfestigkeit (Nennspannung, bei welcher nach der Zeit t in h und der Temperatur ϑ in °C Bruch eintritt bei gegebener Kerbform).. [MPa]

$R_{p \varepsilon/t \vartheta}$	Zeitdehngrenze (Spannung, bei welcher die plastische Gesamtdehnung ε in % nach der Zeit t in h bei der Temperatur ϑ in °C eintritt) [MPa]
s_0	Gleichgewichtsabstand [m]
s_T	Trennabstand [m]
S	Scherkraft, Querkraft [N]
S	Querschnittsfläche einer Probe [m ²]
S_0	Anfangsquerschnitt einer Probe [m ²]
S_b	Biegesteifigkeit; S_{bx} ist z.B. die Biegesteifigkeit um die Schwerachse x [N m ²]
S_B	Sicherheitsbeiwert gegen Bruch [-]
S_F	Sicherheitsbeiwert gegen Fließen (= plastische Verformung) [-]
S_t, S_T	Torsionssteifigkeit (Drillsteifigkeit) [N m ²]
S_u	kleinster Probenquerschnitt nach dem Bruch [m ²]
t	Zeit [s, h]
t_m	Belastungsdauer bis zum Bruch (im Zeitstandversuch) [h]
$t_{p \varepsilon}$	Dehngrenzzeit (Belastungsdauer für eine vorgegebene plastische Dehnung ε in % im Zeitstandversuch) [h]
T	absolute Temperatur, siehe ϑ [K]
T_S	absolute Schmelztemperatur [K]
T/T_S	homologe Temperatur [-]
ΔT	Temperaturdifferenz [K, °C]
U	innere Energie [J]
V	Volumen [m ³]
w	spezifische Formänderungsarbeit [J/m ³ = N/m ²]
W	Breite einer Bruchmechanikprobe oder eines Bauteils (<i>Width</i>) [m]
W	Formänderungsarbeit [J]
W_a	axiales Flächenwiderstandsmoment (W_x ist z.B. das Flächenwiderstandsmoment um die Schwerachse x) [m ³]
W_p	polares Flächenwiderstandsmoment [m ³]
x_p	Breite der plastischen Zone vor der Risspitze [m]
Z	Brucheinschnürung, $Z = (S_0 - S_u)/S_0$ [-, %]
Z_u	Zeitbrucheinschnürung (im Zeitstandversuch), $Z_u = (S_0 - S_u)/S_0$ [-, %]
α_l	thermischer Längenausdehnungskoeffizient [K ⁻¹]
β	Geometriefaktor bei Rissen [-]
β_k	Kerbwirkungszahl bei zyklischer Belastung [-]
γ	Scherung (auch: Schiebung, Scherdehnung, Abscherung) [-]
γ_k	Kerbfestigkeitsverhältnis [-]
γ_{Of}	spezifische Oberflächenenergie [J/m ²]
γ_{SF}	spezifische Stapelfehlerenergie [J/m ²]
ε	Dehnung oder Stauchung (allgemeiner Ausdruck: Dehnung, unabhängig vom Vorzeichen) [-, %]
ε_1	größte relative Hauptdehnung [-, %]
ε_2	mittlere relative Hauptdehnung [-, %]
ε_3	kleinste relative Hauptdehnung [-, %]

ε_e	elastische Dehnung (einachsige Zugbelastung: $\varepsilon_e = \sigma/E$)	[-, %]
ε_f	Kriechdehnung (zeitabhängig)	[-, %]
ε_F	Dehnung bei Fließbeginn (einachsige Zugbelastung: $\varepsilon_F = R_e/E$)	[-, %]
ε_{in}	inelastische Dehnung, $\varepsilon_{in} = \varepsilon_p + \varepsilon_f$	[-, %]
ε_m	mechanische Dehnung (in Abgrenzung zur thermischen D.)	[-, %]
ε_p	plastische Dehnung (zeitunabhängig, siehe auch ε_f)	[-, %]
ε_q	Querdehnung	[-, %]
ε_t	Gesamtdehnung	[-, %]
ε_{th}	thermische Dehnung	[-, %]
ε_w	wahre Dehnung, $\varepsilon_w = \ln(L_i/L_0)$	[-]
$\dot{\varepsilon}$	Dehn- oder Kriechgeschwindigkeit ($\dot{\varepsilon} = d\varepsilon / dt$)	[s ⁻¹]
$\dot{\varepsilon}_S$	stationäre (sekundäre) Kriechgeschwindigkeit	[s ⁻¹]
η	Wirkungsgrad	[-, %]
ϑ	Temperatur, siehe T	[°C]
ϑ_S	Schmelztemperatur, siehe T _S	[°C]
ν	Poisson'sche Zahl (Querkontraktionszahl)	[-]
ρ	Dichte	[kg/m ³]
σ	Normalspannung	[MPa]
σ_0	Anfangsspannung, $\sigma_0 = F/S_0$	[MPa]
σ_1	größte relative Hauptnormalspannung	[MPa]
σ_2	mittlere relative Hauptnormalspannung	[MPa]
σ_3	kleinste relative Hauptnormalspannung	[MPa]
σ_a	Spannungsamplitude (-ausschlag) bei Lastspielen	[MPa]
σ_A	dauerschwingfest ertragbare Spannungsamplitude (Daueramplitude)	[MPa]
σ_{bB}	Biegefestigkeit (Bruchfestigkeit in einem Biegeversuch)	[MPa]
σ_{bW}	Biegewechselfestigkeit (σ_D bei Umlaufbiegung mit $\sigma_m = 0$)	[MPa]
σ_B	Bruchfestigkeit eines rissbehafteten Körpers (auch: Restfestigkeit)	[MPa]
$\sigma_{d 0,2}$	0,2%-Stauchgrenze ($\varepsilon_p = -0,2\%$)	[MPa]
σ_{dF}	Quetschgrenze, Druckfließgrenze	[MPa]
σ_{dB}	Druckfestigkeit (nur bei spröderen Werkstoffen messbar)	[MPa]
σ_{dSch}	Druckschwellfestigkeit	[MPa]
σ_D	Dauerschwingfestigkeit	[MPa]
σ_m	Mittelspannung bei Lastspielen	[MPa]
σ_n	Nennspannung (Anfangsspannung bezogen auf den Bruttoquerschnitt)	[MPa]
σ_{nk}	Kerbnennspannung, $\sigma_{nk} = F/A_k$	[MPa]
σ_{nkF}	Kerbnennspannung bei Fließbeginn	[MPa]
σ_o	Oberspannung (größter Wert der Spannung je Schwingspiel, unabhängig vom Vorzeichen), $\sigma_o = \max \sigma(t) $	[MPa]
σ_O	Oberspannung der Dauerschwingfestigkeit (größter Zahlenwert, unabhängig vom Vorzeichen)	[MPa]
σ_T	Trennfestigkeit	[MPa]
σ_{Sch}	Schwellfestigkeit	[MPa]
σ_{th}	thermisch induzierte Spannung, Wärmespannung	[MPa]
σ_u	Unterspannung (kleinster Wert der Spannung je Schwingspiel, unabhängig vom Vorzeichen), $\sigma_u = \min \sigma(t) $	[MPa]

