

Realitätsbezüge im Mathematikunterricht

Gabriele Kaiser
Hans-Wolfgang Henn *Hrsg.*

Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht

Festschrift zum 70. Geburtstag
von Werner Blum



Springer Spektrum

Realitätsbezüge im Mathematikunterricht

Herausgegeben von

Prof. Dr. Werner Blum, Universität Kassel

Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri, Universität Kassel

Prof. Dr. Gilbert Greefrath, Universität Münster

Prof. Dr. Gabriele Kaiser, Universität Hamburg

Prof. Dr. Katja Maaß, Pädagogische Hochschule Freiburg

Mathematisches Modellieren ist ein zentrales Thema des Mathematikunterrichts und ein Forschungsfeld, das in der nationalen und internationalen mathematikdidaktischen Diskussion besondere Beachtung findet. Anliegen der Reihe ist es, die Möglichkeiten und Besonderheiten, aber auch die Schwierigkeiten eines Mathematikunterrichts, in dem Realitätsbezüge und Modellieren eine wesentliche Rolle spielen, zu beleuchten. Die einzelnen Bände der Reihe behandeln ausgewählte fachdidaktische Aspekte dieses Themas. Dazu zählen theoretische Fragen ebenso wie empirische Ergebnisse und die Praxis des Modellierens in der Schule. Die Reihe bietet Studierenden, Lehrenden an Schulen und Hochschulen wie auch Referendarinnen und Referendaren mit dem Fach Mathematik einen Überblick über wichtige Ergebnisse zu diesem Themenfeld aus der Sicht von Expertinnen und Experten aus Hochschulen und Schulen. Die Reihe enthält somit Sammelbände und Lehrbücher zum Lehren und Lernen von Realitätsbezügen und Modellieren.

Die Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe ist nun Teil der Reihe „Realitätsbezüge im Mathematikunterricht“. Die Bände der neuen Serie haben den Titel „Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht“.

Gabriele Kaiser · Hans-Wolfgang Henn
Herausgeberin und Herausgeber

Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht

Festschrift zum 70. Geburtstag von
Werner Blum

 Springer Spektrum

Herausgeberin und Herausgeber

Gabriele Kaiser
Fakultät für Erziehungswissenschaft
Universität Hamburg
Hamburg, Deutschland

Hans-Wolfgang Henn
Fakultät für Mathematik
Technische Universität Dortmund
Dortmund, Deutschland

ISBN 978-3-658-09531-4
DOI 10.1007/978-3-658-09532-1

ISBN 978-3-658-09532-1 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Spektrum

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Vorwort

Gabriele Kaiser

Universität Hamburg, Hamburg

Hans-Wolfgang Henn

Technische Universität Dortmund, Dortmund

Das vorliegende Buch ist die Festschrift von Werner Blum zu seinem 70sten Geburtstag. Werner Blum kann auf ein mehr als vierzigjähriges, äußerst ertragreiches wissenschaftliches Leben zurückblicken, mit einer großen Anzahl von erfolgreichen Projekten, einer Fülle von Publikationen und einer beträchtlichen Anzahl von Doktorandinnen und Doktoranden, die inzwischen selbst eine erfolgreiche wissenschaftliche Laufbahn mit eigenem wissenschaftlichen „Nachwuchs“ eingeschlagen haben und damit eine beachtlich große akademische „Enkelschar“ Werner Blums bilden.

Wir haben uns bei der vorliegenden Festschrift auf einen zentralen Themenbereich des umfangreichen Werkes von Werner Blum konzentriert, nämlich auf seine Beiträge zum Lehren und Lernen von Modellieren im Mathematikunterricht. Damit setzt diese Festschrift andere Akzente als die Festschrift zum 60sten Geburtstag, in der wir den Spannungsbogen über die verschiedenen Arbeitsgebiete von Werner Blum gezogen haben, d.h. von Berufsbildung über Realitätsbezüge und Modellierung zu Argumentieren und Beweisen, Grundvorstellungen bis hin zu PISA und den Bildungsstandards (Henn und Kaiser 2005). Mit dieser Fokussierung auf einen Themenbereich, zu dem Werner Blum bereits von Beginn seiner wissenschaftlichen Laufbahn an gearbeitet hat und der seine Arbeiten zentral beeinflusst hat, werden zentrale Bereiche nicht abgedeckt. In der von Gabriele Kaiser zu Beginn verfassten sehr ausführlichen Würdigung des Werkes von Werner Blum werden zumindest diese anderen Arbeitsbereiche von Werner Blum angesprochen und mit Realitätsbezügen und Modellieren verbunden.

Die in diesem Band versammelten Beiträge nähern sich dem Thema Modellieren im Mathematikunterricht aus unterschiedlichen Perspektiven, sowohl aus einer theoretischen wie der der Realistic Mathematics Education in dem Beitrag von Timo Leuders über Gruppen als Modelle von Mathematisierungsprozessen, als auch aus einer empirischen, Ergebnisse beleuchtenden Perspektive wie die Beiträge von Georg Bruckmaier, Stefan Krauss und Michael Neubrand aus dem Lehrerprofessionswissensprojekt COACTIV, von Kay Achmetli, André Krug und Stanislaw Schukajlow zu multiplen Lösungsmethoden aus dem MultiMa-Projekt, von Michael Besser, Maike Hagen, Dominik Leiss aus dem Lehrerforschungsprojekt Co²CA. An diesen Projekten war Werner Blum in der einen oder anderen Weise beteiligt. Rudolf Messner beschreibt in seiner persönlichen Würdigung die Zusammenarbeit mit Werner Blum in diesen und anderen Projekten. Aus empirischen Projekten, an denen Werner Blum nicht beteiligt war, berichten Katja Eilerts und Jana Kolters mit Bezug zu Grundschulkindern, Katja Maaß, Karen Reitz-Konecbovski, Anika Weihberger und Patrick Bronner beschreiben Ergebnisse aus dem internationalen EU-Lehrerfortbildungsprojekt mascil. Christina Drüke-Noe reflektiert den Stand des Modellierens in den Bildungsstandards, Ulrike Roder und Regina Bruder berichten aus dem MAKOS Projekt zur Umsetzung der Abiturstandards Mathematik in Hessen, einem Projekt an dem Werner Blum aktuell mit großem Engagement mitarbeitet. Den Modellierungs-

prozess aus einer empirischen Perspektive analysiert Gilbert Greefrath, während Rita Borromeo Ferri den Modellierungsprozess und das Modellieren unter der Perspektive des kognitiven Modellierens untersucht und die Entwicklung dieser Modellierungsperspektive über die letzten Jahrzehnte beschreibt.

Eine eher beispielbezogene Perspektive nehmen die Beiträge von Andreas Eichler zur Authentizität realitätsorientierter Aufgaben im Mathematikunterricht sowie von Hans-Wolfgang Henn ein, der Beispiele aus der Alltagswelt der Schülerinnen und Schüler analysiert und die Relevanz der Mathematik deutlich machen will. Ein ähnliches Anliegen verfolgt Frank Förster mit seiner Analyse, wozu Mathematik eigentlich benötigt wird.

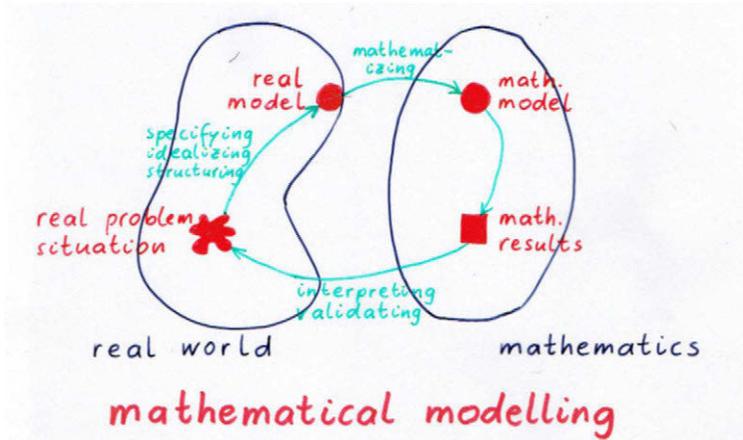
Eine der wenigen stark stofflich geprägten Beiträge ist der von Heinz Griesel zum Größenkalkül als Rechnen mit Größenwerten.

Aus dem internationalen Raum sind ebenfalls einige Beiträge vertreten, von langjährigen Weggefährten wie Mogens Niss, der die Beziehung zwischen mathematischen Kompetenzen und Modellierungskompetenz theoretisch analysiert, sowie von Henry Pollak, der die Notwendigkeit von Situationen als Ausgangspunkt von Modellierungsprozessen beschreibt. Einen umgekehrten Weg geht Joseph Malkevitch, der den Wert von Modellierung zur Einführung mathematischer Themen analysiert. Claudi Alsina betont Hands-On Material und praktische Aktivitäten und Sol Garfunkel plädiert für ein numerisch geprägtes Forschungsinteresse (Quantitative Curiosity) als neuen theoretischen Ansatz. Eine empirische Perspektive nimmt Peter Galbraith ein, der über die Rolle von Wahrnehmung ('Noticing') beim Lehren und Lernen von mathematischer Modellierung reflektiert. Den internationalen Reigen beschließen Ross Turner und Kaye Stacey, die über Werner Blums Rolle in der Expertengruppe von PISA berichten.

Damit beleuchten die Beiträge dieses Bandes Werner Blums umfassendes Werk zum Modellieren aus verschiedenen Perspektiven.

Aber man kann Werner Blum und seinen Beitrag zur internationalen Diskussion zum Modellieren und zu Realitätsbezügen im Mathematikunterricht nicht würdigen, ohne an seinen berühmten Modellierungskreislauf zu erinnern, den er im Laufe der Jahrzehnte – je nach Zweck in unterschiedlichen Zusammenhängen – modifiziert und weiterentwickelt hat. Waren anfänglich die Folien noch bunt und handgeschrieben, hat Werner Blum inzwischen eine große Virtuosität in der Animation von Powerpoint-Präsentationen entwickelt.

Nachstehend geben wir eine von Werner Blum handgeschriebene Folie wieder (entstanden anlässlich einer Präsentation auf dem Sixth International Congress on Mathematical Education (ICME-6) 1988 in Budapest), kreierte in der ihm eigenen Art mit verschiedenen Farben mit einer jeweils besonderen Bedeutung.



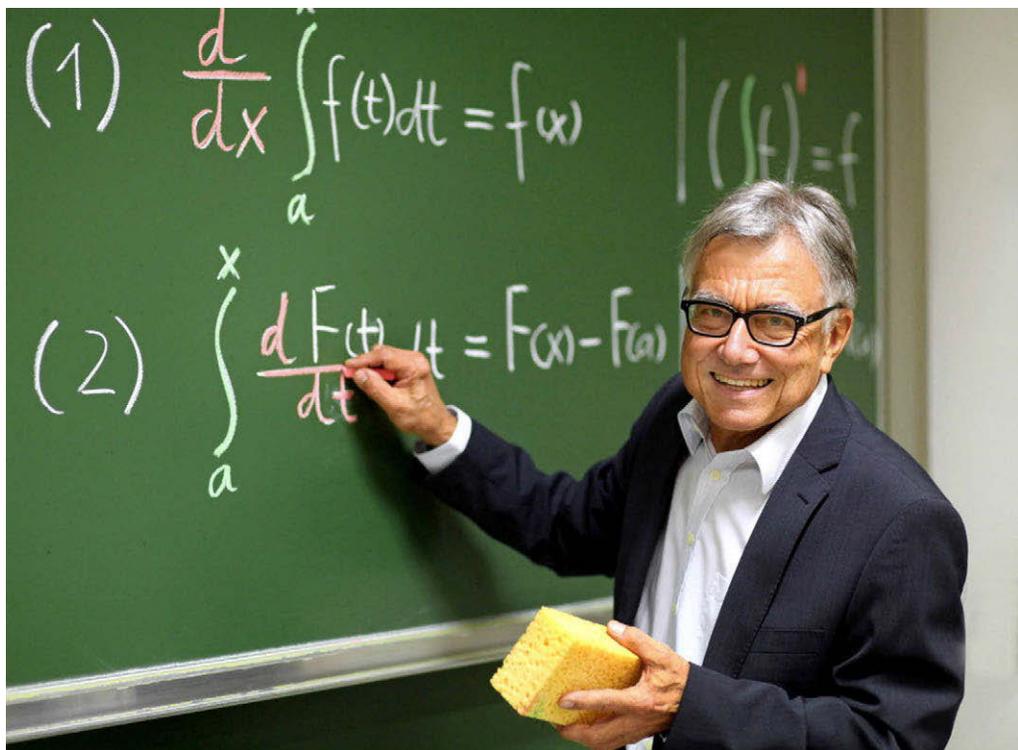
Der Blum'sche Modellierungskreislauf

Auch wenn die neuen Animationen heute lebendiger „einfliegen“, der Kern des Anliegens von Werner Blum, die Verbesserung des Mathematikunterrichts durch Modellieren und Realitätsbezüge, ist bis heute unverändert geblieben.

