Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik

Jürgen Roth
Thomas Bauer
Herbert Koch
Susanne Prediger *Hrsg.*

Übergänge konstruktiv gestalten

Ansätze für eine zielgruppenspezifische Hochschuldidaktik Mathematik

Springer Spektrum

Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik

Die Lehre im Fach Mathematik auf allen Stufen der Bildungskette hat eine Schlüsselrolle für die Förderung von Interesse und Leistungsfähigkeit im Bereich Mathematik-Naturwissenschaft-Technik. Hierauf bezogene fachdidaktische Forschungs- und Entwicklungsarbeit liefert dazu theoretische und empirische Grundlagen sowie gute Praxisbeispiele.
Die Reihe „Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik“ dokumentiert wissenschaftliche Studien sowie theoretisch fundierte und praktisch erprobte innovative Ansätze für die Lehre in mathematikhaltigen Studiengängen und allen Phasen der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik.

Jürgen Roth • Thomas Bauer • Herbert Koch •
Susanne Prediger
(Hrsg.)

Übergänge konstruktiv gestalten

Ansätze für eine zielgruppenspezifische Hochschuldidaktik Mathematik

Springer Spektrum

Bandherausgeber
Jürgen Roth
Universität Koblenz-Landau
Landau, Deutschland

Herbert Koch
Universität Bonn
Bonn, Deutschland

Thomas Bauer
Philipps-Universität Marburg
Marburg, Deutschland

Susanne Prediger
Technische Universität Dortmund
Dortmund, Deutschland

ISBN 978-3-658-06726-7
ISBN 978-3-658-06727-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-658-06727-4

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Spektrum

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Spektrum ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-spektrum.de

Vorwort

Einordnung des Themas Übergänge

Alle Studienanfängerinnen und -anfänger müssen zu Beginn ihrer Universitätszeit den Übergang zwischen zwei sehr unterschiedlichen Bildungseinrichtungen bewältigen, dem der gymnasialen Oberstufe (sekundärer Bildungsbereich) und dem der Hochschulen (tertiärer Bildungsbereich). Auch wenn sie ihr Abitur erfolgreich bewältigt und sich für das Studienfach aktiv entschieden haben, stellt dies für viele eine große Herausforderung dar, gerade in Bezug auf das hier fokussierte Fach Mathematik (als Hauptfach, Lehramtsfach oder Nebenfach in naturwissenschaftlichen und technisch-ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen).

Zunehmend beschäftigen sich daher Hochschullehrende der Mathematik und Mathematikdidaktik aus praktischer, theoretischer und empirischer Sicht mit diesem Übergang. Während international der Übergang zwischen sekundären und tertiären Bildungsbereich ein wohletabliertes Thema der hochschuldidaktischen und mathematikdidaktischen Forschung bildet (vgl. etwa Gueudet 2008[1] für einen Überblick), hat das Thema in Deutschland erst in den letzten Jahren zunehmende Aufmerksamkeit erhalten, sowohl bei praktizierenden Hochschullehrenden, als auch bei systematisch dazu Forschenden.

Die Bemühungen um eine konstruktivere Gestaltung dieser Übergänge haben in den letzten Jahren auch durch die starke Bildungsexpansion in Deutschland an Aktualität und Relevanz gewonnen: Wenn ein immer größer werdender Anteil eines Jahrgangs ein Hochschulstudium beginnt, so sind gezieltere Maßnahmen zu ihrer Förderung notwendig.

Daher hat das Hausdorff Research Institute for Mathematics in Bonn im April 2013 Akteure aus den unterschiedlichen Bereichen der Hochschulmathematik, Mathematikdidaktik und Schulpraxis eingeladen, um ausgehend von verschiedenen Perspektiven über den Übergang ins Gespräch zu kommen und Konzepte, empirische Ergebnisse und Erfahrungen zur konstruktiven Gestaltung des Übergangs auszutauschen. Dabei waren insbesondere die folgenden Themenbereiche im Blick:

1. Ziele und Arbeitsweisen in Schule und Anfängerausbildung an der Universität: Gemeinsamkeiten und Unterschiede in den angestrebten Qualifikationen. Konsequenzen für die Anfängerausbildung: Realität oder Fiktion des Neuanfangs?

---

1 Gueudet, G. (2008): Investigation the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics, 67(3)*, 237–254.

2. Elementarmathematik, Schulmathematik, Fachmathematik und Mathematikdidaktik: Unterschiede und Vernetzungen verschiedener Bestandteile der Lehrerbildung und Konsequenzen für die universitäre Lehrerbildung
3. Veränderte Eingangsvoraussetzungen der Studierenden in Kompetenzen, Wissen und Arbeitshaltungen – Wie lässt sich Passung herstellen ohne erhebliche Reduktion des Niveaus?

