

Yasmin Theile, Hendrik Streit & Benjamin Rott (Hrsg.)

Problemlösen in der Tradition von Pólya

Tagungsband der gemeinsamen Herbsttagung 2023
der GDM-Arbeitskreise
*Mathematiklehren und -lernen in Ungarn
und Problemlösen*



WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Ars Inveniendi et Dejudicandi

Edited by
Torsten Fritzlar und Benjamin Rott
Volume 20

**Yasmin Theile, Hendrik Streit
& Benjamin Rott (Hrsg.)**

Problemlösen in der Tradition von Pólya

**Tagungsband der gemeinsamen Herbsttagung 2023
der GDM-Arbeitskreise**

***Mathematiklehren und -lernen in Ungarn
und Problemlösen***

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte Informationen sind im Internet über <http://www.dnb.de> abrufbar

Titelgrafik:

Tim Karpuschewski, gezeichnet auf Grundlage
ETH-Bibliothek_Portr_13887-19-AL.

Quelle:

https://de.wikipedia.org/wiki/George_P%C3%B3lya

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlags in irgendeiner Form reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, Ferdinand-Freiligrath-Str. 26, Münster
Münster 2024 – E-Book
ISBN 978-3-95987-326-0
<https://doi.org/10.37626/GA9783959873260.0>

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort der Herausgeber:innen	1
--------------------------------------	----------

Yasmin Theile, Hendrik Streit & Benjamin Rott

Mathematikdidaktische Theorie der Lehrpraxis näherbringen	3
--	----------

András Ambrus

Worum geht es eigentlich in den Texten der Textaufgaben in den Schulbüchern?	13
---	-----------

Gabriella Ambrus

Problemlösendes Denken in der Grundschule in Österreich mit digi.case	27
--	-----------

Sabine Apfler & Lukas Prenner

Die Untersuchung der reflektiven Abstraktion und der Gruppenarbeit beim Thema „Logarithmische Gleichungen“	41
---	-----------

Ágota Figula & Emese Kása

Principal aspects of the transition from arithmetic to algebra – an analysis of Hungarian lower secondary school mathematics textbooks	59
---	-----------

Zsolt Fülöp

Entwicklung eines interdisziplinären Kodierungsmanuals zur Charakterisierung mathematischer und informatischer Problemlöseprozesse	75
---	-----------

Deng-Xin Ken Oehler & Matthias Ludwig

Zu einem Erfolgsmaß bei der Aufgabe, die Winkelsumme des Sternfünfecks zu bestimmen	93
--	-----------

Lilli Schonebeck & Thomas Gawlick

Problemlösetypen bei der Aufgabe, die Winkelsumme des Sternfünfecks zu bestimmen	117
---	------------

Hannah Schlich & Thomas Gawlick

Problemlösen in Mathematik bis zum Ende der Grundschule – mathematisch konstitutiv, biographisch anschlussfähig und technologisch zukunftsorientiert?!	137
---	------------

Johann Sjuts

Fehlerklima und Problemlösen im Mathematikunterricht – Entwurf eines Forschungsprojekts	155
--	------------

Hendrik Streit & Benjamin Rott

Schülerfehler im problemorientierten Unterricht: Identifikation von Umgangsformen bei Grundschullehrkräften	169
--	------------

Yasmin Theile & Benjamin Rott

Verzeichnis der Autor:innen	185
------------------------------------	------------

VORWORT DER HERAUSGEBER:INNEN

Yasmin Theile, Hendrik Streit & Benjamin Rott

Die neunte Herbsttagung des GDM-Arbeitskreises *Problemlösen* fand unter dem Motto „Problemlösen in der Mathematik. Impulse aus der ungarischen Tradition“ gemeinsam mit dem GDM-Arbeitskreis *Mathematik lehren und lernen in Ungarn* vom 28. bis 29. September 2023 am Alfréd Rényi Institut für Mathematik der Eötvös Loránd Universität Budapest statt. Es wurde eine sehr produktive und austauschreiche Tagung, wofür besonderer Dank der örtlichen Tagungsleitung, bestehend aus Gabriella Ambrus und Johann Sjuts, gebührt.