Wir als Herausgeberin bzw. Herausgeber dieser Festschrift danken Werner für die vielen Anregungen und fruchtbaren Gespräche und hoffen auf viele weitere produktive Jahre mit ihm.

Literatur

Henn, H.-W., & Kaiser, G. (2005) (Hrsg.). *Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation. Festschrift für Werner Blum*. Hildesheim: Franzbecker Verlag.



Copyright Andreas Fischer

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
<i>Gabriele Kaiser, Hans-Wolfgang Henn</i>	
Inhaltsverzeichnis	XI
1 Werner Blum und sein Beitrag zum Lehren und Lernen mathematischen Modellierens	1
<i>Gabriele Kaiser</i>	
2 Multiple Lösungsmöglichkeiten und ihre Nutzung beim mathematischen Modellieren	25
<i>Kay Achmetli, André Krug, Stanislaw Schukajlow,</i>	
3 On Hands-On Material and Real-World Context	43
<i>Claudi Alsina</i>	
4 Lehrerlösungsprozesse beim mathematischen Modellieren	49
<i>Michael Besser, Maike Hagen, Dominik Leiss</i>	
5 Zur Rolle kognitiver Aspekte in der Modellierungsdiskussion	63
<i>Rita Borromeo Ferri</i>	
6 Modellieren in der COACTIV-Videostudie	77
<i>Georg Bruckmaier, Stefan Krauss, Michael Neubrand</i>	
7 Bildungsstandards und Modellieren: Wo stehen wir?	89
<i>Christina Driike-Noe</i>	
8 Zur Authentizität realitätsorientierter Aufgaben im Mathematikunterricht	105
<i>Andreas Eichler</i>	
9 Strategieverwendung durch Grundschul Kinder bei Modellierungsaufgaben	119
<i>Katja Eilerts, Jana Kolter</i>	
10 „Wofür braucht man das eigentlich?“ – Reflexionen zum Anwenden von Mathematik	135
<i>Frank Förster</i>	

11 ‘Noticing’ in the Practice of Modelling as Real World Problem Solving	151
<i>Peter Galbraith</i>	
12 Quantitative Curiosity	167
<i>Sol Garfunkel</i>	
13 Eine Fallstudie zu Modellierungsprozessen	171
<i>Gilbert Greefrath</i>	
14 Der Größenkalkül als ein Rechnen mit Größenwerten	187
<i>Heinz Griesel</i>	
15 Mathematik im Alltag	203
<i>Hans-Wolfgang Henn</i>	
16 Gruppen als Modelle – Horizontale und vertikale Mathematisierungsprozesse	217
<i>Timo Leuders</i>	
17 Das Projekt mascil: Realitätsbezüge aus der Arbeitswelt	233
<i>Katja Maaß, Karen Reitz-Koncebovski, Anika Weihberger, Patrick Bronner</i>	
18 Modeling for Introducing Students to New Tools	249
<i>Joseph Malkevitch</i>	
19 Blums Arbeiten zur Bildungsforschung aus erziehungswissenschaftlicher Sicht	259
<i>Rudolf Messner</i>	
20 Modelling as a Mathematical Competency: a Paradox?	269
<i>Mogens Niss</i>	
21 Where Does Mathematical Modeling Begin? A Personal Remark	277
<i>Henry O. Pollak</i>	
22 MAKOS – Ein Projekt zur Umsetzung der Abiturstandards	281
<i>Ulrike Roder, Regina Bruder</i>	
23 Werner Blum’s Contribution to PISA Mathematics	297
<i>Ross Turner, Kaye Stacey</i>	
24 Publikationsliste von Werner Blum	309

1 Werner Blum und sein Beitrag zum Lehren und Lernen mathematischen Modellierens

Gabriele Kaiser

Universität Hamburg, Hamburg

*Der Beitrag intendiert eine Würdigung des Beitrags von Werner Blum zum Lehren und Lernen des mathematischen Modellierens als einem der seit Beginn der wissenschaftlichen Laufbahn zentralen Arbeitsgebiete von ihm. So sind die Anfangsarbeiten von ihm durch eine stoffdidaktische Einbettung charakterisiert, enthalten jedoch bereits die zentralen Theorieelemente auch der späteren Arbeiten. Hochbedeutsam für das Werk von Werner Blum ist der Einfluss der internationalen Diskussion – ICTMA und ICMI –, insbesondere die 14th ICMI Study zu *Modelling and Applications in Mathematics* hat die nachfolgenden Arbeiten von Werner Blum theoretisch und empirisch ausgeschärft. Auch die PISA-Studie und die Bildungsstandards haben die neueren Arbeiten von ihm, die inzwischen stark empirisch geprägt sind, entscheidend beeinflusst. Auf einige dieser Projekte wird abschließend eingegangen.*

1.1 Einleitung

Werner Blum hat in seiner bisherigen wissenschaftlichen Laufbahn eine Fülle von Projekten angestoßen und die mathematikdidaktische Diskussion nicht nur in Deutschland entscheidend beeinflusst. Er hat bisher 13 Doktorandinnen und Doktoranden erfolgreich promoviert, von denen mehrere inzwischen eine Professur bekleiden. Ich hatte die Ehre, die erste Doktorandin von Werner Blum sein zu dürfen und ihn bereits sehr früh, nämlich während meines Studiums als studentische Hilfskraft, und dann für viele Jahre auf seinem wissenschaftlichen Wege begleiten zu dürfen. Der folgende Beitrag nähert sich dem wissenschaftlichen Werk von Werner Blum eingeschränkt auf eines seiner Forschungsgebiete, sicherlich eines seiner bedeutendsten, nämlich das Lehren und Lernen von mathematischem Modellieren und Anwendungen der Mathematik.

Werner Blum hat bisher mehr als 250 wissenschaftliche Beiträge zum Lehren und Lernen von Mathematik verfasst, dazu noch 3 fachmathematische Beiträge inkl. seiner Dissertation. Etwa 90 dieser Arbeiten sind in Zeitschriften erschienen, viele in hochkarätigen internationalen Zeitschriften wie *American Educational Research Journal*, *Educational Studies in Mathematics* oder *Learning and Instruction* oder in hochkarätigen deutschsprachigen Zeitschriften wie *Journal für Mathematik-Didaktik*, als dessen Herausgeber er selber sechs Jahre fungierte. Werner Blum hat 52 Beiträge in Büchern mitverfasst und 39 in Proceedings. Auch die *Beiträge zum Mathematikunterricht* hat er mit 27 Artikeln bereichert. Er hat die außergewöhnlich beeindruckende Zahl von 32 Büchern mitherausgegeben und 5 Bücher (mit)geschrieben. Diese Zahlen belegen, dass Werner Blum sehr früh das große Potenzial von Zeitschriftenartikeln erkannt hat, die heute in der Regel mehr zitiert und zur Kenntnis genommen werden als Beiträge in Sammelbänden oder Monographien. Nicht berücksichtigt sind dabei mehrere Beiträge in populärwissenschaftlichen Zeitschriften sowie Rezensionen.

Analysiert man nun, welche dieser Beiträge sich mit Modellieren und Anwendungen beschäftigen, erhält man zunächst als Globalaussage, dass ziemlich genau ein Drittel dieser Beiträge diesem Thema gewidmet sind. Eine genauere Analyse zeigt aber interessante Schwerpunktsetzungen: So beschäftigen sich von den Beiträgen in Zeitschriften und Büchern jeweils knapp ein Viertel mit Modellieren und Anwenden, während bei den Beiträgen in Proceedings über die Hälfte dieses Thema betreffen. 4 der 11 herausgegebenen Zeitschriften und 16 der 32 mitherausgegebenen Bücher sind Modellieren und Anwenden gewidmet. Hier wird das starke Engagement von Werner Blum in der Scientific Community zum Modellieren –genauer der International Study Group for the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA) – deutlich, die er mit vielen Konferenzbeiträgen, aber auch tatkräftig bei der Herausgabe von Proceedings unterstützt hat und die sein wissenschaftliches Lebenswerk entscheidend beeinflusst hat. Auch die International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) als internationaler Dachorganisation der Mathematikdidaktik hat die Arbeit von Werner Blum bzgl. Modellieren und Anwenden in mehrfacher Hinsicht entscheidend geprägt: So fungierte Werner Blum im Rahmen der Vorbereitung für den Third International Congress on Mathematical Education (ICME-3), der 1976 in Karlsruhe stattfand, als deutscher Koordinator für den Themenbereich „The Interaction between Mathematics and Other School Subjects (Including Integrated Courses)“, die von Henry Pollak geleitet wurde. Die dort von Pollak (1977) entwickelte Definition von Anwendungen von Mathematik und ihre grafische Darstellung finden sich in den späteren Ansätzen von Werner Blum zum Modellieren und Anwenden von Mathematik immer wieder. Zur Vorbereitung auf den Kongress führte er – in der ihm eigenen gründlichen Art – umfangreiche Literaturrecherchen durch, die mich als für diesen Bereich verantwortliche studentische Hilfskraft das erste Mal mit der wissenschaftlichen Mathematikdidaktik in Berührung brachte und meine jahrzehntelange Zusammenarbeit mit Werner Blum etablierte. Aus dieser Arbeit sind später zwei Bände *Zur Dokumentation ausgewählter Literatur zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht* entstanden (Kaiser, Blum und Schober 1982, Kaiser-Meßmer, Blum und Schober 1992). Diese Ansätze wurden auf dem Sixth International Congress on Mathematical Education (ICME-6), der 1988 in Budapest stattfand, fortgeführt. So leitete Werner Blum die Themengruppe „Mathematics and Other Subjects“ und gab einen gemeinsamen Überblicksvortrag mit Mogens Niss zu „Problem Solving, Modelling and Applications“.

Zu Beginn des neuen Jahrtausends war Werner Blum Chair der *14th International ICMI Study on Applications and Modelling in Mathematics Education* und hat mit seinen langjährigen Kollegen Mogens Niss, Peter Galbraith und Hans-Wolfgang Henn das zugehörige Study Volume herausgegeben, das bis dato den Stand der Diskussion zu Modellieren und Anwenden kenntnisreich und tiefgehend auf einem hohen Niveau darstellt. 2012 hat Werner Blum auf dem 12th International Congress on Mathematical Education (ICME-12) in Seoul einen Hauptvortrag gehalten, in dem er den Stand der Diskussion zu Modellieren und Anwenden umfassend darstellt (die Proceedings mit dem Beitrag sind 2015 beim Springer Verlag erschienen). Auch bei dem 13th International Congress on Mathematical Education (ICME-13), der 2016 in Hamburg stattfinden wird und bei dem ich die Ehre habe, als Convenor zu fungieren, wird Werner Blum eine wichtige Rolle bei der Darstellung der europäischen Didaktiktraditionen spielen. Insgesamt wird bereits mit diesen Andeutungen, die in den folgenden Kapiteln untermauert werden sollen, deutlich, wie stark Werner Blum einerseits in die deutschsprachigen Mathematikdidaktik mit ihren spezifischen Prägungen integriert ist, wie stark er aber andererseits auch international verankert ist und die internationale Diskussion beeinflusst hat.