Eine Woche, geprägt von intensivem, konstruktivem Austausch über Herausforderungen und Handlungsoptionen, hat den Akteuren die Vielfalt der Thematik und möglicher Perspektiven darauf deutlich gemacht.

Nicht nur Defizitbetrachtungen, sondern auch Differenzbetrachtungen

Der praktische Handlungsdruck für hochschuldidaktische Überlegungen ergibt sich an vielen Standorten aus der Feststellung von *Defiziten* bei den Studienanfängerinnen und -anfängern. Es werden zum Beispiel Lücken in den mathematischen Rechenfertigkeiten (vgl. etwa die Bestandsaufnahmen von Kersten sowie Cramer et al. in diesem Band), abweichende Grundvorstellungen (siehe Langemann in diesem Band) oder unzureichende mathematische Bewusstheit (vgl. Kaenders et al. in diesem Band) konstatiert, die den Zugang zur Hochschulmathematik behindern. Die Beiträge von Cramer et al. und Kersten in diesem Band liefern Ansätze zur empirischen Aufklärung, welche Kompetenzen und Defizite tatsächlich erwartet werden können.

Einige der von vielen Hochschullehrenden als Defizite wahrgenommenen Herausforderungen stellen sich bei genauerer Betrachtung jedoch nicht als individuelle Defizite der Lernenden dar, sondern als Differenzen in der Schul- und Hochschulmathematik, die durch unterschiedliche Kulturen des Mathematiktreibens und -lernens bedingt sind. Die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen diesen Kulturen müssen nicht nur die Lernenden erfassen. Auch die Lehrenden selbst müssen dies bewusst wahrnehmen und die Lernenden explizit damit konfrontieren, um ihnen einen aktiveren Umgang damit zu ermöglichen. Der Beitrag von Langemann (in diesem Band) gibt dafür erhellende Beispiele und argumentiert ebenso wie Neubrand (in diesem Band) für die Wichtigkeit von Differenz- statt nur Defizitbetrachtungen.

Ebenen der Herausforderung im Übergang Schule – Hochschule

Die Gesamtheit der Beiträge zeigt, dass sich Herausforderungen im Übergang auf ganz unterschiedlichen Ebenen abspielen, deren Zusammenspiel man nicht aus dem Blick verlieren darf.

Kognitive Ebene von Wissen und Fertigkeiten

- einzelne fehlende Wissensbestände (z. B. vollständige Induktion)
- fehlende einzelne Fertigkeiten und ihre flexible Nutzung (z. B. Bruchrechnung, Termumformungen)

- implizite Fertigkeiten wie aussagenlogische Bezüge
- Beweglichkeit und Tiefe des Elementarwissens und des Verständnisses mathematischer Inhalte und Methoden

Kulturelle Ebene der Praktiken und Denkweisen

- spezifische mathematische Praktiken (z. B. anschauliches Begründen, Bedeutung von Definitionen, …)
- neue Fachsprache und neue Denkweisen
- unterschiedliche epistemologische Modi der Erkenntnisgewinnung
- „innere Getriebe der Mathematik" (Toeplitz nach Hefendehl, in diesem Band)

Meta-Ebene

- Reflexionswissen, Urteilsfähigkeit, Wert-Schätzung
- Arbeitshaltungen wie Zutrauen / Selbstwirksamkeitserleben und Durchhaltevermögen
- Steigender Anteil eigenverantwortlicher Lernarbeit zu angeleitetem Lernen (vom Verhältnis 1:3 in der Schule zu 2:1 an der Universität)

Unterschiedliche Ansätze zur Überwindung von Schwierigkeiten

Viele der Beiträge dieses Bandes entstanden aus der subjektiven Perspektive engagierter Hochschullehrender. Sie beziehen sich auf unterschiedliche Ebenen und wählen naturgemäß unterschiedliche Ansätze für den Umgang mit den Herausforderungen, Gemeinsamkeiten und Differenzen. Dabei gibt es Ansätze einerseits zur Entwicklung organisatorischer Maßnahmen oder neuer Veranstaltungsformate (in diesem Band z. B. Vorkurse bei Greefrath et al., Schul-Hochschul-Projekte bei Heitzer, neue Vorlesungsformate bei Grieser), und anderseits zur gezielten Gestaltung der bereits bestehenden Veranstaltungstypen (z. B. durch andere Übungsformate wie bei Halverscheid, Kersten, Cramer et al. oder Weigand und Ruppert in diesem Band), und zwar zu unterschiedlichen Zeitpunkten im Studium.