Bei bestem Wetter wurde die gemeinsame Tagung durch einen Hauptvortrag von Péter Juhász zur Talententdeckung und Talentförderung in Ungarn eröffnet. Es gab viele Möglichkeiten zum wissenschaftlichen Austausch und der Anbahnung von Kooperationen während der Kaffeepausen, des gemeinsamen Konferenzdiners, einer Poster-Session und insgesamt 19 Kurzvorträgen, in denen diverse Aspekte des Problemlösens beleuchtet wurden: (1) die Nutzung digitaler Tools im Bereich Problemlösen, (2) Fehler und Fehlerklima im Problemlöseunterricht, (3) verschiedene Analysen von Schüler:innen beim Problemlösen sowie (4) die Entwicklung des ungarischen Mathematikunterrichts insbesondere in Bezug auf die lange Tradition des Problemlösens in Ungarn. Viele spannende Ausführungen dazu sind in diesem Tagungsband abgedruckt.

Wir danken allen Teilnehmenden für anregende Diskussionen und Vorträge, für eine angenehme Arbeitsatmosphäre sowie den Autor:innen für die spannenden Beiträge in diesem Tagungsband. Herzlich bedanken möchten wir uns außerdem bei den Reviewer:innen, die mitgeholfen haben, die Qualität der Beiträge zu steigern.

Wer Interesse an den Tagungen und Aktivitäten der beiden Arbeitskreise hat, kann sich gerne an dessen Sprecher:innen wenden¹ und sei herzlich eingeladen, an den kommenden Herbsttagungen teilzunehmen!

¹ Das Sprecher:innen-Team des Arbeitskreises *Mathematik lehren und -lernen in Ungarn* besteht aus Gabriella Ambrus und Johann Sjuts. Der Arbeitskreis *Problemlösen* wird von Nina Sturm, Benjamin Rott und Lukas Baumanns geleitet.

Weitere Informationen unter: <https://didaktik-der-mathematik.de/arbeitskreise>.

MATHEMATIKDIDAKTISCHE THEORIE DER LEHRPRAXIS NÄHERBINGEN

András Ambrus

Eötvös Lóránd Universität, Budapest, Ungarn

Die Kluft zwischen der Praxis und Theorie des Mathematikunterrichts ist beachtlich. Aus diesem Grund beschreibe ich in meinem Artikel am Beispiel eines konkreten ungarischen Falls, wie man mit praktizierenden Lehrer:innen zusammenarbeiten und – basierend auf der mathematikdidaktischen Forschung – praxistaugliche Lösungen für ihre konkreten Unterrichtsprobleme geben kann.

1 EINFÜHRUNG. GROSSE KLUFT ZWISCHEN THEORIE UND PRAXIS IM MATHEMATIKUNTERRICHT

Auf dem CERME-13-Kongress in Budapest fand eine Podiumsdiskussion über Theorie und Praxis des Mathematikunterrichts statt. Der Konsens war, dass zwischen beidem eine sehr große Kluft besteht. João Pedro da Ponte, Professor an der Universität Lissabon, formulierte folgende These: „The [...] idea is that bridging the gap between research and practice [...] requires the involvement of those with political power at local and national levels.“ (Ponte et al., 2023, S. 32)

Eine neue Veröffentlichung der OECD verdeutlicht das genannte Problem:

“And when research is co-produced, teachers, school leaders and policymakers are often only involved in limited ways. More research is needed to understand how exactly engagement works in research co-production and what the necessary ingredients are for its success.” (OECD 2022, S. 11 f.)

Es stellte sich nun die Frage: Wie ist die Situation zu dieser Frage in Ungarn? Die ungarische mathematische Begabtenförderung ist international anerkannt, aber ich interessiere mich für alle Schüler:innen, insbesondere also nicht nur für diejenigen, die aufgrund ihrer Begabung besonders gefördert werden, die ca. 90 % der Schülerschaft ausmachen. Auffällig ist, dass es zwei mathematische Schülerzeitungen, aber keine Lehrerzeitschrift über den Mathematikunterricht in Ungarn gibt. Mein Hauptinteresse ist es daher zu untersuchen, welche Schwierigkeiten die Lehrer:innen in den Mittelschulen in kleineren Städten, die keine privaten „Elite-Schulen“ sind, haben. Außerdem ist es das Ziel dieses Beitrags, auf theoretischen Grundlagen praktische Ratschläge zu formulieren, die den Lehrer:innen helfen können, ihre Probleme zu überwinden.