Wie bereits erwähnt, habe ich meine erste wissenschaftliche Arbeit im Rahmen einer Literaturrecherche zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht durchgeführt und hatte dabei das

erste Mal das Vergnügen, mit Werner Blum zusammen arbeiten zu dürfen. Ich konnte dort meine vor dem Studium erworbenen Kenntnisse als Diplomdokumentarin einsetzen. Gemäß dieser dort geübten Praxis des Klassifizierens und Sortierens werden im Folgenden die Arbeiten von Werner Blum zum Modellieren und Anwenden analysiert; vieles ist nicht eindeutig, aber es lassen sich doch deutliche Entwicklungslinien erkennen. Die folgende Würdigung des Werkes von Werner Blum bzgl. Modellieren und Anwenden ist nicht chronologisch geordnet, folgt aber doch einer gewissen zeitliche Reihung.

1.2 Die Anfänge: Stoffdidaktische Einbettung und erste konzeptionelle Arbeiten

Werner Blum nahm im Herbst 1972 einen Ruf auf eine Dozentur für Mathematik an der Universität Kassel – damals noch Gesamthochschule – an. Dieser Dozentur folgte dann 1975 ein Ruf auf eine Professur für Mathematikdidaktik unter besonderer Berücksichtigung des beruflichen Schulwesens. Entsprechend dieser Schwerpunktsetzung befassen sich viele seiner Arbeiten in den 1970iger Jahren mit spezifischen Aspekten des Mathematikunterrichts in der Berufsschule, neben der Didaktik der Oberstufe, insbesondere der Didaktik der Analysis. Die Arbeiten in dieser Zeit, die sich auf Modellieren und Anwenden beziehen, befassen sich mit „Exponentialfunktionen in einem anwendungsorientierten Analysis-Unterricht der beruflichen Oberstufe“ (1976) oder mit dem Thema „Lineares Optimieren mit zwei Variablen“ (1977). In diesen Arbeiten entwickelt Werner Blum elementare Möglichkeiten, diese Themen verständlich in den Unterricht integrieren zu können. Dabei sind Sachanalysen, die die mathematischen Grundlagen darstellen, jeweils von besonderer Bedeutung. Charakteristisch für diese Arbeiten ist auch der enge Bezug zur Schulpraxis, der sich meist versteckt in Fußnoten findet und darauf hinweist, dass Werner Blum die Unterrichtsvorschläge selbst im Unterricht durchgeführt hat. Dieser enge Bezug zur Schulpraxis zieht sich wie ein roter Faden durch viele Arbeiten von Werner Blum und kulminiert im ersten Jahrzehnt des neuen Jahrtausends in seinen Arbeiten an den Bildungsstandards für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II. Werner Blum hat als in der reinen Mathematik promovierter Mathematiker kein Referendariat absolviert, hat aber, u.a. aufgrund der hohen Bedeutung, die die Kasseler Schule der Mathematikdidaktik der Verbindung zur Schulpraxis beimaß, insgesamt acht Jahre an einem Kasseler Gymnasium in der Oberstufe sowie zeitweise parallel an einer Fachoberschule unterrichtet und mehrere Klassen in Mathematik zum Abitur geführt.

Exemplarisch für diese Arbeiten soll ein Beispiel vorgestellt werden, an dem ich (zusammen mit Rudi Stein) 1976 noch als Studentin mit Werner Blum ein mehrwöchiges Unterrichtsprojekt an einem Kasseler Wirtschaftsgymnasium durchführen konnte. Dieses Beispiel war vorweg in mehreren universitären Seminaren behandelt worden und zeigt auch die enge Verbindung von wissenschaftlicher Arbeit und hochschuldidaktischen Aktivitäten, die ebenfalls charakteristisch für Werner Blum ist und deutlich macht, wie früh er Studierende an wissenschaftliches Arbeiten herangeführt hat. Der 1978 erschienene Artikel zum Thema „Einkommenssteuern als Thema des Analysisunterrichts in der beruflichen Oberstufe“ ist ein besonders gelungenes Beispiel für normatives Mathematisieren, was 1988 von seinem engen Freund und Kollegen Hans-Wolfgang Henn in einem ausführlichen Überblicksartikel aufgenommen und weitergeführt wurde. Mit diesem Beitrag „sollen zum einen dem Mathematiklehrer¹, der *Anwen-*

¹ Geschlechtsneutrale Formulierungen hat Werner Blum in dieser Zeit trotz meines beständigen Drängens noch nicht verwendet.

dungsbeispiele für den Analysisunterricht sucht, Anregungen gegeben werden; zum anderen sollen an Hand des Beispiels ESt (Einkommensteuern, G.K.) einige wesentliche Aspekte der Problematik eines anwendungsorientierten Mathematikunterrichts *exemplarisch* verdeutlicht werden“ (S. 642). Es folgt – charakteristisch für die Vorträge und Arbeiten von Werner Blum – eine präzise Gliederung, die als Advance Organizer fungiert und einen entsprechenden Erwartungshorizont aufbaut. Sechs Forderungen an die Einkommensteuer wie „Stets soll der Steuersatz, der für jede hinzuverdiente Mark gezahlt werden muß, höher sein als der insgesamt zu zahlende Steuersatz“ (S. 643) werden unter Zuhilfenahme von Begrifflichkeiten der Analysis wie die Interpretation der lokalen Änderungsrate der ESt-Funktion als Grenzsteuersatz oder lokaler Steuersatz mathematisiert und dann auf die damals gültige Einkommensteuerfunktion der Bundesrepublik Deutschland angewendet. Es folgen einige Bemerkungen zur Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts und unter Rückgriff auf Diskussionen in gemeinsamen Seminaren werden drei wesentliche Gründe dafür genannt, dass der Mathematikunterricht anwendungsorientiert gestaltet werden soll, nämlich:

„1. Ein wichtiges allgemeines Ziel, welches der Mathematikunterricht verfolgen sollte und welches nur über Anwendungsbezüge erreicht werden kann, ist die *Vermittlung solcher mathematischer Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten, die zur Beschreibung, um Verständnis und zur Bewältigung von relevanten außermathematischen Fähigkeiten beitragen*. ... „Relevant“ heiße ein solches Problem dann, wenn es aus der derzeitigen oder absehbar zukünftigen beruflichen oder alltäglichen Umwelt des Schülers stammt und für ihn „herausfordernden“ Charakter besitzt.

2. Umgekehrt haben Anwendungsprobleme die (*lernpsychologische*) Aufgabe, mathematische Inhalte zu motivieren und zu veranschaulichen. Auch und gerade die aktive Auseinandersetzung mit geeigneten Anwendungsproblemen führt zu einem tieferen Verständnis und längeren Behalten der zugehörigen mathematischen Inhalte

3. Ohne Berücksichtigung außermathematischer Anwendungen würde den Schülern ein falsches Bild der Mathematik vermittelt, sowohl der derzeitigen Wissenschaft Mathematik, der Rolle, die diese Wissenschaft in der heutigen Welt spielt, als auch der Mathematik in ihrer geschichtlichen Entwicklung; Anwendungsorientierung führt also zu einem *ausgewogeneren Bild* der Mathematik als Gesamphänomen“ (S. 646f).

Werner Blum folgert aus diesen Zielsetzungen, dass „Anwendungsprobleme integraler Bestandteil des Mathematikunterrichts“ (S. 647) sein müssen, insbesondere da dem ersten Ziel eine besondere Bedeutung für einen „allgemeinbildenden“ Mathematikunterricht zukommt.

Prozessbezogene Aspekte werden bereits hier formuliert, indem Werner Blum fordert, im Unterricht nicht nur fertig entwickelte Mathematik auf außermathematische Probleme anzuwenden, sondern auch das Wechselverhältnis zwischen Mathematik und Realität an Beispielen zu verdeutlichen. „Dieser „Prozeß des wechselseitigen Übergangs zwischen den beiden Bereichen sollte im Unterricht *durchgeführt* und auch *reflektierend* thematisiert werden. Der Schüler sollte die Qualifikation erwerben, zwischen den Ebenen „Realität“ und „Mathematik“ in beiden Richtungen *übersetzen* zu können“ (S. 647).

Werner Blum entwickelt für diese Unterscheidung unter Bezug auf Pollak (1977) eine Grafik (Bild 1-1), die im oberen Teil die erste Fassung eines Modellierungskreislaufes enthält, wie sie später von ihm und anderen immer wieder verwendet bzw. weiterentwickelt wird und wie sie auch in heutigen Artikeln sich immer wieder findet (siehe z.B. Kaiser et al. 2014) und die zu Recht als „Klassiker“ der Modellierungsdiskussion bezeichnet werden kann.

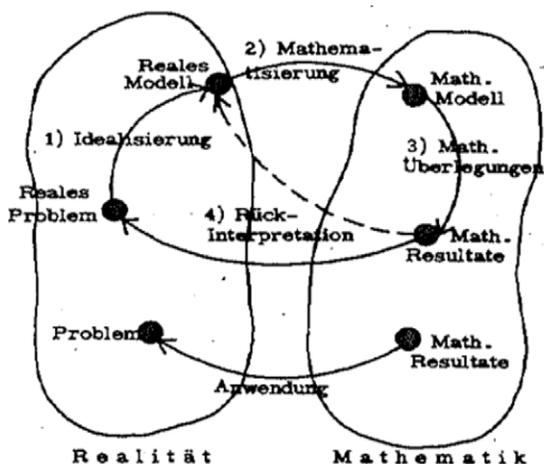


Bild 1-1 Grafik zum Anwenden von Mathematik und dem wechselseitigen Übergang von Realität und Mathematik aus Blum (1978)

Abschließend sei noch bemerkt, dass Werner Blum auch Kriterien für „gute“ Anwendungsprobleme² für den Mathematikunterricht formuliert, die bis dato noch nichts an ihrer Aktualität und Bedeutung verloren haben, nämlich: „Ein solches Problem sollte *real, relevant, vom außermathematischen Aufwand her faßlich und innermathematisch zugänglich* sein; zudem sollte es *mit den Lehrplänen für den Mathematikunterricht verträglich* sein, mehr noch, es sollte eine „tragende Funktion“ im Mathematikunterricht übernehmen können. Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts bedeutet nämlich nicht eine beliebige Aufeinanderfolge diverser Anwendungsbeispiele; vielmehr soll sich die Mathematik um einige *wenige*, im Sinne der genannten Begründungen *exemplarisch* ausgewählte „Leitprobleme“ herum konsistent aufbauen. „Real“ bedeutet dabei „nicht verfälschend“, wobei Vereinfachungen aus methodischen wie auch aus methodologischen Gründen selbstverständlich zugelassen und in der Regel sogar notwendig sind“ (S. 647f).

Werner Blum macht abschließend deutlich, dass das Thema Einkommensteuern ein Anwendungsbeispiel ist, welches diesen Kriterien genügt und einen „beziehungshaltigen“ Mathematikunterricht im Sinne von Freudenthal (1973) ermöglichen kann.

