

Karl Kuhlemann

Der Untergang von Mathemagika

Ein Roman
über eine Welt jenseits
unserer Vorstellung

ROMAN



Springer Spektrum

Der Untergang von Mathemagika

Karl Kuhlemann

Der Untergang von Mathemagika

Ein Roman über eine Welt jenseits unserer
Vorstellung



Springer Spektrum

Karl Kuhlemann
Altenberge
Deutschland

ISBN 978-3-662-45978-2

ISBN 978-3-662-45979-9 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-45979-9

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Planung: Dr. Andreas Rüdinger

Einbandabbildung: © fotolia

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Berlin Heidelberg ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media

www.springer-spektrum.de

In Liebe für meine Frau Susanne

Inhalt

1	Die Tonne des Diogenes	1
2	Die Fütterung der Pinguine	29
3	Der König	53
4	Das Denkmal	61
5	Das Volk der Ausdehnungslosen I	83
6	Die Schlange	105
7	Das Volk der Ausdehnungslosen II	115
8	Die verrückten Schwestern	121
9	Der Krisenstab	131
10	Die Flucht	137
11	Die Prinzessin	145

12	Der Antilogos	149
13	Schluss	163
	Nachwort	169
	Literatur	171

1

Die Tonne des Diogenes

Prof war ein Mathematikstudent im 16. Semester, der es offenbar nicht besonders eilig hatte, mit seinem Studium fertig zu werden. Schon vor Jahren hätte er sich zur Hauptprüfung anmelden sollen, der Zulassungsantrag lag fast fertig ausgefüllt ganz unten in einer überquellenden Ablage auf seinem Schreibtisch. Es fehlten nur noch das Thema seiner Diplomarbeit und seine Unterschrift. Vorschläge hatte er im Laufe seines Hauptstudiums von seinen Professoren genug bekommen. Aber wie konnte er sicher sein, das Richtige zu wählen, wenn es noch Vorlesungen gab, die er noch nicht gehört hatte, Seminare, die er noch nicht besucht hatte? Man durfte eine solche Entscheidung nicht überstürzen. Statt sich von irgendwelchen Regelstudienzeiten unter Druck setzen zu lassen, hing Prof lieber in Kneipen herum und verwickelte Leute in Gespräche über Mathematik, woher sein Spitzname Prof rührte. Natürlich hatte er auch einen richtigen Namen, aber den kannte kaum jemand, und er ist auch nicht weiter von Belang.

Für einen Mathematikstudenten sah Prof ganz passabel aus, das hatte er jedenfalls schon öfter zu hören bekommen, wenn bei einem lockeren Flirt die Sprache auf sein Studienfach kam. Mochten es seine sportliche Figur oder

seine markanten Gesichtszüge sein, irgendetwas schien er an sich zu haben, das Frauen attraktiv fanden. Je nachdem, ob er seine Haare offen oder zu einem kurzen Zopf gebunden trug, sich einen Drei- bis Fünftagebart stehen ließ oder sich frisch rasierte, deckte er die Palette von verwegen bis schwiegermuttertauglich einigermaßen gut ab. Wenn sich die Gelegenheit ergab, erklärte er einer Frau ohne Hemmungen die Riemann'sche Geometrie, indem er ihr kleine Dreiecke auf verschiedene Stellen ihres Körpers zeichnete und dabei so charmant über positive und negative Flächenkrümmungen sprach, dass der Eindruck entstand, Riemann'sche Geometrie und Sinnlichkeit wären ein und dasselbe. Welche Frau ist schon darauf gefasst zu erfahren, dass die scheinbar nüchterne Tatsache, dass ein auf die Hüfte gezeichnetes Dreieck eine größere Winkelsumme hat, als ein auf die Taille gezeichnetes, für die wundervollen Rundungen ihres Körpers verantwortlich ist?

In einem Punkt entsprach Prof aber voll dem Klischeebild eines Mathematikers. Er machte sich nicht viel aus modischen Klamotten. Sein Geschmack war nicht wirklich schlecht, nur nicht besonders empfänglich für Trends. Prof konnte einfach nicht nachvollziehen, wie etwas, was in einem Jahr total angesagt war, im nächsten Jahr absolut unmöglich sein konnte. Er selbst bezeichnete seinen Geschmack als einen Fels in der Brandung von Verrücktheiten – schlicht und unverrückbar. Solange es das Warenangebot hergab, kaufte er daher immer Kleidung, die möglichst so aussah wie das, was er vorher hatte. Meistens sah man ihn in T-Shirts, unauffälligen Hemden und Bluejeans, natürlich ohne jeglichen Zierrat und sonstigen Schnickschnack.