σ_U	Unterspannung der <i>Dauerschwingfestigkeit</i> (kleinster Zahlenwert, <i>unabhängig vom Vorzeichen</i>) [MPa]
σ_V	Vergleichsspannung bei mehrachsigen Spannungszuständen [MPa]
$\sigma_V^{(G)}$	Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungsenergiehypothese (= von Mises-Hypothese) [MPa]
$\sigma_V^{(N)}$	Vergleichsspannung nach der Normalspannungshypothese [MPa]
$\sigma_V^{(S)}$	Vergleichsspannung nach der Schubspannungshypothese (= Tresca-Hypothese) [MPa]
σ_W	wahre Spannung, $\sigma_w = F/S_i$ [MPa]
σ_W	Wechselfestigkeit, σ_D bei $\sigma_m = 0$ [MPa]
σ_x	Normalspannung in Richtung von x (analog für andere Richtungen) [MPa]
σ_{zSch}	Zugschwellfestigkeit [MPa]
σ_{zul}	zulässige Spannung (Höchstwert der Spannung, mit der bei der jeweiligen Beanspruchung belastet werden darf) [MPa]
$\Delta\sigma$	Spannungsschwingbreite [MPa]
τ	Schubspannung (auch: Scherspannung) [MPa]
τ_F	Fließschubspannung (Schubspannung bei Fließbeginn) [MPa]
τ_{max}	größte (positive) Hauptschubspannung gemäß Vorzeichenvereinbarung .. [MPa]
τ_{min}	kleinste (negative) Hauptschubspannung gemäß Vorzeichenver- einbarung (es ist stets $\tau_{min} = -\tau_{max}$) [MPa]
τ_S	Schubspannung aufgrund von Scherbelastung [MPa]
τ_t	Schubspannung aufgrund von Torsionsbelastung [MPa]
τ_{xy}	Schubspannung <i>senkrecht</i> zur x-Achse und <i>in</i> Richtung der y-Achse (analog für andere Richtungen) [MPa]
ω	Winkelgeschwindigkeit (Winkel Frequenz) [s ⁻¹]

Alle Zeichen, die nicht hier aufgeführt sind, werden in den jeweiligen Kapiteln im Text erläutert.

Umrechnung von Einheiten

In der linken Spalte sind die SI-gerechten Einheiten angegeben.

Länge m	1 Å 1 inch (in) = 1 " 1 mil = 10 ⁻³ inch 1 ft	= = = =	10 ⁻¹⁰ m = 0,1 nm 25,4 mm 25,4 µm 0,305 m
Temperatur und Temperaturdifferenz Kelvin: K Grad Celsius: °C	T [K] T [°F] θ [°C] ΔT = 1 °F ΔT = 1 K = 1 °C 32 °F	= = = = = =	θ [°C]+273,2 °C 1,8 θ [°C]+32 5/9(T[°F]-32) 0,5556 °C = 0,5556 K 1,8 °F 0 °C = 273,2 K
Dichte kg/m ³	1 g/cm ³ 1 lb/in ³ 1 lb/ft ³	= = =	10 ³ kg/m ³ 2,77·10 ⁴ kg/m ³ 16,02 kg/m ³
Kraft Newton: 1 N = 1 kg m/s ²	1 kp = 1 kgf 1 dyn = 1 g cm/s ² 1 lbf	= = =	9,807 N 10 ⁻⁵ N 4,45 N
Spannung, Druck Pascal: 1 Pa = 1 N/m ² 1 MPa = 1 MN/m ²	1 N/mm ² 1 kp/mm ² 1 psi = 1 lbf/in ² 1 ksi = 10 ³ psi 1 bar 1 at = 1 kp/cm ² = 10 m WS 1 Torr = 1 mm Hg 1 atm = 760 Torr = 1,013 bar	= = = = = = = =	1 MPa 9,807 MPa 6,9 kPa 6,9 MPa 10 ⁵ Pa = 0,1 MPa 0,09807 MPa 0,133 kPa = 1,33 hPa 0,1013 MPa
Energie, Arbeit, Wärmemenge Joule: 1 J = 1 N m = 1 W s = 1 kg m ² /s ²	1 cal 1 kp m 1 kWh 1 eV 1 erg = 1 dyn cm 1 BTu 1 ft lbf 1 ft tonf 1 in lbf	= = = = = = = = =	4,187 J 9,807 J 3,6 MJ 0,1602 aJ 0,1 µJ 1,055 kJ 1,36 J 3,037 kJ 0,113 J
Leistung Watt: 1 W = 1 J/s = 1 Nm/s = 1 kg m ² /s ³	1 cal/s 1 ft lbf/s 1 in lbf/s 1 PS 1 hp 1 BTu/h	= = = = = =	4,187 W 1,36 W 0,113 W 0,7355 kW 0,7457 kW 0,293 W
Spannungsintensität MN m ^{-3/2} = MPa √m	1 ksi √in = 10 ³ psi √in	=	1,1 MN m ^{-3/2} = 1,1 MPa √m