Während es für die Bewältigung individueller Defizite wichtig ist, Lernangebote zu ihrer möglichst gezielten Aufarbeitung zu machen (z. B. bei Kersten, Cramer et al. in diesem Band), konzentrieren sich andere Beiträge auf das gezielte Entwickeln bestimmter mathematischer Kompetenzen (z. B. das Problemlösen und Beweisen bei Biehler et al. und Grieser sowie dem Forschungsbezug bei Hochmuth in diesem Band) oder auf Reflexionsaspekte.

Insgesamt lassen sich für den Umgang mit Differenzen beider Kulturen unterschiedliche Strategien ausmachen, die je nach Thema und Zielgruppe unterschiedlich zu gewichten sind:

- Einige Differenzen müssen von den Lernenden nicht als Diskontinuität wahrgenommen werden, wenn man die graduellen Übergänge und die gegenseitigen Bezüge deutlich macht, dies gilt zum Beispiel für Grade der Exaktifizierung der Fachsprache. Die

Zusammenhänge zwischen alter und neuer Herangehensweise herauszuarbeiten, kann insbesondere auch helfen, die Sinnhaftigkeit zu verstehen.

- In anderen Bereichen scheint die Diskontinuität unvermeidbar, dann sollte sie explizit angesprochen werden (vgl. Langemann in diesem Band). Gerade in der Herausarbeitung der Diskontinuität dürfte eine Bildungschance liegen, denn wenn Differenzen reflektiert werden, lassen sich beide Kulturen besser verstehen.

Wege zu einer zielgruppenspezifischen Hochschuldidaktik

Welche Strategien und didaktischen Ansätze sich für die Studienanfängerinnen und -anfänger bewähren, hängt auch von der konkreten Zielgruppe ab. Während bei der Service-Mathematik der Reflexionsanspruch meist zurückgedrängt wird zugunsten der Bewältigung prozeduraler und evtl. konzeptioneller Anforderungen, wird gerade für die Lehramtsstudiengänge die Notwendigkeit des expliziten Arbeitens auf der Reflexionsebene betont (vgl. etwa Ableitinger et al. 2013[2]). Angesicht der zunehmenden Ansprüche an die Professionalität unterschiedlicher Berufsbilder erscheint es daher angezeigt, auch die hochschuldidaktischen Überlegungen für die verschiedenen Zielgruppen konsequenter auszudifferenzieren. Dies beginnen Hefendehl-Hebeker, Körner und Neubrand in diesem Band, indem sie für das Lehramtsstudium umreißen, was eine adäquate, fachlich gute Ausbildung für angehende Mathematiklehrkräfte bedeutet. Dies wird von Nickel (in diesem Band) um mathematikhistorische und philosophische Aspekte ergänzt.

Für die zahlenmäßig größte Studierendengruppe an vielen Hochschulen, aus den naturwissenschaftlichen und ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen scheint es bisher kaum systematische Überlegungen zu geben. Cramer et al. (in diesem Band) arbeiten am Beispiel der Biologie und der Wirtschaftwissenschaften typische Inhalte und deren Bezug zur an der Schule vermittelten Mathematik sowie systematische Schwierigkeiten und die Konsequenzen für die Gestaltung einer Lehrveranstaltung heraus.

Wir freuen uns als Herausgebende, dass es uns gelungen ist, so unterschiedliche Beiträge aus verschiedenen Bereichen zusammenzustellen. Alle Beiträge geben nicht nur eine Beschreibung der Problemlagen, sondern liefern auch anregungsreiche und erprobte Ideen und Ansätze, die hoffentlich deutschlandweit zum Nachmachen und Weiterentwickeln einladen.