Dass Prof sich mit seinem Studium so viel Zeit ließ, begründete er immer damit, dass die Welt (damit meinte er das Berufsleben mit Geldverdienen und so weiter) „noch nicht reif“ für ihn sei. Da er von irgendetwas leben musste, hielt er sich mit einer Anstellung als studentische Hilfskraft an der Uni und diversen Gelegenheitsjobs über Wasser. Insgeheim hoffte er, dass sich eines Tages eine raumzeitliche Verwerfung vor ihm auftäte, die ihm den Übergang in eine andere, reifere Welt ermöglichte, eine Welt der „Wahrheit und Weisheit“. Und wo sollte ein Übergang in eine solche Welt wohl eher zu erwarten sein, als in seiner Stammkneipe, der „Tonne des Diogenes“, deren Wirt immerhin ein abgebrochenes Philosophiestudium vorweisen konnte. Tatsächlich hatte Prof am Ende seiner Kneipenbesuche schon oft das seltsame Gefühl gehabt, eine raumzeitliche Verwerfung direkt vor sich zu haben. Letztlich führte er das Gefühl aber dann doch immer auf seinen Alkoholkonsum zurück, was wohl auch die wahrscheinlichere Erklärung war.

Prof und der Kneipenwirt, den alle nur Dio nannten, kannten sich schon seit vielen Jahren und waren mittlerweile gut befreundet. Dass das nicht von Anfang an so war, lag an Profs Marotte, andere Kneipengäste in mathematische Dispute zu verwickeln. Einigen hatte er damit so zugesetzt, dass sie schließlich genervt das Lokal verließen. Das konnte Dio auf Dauer natürlich nicht tolerieren. Da er andererseits Prof nicht als guten Stammkunden verlieren wollte, schlug er folgenden Deal vor: Prof musste sich so lange zurückhalten, bis Dio ihm durch einen verabredeten Satz zu verstehen gab, dass er zu schließen beabsichtigte. Dann durfte Prof sich die letzten ein oder zwei Gäste vornehmen. Wenn er es schaffte, die Kneipe in akzeptabler Zeit leer zu diskutieren, gab es

für ihn noch einen Absacker auf Kosten des Hauses. Nicht selten funktionierte das.

Ursprünglich hatte Dio sein Philosophiestudium nur vorübergehend unterbrechen wollen und seinen Ausflug ins Gastronomiegewerbe als eine Art „philosophisches Praktikum“ verstanden. Dann aber verlängerte er sein „Praktikum“ immer wieder und wurde schließlich zwangsexmatrikuliert. Da seine Kneipe recht gut lief, das Wirtsleben ihm gefiel und er zudem von Klausuren und sonstigen Prüfungen verschont blieb, bereute er seine Entscheidung nicht im Mindesten. Als einziges Zugeständnis an sein Philosophiestudium blieb der Name der Kneipe. Bekanntermaßen war Diogenes von Sinope ein Philosoph des vierten vorchristlichen Jahrhunderts, der der Legende nach in einer Tonne lebte und jeglichem materiellen Besitz entsagte. Als Alexander der Große ihn eines Tages aufsuchte und ihm die Erfüllung eines beliebigen Wunsches in Aussicht stellte, soll Diogenes geantwortet haben: „So geh mir ein wenig aus der Sonne!“, was nach Dios Meinung der coolste Spruch der Weltgeschichte war.

Es war an einem Dienstag im April, kurz nach dem Beginn des Sommersemesters und bereits weit nach Mitternacht, als sich in der „Tonne des Diogenes“ neben Wirt Dio noch Prof und ein zweiter Gast befanden. Der zweite Gast nannte sich Freddy (eigentlich hieß er Frédéric, aber er hasste diesen Namen). Vor wenigen Minuten waren die Gäste Nummer 3 und 4 gegangen.

„Und wie war’s heute an der Uni?“, fragte Dio beiläufig, als er die leeren Gläser von Gast Nummer 3 und Gast Nummer 4 abräumte. Aha, das war also das Signal. Jetzt durfte Prof loslegen.

„O prima, wir haben vierdimensionale Igel gekämmt“, begann er. Dio spülte ohne das kleinste Anzeichen der Verwunderung die Gläser im Wasserbecken und stellte sie zum Abtropfen auf der Fläche rechts daneben ab.