In Y. Theile, H. Streit & B. Rott (Hrsg.), *Problemlösen in der Tradition von Pólya. Tagungsband der gemeinsamen Herbsttagung 2023 der GDM-Arbeitskreise Mathematiklehren und -lernen in Ungarn und Problemlösen* (S. 3–12). Münster: WTM.

<https://doi.org/10.37626/GA9783959873260.0>

2 WELCHE PROBLEME KÖNNEN MATHEMATIKLEHRER:INNEN HABEN? EIN KONKRETER FALL

Ich habe gute Kontakte zu einigen Mathematiklehrkräften an verschiedenen Gymnasien und allgemeinbildenden Schulen in einer kleinen Stadt in Ungarn. Diese wurden kontaktiert, um erste Antworten auf meine Fragen zu erhalten. Ein Brief ging unter anderem an N. O., eine erfahrene Mathematiklehrerin an einem Gymnasium. Ich halte es für wichtig, dass die Lehrpersonen ihre Probleme im Mathematikunterricht aufrichtig mitteilen sollten. In einer ersten Rückmeldung betonte sie, dass Probleme und Anregungen regelmäßig im Kollegium besprochen werden. Demnach ist denkbar, dass ihre Meinung auch die Ansichten des Kollegiums widerspiegeln. Es folgt ein Auszug aus dem Brief (übersetzt durch den Autor):

„Meiner Meinung nach brauchen wir am meisten praktische Ratschläge. Theoretisch wissen wir viele schöne und gute Dinge, die wir unter unseren Umständen nicht umsetzen können. Letztes Jahr habe ich eine Online-Weiterbildung zur kooperativen Methode absolviert, aber in der Modellschule hat der Lehrer mit zwölf Kindern gearbeitet. Ein pädagogischer Assistent arbeitete tatsächlich unter ihm. Sie wurden während des Unterrichts zusammengehalten, sie hatten eine Woche Zeit, ein Thema zu behandeln (z. B. Müll wegwerfen). Wir haben kein Problem damit, wie man die Lösungsformel für quadratische Gleichungen einführt, sondern was man mit den Kindern von heute machen soll. Denn was vor 20 Jahren funktionierte, wirkt heute nicht mehr.“

„Wir hören nur, dass diese Kinder gut sind, man muss mit ihnen klarkommen. Aber wie? Wenn Sie nicht aufmerksam sein können, können Sie dann nicht linear denken? Vor etwa anderthalb Monaten habe ich den Mathematikunterricht der 8. Klasse statt der 6. Stunde bereits in der ersten Stunde gehalten. 17 der 24 Kinder hatten keine fertige Hausarbeit. Sie dachten, dass sie bis zur 6. Stunde die Hausaufgaben in der Schule kopieren könnten. Es war eine Klasse aus dem sechsjährigen Gymnasium, das bessere Schüler besuchen als das 4-jährige Gymnasium. Wenn wir am Ende eines Themas (Kapitels) eine Klausur schreiben und ich verändere nur die konkreten Daten, aber nicht den Text, können viele Schüler die Aufgabe nicht lösen, mit dem Kommentar: ‚Solche Aufgabe haben wir nicht gelöst.‘ Wenn wir nach 1–2 Lehrstunden eine kurze Klausur schreiben lassen, können die Schüler die Aufgaben lösen, aber nach 2–3 Wochen können sie dieselben Aufgaben nicht lösen.“

N. O. hat außerdem weitere Problem in den folgenden Bereichen beschrieben: Entdeckendes Lernen, Differenzierung, Unterrichtsformen, vernetztes Lernen (Schema), Beurteilung. Zu all diesen Problemen werden den Lehrer:innen jeweils konkrete Materialien mit Analysen zugeschickt. In diesem Zusammenhang werden Sie um die Durchsicht und Reflexion der Materialien gebeten.

Der Fokus in diesem Beitrag liegt vor allem auf dem Gedächtnis, Übungen, kognitiver Belastung, ausgearbeiteten Beispielen und Dualer Kodierung.