Landau, Marburg, Bonn und Dortmund
Jürgen Roth, Thomas Bauer, Herbert Koch, Susanne Prediger

2 Ableitinger, C., Kramer, J. & Prediger, S. (2013) (Hrsg.). Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung – Ansätze zu Verknüpfungen der fachinhaltlichen Ausbildung mit schulischen Vorerfahrungen und Erfordernissen. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Teil I

Übergang gestalten für Studierende in verschiedenen mathematikhaltigen Studiengängen

Das Aachener Schul-Hochschul-Projekt iMPACt

1

Johanna Heitzer

Zusammenfassung

Im Zentrum dieses Beitrags steht ein Kooperationsprojekt von Aachener Schulen und Hochschulen, dessen Hauptziel die bessere Vorbereitung interessierter Schülerinnen und Schüler auf die Mathematikanforderungen in zahlreichen Studiengängen ist. iMPACt ist vor fünf Jahren aus gemeinsamen Interessen aller Beteiligten erwachsen. Es erreicht inzwischen wöchentlich rund 500 Lernende der Sekundarstufe II im Aachener Raum und weit darüber hinaus. Im Beitrag werden Motivation und Ziele, Umsetzung, Inhalte und didaktisches Konzept des Projekts vorgestellt, wobei minimale Ausschnitte der (im Ganzen zum Download freien) Skripte konkrete Einblicke verschaffen. Einem Bericht über die wesentlichen Erfahrungen folgen Aussagen zur Übertragbarkeit und kritischen Einordnung. Den Abschluss bilden grundlegende Bemerkungen zum Thema des Tagungsbandes, wie sie sich aus der Schul- und Hochschul-Lehrerfahrung der Autorin ergeben und durch die beschriebenen Einsichten stützen lassen.

1.1 Ausgangslage und Ziele

In den Beschlüssen der Kultusministerkonferenz zu den Bildungsstandards wird unter anderem gefordert, den Lernenden „mathematisches Argumentieren" und das „Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik" beizubringen (KMK 2003, S. 8). Tatsächlich erscheinen diese Fähigkeiten unabdingbar für den Erwerb der mathematischen Grundlagen von MINT-Studiengängen. Allerdings werden sie dem Eindruck vieler Hochschullehrender nach in der Schule nicht in der Weise vermittelt, wie es für eine Vielzahl anschließender Studiengänge hilfreich wäre. Das Schul-Hochschul-Projekt

J. Roth et al. (Hrsg.), *Übergänge konstruktiv gestalten,* Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik, DOI 10.1007/978-3-658-06727-4_1

iMPACt[1] setzt bei dieser Kritik an. Zugleich ist es getragen von der Überzeugung, dass viele Lernende zu den oben genannten Tätigkeiten in einem höheren Maße willens und in der Lage sind, als dies im regulären Unterricht Raum findet.

Hauptziel des Projekts ist es, den (von vielen als wachsend wahrgenommenen) Übergangsschwierigkeiten zwischen Schule und Hochschule in Mathematik etwas entgegenzusetzen. Dem Ansatz des Projekts liegen dabei die Hypothesen zugrunde,

- dass sich die Art, in der Mathematik den Heranwachsenden an Schulen (auch in der Oberstufe und in Leistungskursen) begegnet, zunehmend von der an Hochschulen unterscheidet,
- dass dies überwiegend auf Veränderungen an der Schule zurückzuführen ist, die dort verständliche und teils richtige Gründe haben, von Hochschulen aber nicht mitgemacht wurden, werden konnten oder auch werden sollten,
- dass diese Unterschiede bei jungen Menschen zu unglücklichen Entscheidungen bezüglich der Wahl mathematiklastiger Studiengänge führen – und zwar in beiden Richtungen,
- dass eine größere Zahl von Lernenden das Potential zur guten Vorbereitung auf die Hochschulmathematik hat, als zur Zeit gut vorbereitet wird,
- dass die Schwierigkeiten mit dem Übergang zwischen ‚schultypischer' und ‚hochschultypischer Mathematik' kleiner wären, wenn dieser weniger unvermittelt und vor allem früher erfolgen würde.

Welche Aspekte der Auseinandersetzung mit Mathematik sind es, die wir Projektgestalter als ‚hochschultypisch' bezeichnen, an der Schule aber nicht oder verfälschend vermittelt sehen? Ich zitiere nach (Cramer et al., 2011, S. 58): „Zu einem umfassenden Bild der Mathematik gehören neben authentischen Sachbezügen auch

- etwas trockene, aber zuverlässige und nutzbringende Regelsysteme für den Umgang mit mathematischen Ausdrücken,
- das Begreifen, dass manche komplizierten Begriffsbildungen eben nicht einfacher gefasst werden können, und
- Verständnis für den Schritt der Abstraktion (Loslösen vom Inhaltsbezug) und die sich daraus ergebenden Möglichkeiten und Synergien."