„Hört sich spannend an“, meinte er schließlich mäßig beeindruckt.

„Das kann man wohl sagen“, pflichtete Prof bei. „Dabei stellte sich heraus, dass man einem vierdimensionalen Igel eine stetige Frisur ohne kahle Stellen verpassen kann, was bei einem dreidimensionalen Igel nicht geht.“

Inzwischen war der erste Teil von Profs Antwort von Freddy inhaltlich verarbeitet worden. „Vierdimensionale Igel? Was zum Teufel soll das denn sein?“, fragte er entgeistert. Eine Steilvorlage!

„Ja, weißt du“, Prof wandte sich ihm zu, „stell dir zunächst einen dreidimensionalen Igel vor. Das ist eine Kugel, auf deren Oberfläche ein Vektorfeld definiert ist.“

„Sind Igel nicht diese kleinen stacheligen Kerle, die Würmer und Insekten fressen und sich bei Gefahr zusammenrollen?“

„Im Allgemeinen ist ein Igel so ein kleiner stacheliger Kerl, aber Mathematiker idealisieren gern. Daher machen sie aus einem Igel eine Kugel, von deren Oberfläche in jedem Punkt ein *Vektor* ausgeht, also ein Stachel, der eine bestimmte Richtung und eine bestimmte Länge, aber keine Dicke hat. Wenn alle Stacheln an der Oberfläche anliegen, spricht man von einem *tangentialen* Vektorfeld. Der Igel ist dann gekämmt. Und das Vektorfeld ist *stetig*, wenn die Stacheln von Ort zu Ort nur allmählich und nicht abrupt ihre Länge oder ihre Richtung ändern. Das ist dann ein stetig gekämmter Igel.“

„Und der hat irgendwo eine kahle Stelle?“

„Bei einem dreidimensionalen Igel, ja. Da würde beim Kämmen zum Beispiel irgendwo ein Wirbel entstehen. Die Frisur kann dort nur dann stetig sein, wenn die Stachellänge gegen 0 geht, mit anderen Worten, wenn der Igel dort eine kahle Stelle hat.“ Prof wollte noch ergänzen, dass bei einer anderen Interpretation, wenn man die Kugel als Erde, die Vektorrichtung als Windrichtung und die Vektorlänge als Windstärke deutet, der Satz vom Igel bedeutet, dass es auf der Erde immer irgendwo windstill ist, aber er kam nicht mehr dazu.

„Was soll denn das heißen, ‚bei einem dreidimensionalen Igel, ja‘? Ich kenne nur dreidimensionale Igel“, unterbrach ihn Freddy.

„Ich habe in freier Wildbahn bis jetzt auch nur dreidimensionale Igel gesehen, aber so ein idealisierter Igel kann auch zwei- oder vierdimensional sein.“

„Ein zweidimensionaler Igel soll wohl ein überfahrener Igel sein?“

„Nicht ganz. Ein überfahrener Igel wäre eher so eine Art Projektion eines dreidimensionalen Igels auf die zweidimensionale Straße. Einen idealisierten Igel hatte ich ja als Kugel mit Stacheln an der Oberfläche definiert. Die Kugeloberfläche zeichnet sich dadurch aus, dass alle ihre Punkte vom Kugelmittelpunkt denselben Abstand haben. Ein zweidimensionaler Igel in der Ebene wäre demnach ein Kreis mit Stacheln. Beim zweidimensionalen Igel kannst du gut sehen, wie stetiges Kämmen ohne kahle Stelle funktioniert. Du gehst einmal mit dem Kamm rundherum und hast alle Stacheln angelegt.“ Prof nahm einen runden Bierdeckel in die Hand und fuhr einmal mit dem Zeigefinger um den

Deckelrand. „Entlang des Kreises ändern die angelegten Stacheln nur ganz allmählich ihre Richtung, und alle Stacheln können gleich lang sein. Es braucht keine kahle Stelle zu geben. Bei einem dreidimensionalen Igel funktioniert das Rundherumkämmen nicht komplett. Es entstehen immer irgendwo Wirbel, also Stellen, an denen wir die Stetigkeit nur durch eine kahle Stelle hinbekommen. So wie mit dem dreidimensionalen Igel verhält es sich mit allen ungeradzahligdimensionalen Igeln. Sie sind alle nicht ohne kahle Stelle stetig kämmbar, im Gegensatz zu allen geradzahligdimensionalen Igeln. Da klappt es wie beim zweidimensionalen Igel.“