Dieser frühe Artikel von Werner Blum wurde hier deshalb so ausführlich dargestellt, da hiermit deutlich wird, dass er bereits zu Beginn seiner wissenschaftlichen Karriere eine Position zu Modellieren und Anwenden entwickelt, die in späteren Arbeiten ausgeschärft und modifiziert wird, in ihren Grundzügen aber stabil geblieben ist. Folgende Charakteristika des Blum'schen Ansatzes zeigen sich bereits hier sehr deutlich: mehrere Arten von Zielen für Modellieren, die später zwar erweitert wurden, in den Grundzügen aber erhalten geblieben sind; die Forderung nach Berücksichtigung eines modellierenden Vorgehens, das den gesamten Modellierungskreislauf umfasst und sich nicht auf Anwenden fertiger Mathematik reduziert; die Forderungen nach einer angemessenen curricularen Einbindung in den Unterricht; die Entwicklung klarer

² Die Sprechweise von Modellierungsbeispielen hat sich in der einschlägigen Diskussion erst um die Jahrtausendwende allgemein durchgesetzt, bis dahin wurde zunächst von Anwendungen, dann von realitätsbezogenen Beispielen gesprochen.

Kriterien für angemessene Beispiele; die starke Anbindung an die Schulpraxis und bereits deutliche Bezüge zur internationalen Diskussion.

Eine zentrale Erweiterung, die das Werk von Werner Blum dann entscheidend voranbringt, ist die Öffnung zu empirischen Studien, sowohl zu Fallstudien als auch zu großangelegten quantitativen Studien. Auf diese sog. empirische Wende, die nicht nur typisch für die Mathematikdidaktik, sondern auch für die Erziehungswissenschaft allgemein ist und sich auch im Werk von Werner Blum zeigt, gehe ich in den nachfolgenden Abschnitten noch näher ein.

Wie bereits erwähnt führte Werner Blum zur Vorbereitung auf ICME-3 umfangreiche Literaturrecherchen durch. Aus dieser Arbeit sind später (1982, 1992) zwei Bände zur „Dokumentation ausgewählter Literatur zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht“ entstanden, die einen exzellenten Überblick über die nationale und internationale Diskussion zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht darstellen und die auch ausgewählte Arbeiten zu Anwendungen bis zu Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts berücksichtigten. In Band 1 (Kaiser, Blum und Schober 1982) wurden 350 Referenzen aufgearbeitet, davon 235 mit Abstracts, in Band 2 (Kaiser-Meßmer, Blum und Schober 1992) wurden 231 Referenzen berücksichtigt, des Weiteren 55 Artikel aus 18 Curriculumprojekten und 19 Proceedingsbände. Die dort vorgenommene Klassifikation der Arbeiten nahm die von Werner Blum 1977 publizierten Gedanken zu den Zielen, zur Art der Anwendungen und des Realitätsbezugs und zur curricularen Einbettung auf und analysierte die ausgewählte Literatur zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht in einer bislang einzigartigen Tiefe; aufgrund des mit der Literaturerschließung verbundenen Aufwands wurde die Arbeit mit Band 2 beendet, noch bevor die zunehmende Digitalisierung des Literaturzugriffs die Arbeit wohl nicht überflüssig, aber doch nicht mehr wirklich praktikabel gemacht hätte. Das Klassifikationssystem wurde von uns auf der First International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling (später als International Conferences on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications weitergeführt) 1983 in Exeter präsentiert und hat zu einer deutlichen Verstärkung der Integration von Werner Blum (und auch mir) in die internationale Modellierungsdiskussion geführt (Blum und Kaiser 1983). Diese Bände machen das Bestreben von Werner Blum nach einer möglichst vollständigen Übersicht über den Stand der Diskussion deutlich, die aber auch entsprechend in die Tiefe gehen sollte und sich keinesfalls nur auf die deutschsprachige oder aktuelle Diskussion beschränken durfte, und zeigt sich bis heute bei jedem Artikel und jedem Vortrag von ihm.

Wie bereits erwähnt beinhaltet der 1978 erschienene Artikel zu den Einkommensteuern bereits zentrale Ansätze des Werkes von Werner Blum, die sich bis heute in seinen Arbeiten finden. Der 1985 veröffentlichte Artikel zum Thema „Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion“ als nächster großer theoretischer Artikel enthält deutlich mehr Anwendungsbeispiele, die eine große Themenvielfalt wiedergeben wie Sitzverteilung bei Wahlen, Trassierung von Autobahnkreuzen, Herstellung von Fußbällen oder Vergabe von Krediten und macht deutlich, dass die Diskussion um Anwendungen und Modellieren zunehmend an Bedeutung gewinnt. Der bereits im Artikel von 1978 enthaltene Modellierungskreislauf (nur der obere Teil des Schemas in Bild 1-1) wird anhand dieser Beispiele dargestellt. Dabei wird zum ersten Mal dieser Kreislauf als Modellbildungsprozess bezeichnet, der auf der „heute üblichen *Modellauffassung* für mathematische Anwendungen“ (S. 200) beruht. Neben einer Abgrenzung von Anwenden und eingekleideten Aufgaben, die nur in die Sprache einer anderen Disziplin bzw. des Alltags abgefasst sind, widmet sich Werner Blum auch intensiv Argumenten *gegen* Anwendungen wie Zeitprobleme oder zu wenig geeignete Beispiele.

In den Argumenten *für* Anwendungen finden sich die ursprünglichen drei Ziele eines anwendungsorientierten Mathematikunterrichts, nun ausdifferenziert in vier Argumente, nämlich:

„‘Pragmatische‘ Argumente (Mathematik als Hilfe für spezielle Anwendungen)“ (S. 211), d.h. Mathematik soll dazu beitragen, dass Lernende relevante außermathematische Situationen besser verstehen und bewältigen können; dieses Argument entspricht dem ersten Lernziel aus dem Artikel von 1978. Als neue Zieldimension werden „‘Formale‘ Argumente (Anwendungen der Mathematik als Hilfe für allgemeine Fähigkeiten und Haltungen)“ angegeben, die der Förderung „*allgemeiner* („formaler“) Fähigkeiten und Haltungen, die nicht der unmittelbaren Hilfe für bestimmte „relevante“ Situationen dienen (denn im allgemeinen ist schwer vorhersehbar, welche speziellen Situationen dem Schüler begegnen werden), die aber auf solche Situationen übertragbar sein sollen“ (S. 211f). Differenziert wird diese neue Kategorie wie folgt: als Förderung „methodologischer“ Qualifikationen, worunter Werner Blum ein Metawissen und allgemeine Fähigkeiten versteht, wie Mathematik angewandt wird, d.h. dass im Unterricht Lernende „anhand von Beispielen allgemeine *Strategien* zum Umgehen mit realen Situationen kennenlernen“ (S. 212), insbesondere lernen, „zwischen Realität und Mathematik zu *übersetzen*“ und über „das Anwenden *reflektieren* und lernen, Möglichkeiten und Grenzen einer solchen Auffassung von Anwendung der Mathematik einzuschätzen“ (S. 212). Des Weiteren subsumiert Werner Blum unter formalen Argumenten die Förderung weiterer allgemeiner Qualifikationen wie „die Fähigkeit zum Argumentieren oder Problemlösefähigkeiten sowie allgemeine *Einstellungen* und Haltungen wie eine Offenheit gegenüber Problemsituationen“ (S. 212), was heute als allgemeine Kompetenzen bezeichnet wird. Als dritte Ebene beschreibt Werner Blum „‘Wissenschaftstheoretische‘ Argumente (Anwendungen als Beitrag zum Gesamtbild von Mathematik)“ (S. 213), indem entsprechend der dritten Ebene in dem 1978iger Artikel ein „ausgewogenes“ Bild von Mathematik als kulturelles und gesellschaftliches Gesamtphänomen“ (S. 213) vermittelt werden sollen. Als vierte Ebene beschreibt Werner Blum „‘Lernpsychologische‘ Argumente (Anwendungen als Hilfe für das Lernen von Mathematik)“ (S. 213), die der zweiten Ebene des Artikels von 1978 entsprechen und die unterteilt werden in stoffbezogene Hilfen, d.h. eine lokale und globale Stofforganisation, und schülerbezogene Hilfen, die der Verbesserung des mathematischen Verständnisses und dem längeren Behalten dienen sollen sowie der Verbesserung der Einstellung zur Mathematik.

Neben dieser Ausdifferenzierung der vier Ziele, die mit Modellieren und Anwenden verbunden sind und die sich deutlich von rein utilitaristischen Positionen absetzt, die nur die für Anwendungen und Modellieren nötige Mathematik oder an konkrete Situationen gebundene mathematische Modelle vermitteln will, bringt die Betonung von Metawissen und allgemeinen Fähigkeiten die einschlägige Diskussion entscheidend voran. Auch die curriculare Einbindung ist von besonderer Bedeutung: hier konkretisiert Werner Blum seine Vorstellungen und führt die Unterscheidung von lokalen Beispielen – Anreicherung von im Lehrplan stehenden Stoffen durch kleinere Anwendungsbezüge, hauptsächlich zur Motivation und Hinführung bzw. Übung – zu globalen Beispielen – größere, in der Regel über mehrere Stunden gehende Anwendungsbeispiele, die insbesondere Übersetzungsqualifikationen und allgemeine Fähigkeiten und Haltungen fördern sollen – ein. Bemerkenswert ist auch, dass Werner Blum bereits 1985 Rechnern eine große Bedeutung beimisst und von einem umfassenden Rechneinsatz langfristig tiefgehende curriculare Veränderungen erwartet. Die weitere Entwicklung des Werkes von Werner Blum zu Modellieren und Anwenden ist durch die Integration in die internationale Diskussion und dort entstandene Kooperationen geprägt, auf die im Folgenden eingegangen wird.

1.3 Der Einfluss der internationalen Diskussion (ICTMA und ICMI)

Die bereits erwähnte „Dokumentation ausgewählter Literatur zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht“ wurde von Werner Blum und mir auf der First International Conference

on the Teaching of Mathematical Modelling, die 1983 in Exeter stattfand, präsentiert (Blum und Kaiser 1984) und fand in der internationalen Community so viel Anklang, dass Werner Blum eingeladen wurde, die dritte Konferenz in dieser Serie 1987 in Kassel durchzuführen. Die Konferenz mit dem neuem Akronym ICTMA (International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications) zog eine später nie mehr erreichte hohe Anzahl von Teilnehmerinnen und Teilnehmern aus dem In- und Ausland an und etablierte die deutschsprachige Gruppe zu Modellieren und Anwenden auch international. Der dazu von Werner Blum als Erstherausgeber verantwortete Band (Blum et al. 1989) gibt in 70 Kapiteln einen exzellenten Überblick über die damalige Diskussion und integriert in die ursprünglich stark tertiär orientierten Ansätze zum Lehren von universitären Modellierungskursen stärker schulische Belange. Werner Blum hat viel zur Etablierung dieser zweijährlich stattfindenden Konferenzen beigetragen, auf der sich die mit dem Lehren und Lernen von Modellieren und Anwenden beschäftigten Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler über den aktuellen Stand der Diskussion austauschen. ICTMA ist seit 2003 als Affiliated Study Group der International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) anerkannt (u.a. stark gefördert durch Mogens Niss) und repräsentiert eine für ICMI einmalige Mischung aus Mathematikdidaktiker(innen) und angewandten Mathematiker(inne)n, die sich für die Lehre von Modellieren engagieren. Werner Blum hat seit der Etablierung dieser Konferenzreihe bisher an fast allen Konferenzen teilgenommen (mit zwei Ausnahmen), fast alle Tagungsbände mit herausgegeben und fungiert seit 1993 – der ICTMA6 in Delaware (USA) – als ständiger Herausgeber. Er hat diese Konferenzreihe mit vielen Beiträgen bereichert, u.a. mit bisher drei Hauptvorträgen, auf die im Folgenden nun genauer eingegangen werden soll.