3 WIE KANN DIE MATHEMATIKDIDAKTIK HELFEN?

Den Brief von N. O. habe ich ausgiebig studiert und anschließend Material zu den Aspekten Gedächtnis (Memory), Üben, kognitive Belastung, ausgearbeitete Beispiele und Duale Kodierung zusammengestellt. Das Material wurde an sieben Mathematiklehrer:innen geschickt.¹ Neben den theoretischen Grundlagen war die Bereitstellung von konkreten Unterrichtsbeispielen das Hauptziel. Ich habe die praktizierenden Lehrer:innen gebeten, die folgenden Fragen zu beantworten:

- Ist das Material verständlich und nachvollziehbar?
- Wie relevant ist das Material Ihrer Meinung nach für den alltäglichen Mathematikunterricht?
- Welche Impulse liefert Ihnen das Material für Ihre Lehrpraxis?
- Haben Sie noch andere Meinungen oder Gedanken?

Im Folgenden werden die Materialien, die an die Lehrkräfte geschickt wurden, kurz beschreiben:

Die Struktur des Gedächtnisses. Übungsformen

Wie N. O. anmerkte, erinnern sich viele Schüler:innen bereits nach zwei Wochen nicht an gelernte Inhalte. Diese Erscheinung bekräftigt die Wichtigkeit des Übens. Folgend wird ein Schülerprodukt (s. Abbildung 2) für die Klasse 12 illustriert, welches die Probleme von guten Schüler:innen bei der Identifizierung von ungeraden Funktionen adressiert:

Melyik függvény páratlan az f , g és h közül? $f(x) = (x+1)^3$, $g(x) = \frac{1}{3x}$, $h(x) = \sin x$

☐ Csak a h . ☐ Csak az f és h . ☐ Mindhárom. ☐ Egyik sem. ☐ Más a megoldás.

Abbildung 1: Aufgabe zu ungeraden Funktionen.

Übersetzung der Aufgabe. Welche Funktionen sind ungerade? Mögliche Antworten: Nur h ; Nur f und h ; Alle sind ungerade; Keine; Die Lösung ist anders.

¹ Dabei handelt es um 5 Lehrkräfte von verschiedenen Gymnasien und 2 Lehrkräfte, die an allgemeinbildenden Schulen tätig sind.

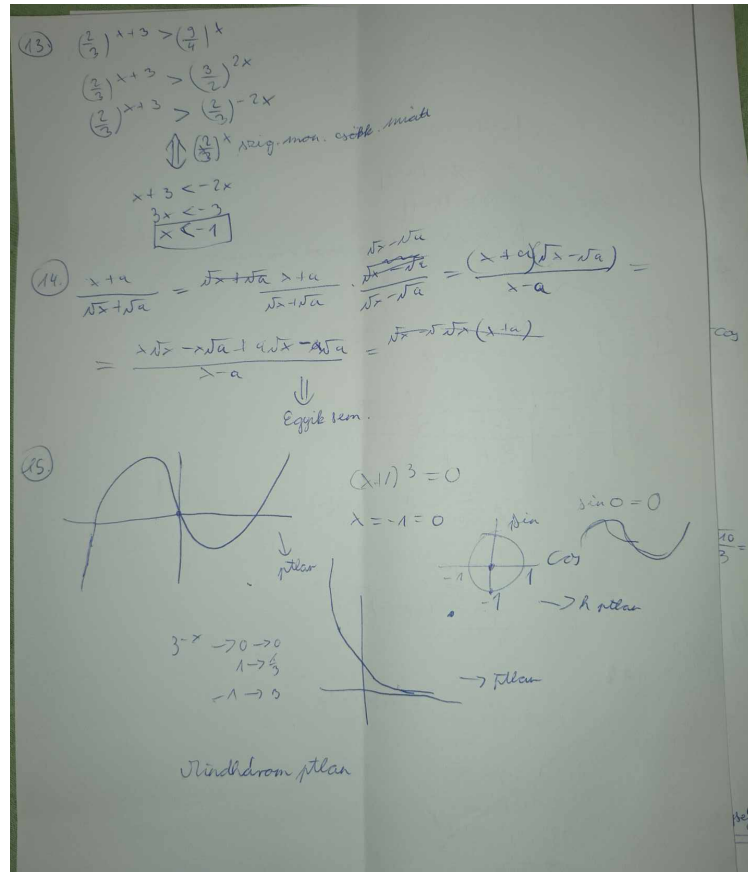


Abbildung 2: Die Lösung des Schülers T. I.