Zusammenfassend will iMPACt also besser auf die Mathematikanforderungen in (vor allem) MINT-Studiengängen vorbereiten, aus Hochschulsicht problematische Lehrplanlücken schließen, das Bild von der Mathematik erweitern, bei der Reflexion der eigenen Affinität zur Mathematik helfen, Kompetenzen wie die mathematische Argumentier- und

1 Das Akronym iMPACt entstand aus dem Kern MPAC – für „Mathe Plus Aachen" im Sinne von „Mehr Mathematik für die Region Aachen" – und einer Ergänzung, die ein ganzes englisches Wort daraus macht, welches gut zum Wesen des Projekts passt.

Lesefähigkeit fördern und dazu die lernpsychologisch günstige und methodisch wie affektiv prägende Phase zwischen 16 und 18 Jahren nutzen.

1.2 Umsetzung

„Mathe Plus Aachen“ (iMPACt) ist ein Kooperationsprojekt der RWTH und der FH Aachen mit umliegenden Schulen. In die Entwicklung und Ersterprobung ist neben den Hochschulen insbesondere das Couven-Gymnasium in Aachen eingebunden. Das Projekt ist aus dem gemeinsamen Interesse an guten Vorbereitungsmöglichkeiten auf universitäre Mathematikanforderungen sowie an einem geeigneten Rahmen für mehr reine, formal und argumentativ anspruchsvolle Mathematik erwachsen. Die Zusammenarbeit läuft dabei wie folgt: Hochschuldozentinnen und -dozenten wählen Themen aus und erarbeiten dazu so genannte Schülerarbeitshefte.[2] Lehrerinnen und Lehrer setzen die Schülerarbeitshefte in Arbeitsgemeinschaften oder Projektkursen an ihren Schulen ein. Sie melden ihre Erfahrungen mit dem Einsatz der Materialien zurück und äußern gegebenenfalls Wünsche zu Themenauswahl und Darstellungsweise. Die Hochschulen unterstützen mit Lösungsheften, Literaturtipps, Facharbeitsthemen, Klausuraufgaben, einer Zertifikatsklausur und Zertifikaten.

Am Couven-Gymnasium laufen iMPACt-Kurse bereits im fünften Jahr. Inzwischen ist die Zahl der explizit teilnehmenden Schulen auf mindestens vierzig gestiegen, von denen sich knapp die Hälfte im Großraum Aachen, die anderen unter anderem in Bonn, Düsseldorf, Kerpen, Mannheim, Offenburg, Tübingen, Freiburg, Berlin und Rom befinden. Die Zahl der Schulen, in denen die Materialien auszugsweise im Regelunterricht benutzt werden, ist noch deutlich höher. iMPACt läuft zum Teil in AG-Form, vor allem aber im Rahmen so genannter Projektkurse.

Die Umsetzung in Projektkursen Mit Projektkursen wird in NRW seit dem Schuljahr 2011/12 den Spezialisierungswünschen und der Wahlfreiheit der Lernenden in der gymnasialen Oberstufe Raum gegeben.[3] Dabei handelt es sich um freiwilligen, aber regulären Unterricht, der zwei Halbjahre lang mit je zwei Wochenstunden stattfindet, benotet wird und zum Beispiel anstelle der Facharbeit in die Abschlussnote eingebracht werden kann. Die Schulen sind gehalten, einige Projektkurse anzubieten, können über die Teilnahme-

2 Für potentielle Nachahmer ist eventuell die Frage nach dem Gesamtaufwand interessant: Die Skripterstellung erfolgte aus Engagement und ohne zusätzliche Mittel zu etwa 25 % durch FH- und etwa 75 % durch RWTH-Professorinnen und -Professoren. Der Anfangsaufwand war sehr hoch: iMPACt band einmalig große Teile der vorlesungsfreien Zeit von je zwei Dozentinnen und Dozenten, anschließend für Korrekturlesen und Lösungserstellung noch entsprechend viele Mitarbeiterstunden. Seitdem aber ist iMPACt in großen Teilen ein von den Schulen getragener Selbstläufer. Dauerhaft bleiben die Ansprechbarkeit für die ausführenden Lehrkräfte, einmal pro Jahr ein Informations- und Austauschtreffen sowie das Erstellen, Organisieren und Korrigieren der Zertifikatsklausur.