Einheitenbezeichnungen

Å	Ångström	hp	<i>horse power</i>
at	techn. Atmosphäre	in lbf	<i>inch pound-force</i>
atm	physikal. Atmosphäre	kgf	<i>kilogram-force</i>
BTu	<i>British Thermal unit</i>	ksi	<i>kilopounds per square inch</i>
eV	Elektronenvolt	lb	<i>pound (mass); 1 lb = 0,454 kg lbf</i>
ft	<i>foot</i>		<i>pound-force</i>
ft lbf	<i>foot pound-force</i>	lbf/in ²	<i>pound-force per square inch</i>
ft tonf	<i>foot ton-force</i>	psi	<i>pounds per square inch</i>
Hg	Quecksilbersäule	WS	Wassersäule

Griechische Buchstaben und ihre lateinischen Gegenstücke

A	α	a	Alpha	I	ι	j	Jota	P	ρ	r	Rho
B	β	b	Beta	K	κ	k	Kappa	Σ	σ	s	Sigma
Γ	γ	g	Gamma	Λ	λ	l	Lambda	T	τ	t	Tau
Δ	δ	d	Delta	M	μ	m	My	Υ	υ	y	Ypsilon
E	ε	e	Epsilon	N	ν	n	Ny	Φ	φ	ph	Phi
Z	ζ	z	Zeta	Ξ	ξ	x	Ksi	X	χ	ch	Chi
H	η	e	Eta	O	ο	ο	Omikron	Ψ	ψ	ps	Psi
Θ	θ, ϑ	th	Theta	Π	π	p	Pi	Ω	ω	o	Omega

Vorsätze und Vorsatzzeichen zur Bildung von dezimalen Vielfachen und Teilen von Einheiten

Vorsatz	Hekto-	Kilo-	Mega-	Giga-	Tera-
Vorsatzzeichen	h	k	M	G	T
Potenzfaktor	10 ²	10 ³	10 ⁶	10 ⁹	10 ¹²

Vorsatz	Dezi-	Zenti-	Milli-	Mikro-	Nano-	Piko-	Femto-	Atto-
Vorsatzzeichen	d	c	m	μ	n	p	f	a
Potenzfaktor	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁶	10 ⁻⁹	10 ⁻¹²	10 ⁻¹⁵	10 ⁻¹⁸

Abkürzungen und Indizes

EDZ	ebener Dehnungs- oder Verzerrungszustand
ESZ	ebener Spannungszustand
GEH	Gestaltänderungsenergiehypothese (von Mises-Hypothese)
HCF	High Cycle Fatigue
hdP.	hexagonal dichteste Packung
kfz.	kubisch-flächenzentriert
krz.	kubisch-raumzentriert
LCF	Low Cycle Fatigue
LEBM	linear-elastische Bruchmechanik
lg	Zehnerlogarithmus
ln	natürlicher Logarithmus ($\lg x \approx 0,434 \ln x$)
NH	Normalspannungshypothese
REM	Rasterelektronenmikroskop
RSZ	räumlicher Spannungszustand
RT	Raumtemperatur (20 °C)
RZSZ	räumlicher Zugspannungszustand
SH	Schubspannungshypothese (Tresca-Hypothese)
TEM	Transmissionselektronenmikroskop
TF	thermische Ermüdung (<i>thermal fatigue</i>)
VHCF	Very High Cycle Fatigue

Tiefgestellte Indizes und Abkürzungen

0	Anfangswert
a	axial
a	außen
c	kritischer Wert
F	Fließen, plastische Verformung
i	innen
max	Maximalwert
min	Minimalwert
Of	Oberfläche
r	radial
t	tangential
th	thermisch
z	Zentrifugal... oder Richtungsangabe z-Achse
zul	zulässiger Wert

Hochgestellte Indizes und Abkürzungen

(e)	elastisch
(EDZ)	im ebenen Dehnungszustand
(ESZ)	im ebenen Spannungszustand
(g)	glatt
(G)	nach der Gestaltänderungsenergiehypothese (von Mises)
(i-s)	ideal-spröde
(k)	gekerbt
(N)	nach der Normalspannungshypothese
(p)	plastisch
(S)	nach der Schubspannungshypothese (Tresca)

1 Festigkeit und Verformung der Metalle

1.1 Einführung

Aus der Festigkeitslehre ist bekannt, dass die mechanisch belasteten Konstruktionswerkstoffe für den Betriebseinsatz in erster Linie eine hohe *Streckgrenze* besitzen sollten. Zyklisch beanspruchte Bauteile müssen eine ausreichende *Dauerschwingfestigkeit* aufweisen. Im Bereich hoher Temperaturen, wenn sich die Kriechverformung bemerkbar macht, kommen als entscheidende Kennwerte die *Zeitdehngrenze*, z.B. die *1%-Zeitdehngrenze*, und die *Zeitstandfestigkeit* hinzu. Für rissbehaftete Bauteile ist außerdem die *Riss- oder Bruchzähigkeit* des Werkstoffes maßgeblich, in die neben der Festigkeit auch das Verformungsvermögen, die Duktilität, eingehen.

Alle anderen mechanischen Werkstoffkennwerte spielen für die Festigkeitsauslegung keine Rolle; sie dienen mehr den Sicherheitsbetrachtungen, wie z.B. die Kerbschlagzähigkeit, um sprödes Werkstoffversagen bei schneller, schlagartiger Belastung auszuschließen. Die Duktilität, meist ausgedrückt als Bruchdehnung im Zugversuch, ist ebenfalls für den Konstrukteur unerheblich, weil die Belastung makroskopisch nur elastische Verformung hervorrufen darf, Ausnahme: im Kriechbereich. Allerdings ist auch hier aus Sicherheitsüberlegungen eine Mindestduktilität gefragt, damit Überbelastungen nicht gleich einen spröden Bruch auslösen, sondern das Material gutmütig durch Verformung reagiert, und damit Spannungsspitzen durch Fließen (plastische Verformung) abgebaut werden. Der anschauliche englische Ausdruck hierfür lautet *forgiveness* – das Material „verzeiht“. Keramiken „verzeihen“ Überbelastungen bekanntermaßen kaum.