Alle sind ungerade, antwortete T. I. in seiner Lösung. Man kann man erkennen, wie der Schüler die visuellen Eigenschaften der geraden Funktionen verinnerlicht hat. Dieser Schüler besucht die Schule, an der die befragten Lehrer:innen arbeiten. Es soll demonstriert werden, wie wichtig es ist, die Definitionen und Eigenschaften der Begriffe im Langzeitgedächtnis zu haben.

Die Struktur des sensorischen, Arbeits-, und Langzeitgedächtnisses, und ihre Eigenschaften habe ich in mehreren Artikeln ausgeführt (Ambrus 2010, Ambrus 2014). Daher wird im Folgenden nur ein kurzer Überblick gegeben. Die Lehrer:innen haben ausführlichere Erläuterungen erhalten.

Das Arbeitsgedächtnis hat eine begrenzte Kapazität. Es können nur fünf bis sieben Informationseinheiten (chunks) gleichzeitig genutzt werden. Zudem ist die Zeit der Speicherung begrenzt: ohne Wiederholung bleiben Informationen nur 20–30 Sekunden im Arbeitsgedächtnis. Die Vergessenskurve nach Ebbinghaus (Abb. 3) zeigt, wie viel Prozent des Gelernten nach der angegebenen Zeit behalten wird, und dass durch Wiederholungen mehr behalten werden kann.

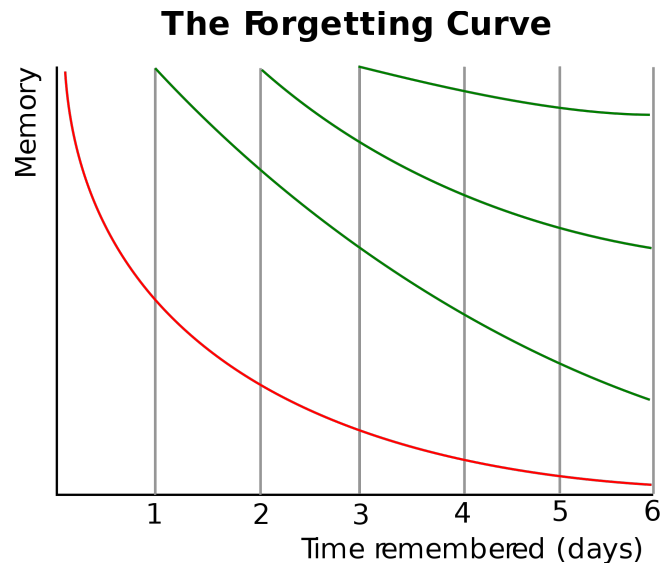


Abbildung 3: Vergessenskurve (Quelle:

<https://de.wikipedia.org/wiki/Vergessenskurve#/media/Datei:ForgettingCurve.svg>)

Diese Vergessenskurve wurde den Lehrkräften zur Verfügung gestellt, um sie von der Bedeutung des verteilten Übens zu überzeugen.

Wichtig zu beachten ist außerdem, dass die Kapazität des Arbeitsgedächtnisses der Schüler:innen stark variieren kann. Bei der Lösung komplexer Probleme spielt das Arbeitsgedächtnis eine entscheidende Rolle: die Schüler:innen müssen gleichzeitig bereits bekannte Daten, die unbekannten Faktoren und den Kontext der Aufgabe in ihrem Arbeitsgedächtnis erhalten und daneben eine Lösungsidee entwickeln. Im Unterrichtskontext bekommen die Schüler:innen oftmals leider wenig Zeit zum Nachdenken. Häufig geht der Unterricht direkt weiter, wenn eine Schülerin oder ein Schüler die Lösung gefunden hat.

Das Arbeitsgedächtnis besteht aus Phonological Loop, Visual Buffer und Central Executive. Es werden neue Informationen verarbeitet, Problemlösungsstrategien ausgewählt und angewendet.

Bei der dualen Kodierung verwenden wir verbale und visuelle Informationen. (Phonological Loop, Visual Buffer). Wenn die Kapazität des Speichers eines davon voll ist, kann der andere Speicher helfen. Zum Beispiel statt verbale Repräsentation visuelle zu verwenden.

Kognitive Belastung bedeutet, dass die Kapazität der Speicher voll ist. Bei der Lösung von komplexen mathematischen Problemen kommt es häufig vor, dass einige Schüler:innen die gesamte Menge an Informationen nicht in ihren Arbeitsgedächtnis behalten können und dadurch den Faden verlieren.