Diese Konferenzen haben – neben weiteren Projekten wie meine von ihm betreuten Dissertation (Kaiser-Meßmer, 1986), in der umfangreiche empirische Studien zur Realisierbarkeit der Ziele eines anwendungsorientierten Mathematikunterrichts mit diversen Fallstudien untersucht wurden – zur „empirischen Wende“ von Werner Blum beigetragen. Genauer hat die Kooperation mit David Burghes, dem Chair der ersten beiden Konferenzen, mit dem Ende der 1980iger Jahre das sog. Kassel-Exeter-Projekt durchgeführt wurde, finanziert vom British Research Council und dem DAAD, stark zu dieser Hinwendung zur Empirie beigetragen. Auf Kasseler Seite war ich die wissenschaftliche Mitarbeiterin in diesem Projekt. Im Kern des Projekts wurde eine Langzeitstudie zum Vergleich der Leistungen deutscher und englischer Jugendlicher durchgeführt. Modellieren und Anwendungen spielten entgegen den ursprünglichen Planungen in den späteren Ergebnissen zwar eine geringere Rolle, waren aber zu Beginn und in einigen ergänzenden Fallstudien zu den unterrichtlichen Auswirkungen der von David Burghes an der Universität Exeter entwickelten Modellierungsprojekten – insbesondere dem sog. Enterprising Mathematics Course – von Bedeutung (u.a. Blum et al. 1992, Kaiser-Meßmer und Blum 1993). Die dort gemachten ersten Erfahrungen mit Aufgabenentwicklung und Design empirischer Studien und den Problemen international-vergleichender Studien waren für die Aktivitäten von Werner Blum in späteren large-scale Studien wie der PISA-Studie sowie DISUM³ und Co²CA⁴

³ Das DFG-geförderte Projekt „Didaktische Interventionsformen für einen selbstständigkeitsorientierten aufgabengesteuerten Unterricht am Beispiel Mathematik“ wurde von Werner Blum, Rudolf Messner und Reinhard Pekrun von 2006-2011 geleitet. Gegenstand von DISUM war die Untersuchung des diagnostisch-methodischen Lehrerhandelns beim selbständigen Umgehen von Schülerinnen und Schülern des 9. Jahrgangs mit anspruchsvollen realitätsbezogenen Aufgaben.

⁴ Das DFG-geförderte Projekt „Conditions and Consequences of Classroom Assessment“ wurde von 2007-2014 von Ekkehard Klieme, Katrin Rakoczy, Werner Blum und Dominik Leiß geleitet. Ziel war die Untersuchung, wie diagnostische Informationen genutzt werden können und welche Auswirkungen formative Leistungsmessung auf den schulischen Lernprozess in Mathematik hat.

von großer Bedeutung, ebenso wie für die PALMA-Studie⁵, die auf einem deutlich höheren empirisch-methodologischen Niveau die Langzeitentwicklung von Schülerinnen und Schülern der unteren Sekundarstufe (Klassen 5 bis 10) untersucht hat. Wie bereits die Kassel-Exeter-Studie befasst sich die PALMA-Studie eher am Rande mit Modellieren und Anwenden und steht daher in diesem Artikel nicht im Fokus.

Für die weitere Entwicklung von Werner Blum ist die Nachfolgekonferenz zur eigenen Konferenz bedeutsam, also ICTMA4, die 1989 in Roskilde stattfand. Dort gab Werner Blum in einem Hauptvortrag einen Überblick über den damaligen Stand der Diskussion zu den Zielen des Lehrens und Lernens von Modellieren und Anwenden, zu Pro- und Kontraargumenten und zu unterrichtlichen Beispielen, in dem er die 1985 für die deutschsprachige Mathematikdidaktik entwickelte Darstellung fortführt (Blum 1991). Der Hauptvortrag auf ICTMA6, der 1993 in Delaware stattfand, knüpft an diesen Überblicksvortrag an und reichert ihn neben weiteren Modellierungsbeispielen durch Hinweise auf die steigende Bedeutung von Computern beim Modellieren und die Diskussion offener Fragen an. Dabei stellt Werner Blum besonders Aspekte der Leistungsmessung und -bewertung in den Vordergrund neben curricularen, empirischen und philosophischen Aspekten (Blum 1995).

Werner Blum hat auf den weiteren ICTMA-Konferenzen regelmäßig vorgetragen. Um diese Darstellung nicht zu überladen, gehe ich erst wieder auf den nächsten Hauptvortrag ein, der 2009 auf der ICTMA14 in Hamburg stattfand. In diesem relativ langen Zeitraum für ein äußerst aktives Wissenschaftlerleben sind viele andere zentrale Ereignisse passiert, auf die ich nun eingehen möchte, zunächst auf den weiteren Einfluss von ICMI auf das Lebenswerk von Werner Blum.

Die International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) hat – wie bereits erwähnt – Werner Blum sehr früh die Möglichkeit geboten, sich international zu positionieren. Die erste Gelegenheit – gleich zu Beginn seiner wissenschaftlichen Karriere – war der Third International Congress on Mathematical Education (ICME-3) in Karlsruhe, auf dem Werner Blum eine Koordinatorenfunktion einnahm. Eine weitaus bedeutendere Funktion nahm Werner Blum dann 12 Jahre später auf dem Sixth International Congress on Mathematical Education (ICME-6) ein, der 1988 in Budapest stattfand. Er fungierte als hauptverantwortlicher Koordinator für die Themengruppe zu „Mathematics and Other Subjects“. Zusammen mit Mogens Niss aus Dänemark, der hauptverantwortlicher Koordinator der Themengruppe zu „Problem Solving, Modelling and Applications“ war, präsentierte er mit Niss einen gemeinsamen Übersichtsvortrag zu den Themen beider Gruppen. Aus diesem Übersichtsvortrag entstand einerseits ein die Diskussion entscheidend beeinflussender Artikel in den *Educational Studies in Mathematics* in 1991 sowie ein Buch zum Thema „Modelling, Applications and Applied Problem Solving“, das Werner Blum 1989 zusammen mit Mogens Niss und Ian Huntley herausgegeben hat und das einen ausgezeichneten Überblick über den damaligen Stand der Diskussion gibt. Neben theoretisch orientierten und unterrichtsbezogenen Artikeln enthält das Buch eine nicht unbedeutende Anzahl von Artikeln zu empirischen Fragen und Übersichtsartikeln zum einschlägigen Stand der Diskussion in verschiedenen Ländern.

Der eben erwähnte Artikel (Blum und Niss 1991) beginnt mit einer – für beide Wissenschaftler charakteristischen – präzisen Klärung der Begrifflichkeiten. Die darauf aufbauende Diskussion der Argumente für die Berücksichtigung von Anwendungen und Modellieren im Unterricht

⁵ Das DFG-geförderte „Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik“ wurde von 2000 - 2008 von Reinhard Pekrun, Rudolf vom Hofe und Werner Blum durchgeführt. Es ging um die Langzeitentwicklung mathematischer Leistungen und zugehöriger Kontextbedingungen bei Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe I.

unterscheidet fünf Ebenen, die den von Werner Blum in 1985 gegebenen vier Argumenten sehr ähnlich sind: So entspricht das „formative argument“ den formalen Argumenten, das „utility argument“ dem pragmatischen Argument, das „picture of mathematics argument“ den wissenschaftstheoretischen Argumenten und das „promoting mathematics learning argument“ den lernpsychologischen Argumenten. Als zusätzliche Ebene enthält es eine stark von Mogens Niss geprägte Komponente des „critical competence argument“, das der Vorbereitung der Jugendlichen auf ihr späteres Leben als soziale und mündige Bürger(innen) dient. „The aim of such a critical competence is to enable students to ‚see and judge‘ independently, to recognize, understand, analyse and assess representative examples of actual uses of mathematics, including (suggested) solutions to socially significant problems” (Blum und Niss 1991, S. 43).

In ihrem umfangreichen Überblick über die aktuelle Situation identifizieren Werner Blum und Mogens Niss vier zentrale Trends für die zukünftige Entwicklung wie eine Erweiterung des Spektrums der Argumente für Modellieren und Anwendungen weg von Nützlichkeits- und Bild-von-Mathematik-Argumenten, eine zunehmende Globalisierung und zunehmende Vereinheitlichung der verschiedenen Diskussionsstränge sowie ein zunehmender Einsatz von Computern.

Besonders interessant und bis heute immer wieder zitiert ist die detaillierte Darstellung möglicher Organisationsformen zur Integration von Modellieren und Anwendungen in das Curriculum, in der Werner Blum und Mogens Niss sechs unterschiedliche Formen unterscheiden:

- „Separation approach“, in dem Anwendungen und Modellieren nicht in das Curriculum integriert werden, sondern außerhalb in speziellen Kursen behandelt werden;
- „Two-compartment approach“, in dem das Curriculum in zwei Teile aufgeteilt wird, den üblichen reinen Mathematikkurs und einen darauffolgenden angewandten Teil;
- „Islands approach“, in dem das Curriculum in verschiedene Teile aufgeteilt wird und jedes dieser Segmente dann entsprechend des Two-compartment approach verfährt und Anwendungen inselartig vorkommen;
- „Mixing approach“, in dem im mathematischen Curriculum immer wieder anwendungsbezogene Elemente vorkommen, um neue mathematische Begriffe zu motivieren bzw. bekannte Methoden angewendet werden;
- „Mathematics curriculum integrated approach“, in dem die Probleme an erster Stelle stehen, zu deren Lösung dann mathematische Methoden gesucht werden;
- „Interdisciplinary integrated approach“, der starke Ähnlichkeiten zum vorhergehenden Ansatz aufweist, aber durch eine volle Integration mathematischer und außermathematischer Aktivitäten gekennzeichnet ist.

Interessanterweise wird kein Modellierungskreislauf angegeben.

Auf dem Folgekongress, dem Seventh International Congress on Mathematical Education (ICME-7), der 1992 in Québec stattfand, präsentierte Werner Blum im Rahmen der Arbeitsgruppe „Mathematical Modelling in the Classroom“ (geleitet von Trygve Breiteig) einen Überblick über den damals aktuellen Stand der Diskussion und die Fortentwicklung seit ICME-7, wobei insbesondere der Überblick über zu den in damaligen Zeit weltweit verfügbaren Unterrichtsmaterialien beeindruckt (Blum 1993).

Ein weiterer zentraler Artikel von Werner Blum, der 1996 erschienen ist, geht aus einem Plenarvortrag auf dem 7. Internationalen Kärntner Symposium zur Didaktik der Mathematik zu „Trends und Perspektiven“ hervor und greift auf Aspekte des mit Mogens Niss veröffentlichten Beitrags zurück. In einer umfassenden Darstellung des aktuellen Stands der Diskussion, der bis

heute immer wieder zitiert wird, identifiziert Werner Blum verschiedene Trends für die Entwicklung von Anwendungen und Modellieren wie die These, dass in der Zukunft „*Mehr Anwendungsbezüge (in Literatur, Curricula und Textbüchern)*“ eine Rolle spielen werden. Die von ihm postulierten Trends „*Breitere Sichtweise von Anwendungen*“ und „*Umfassendere Begründungen für Anwendungsbezüge*“ beziehen sich auf verschiedene Richtungen der Diskussion zu Modellieren und Anwenden und Werner Blum vermutet, dass sich integrative Richtungen, die eine breitere Palette von Zielen vertreten, langfristig eher durchsetzen werden. Die weiteren Trends „*Mehr Schülerorientierung im anwendungsbezogenen Mathematikunterricht*“, „*Einbezug von Anwendungen in die Leistungsmessung*“ und „*Einbezug von Computern in den anwendungsbezogenen Mathematikunterricht*“ zeigen die Entwicklungen der Diskussion auf, die aktuell eingetreten sind und heute zu einem gewissen Teil zum Unterrichtsalltag gehören. Das abschließende Kapitel zu den Veränderungsstrategien und Forschungsfragen listet einige praktische Maßnahmen auf, die an Aktualität nichts bis heute verloren haben, wie „*Verstärkter Einbezug von Anwendungen in die Aus- und Fortbildung von Mathematiklehrern*“, „*Ermutigung und Unterstützung von Lehrern, sich selbst zu organisieren*“, „*Entwicklung von Anwendungs-Materialien, eingebettet oder leicht einbettbar in reguläre Curricula, und Entwicklung anwendungsbezogener Lehrbücher und Curricula, einschließlich entsprechender Testinstrumentarien*“.