In der Fertigung, besonders beim Umformen, wie Walzen, Schmieden, Strangpressen oder Ziehen, sollen die Werkstoffe aus nahe liegenden Gründen umgekehrt eine geringe Festigkeit und gutes Verformungsvermögen aufweisen.

Viele metallische Werkstoffe – 82 der 105 Elemente des Periodensystems sind Metalle – zeichnen sich durch hohe Festigkeit *und* hohes Verformungsvermögen aus. Die Festigkeiten schwanken zwischen den geringen Werten ultrareiner, unlegierter Metalle und der theoretischen Festigkeit fehlerfreier Kristalle als größtmöglichem Wert. Die Duktilität variiert von ideal-spröde, d.h. praktisch ohne jegliche plastische Verformung, bis extrem duktil bei höchstreinen Metallen. Keine andere Werkstoffgruppe, weder polymere und erst recht nicht keramische Werkstoffe, bietet ein so breites Spektrum dieser beiden Eigenschaften, noch dazu von tiefsten bis zu sehr hohen Temperaturen. Festigkeit und Duktilität sind zudem gezielt beeinflussbar durch Wärmebehandlungen, Vorverformung (Kaltverfestigung) sowie vielfältigste Legierungsmaßnahmen.

Will man nun für die Fertigung möglichst hohes Verformungsvermögen bei geringen Umformkräften einerseits sowie für den Betriebseinsatz eine hohe Festigkeit bei ausreichender Duktilität andererseits realisieren, so muss der Werkstofftechniker die Mikromechanismen der Plastizität genau kennen. Eine hohe Streck-

grenze beispielsweise bedeutet, die plastische Verformung zu unterbinden, was wiederum heißt zu wissen, wie diese abläuft. Anders ausgedrückt: Um nur elastische Verformung auftreten zu lassen, muss man plastische Verformung verstehen. Im Hochtemperaturbereich lässt sich zeitlich immer weiter fortschreitende plastische Verformung, so genanntes *Kriechen*, (leider) gar nicht vermeiden; hier ist entscheidend, diese durch geeignete Maßnahmen zu „bremsen“, was ebenfalls tiefes Verständnis der Vorgänge erfordert.

Wo Technik ist, da gibt es auch Schäden, besagt eine alte Erfahrungsregel. An jedem Schaden ist das Material beteiligt, und in aller Regel muss der Schadeningenieur auch das Festigkeits- und Verformungsverhalten des Werkstoffes beurteilen, um das Versagen aufzuklären. Man kommt also nicht umhin, tiefer in den Werkstoff „hineinzuschauen“, den „schwarzen Kasten“ sozusagen zu öffnen. Dies geschieht in den folgenden Abschnitten.

1.2 Wahre Spannung und wahre Dehnung

In der Werkstoffkunde und in der Umformtechnik ist es manchmal zweckmäßig, neben der gewöhnlich angegebenen *technischen* Spannung und Dehnung die so genannten wahren Werte zu bestimmen, wenn sich der Querschnitt und die Länge bei der Verformung stark ändern. Der Begriff „wahr“ bezieht sich auf den *momentanen Querschnitt* bzw. die *momentane Länge*, während bei den technischen Werten die Ausgangsdaten angesetzt werden. Es gelten folgende Beziehungen:

$$\text{technische (Nenn-) Spannung} \quad \sigma_0 = \frac{F}{S_0} \quad (1.1)$$

S_0 (oder auch A_0) Anfangsquerschnitt

$$\text{wahre Spannung} \quad \sigma_w = \frac{F}{S_i} = \sigma_0 \frac{S_0}{S_i} \quad (1.2)$$

S_i (oder auch A_i) momentaner Querschnitt

$$\text{technische Dehnung} \quad \varepsilon_0 = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L_i - L_0}{L_0} = \frac{L_i}{L_0} - 1 \quad (1.3)$$

L_0 Anfangslänge

L_i momentane Länge

Die Gln. (1.1) und (1.3) sind aus der Festigkeitslehre bekannt, wo man den Index „0“ bei der Spannung und Dehnung weglässt, weil im elastischen Bereich ein Vergleich mit den wahren Werten überflüssig ist.

Die wahre Dehnung setzt sich zusammen aus der Summe beliebig kleiner Dehnungsinkremente $\Delta L/L$ (oder dL/L), so dass sich folgendes Integral ergibt:

$$\text{wahre Dehnung} \quad \varepsilon_w = \int_{L_0}^{L_i} \frac{dL}{L} = \ln L \Big|_{L_0}^{L_i} = \ln L_i - \ln L_0 = \ln \frac{L_i}{L_0} \quad (1.4)$$

Die Summierung der infinitesimalen Dehnbeträge zur wahren Dehnung ist nur im Bereich der Gleichmaßdehnung gültig, da sich bei Einschnürung eine andere Bezugslänge einstellt. Die wahre Dehnung wird, im Gegensatz zur technischen, *nicht* in Prozent genannt, weil sich die Bezugsgröße L_i ständig ändert. Aus Gl. (1.3) folgt $L_i = \varepsilon_0 L_0 + L_0$, und somit lautet die Verknüpfung der beiden Dehnungen:

$$\varepsilon_w = \ln \frac{L_i}{L_0} = \ln \frac{\varepsilon_0 L_0 + L_0}{L_0} = \ln (\varepsilon_0 + 1) \quad (1.5 a)$$

oder umgekehrt:

$$\varepsilon_0 = e^{\varepsilon_w} - 1 \quad (1.5 b)$$

Bis ca. 10 % bzw. 0,1 sind ε_0 und ε_w etwa gleich. Unter Volumenkonstanz bei der plastischen Verformung ($A_0 L_0 = A_i L_i$), von der man im Bereich der Gleichmaßdehnung ausgehen kann, gilt außerdem:

$$\sigma_w = \sigma_0 \frac{A_0}{A_i} = \sigma_0 \frac{L_i}{L_0} = \sigma_0 (\varepsilon_0 + 1) = \sigma_0 e^{\varepsilon_w} \quad (1.6)$$

Die wahre Spannung erhöht sich also gegenüber der Nennspannung im gleichen Maße, wie die technische Dehnung zunimmt. Beispiel: Bei einer technischen Dehnung von 0,1 (= 10 %) beträgt die wahre Spannung $\sigma_w = 1,1 \sigma_0$.

