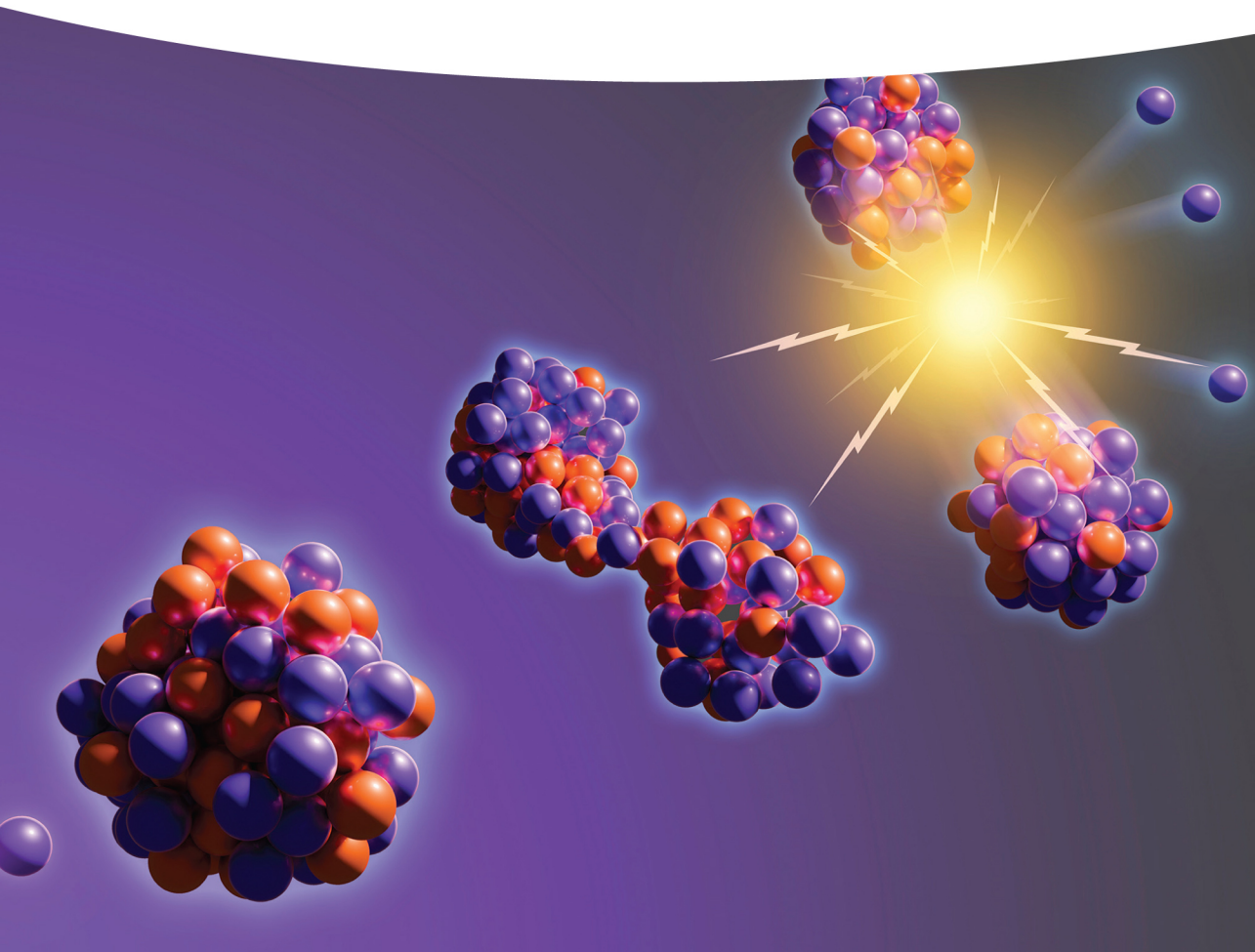


Hartmut Machner

Einführung in die Kern- und Elementarteilchenphysik

Zweite Auflage



Einführung in die Kern- und Elementarteilchenphysik

Einführung in die Kern- und Elementarteilchenphysik

Hartmut Machner

Zweite Auflage

WILEY ■ **VCH**

Autor

Prof. Dr. Hartmut Machner

Universität Duisburg-Essen
47057 Duisburg
Deutschland

Titelbild

© MARK GARLICK/SCIENCE PHOTO
LIBRARY/Getty Images

2. Auflage 2024

Alle Bücher von WILEY-VCH werden sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag in keinem Fall, einschließlich des vorliegenden Werkes, für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler irgendeine Haftung

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

©2024 Wiley-VCH GmbH, Boschstraße 12, 69469 Weinheim, Germany

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

Print ISBN: 978-3-527-41432-1

ePDF ISBN: 978-3-527-84654-2

ePub ISBN: 978-3-527-84653-5

Umschlaggestaltung Wiley

Satz Newgen KnowledgeWorks (P) Ltd., Chennai, India

Druck und Bindung

Gedruckt auf säurefreiem Papier.

Meiner lieben Frau Juliane und meinen Söhnen Moritz und Fabian gewidmet.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort *xiii*

1	Historische Anfänge	1
1.1	Aufgaben	3
2	Globale Eigenschaften von Kernen und Nukleonen	5
2.1	Massen, Bindung	5
2.2	Streuexperimente	11
2.2.1	Die Methode	11
2.2.2	Streuung an einer harten Kugel	12
2.2.3	Begriffe und Einheiten	13
2.3	Quantenmechanik der Streuung	16
2.3.1	Die Born'sche Näherung	19
2.3.2	Die Eikonal-Näherung	19
2.3.3	Die Rutherford-Streuung	20
2.4	Elastische Elektronenstreuung an Kernen	22
2.4.1	Formfaktoren und Mott-Streuung	22
2.4.2	Ladungsverteilung von Kernen	24
2.5	Streuung leichter Ionen an Kernen	28
2.5.1	Das Kastenpotential	28
2.5.2	Materieverteilung	30
2.6	Elektromagnetische Momente	32
2.6.1	Magnetische Momente	32