In den Anfang der 1990er Zeit fällt auch die Gründung der internationalen ISTRON-Gruppe, die sich im Jahre 1990 in Istron Bay auf Kreta konstituierte mit dem Ziel, durch Koordination und Initiierung von Innovationen – insbesondere auch auf internationaler Ebene – zur Verbesserung des Mathematikunterrichts durch Förderung von Realitätsbezügen beizutragen. Diese Gruppe, die sich nach dem Gründungsort genannt hat und bis heute existiert, besteht aus acht Mathematikern und Mathematikdidaktikern aus Europa und USA, darunter als deutsches Mitglied Werner Blum. Seit 1991 gibt es – als Teil dieses Netzwerkes – eine deutsch-österreichische ISTRON-Gruppe, die sich regelmäßig seit 1991 einmal im Jahr zu einer Tagung trifft, die seit langem auch immer eine große regionale Lehrerfortbildungsveranstaltung zum Lehren und Lernen von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht beinhaltet. Diese Gruppe wurde von Werner Blum initiiert, wobei es mir oblag, das Gründungstreffen 1991 in Osnabrück zu leiten. Zu den Aktivitäten der Gruppe gehören unter anderem die Herausgabe einer Schriftenreihe mit inzwischen 17 Bänden mit dem Titel „*Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*“, die im Franzbecker Verlag erschienen sind, und zwei Bänden mit dem Titel „*Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*“ im Springer Verlag. Die ersten beiden Bände (Blum 1993, Blum et al. 1994) und den vierten Band (Blum, König und Schwehr 1997) hat Werner Blum (mit)herausgegeben. Ziel dieser Aktivitäten ist die Dokumentation und Entwicklung von schulgeeigneten Materialien zum realitätsorientierten Lehren und Lernen von Mathematik sowie aller Arten von Anstrengungen, solche Materialien in die Schulpraxis einzubringen – durch Lehreraus- und -fortbildung, über Schulbücher und Lehrpläne und durch direkte Arbeit vor Ort mit den Lernenden in Schule und Universität. Auch hierbei wird wieder die enge Verbindung zur Schulpraxis als Wesenszug der Ansätze von Werner Blum deutlich.

Anfang 2000 hat die ICMI Werner Blum eingeladen, die 14th ICMI Study zu „*Applications and Modelling in Mathematics Education*“ zu leiten. Das von Werner Blum zusammen mit dem International Programme Committee entwickelte Discussion Document wurde an vielen Stellen veröffentlicht (Blum et al., 2002a, b) und enthielt, vor allem geprägt von Werner Blum und Mogens Niss, eine klare Darstellung der Begrifflichkeiten und der geplanten Struktur der Studie. So sollen Modellieren und Anwendungen über die verschiedenen Ebenen Primarstufe, Sekundarstufe, Tertiärbereich und Lehrerbildung bzgl. der Bereiche theoretische Begriffe

und Ansätze, Unterricht und Schulsystem behandelt werden. Das Discussion Document listet eine beeindruckende Anzahl möglicher Themen mit entsprechenden Fragestellungen auf, die auf der Study-Konferenz behandelt werden sollen. Auf der Basis dieser hochkarätig zusammengesetzten Konferenz, die 2004 an der Technischen Universität Dortmund mit Hans-Wolfgang Henn als Local Chair durchgeführt wurde, entstand die ICMI Study zu „Modelling and Applications in Mathematics Education“, die Werner Blum zusammen mit seinen engen Freunden und Kollegen Peter Galbraith, Hans-Wolfgang Henn und Mogens Niss (2007) editiert hat. Die Einleitung zu dem Buch (Niss, Blum und Galbraith 2007) gibt einen äußerst ausführlichen und tiefgehenden Überblick über den Stand der Diskussion zu Modellieren und Anwenden, der auch heute noch nichts von seiner Aktualität eingebüßt hat. Zu Beginn werden Begrifflichkeiten geklärt und voneinander abgegrenzt; dabei wird eine bedeutsame zentrale Unterscheidung von Applications und von Modelling entwickelt: „The term ‚modelling‘, on the one hand, tends to focus on the direction ‚reality \square mathematics‘ and, on the other hand and more generally, emphasises the *processes* involved.In contrast, the term ‚applications‘, on the one hand, tends to focus on the opposite direction ‚mathematics \square reality‘ and, more generally, emphasises the *objects* involved – in particular those parts of the real world which are (made) accessible to a mathematical treatment and to which corresponding mathematical models already exist“ (S. 10). Insbesondere die Einführung der Begrifflichkeit „Modelling competency“ ist von großer Bedeutung und die in der ICMI Study dazu enthaltenen Beiträge diskutieren dieses Konzept gründlich. Niss, Blum und Galbraith (2007) führen dazu aus: „By a ‚*competency*‘ we mean the ability of an individual to perform certain appropriate actions in problem situations where these actions are required or desirable. So *mathematical modelling competency* means the ability to identify relevant questions, variables, relations or assumptions in a given real world situation, to translate these into mathematics and to interpret and validate the solution of the resulting mathematical problem in relation to the given situation, as well as the ability to analyse or compare given models by investigating the assumptions being made, checking properties and scope of a given model etc. In short: modelling competency in our sense denotes the ability to perform the processes that are involved in the construction and investigation of mathematical models“ (S. 12f). Es wird die offene Frage gestellt, ob es spezifische Sub-Kompetenzen zur mathematischen Modellierungskompetenz gibt; deutlich wird auch, dass andere mathematische Kompetenzen wie Argumentieren und Begründen zur Bearbeitung realer Probleme nötig sind. In den folgenden 57 Kapiteln werden zu zentralen Themen des Lehrens und Lernens von Modellieren und Anwendungen wie epistemologische Fragen, Authentizität, Modellierungskompetenzen, Modellierungspädagogik, Implementierung, Evaluation und Leistungsmessung tiefgehende Beiträge vorgestellt, wobei in jedes dieser Themen jeweils durch informative Übersichtsartikel eingeleitet wird. Insgesamt ist das Buch ein Standardwerk für das Lehren und Lernen von Modellieren und Anwendungen geworden und bis heute geblieben.

1.4 Einflüsse von PISA und den Bildungsstandards

Neben den bisher dargestellten Ansätzen, die sich ausschließlich mit Modellieren und Anwenden im Mathematikunterricht befassen, gibt es mit Studien zu internationalen Schulleistungsvergleichen, also PISA⁶, und den Bildungsstandards zentrale Arbeiten von Werner Blum, bei denen Modellieren zwar wichtig ist, aber nicht im Mittelpunkt steht, und die seine Arbeit ebenfalls entscheidend beeinflusst haben (und vice versa). Da diese beiden Bereiche eher mittelbar mit Modellieren zusammenhängen, werden sie hier kürzer und beschränkt auf das Thema Lehren und Lernen von Modellieren dargestellt.

Werner Blum hat seit 1998 bzw. 2000 sowohl auf nationaler wie auch auf internationaler Ebene bei der PISA-Studie mitgearbeitet. Er war 2003 und 2006 Mitglied des deutschen PISA-Konsortiums und war nach 2000 bis heute über alle Durchführungszyklen hinweg Mitglied der internationalen PISA Mathematics Expert Group und zudem für 2012 auch Mitglied der PISA Questionnaire Expert Group und hat die Studie sowohl national wie international mitgeprägt. Für die PISA-Studie 2012, bei der Mathematik zum zweiten Mal nach 2003 Schwerpunktdisziplin war, hat Werner Blums Kasseler Arbeitsgruppe (mit Michael Besser und Dominik Leiß) zahlreiche Items entwickelt, die in der Endversion des Tests enthalten waren. PISA basiert im Gegensatz zu anderen Schulleistungstudien wie TIMSS nicht auf der Erhebung der in der Schule vermittelten curricularen Inhalte, sondern auf einer allgemeinen Literalitätskonzeption, die an den Fähigkeiten der Jugendlichen orientiert ist, ihr Wissen und ihre Kenntnisse zur Bewältigung von Herausforderungen im späteren Leben anzuwenden. Der für die Mathematikdidaktik bedeutsame Teil der *mathematical literacy* wurde stark geprägt durch die Auffassungen von Freudenthal (1973) zu einer beziehungshaltigen Mathematik und der Position der „Realistic Mathematics Education“ von de Lange (1996) und ist aktuell wie folgt definiert: „Mathematical literacy is an individual’s capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts. It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena. It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective citizens.“ (OECD 2013, S. 25). Schon von Beginn an wird in PISA betont, dass es nicht um Schulwissen geht: „‘Mathematical literacy’ is used here to indicate the ability to put mathematical knowledge and skills to functional use rather than just mastering them within a school curriculum“ (OECD 2001, S. 22). Diese Konzeptualisierung von *mathematical literacy*, die der PISA-Studie zugrunde liegt, ist sehr dicht an den von Werner Blum und Mogens Niss (der von Beginn an Mitglied der PISA Mathematics Expert Group war und dort eng mit Werner Blum zusammengearbeitet hat) immer wieder formulierten Argumenten und Zielen für einen modellierenden Mathematikunterricht. Im Kapitel zur mathematischen Kompetenz im Berichtsband von PISA 2003, das Werner Blum als Erstautor verantwortet hat, wird unter Bezug auf die Position von Freudenthal (1973) ausgeführt, dass sich *mathematical literacy* nicht nur auf eine außer- sondern auch auf eine innermathematische Welt bezieht, d.h. dass auch „die mentale Welt der Mathematik“ (Blum et al., 2004, S. 48) zu berücksichtigen ist, wobei der Charakter von *mathematical literacy* „den verständigen funktionalen Gebrauch von Mathematik in vielfältigen, vorwiegend außermathematischen Situationen“ (S. 48) betont. *Mathematical literacy* liegt eine Sicht des Verhältnisses von mathematischer und realer Welt zugrunde, die dem oben erwähnten, bereits 1978 entwickelten Kreislaufschema des mathematischen Modellierens entspricht, d.h. der Modellierungs-

⁶ Die Studien des Programme for International Student Assessment werden im Auftrag der OECD seit 2000 alle drei Jahre durchgeführt.