1.3 Kristallographische Grundlagen

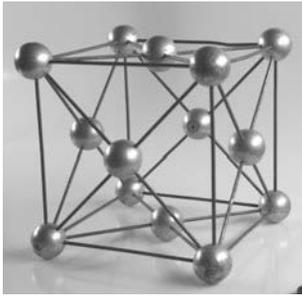
Metallische Werkstoffe, ebenso wie Keramiken, sind kristallin aufgebaut, d.h. ihre Atome ordnen sich räumlich periodisch in bestimmten Positionen eines so genannten Raum- oder Kristallgitters an. Für das Verständnis der Verformung werden einige kristallographische Grundlagen gebraucht, die auf das Nötigste beschränkt werden.

1.3.1 Kristallsysteme

Metalle zeichnen sich durch Kristallstrukturen mit dichter bis dichtest möglicher Packung der Atome aus. Die drei Gittergrundstrukturen sind folgende:

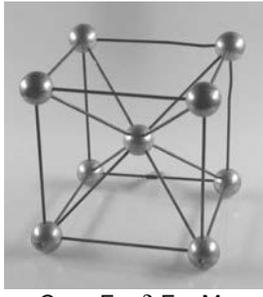
- kubisch-flächenzentriert (kfz.), dichteste Packung
- kubisch-raumzentriert (krz.), nicht dichteste Packung
- hexagonal-dichteste Packung (hdP.), dichteste Packung.

Bild 1.1 zeigt die Elementarzellen dieser Gitter im Drahtmodell, wobei die Kugeln die Atomzentren darstellen sollen. Die Zuordnung der Reinelemente zu diesen Kristallstrukturen mit den Gitterparametern geht aus **Tabelle 1.1** hervor.



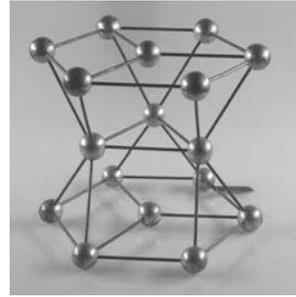
Ag, Al, Au, α -Co, Cu,
 γ -Fe, Ni, Pb, Pt

a)



Cr, α -Fe, δ -Fe, Mo,
Nb, Ta, β -Ti, V, W

b)



Be, Cd, ϵ -Co, Mg,
Re, α -Ti, Zn

c)

Bild 1.1 Drahtmodelle der drei Kristallgittertypen mit Zuordnung der technisch wichtigsten Metalle

a) kfz.-Gitter

b) krz.-Gitter

c) hdP.-Gitter

Gitter	Element	Gitterparameter a [nm]	c/a
kfz.	Ag	0,40857	1
	Al	0,40496	1
	Au	0,40782	1
	α -Co > 422 °C	0,35447	1
	Cu	0,36146	1
	γ -Fe 912 °C – 1394 °C	0,36467	1
	Ni	0,35240	1
	Pt	0,49502	1
krz.	Cr	0,38848	1
	α -Fe < 912 °C	0,28665	1
	δ -Fe > 1394 °C	0,29315	1
	Mo	0,31470	1
	Nb	0,33004	1
	Ta	0,33030	1
	β -Ti > 882 °C	0,33065	1
	V	0,30240	1
W	0,31652	1	
hdP.	Be	0,22859	1,5681
	Cd	0,29793	1,8862
	ϵ -Co < 422 °C	0,25071	1,6228
	Mg	0,32094	1,6236
	Re	0,27609	1,6145
	α -Ti < 882 °C	0,29506	1,5873
	Zn	0,26650	1,8563

Tabelle 1.1

Kristallstrukturen der wichtigsten Metalle

Im hdP.-Gitter tritt die ideal-dichteste Packung bei $c/a = 1,633$ auf. Die Gitterparameter a und c sind in Bild 1.2 dargestellt.

1.3.2 Indizierung kristallographischer Richtungen und Ebenen

Zur schnellen Kennzeichnung bestimmter Ebenen und Richtungen im Kristallgitter hat man zweckmäßigerweise eine Indizierung eingeführt, die so genannten *Miller'schen Indizes*. Auf die Herleitung dieser Indizes wird an dieser Stelle verzichtet; man kann sie z.B. in Büchern der Kristallographie nachlesen. Zum Verständnis der Verformungsvorgänge werden nur niedrig indizierte Richtungen und Ebenen benötigt. Die Unterscheidung *bestimmter* Richtungen und Ebenen – im Gegensatz zur Schar all der gleichwertigen – wird ebenfalls nicht vorgenommen, weil auch dies für die Verformung nicht wesentlich und für Ingenieure in der Regel verzichtbar ist. **Bild 1.2** zeigt die für die Verformung wichtigsten Ebenen und Richtungen der kubischen und hexagonalen Kristallgitter.