3 Nähere Informationen unter: www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/projektkurse-sii/angebot-home/angebot-home.html

möglichkeit bzw. Teilnahmepflicht aller Schülerinnen und Schüler an mindestens einem Projektkurs jedoch selbst entscheiden. Viele Schulen sehen die Projektkurse als Chance, über den Pflichtbereich hinaus etwas für die Studierfähigkeit ihrer Absolventen zu tun. Besonders viele suchen geeignete Mathematikmaterialien. So haben sich Projektkurse im Sinne einer win-win-Situation als guter Rahmen für das Verfolgen gemeinsamer Schul- und Hochschulinteressen erwiesen. Die iMPACt-Inhalte werden von vielen Schulleitern und Lehrkräften, Jugendlichen und Eltern als sehr sinnvolle Nutzung des Projektkurs-Formats angesehen und lassen sich in die Rahmenvorgaben einpassen. Ausgesprochen gut erfüllt iMPACt folgende Aspekte der Zielsetzung (zitiert nach der in der Fußnote genannten Internetseite der Bezirksregierung): „Projektkurse fördern [u. a.] einen ‚langen Atem', selbstständiges und kooperatives Arbeiten, vertieftes wissenschaftspropädeutisches Arbeiten an Schwerpunkten und eine sachangemessene Kommunikation. […] Sie unterstützen die Fach-, Methoden-, Selbst- und Kooperationskompetenz."

1.3 Inhalte und didaktisches Konzept

Die Themen der iMPACt-Arbeitshefte wurden den oben genannten Zielen entsprechend ausgewählt. Häufig handelt es sich um Inhalte, wie sie auch für mathematische Vorkurse an Hochschulen üblich sind. Diese werden jedoch nach speziellen didaktischen Gesichtspunkten ausgewählt und in besonderer Weise dargestellt. Auf beides wird weiter unten in diesem Abschnitt eingegangen. Das Konzept iMPACt sieht zunächst einen Einführungskurs vor, der wichtige mathematische Grundlagen und formal exakte Darstellungsweisen beinhaltet. Anschließend stehen ‚Folgen und Reihen' oder ‚Komplexe Zahlen' als Aufbauthemen zur Wahl. Wichtige Inhalte im Einzelnen sind:

- Summen- und Produktschreibweise, Fakultäten und Binomialkoeffizienten
- trigonometrische Funktionen und die Logarithmusfunktion
- Aussagenlogik und Mengenlehre
- Funktionen: Grundbegriffe und Anwendungen
- Natürliche Zahlen: Induktion und Rekursion
- Gleichungslehre
- Ungleichung und Betrag
- Folgen: Phänomen und Schreibweisen
- Geometrische Folgen und Reihen
- Grenzübergänge und Grenzen des Rechners
- Grenzwerte: Definition, Rechenregeln und Berechnung
- Monotonie, Beschränktheit und Monotoniekriterium
- Anwendungen zu Folgen und Reihen
- Zahlbereichserweiterungen
- Komplexe Zahlen: Definition als geordnete Zahlenpaare, Rechnen
- Komplexe Zahlenebene

- Komplexe Polardarstellung mit Grundlagen und geometrischen Anwendungen
- Komplexe Exponentialfunktion
- Polynomgleichungen über dem Körper der komplexen Zahlen

Die Auseinandersetzung mit den iMPACt-Materialien soll den flexiblen Umgang mit wissenschaftlichen Notationen und die Lesekompetenz im Bereich mathematischer Fachliteratur fördern. Dabei wird insbesondere auf die Deutung von Variablen und Parametern und den Umgang mit Axiomatik Wert gelegt. Auswahlkriterien für die Inhalte sind vor allem deren Repräsentativität für spezifisch mathematische Vorgehens- und Erkenntnisweisen sowie die Motivier- und Vermittelbarkeit auf Schulniveau. Die iMPACt-Arbeitshefte schlagen mit offenen Hinführungsaufgaben, Kästen, Beispielen, Übungs- und Argumentationsaufgaben eine Brücke zwischen dem im Regelunterricht vermittelten Stoff und den an den Hochschulen erwarteten Inhalten und Fertigkeiten. Leitlinien für die Darstellung sind: inhaltliche Reduktion, Motivation und Transparenz, Klarheit durch Kästen, Beispiele und Übersichten sowie ein möglichst weitgehender Verzicht auf ‚Vorratswissen'. Anders als in vielen aktuellen Schulbüchern wird Mathematik in aller Regel in rein mathematischem Kontext präsentiert. Den besten Eindruck von der Art, in der Mathematik den Lernenden im iMPACt-Rahmen begegnet, vermittelt sicher ein konkreter Blick in die Skripte. Deshalb wurden repräsentative Schlaglichter hier in Abschnitt 1.6 eingefügt; wenn auch nicht im Schulbuch-ähnlichen, ansprechenderen und übersichtlicheren Originallayout der Hefte. Die vollständigen Skripte stehen frei zum Download zur Verfügung (siehe URL in Abschnitt 1.7).