kreislauf geht aus von einem realen Problem, das vereinfacht und strukturiert zu einem Realmodell entwickelt wird, welches mathematisiert, d.h. in die Sprache der Mathematik übersetzt wird. Das daraus resultierende mathematische Modell wird mittels passender mathematischer Methoden bearbeitet, die so resultierenden mathematischen Ergebnisse werden in der Realität interpretiert und anschließend validiert. Für PISA 2003 wurden vier „übergreifende Ideen“ unterschieden, nämlich Quantität, Veränderung und Beziehungen, Raum und Form und Unsicherheit sowie drei „Kompetenzcluster“, nämlich „Reproduktion“, „Verbindungen“ sowie „Reflexion und Verallgemeinerung“. Durch die Orientierung an der *mathematical literacy*-Konzeption sind die entwickelten Items stark realitätsorientiert, in PISA 2003 sind nur drei der 84 Aufgaben innermathematischer Natur (Blum, 2004, S. 51). Das in PISA eingesetzte Testmodell erlaubt die Entwicklung von Kompetenzstufen, um die mit den Leistungstests erzielten Ergebnisse anschaulicher zu machen. Die für jede übergreifende Idee formulierten Kompetenzstufen orientieren sich stark an Realitätsbezügen, was exemplarisch an der übergreifenden Idee Veränderung und Beziehungen deutlich gemacht werden soll: So erfordert die niedrigste Kompetenzstufe „Informationen aus einer einfachen, in Standardform gegebenen Tabelle oder einem einfachen Graphen zu entnehmen, ... die sich auf Beziehungen zwischen zwei vertrauten Variablen beziehen.“ Die zweite Kompetenzstufe verlangt u.a. „einen gegebenen Text mit einer einzigen Darstellungsform“ zu verbinden, auf der dritten Kompetenzstufe sollen u.a. „in vertrauten Kontexten einfache hierauf bezogene Argumentationen“ durchgeführt werden. Die vierte Kompetenzstufe verlangt u.a., „in weniger vertrauten funktionalen Kontexten zu argumentieren ... sowie mit gegebenen linearen Modellen von Realsituationen umzugehen“, die fünfte Stufe erfordert „mit komplexeren algebraischen Ausdrücken und funktionalen Modellen umzugehen und solche formalen Darstellungen in Realsituationen zu interpretieren, auch mehrschrittige Lösungswege zu vollziehen und Beziehungen zwischen algebraischen Formeln und zugrunde liegenden Realdaten zu erläutern“. Aufgaben auf der fünften Kompetenzstufe „erfordern es zudem, komplexe algebraische Modelle von unvertrauten Realsituationen zu bilden, auch mehrschrittige Problemlösestrategien zu finden, mit algebraischen Ausdrücken sicher umzugehen und gefundene Lösungen zu verallgemeinern“ (Blum et al. 2004, S. 56).

Diese Kompetenzstufen werden für PISA 2006 nochmals unter Bezug auf mathematisches Modellieren ausgeschärft und unabhängig von den übergreifenden Ideen formuliert. Insbesondere die Differenzierung des Umgangs mit „vertrauten Kontexten“ und „unmittelbar zugänglichen Situationen“, der auf den unteren Kompetenzstufen im Gegensatz zu den oberen Kompetenzstufen erwartet wird, greift auf die Begriffe und Konzepte der Modellierungsdiskussion zurück und ist stark von Werner Blum geprägt. So sollen auf den oberen Kompetenzstufen Schülerinnen und Schüler „mit Modellen konkreter Situationen arbeiten“, in denen sie begründen, argumentieren und interpretieren (Kompetenzstufe IV), in denen sie „Modelle für komplexe Situationen konzipieren“, „ihr Tun reflektieren“ und „ihre Interpretationen ... formulieren und ... kommunizieren“ (Stufe V), in denen Lernende „Informationen, die sie aus der Modellierung komplexer Problemsituationen erhalten, konzeptualisieren, verallgemeinern und auf neue Situationen anwenden“ (Stufe VI) (Frey et al. 2007, S. 252).

In einer vertiefenden Analyse zu PISA 2000 werden Grundvorstellungen als aufgabenanalytisches und diagnostisches Instrument eingesetzt. Unter Grundvorstellungen werden unter Bezug auf den Ansatz von vom Hofe (1995), dem zweiten Doktoranden von Werner Blum, Konzepte verstanden, die Beziehungen zwischen Mathematik, Realität und individuellen mentalen Strukturen beschreiben. Grundvorstellungen haben in der Kasseler Mathematikdidaktik bereits früh eine große Rolle gespielt und Werner Blum hat u.a. in Arbeiten mit Arnold Kirsch zur Analysis realitätsbezogene Grundvorstellungen des Ableitungs- und Integralbegriffs verwendet, u.a. für

präformale Beweise der beiden Hauptsätze der Differential- und Integralrechnung (Blum und Kirsch 1996).

Diese Ansätze werden in detaillierte Aufgabenanalysen – an denen Alexander Jordan als Doktorand von Werner Blum und Michael Kleine als Doktorand von Rudolf vom Hofe beteiligt waren – umgesetzt, die untersuchen, welche Grundvorstellungen vorhanden sein müssen, um die Aufgaben in PISA bearbeiten zu können. Dazu wird eine Variable „Grundvorstellungsintensität“ definiert, „mit welcher gegebene Aufgaben im Hinblick auf Art und Umfang der zum Bearbeiten nötigen Vorstellungen (eindimensional) klassifiziert werden können“ (Blum et al. 2004, S. 147). Deutlich wird in diesen Analysen, dass in der PISA-Studie erkennbar gewordene Probleme deutscher Lernender mit anspruchsvolleren Aufgaben unter anderem auch daher rühren, dass im deutschen Mathematikunterricht „zu wenig auf die Entwicklung von flexibel anwendbaren mathematischen Vorstellungen und Fähigkeiten, die insbesondere bei Übersetzungsprozessen in neuartigen Sachsituationen erforderlich sind“ (Blum et al. 2004, S. 156), geachtet wird. Aus diesen Ergebnissen wird für die Unterrichtspraxis „die Forderung nach einer besseren Förderung der Ausbildung von Grundvorstellungen und ihrer Vernetzung zu einem flexibel anwendbaren System“ aufgestellt, wobei u.a. die „unterrichtliche Behandlung von vorstellungshaltigen Sachsituationen und von Aufgabentypen, die Übersetzungsprozesse erfordern“, als wichtig herausgestellt werden (Blum et al. 2004, S. 156).

In einem weiteren großen Arbeitszusammenhang von Werner Blum, den Bildungsstandards, welcher eng mit der PISA-Studie zusammenhängt, steht das Lehren und Lernen von Modellieren und Anwendungen ebenfalls nicht alleine im Mittelpunkt, spielt aber dennoch eine bedeutende Rolle. In den Konstanzer Beschlüssen der Kultusministerkonferenz von 1997 wurde eine langfristige Beteiligung von Deutschland an internationalen Vergleichsstudien beschlossen, ebenso wie die Implementierung von regionalen und nationalen Vergleichsstudien, ausgelöst durch das mittelmäßige Abschneiden von deutschen Schülerinnen und Schülern in der Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). TIMSS brachte als Reaktion auf das schlechte Abschneiden der deutschen Schülerinnen und Schüler im internationalen Vergleich den SINUS-Modellversuch hervor, der von 1998-2003 durchgeführt und den Werner Blum in Hessen verantwortlich leitete. Die dort durchgeführte Begleitforschung für Unterrichtsinnovationen hat Werner Blum bereits früh das Vertrauen der Bildungspolitik gebracht, dass später eine wesentliche Basis für weitere Aktivitäten - insbesondere im Rahmen der Bildungsstandards - darstellte. Das erneut mittelmäßige Abschneiden der deutschen Schülerinnen und Schüler an der PISA-Studie 2000 löste zusätzliche Maßnahmen der Qualitätssicherung des Unterrichts aus wie die Einführung flächendeckender Vergleichsarbeiten in verschiedenen Jahrgangsstufen sowie die Entwicklung verbindlicher Bildungsstandards für die schulischen Kernfächer. Die am 4. Dezember 2003 von der Kultusministerkonferenz verabschiedeten Bildungsstandards für den mittleren Abschluss in den Fächern Deutsch, Mathematik und erste Fremdsprache stellten den vorläufigen Abschluss dieser Bemühungen dar, denen in 2004 die Standards für den Hauptschulabschluss sowie für die Grundschule folgten. Erst mit Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012 wurden dann auch die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife in Kraft gesetzt. An der Entwicklung der Bildungsstandards für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I und II war Werner Blum auf Einladung der KMK von Beginn an maßgeblich beteiligt und sie tragen ohne Zweifel seine Handschrift. Er leitete bis zur Gründung des IQB federführend die Arbeiten zur Illustration und empirischen Normierung der Bildungsstandards und war dann bis heute enger Kooperationspartner des IQB für die Bildungsstandards und die darauf basierenden „Vergleichsarbeiten“ in Klasse 8 („VerA-8“). Bedeutsam unter dem Aspekt Modellieren im Mathematikunterricht ist die Tatsache, dass eine der sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen, die ne-

ben den inhaltlichen Leitideen das Gerüst der Bildungsstandards bilden, die Kompetenz „Mathematisch modellieren“ ist. Für die Sekundarstufe wird in einem die Einführung der Bildungsstandards begleitenden Buch (Blum et al. 2006), das inzwischen eine hohe Verbreitung mit zahlreichen Auflagen erlebt hat, die Kompetenz *Mathematisch modellieren* wie folgt gefasst: „Beim Modellieren geht es darum, eine realitätsbezogene Situation durch den Einsatz mathematischer Mittel zu verstehen, zu strukturieren und einer Lösung zuzuführen sowie Mathematik in der Realität zu erkennen und zu beurteilen. Eine Schlüsselrolle spielen dabei mathematische Modelle. Als mathematisches Modell bezeichnet man in diesem Kontext ein vereinfachtes mathematisches Abbild der Realität, das nur gewisse Teilaspekte berücksichtigt ..., so dass der auf diese Weise beschriebene Sachverhalt einer Bearbeitung zugänglich gemacht wird“ (Leiß und Blum 2006, S. 40f). Der Prozess des Bearbeitens von Modellierungsproblemen wird von Leiß und Blum (2006) unter Bezug auf den ursprünglichen Modellierungskreislauf von Werner Blum mit den bekannten fünf Phasen beschrieben, ausgehend vom Verstehen der realen Problemsituation bis zur Rückinterpretation und Überprüfung des mathematischen Resultats anhand des realen Kontexts. Es werden explizit Teilkompetenzen des Modellierens unterschieden, jeweils entlang der einzelnen Phasen des Modellierungskreislaufs. Dabei wird die Phase des innermathematischen Arbeitens, d.h. das „Lösen der nunmehr mathematischen Problemstellung durch mathematische Mittel“ (Leiß und Blum 2006, S. 41), nicht zur Kompetenz Modellieren gezählt. Die erste Phase, das Verstehen der realen Problemsituation, gehört hiernach zur Kompetenz *Kommunizieren*. Diese Zuordnungen sind weder eindeutig noch unstrittig und hängen von den Konzeptualisierungen der einzelnen Kompetenzen ab, sie werden in anderen Studien auch nicht genauso vollzogen (siehe exemplarisch die Dissertation von Brand 2014). Da dies eher eine normative als eine empirisch überprüfbare Aussage ist, wird diese Uneindeutigkeit innerhalb der Diskussion zu einem modellierenden Mathematikunterricht ggf. noch länger weiterbestehen.

Für die Sekundarstufe II wird in den Bildungsstandards von 2012 die Kompetenz *Mathematisch modellieren* wie folgt beschrieben: „Hier geht es um den Wechsel zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Hierzu gehört sowohl das Konstruieren passender mathematischer Modelle als auch das Verstehen oder Bewerten vorgegebener Modelle. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation. Das Spektrum reicht von Standardmodellen (z. B. bei linearen Zusammenhängen) bis zu komplexen Modellierungen“ (KMK 2012, S. 17). Ein entsprechender Band mit unterrichtlichen Konkretisierungen ist auch für die Sekundarstufe II entwickelt und bereits im Druck (Blum et al. 2015); er enthält auch Ausführungen zum Modellieren im Mathematikunterricht und diverse ausgearbeitete Beispiele (Kaiser und Stender 2015). Aufgrund der deutlichen Handschrift von Werner Blum, dem didaktisch reflektierte Unterrichtsbezüge immer wichtig waren und immer noch sind, wird auch dieser Band wohl einen ähnlich hohen Verbreitungsgrad erreichen wie der Sekundarstufen-I-Band.