Übungsformen

Verteiltes Üben: die Lern- und Abrufmöglichkeiten werden über einen längeren Zeitraum verteilt, anstatt sie in „massenhafter“ Praxis zu konzentrieren;

Interleaving – Wechseln zwischen verschiedenen Arten von Problemen oder unterschiedlichen Ideen innerhalb derselben Stunde oder in mehreren Stunden;

Abrufübungen – Verwendung verschiedener Strategien zum Abrufen von Informationen aus dem Gedächtnis (zum Beispiel Lernkarten, Übungstests oder Quizfragen oder Mindmapping);

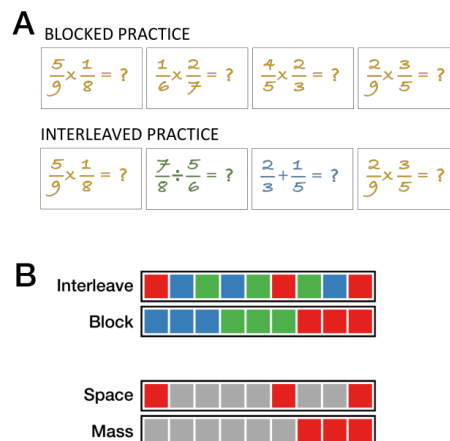


Abbildung 4. Übungsformen (Schultz, 2021)

Strategien zur Bewältigung der kognitiven Belastung – Konzentration der Schüler auf wichtige Informationen, ohne sie zu überlasten, z. B. durch Aufschlüsselung oder „Aufteilen“;

Themeninhalte oder Verwendung von Arbeitsbeispielen, Vorbildern oder „Gerüsten“. Siehe Abb. 5 für ein konkretes Arbeitsbeispiel (Renkl, 2013).

The Building Blocks Principle II

A tiler needed 720 tiles for an area of 16 m² in the bathroom. He wants to use the same tiles for an area of 2.4 m² in the kitchen. How many tiles does he need in the kitchen?

16 m² = 720 tiles
 2.4 m² = x
 $x = \frac{2.4 \text{ m}^2 \cdot 720}{16 \text{ m}^2}$
 x = 108
 For the kitchen, the tiler needs 108 tiles.

16 m² = 720 tiles
 1 m² = 45 tiles
 2.4 m² = 108 tiles
 For the kitchen, the tiler needs 108 tiles.

Which worked-out examples makes it easier for students to understand the rule of proportion? Why?

Abbildung 5: Worked example (Renkl, 2013 S. 2)

In Abb. 5 sind zwei unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten angeführt. Die rechte Variante davon ist nach meinen Unterrichtserfahrungen schülerfreundlicher.

Duale Kodierung – Verwendung sowohl verbaler als auch nonverbaler Informationen (wie Wörter und Bilder), um Konzepte zu vermitteln. Die duale Kodierung bildet einen Teil davon, eine umfassendere Theorie, die als kognitive Theorie des Multimedia-Lernens (CTML) bekannt ist (Mayer 2005).

Die Schüler:innen können dabei jedoch ernsthafte Schwierigkeiten haben, die verschiedene Darstellungsarten zu interpretieren, zu verstehen und zu verwenden. Dazu wird den Fall eines Gymnasiasten der 12. Klasse skizziert. Die Aufgabe war die grafische Lösung einer quadratischen Ungleichung: „Lasst uns die Ungleichung $x^2 < x + 2$ grafisch lösen!“ Der Schüler erstellte die folgende Abbildung (s. Abb. 6) und versah diese mit einem großen Fragezeichen und dem Kommentar: „Ich kann die Funktionen grafisch darstellen, aber danach weiß ich nicht, wohin ich gehen soll“ (übersetzt durch den Autor).²

² Die Darstellung von Funktionen sowie die symbolische Gleichungslehre wird in Ungarn bereits ab der Klasse 7 behandelt. Die zwei Repräsentationen haben eine sehr große Bedeutung in der analytischen Geometrie.