„Okay, für zwei- und dreidimensionale Igel will ich dir das glauben, aber einen vierdimensionalen Igel musst du mir erst noch zeigen.“

Prof wählte sich auf der Zielgeraden. Bei vier- und höherdimensionalen Objekten schalten die meisten Leute ab. Das ist ein einfacher Selbstschutzmechanismus des Gehirns, wenn es den Auftrag bekommt, sich mehr als drei Dimensionen vorzustellen, wofür es natürlich nicht ausgelegt ist. Das ist, als würde man den Teilchenbeschleuniger einer Kernforschungsanlage an eine normale Haushaltssteckdose anschließen. Da brennt die Sicherung durch. Mathematiker umgehen den Selbstschutz des Gehirns mit einem simplen Trick: Sie versuchen nicht, sich die zusätzlichen Dimensionen vorzustellen. Sie rechnen stattdessen.

„Ein vierdimensionaler Igel ist einfach eine vierdimensionale Kugel, auf deren Rand – der in diesem Fall natürlich dreidimensional ist – ein Vektorfeld definiert ist. Der Rand

besteht aus allen Punkten des vierdimensionalen Raumes, die von einem vorgegebenen Mittelpunkt den gleichen Abstand haben.“

„Moment mal, die vierte Dimension ist doch die Zeit, oder?“, hakte Freddy ein. Oha, offenbar hatte er schon einmal etwas über Relativitätstheorie gehört. Darüber wollte Prof jetzt aber nicht diskutieren. Andererseits gab die Igelgeschichte auch nicht mehr viel her. Daher beschloss er, dem Gespräch eine neue Richtung zu geben.

„In der Relativitätstheorie wird die Zeit als vierte Dimension verwendet, aber das ist nur eine mögliche Anwendung vierdimensionaler Räume. Die vierte Dimension könnte genauso gut – sagen wir – *Altbier* sein.“

Altbier? Dio, der die ganze Zeit teilnahmslos weiter aufgeräumt hatte, schaute interessiert auf. Das war ihm neu. Er trank ganz gerne gelegentlich ein Altbier, aber eine vierte Dimension war ihm dabei noch nie aufgefallen. Auch Freddy standen einige Fragezeichen ins Gesicht geschrieben. Nachdem Prof die Pause noch einige Sekunden ausgekostet hatte, fuhr er fort: „Ja, durchaus. Ich werde euch zeigen, dass diese Kneipe hier ein mindestens zwanzigdimensionaler Raum ist.“

„Na, da bin ich aber mal gespannt“, spottete Freddy und nahm einen kräftigen Schluck aus seinem Bierglas. Dio hatte aufgehört, die Theke abzuwischen und hörte aufmerksam zu. Der Gedanke, Wirt einer zwanzigdimensionalen Kneipe zu sein, gefiel ihm.

„Normalerweise“, sagte Prof, „werden Orte im dreidimensionalen Raum durch drei *Raumkoordinaten*, also drei Zahlen angegeben, zum Beispiel die jeweiligen Entfernungen zu den zwei Wänden, die da hinten zusammenlaufen

und, als dritte Koordinate, die Entfernung zum Fußboden. Danach hätte ich in Metern die Koordinaten, na ja, vielleicht (2; 4; 1). Diese rein geografische Ortung von Gästen ist aber dem eigentlichen Geschäftszweck einer Kneipe vollkommen unangemessen. Eine Kneipe ist schließlich dazu da, dass die Gäste dort etwas trinken. Daher definiere ich die *vierdimensionale Kneipe* als die Menge aller möglichen Zustände, die dadurch festgelegt sind, wie viel Wasser, Cola, Pils und Alt man auf seinem Deckel hat. Danach hätte ich die Koordinaten . . .“ Prof startete auf seinen Deckel. „Nun ja, sieht so aus, als hätte ich die Koordinaten (0; 0; 5; 0).“

„Und ich habe die Koordinaten (3; 1; 0; 2)“, rief Dio.

„Und ich die Koordinaten (0; 1; 7; 0)“, fiel Freddy lautstark mit ein. Prof war überrascht, wie viel Spaß die beiden plötzlich an vierdimensionalen Räumen hatten. Dass die vierte Dimension hier Altbier war, hatten sie offenbar sofort bereitwillig akzeptiert.