2.6.2	Elektrische Quadrupolmomente	36
2.7	Ladungsverteilung der Nukleonen	39
2.8	Partonen	44
2.9	Partialwellenzerlegung	45
2.9.1	Wirkungsquerschnitte der elastischen Streuung	45
2.9.2	Totaler Wirkungsquerschnitt	47
2.10	α -Zerfall	51
2.10.1	Gamow'sches Modell der Potentialdurchtunnelung	51
2.10.2	Spektroskopische Faktoren	57
2.10.3	Protonen-Radioaktivität	59
2.10.4	Cluster-Radioaktivität	59

2.11	Halbklassische Beschreibung	60
2.12	Die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung	63
2.12.1	Das Deuteron	63
2.12.1.1	Einfache Beschreibung	63
2.12.1.2	Einfluss des Spins	66
2.12.1.3	Momente und Tensorkraft	67
2.12.2	Nukleon-Nukleon-Streuung	69
2.12.2.1	Das LS-Potential	69
2.12.2.2	Streuung bei kleinen Energien	70
2.12.3	Feld-theoretische Beschreibung der Wechselwirkungen	73
2.12.3.1	Das Bosonen-Austauschpotential	77
2.13	Aufgaben	80
3	Kernmodelle	85
3.1	Fermi-Gas-Modell	85
3.2	Tröpfchenmodell	88
3.3	Das Schalenmodell	94
3.3.1	Sphärische Potentiale	94
3.3.2	Spin-Bahn-Wechselwirkung	100
3.3.3	Restwechselwirkung	103
3.3.3.1	Die Paarwechselwirkung	104
3.3.3.2	Besetzungszahlen	107
3.4	Deformierte Kerne	109
3.5	Das optische Modell	111
3.6	Einteilchen-Anregungen	117
3.7	Kollektive Anregungen	122
3.7.1	Vibrationen	123
3.7.2	Rotierende Kerne	126
3.7.3	Transurane und Spaltung	131
3.8	Aufgaben	135
4	Ungebundene Systeme, Symmetrien	139
4.1	Resonanzen in Kernen	139
4.2	Riesenresonanzen	144
4.3	Erhaltungsgrößen	148
4.3.1	Raum-Zeitliche Verschiebungen	150
4.3.2	Rotation	151
4.3.3	Halbzahlige Spins	153
4.3.4	Die Parität \mathcal{P}	153
4.3.5	Die Zeitumkehr \mathcal{T}	155
4.3.6	Der Isospin	159
4.4	Eigenschaften der Feldteilchen	161
4.4.1	Die Entdeckung des Pions	161
4.4.2	Spin und Parität der Pionen	162
4.4.3	Isospin der Pionen	164
4.4.4	Spin und Parität des Photons	166
4.4.5	Schwellenproduktionen	167
4.5	Empirische Erhaltungssätze	170
4.5.1	Ladungserhaltung	170