1.5 Werner Blum und seine neuesten Arbeiten zum Modellieren und Anwenden

Abschließend möchte ich zu den neuesten Arbeiten von Werner Blum im Bereich des Lehrens und Lernens von Modellieren und Anwenden kommen, die in den letzten fünf Jahren entstanden sind.

Zunächst gehe ich auf den Hauptvortrag von Werner Blum auf der ICTMA14 ein, der 2009 stattfand und die enorme Weiterentwicklung der von Werner Blum vertretenen Ansätze bereits im Titel deutlich macht: „Can Modelling be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research“. Der Artikel in den Proceedings (Blum 2011) ist durch eine starke kognitive Orientierung des Ansatzes, eine Verbreiterung der behandelten Themen und eine starke empirische Verankerung der behandelten Themen charakterisiert. Er greift dabei insbesondere auf Beispiele aus dem DISUM-Projekt zurück wie das sog. Tanken-Problem (d.h. die Frage danach, ob sich Tanken in Luxemburg lohnt, wenn die Beteiligten in einem grenznahen Ort in Deutschland wohnen), die im Gegensatz zu früher verwendeten globalen Beispielen wie die Steuergesetzgebung als lokal angesehen werden können (von ihm als „medium-size“ bezeichnet). Des Weiteren greift er auf einen im DISUM-Projekt entwickelten neuartigen Modellierungskreislauf zurück, der sich u.a. auf Arbeiten von Reusser u.a. zum Verständnis von Textaufgaben bezieht. Einige dieser Aspekte sind auch bereits in einem Vortrag von Werner Blum auf ICTMA12 in 2005 in London erkennbar (Blum und Leiß 2007) und beziehen sich auf Darstellungen von Blum und Leiß (2005), wurden aber in voller Breite auf ICTMA14 entfaltet.

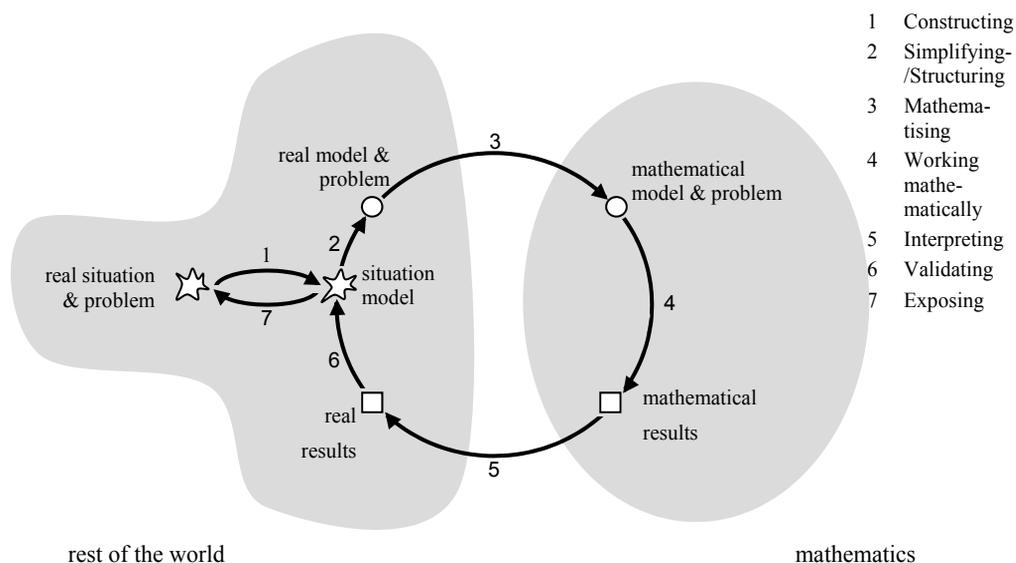


Bild 1-2 DISUM Modellierungskreislauf Blum (2011)

Der neue Modellierungskreislauf (Bild 1-2) enthält als zusätzliche wesentliche Station im Modellierungskreislauf ein sog. Situationsmodell, das durch eine mentale Repräsentation und ein darauf basierendes Verständnis der realen Situation entsteht. Anschließend wird der Modellierungskreislauf wie bereits im ursprünglichen Schema durchlaufen, wobei die Interpretationsphase (Phase Nr. 5) sowie die Validierungsphase (Phase Nr. 6) getrennt werden.

Diese Beispiele werden verwendet, um entlang der einzelnen Schritte des Modellierungskreislaufes Schülerschwierigkeiten zu identifizieren und zu verdeutlichen. Die Rolle der Lehrkraft in einem modellierenden Mathematikunterricht wird ausführlich thematisiert und in die Konzeption eines qualitativollen Mathematikunterrichts eingebettet. Ein modellierender Mathematikunterricht soll demnach folgende Kriterien eines qualitativollen Mathematikunterrichts erfüllen:

- „- A demanding orchestration of teaching the mathematical subject matter (by giving students vast opportunities to acquire mathematical competencies and making connections within and outside mathematics).
- Permanent cognitive activation of the learners (by stimulating cognitive and meta-cognitive activities, fostering students' independence and handling mistakes constructively).
- An effective and learner-oriented classroom management (by varying methods flexibly, using time effectively, separating learning and assessment, etc.)” (Blum 2011, S. 22f)

Werner Blum weist unter Bezug auf die von ihm betreute Dissertation von Dominik Leiß (2007) darauf hin, dass für Modellierungsaufgaben eine Balance zwischen einer minimalen Führung durch die Lehrkraft und einer maximalen Selbständigkeit der Lernenden nötig ist und verweist dabei auf Maria Montessoris berühmte Maxime „Hilf mir es selbst zu tun“ und auf Aebli's berühmtes Prinzip der minimalen Hilfe. Er formuliert unter Bezug auf Arbeiten von Borromeo Ferri (2011) zu Modellierungsverläufen („individual modelling routes“) sowie Arbeiten aus dem DISUM-Projekt und dem daraus hervorgegangenen Projekt MultiMa (Multiple Lösungen in einem selbständigkeitsorientierten Mathematikunterricht, siehe Schukajlow und Blum 2011) vier Implikationen für die Lehre von Modellieren und Anwenden im Mathematikunterricht:

- Berücksichtigung der Kriterien für qualitativollen Mathematikunterricht und der Notwendigkeit von flexiblen und adaptiven Lehrerinterventionen;
- Berücksichtigung einer breiten Palette von Zielen, die mit Modellieren verbunden werden, und dementsprechend eines breiten Spektrums von Modellierungsaufgaben, die verschiedene mathematische Themen, Kontexte, Kompetenzen und kognitive Ebenen abdecken sollen;
- Unterstützung von individuellen Modellierungsverläufen und von multiplen Lösungen der Lernenden;
- Förderung angemessener Lösungsstrategien der Lernenden bei Modellierungsaufgaben und Stimulierung diverser metakognitiver Aktivitäten.

Werner Blum betont dabei die Notwendigkeit spezifischer Hilfen, um den Modellierungsprozess den Lernenden deutlich zu machen, und schlägt dazu unter Bezug auf Arbeiten aus dem DISUM-Projekt das strategische Instrument Lösungsplan vor, das eine verkürzte Fassung des Modellierungskreislaufes darstellt und von Lernenden leichter verstanden und angewendet werden kann. Lernende sollen demnach im Unterricht folgende vier Phasen bewusst durchlaufen (siehe Schukajlow, Blum und Krämer 2011): Verstehen der Aufgabe, Suchen von Mathematik, Benutzung der Mathematik und Erklärung des Ergebnisses (für eine umfassendere Darstellung der aus dem DISUM-Projekt hervorgegangenen Ergebnisse siehe Leiss et al., 2010 und Schukajlow et al., 2012).

Werner Blum hat bereits in seinen frühen Arbeiten immer wieder die Bedeutung von Leistungsmessung und Evaluation betont. Von daher war es nur folgerichtig, im Rahmen der Zusammenarbeit mit der empirischen Bildungsforschung – genauer mit dem interdisziplinären

Projekt Co²CA – die Integration innovativer Arten der Diagnose und Leistungsmessung zu untersuchen, insbesondere bzgl. der Frage, wie Diagnose und Feedback an die Lernenden im Rahmen eines modellierenden Mathematikunterrichts zusammenhängen. Erste Ergebnisse wurden auf der ICTMA15, die 2011 in Melbourne stattfand, vorgetragen und machen u.a. deutlich, wie schwierig es für Lehrkräfte ist, ein angemessenes Feedback zu geben, und welche Rolle entsprechende Diagnosebögen spielen können, insbesondere zum Modellieren (Besser, Blum und Klimczak 2013).

Des Weiteren hat Werner Blum über Ergebnisse dieser Projekte und anderer Arbeiten häufig im Rahmen von Sektionsvorträgen auf den ICTMA-Tagungen, die nicht alle hier erwähnt werden können, sowie auf dem zweijährlich stattfindenden „Congress of European Research in Mathematics Education“ (CERME) berichtet. Aus Platzgründen sei nur exemplarisch auf Blum und Leiß (2006) und Borromeo Ferri und Blum (2011) verwiesen, wo beidemals das Interventionsverhalten von Lehrkräften bei Modellierungsaufgaben im Mittelpunkt stand.

Abschließend möchte ich auf den neuesten Übersichtsvortrag und einer darauf basierenden Publikation von Werner Blum eingehen, die einen gewissen Höhepunkt seiner bisherigen wissenschaftlichen Laufbahn darstellt, den Hauptvortrag auf dem 12th International Congress on Mathematical Education (ICME-12) 2012 in Seoul zum Thema „Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?“ und der in den Proceedings von ICME-12 publiziert ist (Blum 2015). Zu Beginn werden anhand einiger lokaler Anwendungsbeispiele wie dem Kasseler Herkules die Begrifflichkeiten erläutert und der erwähnte siebenstufige Modellierungskreislauf dargestellt. Dieser Modellierungskreislauf wird mit anderen Kreisläufen konfrontiert. Die Konzeptualisierung von mathematischer Modellierungskompetenz erfolgt unter Bezug auf Arbeiten aus der ICMI-Study zu Modelling and Applications in Mathematics Education. Unter Rückgriff auf Aufgaben aus der PISA-Studie werden die Aktivitäten von Schülerinnen und Schülern beim Modellieren analysiert und es werden Bezüge zur bereits dargestellten aktuellen Diskussion wie Modellierungsverläufe oder Bezüge von Modellierung und Grundvorstellungen hergestellt. Verschiedene Perspektiven auf Modellieren und Anwenden im Mathematikunterricht werden differenziert unter Bezug auf die bereits 1985 unterschiedenen vier Ebenen von Argumenten und Zielen für Modellieren und Anwenden im Mathematikunterricht. Werner Blum nutzt dieses Klassifikationsschema, um unter Bezug auf einen Ansatz von Kaiser und Sriraman (2006) verschiedene Richtungen bzw. Perspektiven der aktuellen Modellierungsdiskussion zu beschreiben und partiell neu zu klassifizieren. Basierend auf der oben gegebenen Definition qualitätsvollen Mathematikunterrichts entwickelt Werner Blum zehn für ihn wichtige Aspekte, die beim Lehren und Lernen von Mathematik berücksichtigt werden sollten:

1. „*effective and learner-oriented classroom management*“;
2. „*to activate learners cognitively, to stimulate students‘ own activities*“;
3. „Learners have to be activated not only cognitively but also *meta-cognitively*“;
4. „There has to be a broad *variety of suitable examples* ... since we cannot expect any mystical transfer from one example or context to another“;
5. „Teachers ought to encourage *individual solutions* of modelling tasks“;
6. „It is also important to have a permanent balance between focusing on *sub-competencies of modelling* and focusing on modelling competency as a whole“;
7. „Not only teaching but also *assessment* has to reflect the aims of applications and modelling appropriately“;