„Wenn es Gutscheindeckel gäbe, dann wären auch negative Koordinaten möglich“, nahm Prof den Faden wieder auf. „Mit einem Gutschein für eine Cola startete man zum Beispiel bei den Koordinaten (0; -1; 0; 0) und hätte nach der Bestellung einer Cola einen blanken Deckel, bei dem alle Koordinaten auf 0 stehen. Und wenn die Koordinaten nicht nur ganzzahlig die bestellten Einheiten zählten, sondern kontinuierlich den fortschreitenden Verzehr entsprechend dem sinkenden Getränkepegel im Glas, dann wären prinzipiell alle reellen Zahlen als Koordinaten möglich, und man würde sich während seines Kneipenaufenthalts auf einem durchgehenden Weg durch den vierdimensionalen Raum vom Startpunkt zum Zielpunkt bewegen oder, besser gesagt, trinken. Besonders interessant sind hier die Mixgetränke

wie Krefelder, denn damit trinkt man nicht parallel zu den Koordinatenachsen, sondern gewissermaßen schräg. So führen zwei Krefelder auf direktem Weg von $(0; 0; 0; 0)$ nach $(0; 1; 0; 1)$. Dasselbe Ziel könnte man erreichen, indem man erst eine Cola und dann ein Altbier trinkt, das wäre aber nach der euklidischen Metrik ein Umweg.“

Man konnte das noch vertiefen und mit dem Satz von Pythagoras die Weglänge der zwei Krefelder berechnen (die wäre $\sqrt{2}$), aber Prof hielt inne. Freddy hörte nicht mehr zu, sondern brütete noch über den drei Deckeln. „Hey, wir könnten uns doch alle bei den Koordinaten $(3; 1; 7; 2)$ treffen“, stieß er plötzlich hervor. Dazu müsste ich noch drei Wasser und zwei Alt trinken und du . . .“

Das Gespräch nahm eine gefährliche Wendung, denn schließlich wollte Dio die Kneipe in absehbarer Zeit schließen. Der war aber im Moment damit beschäftigt, seine Getränkekarte zu studieren. Genauer gesagt zählte er die verschiedenen angebotenen Getränke darauf. „Ha“, rief er, „ich wusste es. Es sind mehr als zwanzig. Ich habe dich doch richtig verstanden, Prof, dass jedes Getränk, das man hier bestellen kann, eine eigene Dimension darstellt?“ Prof nickte.

„Dann ist meine Kneipe sogar 24-dimensional“, verkündete Dio stolz. Schlagartig wurde ihm bewusst, dass etwas falsch lief. So verlockend es war, eine Spritztour durch den 24-dimensionalen Raum zu unternehmen, sie sollten dieses Projekt vertagen. „Lass uns mal wieder in den gewöhnlichen dreidimensionalen Raum zurückkehren“, meinte er unvermittelt.

„Der ist auch seltsam genug“, stieg Prof mit ein. „Ich könnte euch da Sachen erzählen, die würdet ihr nicht glauben.“

Dio hatte so eine Ahnung, wohin das zielen sollte. Diese „Sache“ hatte schon ein paarmal funktioniert. „Ja, erzähl doch mal von diesem Banach-Dingsda“, forderte er Prof auf. „Das ist doch ziemlich crazy.“ Dieses Banach-Dingsda hieß eigentlich Banach-Tarski-Paradoxon oder auch einfach Kugelparadoxon, aber das war im Moment nebensächlich.

Prof nippte kurz an seinem Bier und legte los. „Also, ich behaupte, man kann eine ganz gewöhnliche dreidimensionale Kugel in endlich viele Teile zerlegen und diese Teile durch Verschieben und Drehen im Raum zu zwei Kugeln zusammensetzen, die beide die gleiche Größe haben wie die Ausgangskugel.“

Freddy schaute ihn mit versteinierter Miene an. „Hört sich für mich wie kompletter Blödsinn an“, sagte er.

„Ist aber wahr“, antwortete Prof.

„Pass mal auf“, setzte Freddy an und beugte sich vor, „wenn die zwei Kugeln hinterher jeweils genauso groß sind wie die eine Kugel vorher, dann haben die auch das doppelte Volumen, und das kann ja wohl nicht sein. Oder willst du mir erzählen, dass sich allein durch die neue Zusammensetzung der Teile das Volumen verdoppelt?“

„Ja, genau das will ich dir erzählen.“

„Warum lässt du dir das dann nicht patentieren und wirst stinkreich damit?“, fragte Freddy. „Ich wette, ein Schlauberger, der Goldkugeln verdoppeln kann, braucht sich um seine Zukunft keine Sorgen zu machen.“