Was die Methodik angeht, überlassen wir das meiste den Lehrkräften, die dabei unterschiedliche Vorlieben haben. Ihren Berichten nach haben sich insbesondere drei Unterrichtsformen bewährt: ‚normaler Unterrichtsstil', der gewohnt ist und dadurch den Zugang erleichtert, ‚Universitätsstil' mit Vorlesungs- und Übungsteilen, der herausfordert und einen Vorgeschmack liefert, und ‚Projektstil' (i. W. eigenständiges Durcharbeiten der Hefte), der ernst genommen wird, ausgesprochen kooperativ verläuft und Selbstvertrauen schafft. Bisweilen gibt es interessierte Schülerinnen oder Schüler, die aus organisatorischen Gründen nicht an einem Kurs teilnehmen können oder an deren Schule es keinen gibt. Für diese hat sich in Einzelfällen herausgestellt, dass sich die Arbeitshefte, wie bei der Konzeption angestrebt, auch zum selbstständigen Durcharbeiten eignen – allerdings unter der Einschränkung, dass zwecks Motivationserhalt und Fragemöglichkeit eine betreuende Lehrkraft als Ansprechpartner vermittelt wird. Wollte man das didaktische Konzept von iMPACt auf einen einzigen Satz reduzieren, ginge das am treffendsten wie folgt:

> Didaktik ist nicht das Ersparen von Anstrengung, sondern das Wecken von Anstrengungsbereitschaft. (Lisa Hefendehl-Hebeker, mündlich, 2011)

1.4 Erfahrungen

Bisher hat keine – geschweige systematische – Untersuchung der Wirkung von iMPACt-Kursen stattgefunden. Eher kann man vorsichtig vom Erfolg sprechen, der der Sache Recht gibt: Die Beteiligten auf Hochschulseite arbeiten an iMPACt „immer dann, wenn alles andere vom Tisch ist“. Dennoch bieten sie kontinuierlich Online-Materialien, Informationsveranstaltungen, individuelle Beratung und Unterstützung zum Thema und den Service einer korrigierten Zertifikatsklausur an. Viele Schulleiterinnen und Schulleiter wollen das Projekt. Lehrkräfte übernehmen die Stunden, obwohl diese meist höchstens zum Teil als Unterricht angerechnet werden. Wo immer iMPACt als Projektkurs angeboten wird, wird er von ausreichend vielen Lernenden gewählt, um zustande zu kommen. Das ist längst nicht bei allen angebotenen Projektkursen der Fall und mag unter anderem mit einer starken Befürwortung von Elternseite zusammenhängen. Wo iMPACt-Kurse einmal eingeführt sind, kommen sie bisher immer wieder zustande und werden zur festen Institution, was deutlich für ein positives Feedback von Freunden und älteren Geschwistern spricht. Eine große Zahl von Lernenden zeigt sich in der Auseinandersetzung mit iMPACt-Materialien durchaus anstrengungs- und frustrationsbereit. Dies äußert sich unter anderem durch freiwillige Teilnahme an der samstäglichen Zertifikatsklausur, bisher mit Bestehensquoten von knapp zwei Drittel.

Lehrkräfte melden uns zurück, die Materialien erleichterten die Vorbereitung enorm, in den Kursen sei ein sehr freiheitlicher und projektorientierter Unterricht möglich. Sie berichten außerdem von viel Diskussionsbedarf, starkem Interesse an reiner Mathematik, Ernsthaftigkeit, Freude an der Herausforderung und dem Finden von Gleichgesinnten. Die Schülerklientel bei iMPACt bestehe erfahrungsgemäß aus zwei Gruppen: zum einen den mathematisch hoch Begabten, die diese Form der Auseinandersetzung mit Mathematik schlicht genießen, zum anderen der größeren Gruppe derjenigen, die sich aktiv auf ein Studium vorbereiten wollen. Für beide erweise sich iMPACt als Orientierungshilfe und Zusatzvorbereitung auf mögliche Studiengänge, denn die Spannung auf das Studium sei groß und stärker von vagen Ängsten begleitet, als man denke. Da iMPACt schon seit mehreren Jahren läuft, liegen positive Rückmeldungen ehemaliger Teilnehmerinnen und Teilnehmer vor (Zitate auf der Homepage). Diese zeigen unter anderem, dass gerade schwächere Absolventen zu Studienbeginn „deutlich weniger irritiert“ sind als andere Erstsemester.