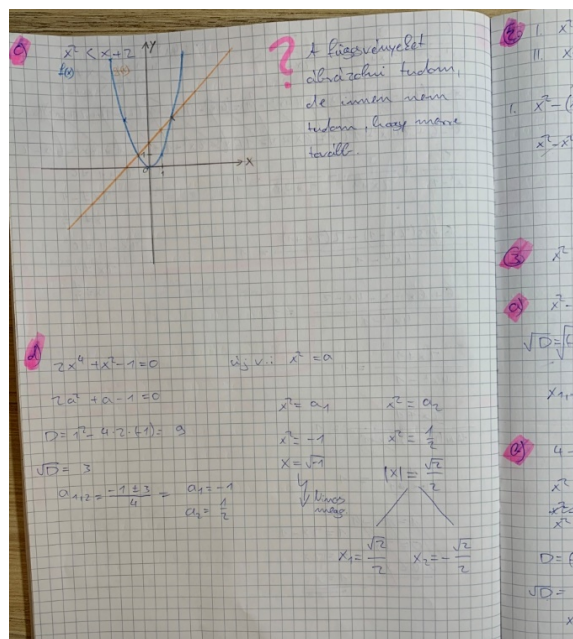


Abbildung 6: Duales Kodieren

4 DIE REFLEXIONEN DER LEHRER:INNEN

Von sieben Lehrer:innen haben vier schriftlich reflektiert.

„Ihr Artikel war für mich völlig verständlich und leicht zu verstehen. Die Lern-Vergessenskurve (von der Sie uns zuvor erzählt haben) bestätigte, dass meine Kombination aus Hausaufgaben, wöchentlicher Test und Themenabschluss keine so schlechte Idee ist, obwohl ich die wöchentlichen Teste ursprünglich erfunden hatte, um die Schüler zu regelmäßigem Lernen zu zwingen, Stunde für Stunde. Dazu habe ich den Schülern gesagt, dass ich den Test nicht ankündigen werde, aber sie können damit jede Woche rechnen. Trotzdem kündige ich den Test an, weil leider auch diese Methode sie nicht ausreichend zwingt. Wenn ich ankündige, besteht zumindest eine Chance, dass sie das Material in ihrem Heft durchsehen. Als ich zum Abschnitt über die Probleme des selbstständigen Lösens von Aufgaben kam, sprang es mir ins Auge: Endlich ein Artikel, der nicht nur schöne Theorien, oft im ungarischen Bildungssystem nicht realisierbare Ideen auflistet, sondern sich auf die wirklichen Probleme dieser schönen Theorien konzentriert, denn wir müssen uns jeden Tag damit auseinandersetzen. (Am Ende vieler Lehrerweiterbildungskurse habe ich das Gefühl, ja, ja, das ist alles sehr schön, und es kann durchaus in einer speziellen Gruppe oder mit einer pädagogischen Hilfskraft durchgeführt werden, aber mit 20–25 meist unmotiviert Schülern mit unvollständigem Grundwissen?)

Es war schön zu sehen (obwohl wir eine gute Arbeitsgemeinschaft haben und über solche Dinge gesprochen haben), dass andere Menschen auch mit Situationen wie wir konfrontiert sind (z. B. bei der grafischen Lösung der Ungleichung sind Schüler, die das Wesentliche der Transformation von symbolischen auf visuelle Repräsentation nicht verstehen.)

Was mir besonders gut gefallen hat, was wirklich selten ist wie ein weißer Rabe, sind die praktischen Ratschläge: zum Beispiel die Platzierung der Daten beim Zeichnen der Koordinatengeometrieaufgabe oder die zeitliche Platzierung der Anweisungen für Aufgaben, die der unabhängigen Arbeit zugewiesen sind (unmittelbar nach der Präsentation, um die äußere kognitive Belastung zu reduzieren). Ich werde diesen auf jeden Fall große Aufmerksamkeit schenken. Und wir würden uns freuen (ich schreibe im Namen der anderen), wenn wir noch viele, viele weitere solche Ratschläge bekommen würden. Das haben wir in unserer Ausbildung wirklich vermisst“ (N. O., übersetzt durch den Autor).

„1. Es ist verständlich, leicht zu befolgen, fasst die Theorie des Mathematikunterrichts gut zusammen, mir gefallen auch die Beispiele.