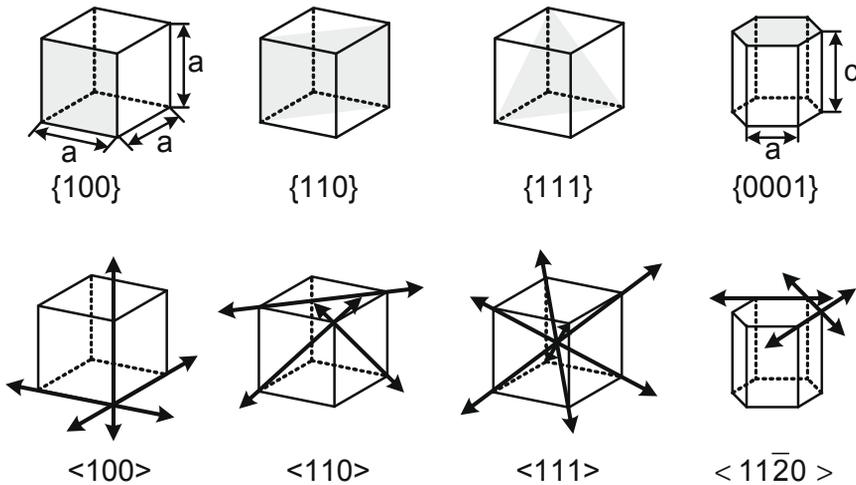


Bild 1.2 Die wichtigsten Ebenen und Richtungen in den kubischen Kristallgittern und im hexagonalen Kristallgitter

Bei den Ebenen ist der Übersicht halber jeweils nur *eine* aus der Schar all der gleich besetzten Ebenen dargestellt; bei den Richtungen sind alle aus der Schar abgebildet. Die Gitterparameter a und c sind jeweils einmal eingezeichnet.

1.3.2.1 Indizierung der Richtungen

Man erkennt an den Gittergrundstrukturen in **Bild 1.1**, dass es Richtungen gibt, die gleich dicht mit Atomen belegt sind. **Tabelle 1.2** gibt einen Überblick über die für die Verformung relevanten Richtungen und deren Miller'sche Indizierung. Zur Kennzeichnung in hexagonalen Kristallen wird ein Koordinatensystem mit vier Achsen benötigt; entsprechend tauchen vier Indizes auf.

Die Schar all der gleichwertigen, d.h. mit Atomen im gleichen Abstand belegten Richtungen setzt man in *spitze* Klammern: $\langle \dots \rangle$. Will man bestimmte Richtungen zueinander kennzeichnen, werden eckige Klammern benutzt: [...].

Tabelle 1.2 Richtungen und Atomabstände in den drei Gittertypen

Gittertyp	Richtung	Miller'sche Indizes	Atomabstand
kfz.	Würfelkante	$\langle 100 \rangle$	a
	Seitendiagonale	$\langle 110 \rangle$	$a/\sqrt{2} \approx 0,7 a$
	Raumdiagonale	$\langle 111 \rangle$	$a\sqrt{3} \approx 1,73 a$
krz.	Würfelkante	$\langle 100 \rangle$	a
	Seitendiagonale	$\langle 110 \rangle$	$a\sqrt{2} \approx 1,41 a$
	Raumdiagonale	$\langle 111 \rangle$	$a\sqrt{3}/2 \approx 0,87 a$
hdP.	Kante der regelmäßigen Sechseckfläche	$\langle 11\bar{2}0 \rangle$	a

1.3.2.2 Indizierung der Netzebenen

Tabelle 1.3 gibt die wichtigsten Ebenen der drei Gittertypen wieder. Im krz.-Gitter läuft die Verformung auch in höher indizierten Ebenen ab (siehe Kap. 1.7.1).

Die Schar all der gleichwertigen, d.h. mit Atomen im gleichen Abstand belegten Ebenen setzt man in geschweifte Klammern: {...}. Will man bestimmte Ebenen zueinander kennzeichnen, werden runde Klammer benutzt: (...).

Tabelle 1.3 Netzebenen in den drei Gittertypen

Gittertyp	Ebene	Miller'sche Indizes	Atomabstand
kfz.	Basisebene	{100}	
	senkrechte Diagonalebene	{110}	
	schräge Diagonalebene	{111}	$a/\sqrt{2} \approx 0,7a$
krz.	Basisebene	{100}	
	senkrechte Diagonalebene	{110}	
	schräge Diagonalebene	{111}	
hdP.	Basisebene	{0001}	a

Der Atomabstand ist nur für diejenigen Ebenen angegeben, in denen ein gleichmäßig dichtest gepackter Abstand besteht.

1.3.3 Packungsdichte

Für die Verformung und – ganz wesentlich – für die Diffusion (Platzwechsel der Atome im Gitter) spielt eine Rolle, wie dicht die Atome im Gitter gepackt sind. Man veranschauliche sich die Packungsdichte, indem man Kugeln (z.B. Tennisbälle), welche die Atome darstellen mögen, in einer Kiste so packt, dass sie wie in den Kristallgittern kfz., krz. oder hdP. angeordnet sind. Man wird feststellen, dass bei kfz.- und hdP.-Anordnung eine maximale Anzahl von Kugeln in ein be-

stimmtes Volumen passt, nämlich mit 74 % Raumbfüllung. Eine höhere Packungsdichte ist nicht möglich. Der Rest ist im Hartkugelmodell Luft; in der Materie überlappen sich die Elektronenhüllen der Atome. Legt man die Kugeln dagegen gemäß einer krz.-Struktur, beträgt die Raumbfüllung nur 68 %. Dieses Gitter ist also nicht dichtest gepackt.

Zu erwähnen sei, dass im hdP.-Gitter nur bei einem Achsenverhältnis von $c/a = 1,633$ die dichteste Packung auftritt. Die realen Werte schwanken leicht um diesen Idealwert (siehe Tabelle 1.1).

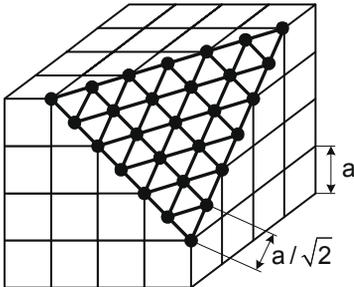


Bild 1.3 Dichtest gepackte $\{111\}$ -Ebene im kfz.-Gitter (nach [1.1])

Im Hartkugelmodell berühren sich *alle* Kugeln in den $\{111\}$ -Ebenen. Die dicken Linien gehören zur Schar aller dichtest gepackten $\langle 110 \rangle$ -Richtungen.