Inhaltlich beobachten die Lehrkräfte, dass Begründungsaufgaben und kognitive Konflikte (wie Paradoxien zum Grenzwertbegriff) besonders faszinieren und Argumentationen auf hohem Niveau anregen. Bei Themen wie Mengenlehre, Aussagenlogik und Summenschreibweise wird die Freude am Erwerb von formalen Fertigkeiten geweckt. Zum Teil entdecken Lernende mit Talent zum abstrakten analytischen Denken ihre Begeisterung und Eignung für das Fach, denen der reguläre Mathematikunterricht wenig liegt. In anderen Fällen wirkt die Auseinandersetzung mit den iMPACt-Materialien positiv auf den regulären Unterricht zurück. Ich zitiere nach (Cramer et al., 2011, S. 60): „Im Rahmen der iMPACt-Kurse werden Begründungen und Beweise möglich, für die der reguläre Unterricht und die curricularen Vorgaben keinen Freiraum lassen. So können lose Enden aufgegriffen, logische Lücken gefüllt und Fehlvorstellungen behoben werden, die implizit im Lehrplan stecken und aufgeweckten Schülerinnen oder Schülern teils schmerzlich bewusst sind. Beispiele:

- Sauberes Argumentieren und Begründen wird bei vollständiger Induktion und indirekten Beweisen thematisiert und geübt. So können etwa Ableitungsregeln vollständig bewiesen statt nur intuitiv aus Spezialfällen erschlossen werden.
- Folgen, Reihen und Grenzwertbegriff untermauern die Infinitesimalrechnung und machen Aussagen wie $0,\overline{9} = 1$ in tieferem Sinne verständlich.“

Übrigens wirkt das Projekt auch auf die Hochschullehre zurück: Bei manchem sackt erst dadurch die Erkenntnis, was in der Schule von heute eigentlich behandelt wird. Wo nicht überzeugend argumentiert werden kann, warum der ein oder andere Vorkursinhalt eigentlich so wichtig sei, führt dies bisweilen statt zur Übernahme durch iMPACt zum ‚Entstauben‘ des Vorkurses. In jedem Fall wird von Seiten beteiligter Dozentinnen und Dozenten weniger und konstruktiver ‚geklagt‘.

1.5 Zur Übertragbarkeit und kritischen Einordnung

iMPACt erweist sich als Selbstläufer, der Wirkungsgrad des Projekts ist hoch: Mit den einmal entwickelten Materialien erreichen wir zu Beginn des fünften Projektjahres mindestens 500 Lernende mit neunzig Minuten Unterricht zum Thema pro Woche. Dies ist unserer Meinung nach wesentlich dem Umstand zu verdanken, dass iMPACt von Anfang an im persönlichen Austausch zwischen Schul- und Hochschullehrenden entwickelt wurde und gemeinsame bzw. gut vereinbare Interessen von Lehrenden an Hochschule und Schule, Lernenden und Eltern zur Basis hat. Projektkurse haben sich in Nordrhein-Westfalen als idealer organisatorischer Rahmen dafür erwiesen, so genannte ‚Seminarkurse‘ tragen zur Zeit zu einer schnellen Verbreitung in Baden-Württemberg bei. Eine Übertragung ist in viele weitere Bundesländer möglich, da diese vergleichbare Modelle haben.[4] Tatsächlich nehmen schon jetzt Schulen aus mindestens sieben verschiedenen Bundesländern teil, in manchen wird der Einsatz von zentraler Stelle empfohlen. Aus unserer Sicht ist gut vorstellbar, dass andere Hochschulen das Modell übernehmen bzw. abwandeln und für interessierte Schulen ihrer Region zur zentralen Anlaufstelle werden.

Bei aller Freude an den positiven Entwicklungen sollte allerdings mindestens eins zur kritischen Einordnung gesagt werden: Wir haben bisher nur deutliche Hinweise, dass iMPACt-Kurse besser auf die aktuell gängigen Mathematikanforderungen in MINT-Studiengängen vorbereiten. Ob iMPACt-Kurse damit auch besser auf die Anforderungen der nachfolgenden Berufsbilder vorbereiten, wissen wir nicht. Das zu untersuchen und dabei

4 ‚Projektkurs‘ in Nordrhein-Westfalen, ‚Seminarfach‘ in Niedersachsen, Saarland und Tübingen, ‚Seminarkurs‘ in Baden-Württemberg und Brandenburg, ‚Seminar‘ in Hamburg und Bayern.