2. Ich denke, dass Lehrer, die schon einige Jahre in diesem Bereich tätig sind, solche praxisorientierten theoretischen Vorlesungen unbedingt benötigen würden. Ich bin auch mit meinem Fehler konfrontiert worden: ‚Ich rede, wenn sie schon alleine arbeiten.‘ Mein großes Dilemma ist der Einsatz völlig unabhängiger Problemlösungen im Unterricht. Es war interessant zu lesen, was Sie geschrieben haben, ich glaube, das ist mir auch klar geworden. Dieses Jahr unterrichten wir in einer experimentellen Niveaugruppe, die ein neues Licht auf die Möglichkeit dafür wirft. Ich verwende es gerne in der besten Gruppe, den Kindern gefällt es auch, aber in den schwächeren Gruppen bearbeiten wir das Thema anders

3. Ich werde auf jeden Fall meine Trainingsgewohnheiten erneuern. Die Verwendung ausgearbeiteter Beispiele kommt mehrfach vor, es wird bestätigt, dass ich diese bedenkenlos verwenden kann.

4. Heutige Schüler sind immer weniger in der Lage, Regeln zu erkennen, sie anzuwenden und Schemata zu befolgen. Ich habe ein wenig das Gefühl, dass die Betonung von ‚Ich‘ und ‚Es soll gut für mich sein‘ im Alltag das Befolgen von Regeln in den Hintergrund gerückt hat. Selbst das Führen eines Heftes und die genaue Beschreibung der Aufgaben an der Tafel stößt bei manchen Schülern auf Widerstand: ‚So will ich das nicht.‘ Wie könnte das geändert werden?“ (F. K., Lehrer in den Klassen 5-8, übersetzt durch den Autor).

„Ich denke, es gibt keine Praxis ohne Theorie“ (B. I., übersetzt durch den Autor).

Zwei Lehrer:innen haben nicht reagiert, zwei weitere Lehrkräfte haben sich für das Material bedankt und warten auf weitere Materialien.

5 AUSBLICK

Das Hauptziel bestand darin, die praktizierenden Lehrer:innen dazu anzuregen, ihren eigenen Unterricht zu reflektieren. Dabei sind wir in Ungarn noch ganz in den Anfängen. Die Story geht weiter: In einem zweiten Artikel werden wir die Grundlagen des entdeckenden problemlösenden Mathematikunterrichts analysieren und auch der dritte Artikel über die Rolle der Beispiele im Mathematikunterricht ist in Bearbeitung. Wichtig in diesem Projekt ist, dass die Zu-

sammenarbeit mit den Lehrer:innen nicht streng reguliert, sondern stets flexibel ist und sich nach den Bedarfen der Lehrkräfte richtet.

Literatur

- Ambrus, A. (2010). The role of Working Memory in mathematical problem solving. In K. Szűcs (Hrsg.), *Proceedings of ProMath conference Jena* (S. 7–19). WTM.
- Ambrus, A. (2014). Teaching Mathematical Problem-Solving with the Brain in Mind: How can opening a closed problem help? *CEPS Journal*, 4(2), 105–120.
- EEF (2021). *Cognitive Science Approaches in the Classroom: A Review of the Evidence*. Education Endowment Foundation London. www.educationendowmentfoundation.org.uk
- Mayer, R. E. (2005). Cognitive Theory of Multimedia Learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (S. 31–48). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511816819.004>
- OECD (2022). *Who Cares about Using Education Research in Policy and Practice? Strengthening Research Engagement, Educational Research and Innovation*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/d7ff793d-en> p. 11–12e
- Ponte, J. P., Aguilar, M. S., Vondrová, N., Zehetmeier, S., Seleznyov, S. & van Bommel, J. (2023). Bridging the research-practice gap – a panel report. In P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztanyi & E. Kónya (Hrsg.), *Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (S. 31–50). Alfréd Rényi Institute of Mathematics and ERME.
- Renkl, A. (2013). Toward an Instructionally Oriented Theory of Example-Based Learning. *Cognitive Science*, 38(1), 1–37. <https://doi.org/10.1111/cogs.12086>
- Schoenfeld, A. (2022). Thoughts on Pólya’s Legacy. *Teaching Mathematics and Computer Science*, 20(2), 158–159.
- Schoenfeld, A. (2014). What Makes for Powerful Classrooms, and How Can We Support Teachers in Creating Them? A story of Research and Practice, Productively Intertwined. *Educational Researcher*, 43(8). <https://doi.org/10.3102/0013189X14554450>
- Schultz, J. (2021). *Active Learning Strategies: Spaced and Interleaved Practice*. <https://mlpp.pressbooks.pub/mavlearn/chapter/spaced-and-interleaved-practice/>