Innerhalb der Gitter sind wiederum die einzelnen Gitterebenen und -richtungen unterschiedlich dicht gepackt. Im kfz.-Gitter ist der Atomabstand in den $\langle 110 \rangle$ -Richtungen am geringsten ($a/\sqrt{2} \approx 0,7 a$); im Hartkugelmodell berühren sich die Kugeln in den Flächendiagonalen des Elementarwürfels. Drei nicht parallele $\langle 110 \rangle$ -Richtungen spannen eine $\{111\}$ -Ebene auf, die dadurch dichtest gepackt ist (*alle* Kugeln in diesen Ebenen berühren sich), **Bild 1.3**.

Tabelle 1.4 Packungsdichte in den drei Gittertypen

Gitter	dichtest gepackte Ebenen	dichtest gepackte Richtungen
kfz.	$\{111\}$	$\langle 110 \rangle$
krz.	keine dichtest gepackten Ebenen	$\langle 111 \rangle$
hdP.	$\{0001\}$	$\langle 11\bar{2}0 \rangle$

Im hdP.-Gitter liegen die Kugeln entlang der $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ -Kanten dichtest beisammen; in den Basisebenen $\{0001\}$ berühren sich *sämtliche* Kugeln.

Die krz.-Struktur weist zwar dichtest gepackte $\langle 111 \rangle$ -Richtungen auf (Abstand der Atomzentren: $a\sqrt{3}/2 \approx 0,87 a$), aber es gibt keine dichtest gepackten Ebenen in diesem Gitter, sondern nur relativ mehr oder weniger dicht mit Atomen belegte Flächen. **Tabelle 1.4** fasst die Angaben zur Packungsdichte der Kristallsysteme zusammen.

1.3.4 Stapelfolge und Stapelfehler

Ein weiteres Merkmal zur Beschreibung der Kristallgitter ist die Stapelfolge der Atome in den parallelen Netzebenen. Dieser Aufbau kann in Verbindung mit Versetzungen gestört werden, was bestimmte Auswirkungen für die Festigkeit und Verformung hat.

Aus den Drahtmodellen in Bild 1.1 erkennt man ohne weiteres, dass in den $\{0001\}$ -Ebenen des hdp.-Gitters jede zweite Ebene in einer Flucht liegt. Die Stapelfolge lautet somit ABABAB... (Zweischichtenfolge). Ebenfalls eine Zweischichtenfolge besitzen die $\{110\}$ -Ebenen der beiden kubischen Kristallgitter, was man sich ebenfalls noch anhand der Drahtmodelle vorstellen kann. Etwas unanschaulicher wird es mit den $\{111\}$ -Ebenen des kfz.-Gitters. Hier liegt eine Dreischichtenfolge ABCABCABC... vor.

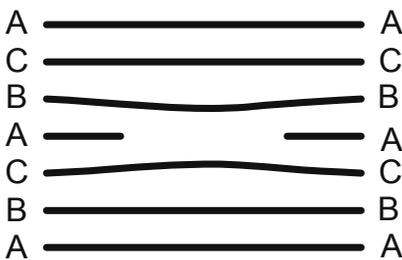


Bild 1.4 Stapelfehler in einer $\{111\}$ -Ebene des kfz.-Gitters

Hier fehlen in der Schicht A lokal die Atome. Dreidimensional entsteht ein flächenförmiger Stapelfehler. Es stehen sich dort Atome der Positionen B und C gegenüber. Dadurch erhöht sich die innere Energie, weil das perfekte Gitter dem Minimum der inneren Energie entspricht.

Für die weiteren Betrachtungen sind lediglich die beiden letztgenannten Stapelfolgen im kfz.-Gitter relevant. Es kann nämlich, wie gezeigt werden wird, in diesem Gitter zu einer größeren Versetzungsaufspaltung kommen, wodurch die Stapelfolge lokal gestört wird: Es entsteht ein *Stapelfehler*. Dies sind *flächenförmige* Gitterfehler, bei denen die Atome in einer bestimmten Schicht in den $\{111\}$ -Ebenen fehlen, **Bild 1.4**.

Da sich an einem Stapelfehler die „falschen“ Atome gegenüberstehen (in der Skizze in Bild 1.4 „B“- und „C“-Atome), erhöht sich die innere Energie des Werkstoffes. Die Stapelfehlerenergie γ_{SF} ist eine werkstoffspezifische Größe, die den Energiezuwachs pro Einheitsfläche durch einen Stapelfehler angibt. Aus **Tabelle 1.5** gehen die ungefähren Werte für einige wichtige Metalle und Legierungen hervor.

Tabelle 1.5 (Spezifische) Stapelfehlerenergien γ_{SF} einiger Metalle und Legierungen, ungefähre Werte in mJ/m^2

α -Fe, ferrit. Stähle, krz.-Metalle	Ni (kfz.)	Zn (hdP.)	Al (kfz.)	Cu (kfz.)	γ -Fe, austenit. Stähle (kfz.)	ϵ -Co (hdP.)	Ag (kfz.)	Cu-30Zn (α -Messing, kfz.)
≈ 300	300	250	200	60	10 – 75	25	20	20

Folgende Erkenntnisse aus dieser Tabelle sind wesentlich:

- *Krz.*-Metalle und *krz.*-Legierungen besitzen durchweg eine *hohe* Stapelfehlerenergie. In diesen Werkstoffen werden sich also nur sehr schmale Stapelfehlerflächen bilden, falls überhaupt.
- Bei den *kfz.*- und *hdP.*-Metallen und -Legierungen schwanken die Werte von sehr hoch bis extrem niedrig. Folglich werden bei hoher Stapelfehlerenergie nur sehr eingeeengte und bei niedriger Stapelfehlerenergie weit ausgedehnte Stapelfehlerbänder entstehen. Austenitische Stähle können je nach Zusammensetzung eine niedrige bis mittlere Stapelfehlerenergie aufweisen.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass auch Zwillingsgrenzen Stapelfehler darstellen. Man findet daher beispielsweise in ferritischen Stählen, reinem Ni und Al sowie Al-Legierungen im Allgemeinen keine Zwillingsgrenzen, weder nach Rekristallisation noch nach Verformung. Dies ist z.B. ein markantes Unterscheidungsmerkmal im Schlibbild zwischen reinem Ferrit und Austenit. Letzterer weist in der Regel nach Rekristallisation viele Zwillinge im Gefüge auf, ebenso wie α -Messing. Anders liegen die Verhältnisse bei *hdP.*-Metallen mit hoher Stapelfehlerenergie. Diese können bei der plastischen Verformung verzwillingen, weil sie nur über wenige Gleitsysteme verfügen. Da die Zwillingsbildung mit Schallemission verbunden ist, spricht man auch von „Zinngeschrei“, denn Zinn gibt Knirschgeräusche von sich bei plastischer Verformung.

1.4 Arten der Verformung

Grundsätzlich werden zwei Arten der Verformung unterschieden:

- elastische Verformung
- plastische Verformung.

Als *anelastische* Verformung bezeichnet man eine zeitliche *elastische* Nachwirkung bis zum Endwert der gesamten elastischen Verformung, die jedoch bei Metallen gering ist und im Folgenden keine Rolle spielt. Anelastisches Verhalten aufgrund von innerer Reibung bewirkt Dämpfung bei schwingender Belastung.

Für die plastische Verformung findet man auch manchmal die Bezeichnung *inelastische* Verformung, wenn sie sich aus mehreren zu unterscheidenden Anteilen zusammensetzt, wie der spontanen plastischen Anfangsverformung und einer zeitabhängigen Kriechverformung.

1.4.1 Elastische Verformung

Die Materie hält bekanntlich zusammen durch ein Gleichgewicht anziehender und abstoßender Kräfte ihrer Ladungen, den Protonen und Elektronen, welche die Atome aufbauen. Zwischen mehreren Atomen stellt sich ein Gleichgewichtsabstand ein, der im Bereich von zehntel Nanometer liegt, abhängig vom Element (siehe Tabelle 1.1). Die Anordnung der Atome in ihrem jeweiligen Kristallgitter

entspricht dem Zustand minimaler Energie. Anders formuliert: Bei Bildung des Kristallgitters wird ein maximaler Energiebetrag frei im Vergleich zu dem gedachten Zustand völliger Trennung der Atome voneinander. Will man die Bindung spalten, so muss Arbeit aufgewandt werden, die dieser Bindungsenergie entspricht.

Bild 1.5 zeigt schematisch den Verlauf der Kraft-Abstands-Kurve zwischen zwei Atomen. s_0 ist der Gleichgewichtsabstand, s_T der Trennabstand im Maximum der Kurve. Wird die maximale Kraft erreicht, bricht die Materie auseinander. Daraus lässt sich die theoretische Festigkeit berechnen (siehe Kap. 1.5).

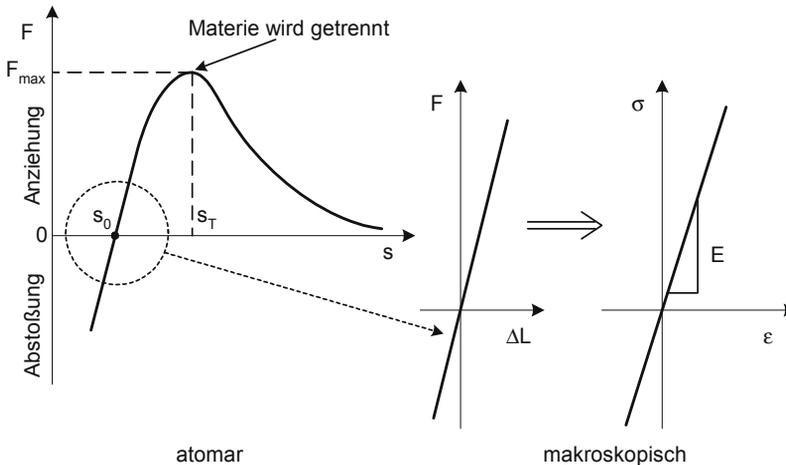


Bild 1.5 Modell der Bindungskräfte zwischen Atomen zur Deutung des elastischen Verformungsverhaltens (s_0 : Gleichgewichtsabstand; s_T : Trennabstand)

Der eingekreiste lineare Bereich spiegelt sich makroskopisch als Hooke'sche Gerade im Kraft-Verlängerungs-Diagramm und im Spannungs-Dehnungs-Diagramm wider. Je stärker die Bindungskräfte sind, umso steiler verläuft die Kraft-Abstands-Kurve und umso höher ist der E-Modul.

Bei nicht zu großen Auslenkungen verläuft die $F(s)$ -Kurve zweier Atome sowohl im Zug- als auch im Druckbereich etwa linear. Dieser Sachverhalt drückt sich makroskopisch durch das linear-elastische Verformungsverhalten gemäß dem Hooke'schen Gesetz aus: $\sigma = E \cdot \epsilon_e$.

Der E-Modul spiegelt also die Gitterbindungskräfte wider. Diese wiederum stehen in Relation zum Schmelzpunkt: Sind die Bindungskräfte stark, ist das kristalline Gitter sehr stabil und es wird eine hohe Schwingungsenergie zum Aufbrechen der Bindungen benötigt, die direkt-proportional mit der Temperatur ansteigt. Beim Schmelzpunkt bricht der Kristallaufbau zusammen. Es besteht also folgender qualitativer Zusammenhang:

Je höher die Bindungskräfte in einem Werkstoff sind, umso höher ist seine Schmelztemperatur und umso höher sind auch die elastischen Konstanten E und G .