- 4.5.2 Folgerungen aus der Existenz und aus dem β -Zerfall des Neutrons 172
- 4.6 Das π -Nukleon-System 173
- 4.6.1 Die π -Nukleon-Wechselwirkung 173
- 4.6.2 Nukleonenresonanzen 176
- 4.7 Resonanzen im $\pi - \pi$ -System 179
- 4.7.1 Zweipionen-Systeme 179
- 4.7.2 Dreipionen-Systeme 181
- 4.8 Die Strangeness 184
- 4.9 η -Zerfälle und die \mathcal{C} -Konjugation 187
- 4.10 Aufgaben 190

5 Quarkonia und die starke Wechselwirkung 195

- 5.1 Multipletts leichter Quarks 195
 - 5.1.1 Anordnungen in Multipletts, Quarks 195
 - 5.1.2 Quarkmassen 200
 - 5.1.2.1 Hyperfeinwechselwirkung 201
 - 5.1.2.2 Coulomb-Effekte 205
 - 5.1.2.3 Magnetische Momente 206
 - 5.1.3 Farbe 207
 - 5.1.4 Quarklinien 208
- 5.2 Schwere Quarks 209
 - 5.2.1 Die Entdeckung des Charms 209
 - 5.2.2 Die Entdeckungen des Bottom- und des Top-Quarks 214
- 5.3 QCD, Jets und Gluonen 216
 - 5.3.1 Quark-Quark-Potential 216
 - 5.3.2 Die laufende Kopplungskonstante 221
 - 5.3.3 Das Saitenmodell 223
 - 5.3.4 Nichtresonante $q\bar{q}$ -Erzeugung 225
 - 5.3.5 Gluonenabstrahlung 227
 - 5.3.6 Die Gluon-Gluon-Wechselwirkung 231
- 5.4 Struktur der Nukleonen 232
 - 5.4.1 Skaleninvarianz 232
 - 5.4.2 Das Quark-Parton-Modell 237
 - 5.4.3 Neutrinostreuung 240
 - 5.4.4 Skalenbrechung und Impulsverteilung der Gluonen 241
- 5.5 Chirale Störungstheorie 242
 - 5.5.1 Chiraler Grenzfall 242
 - 5.5.2 Partiiell erhaltener axialer Strom 244
 - 5.5.3 $\pi\pi$ -Streuung 245
 - 5.5.4 Offene Probleme 247
- 5.6 Streuung von Hadronen bei hohen Energien 249
- 5.7 Aufgaben 253

6 Die elektroschwache Wechselwirkung 257

- 6.1 Leptonen 257
 - 6.1.1 Eigenschaften geladener Leptonen 257
 - 6.1.1.1 Eigenschaften des Elektrons 257
 - 6.1.1.2 Eigenschaften des Myons 259
 - 6.1.1.3 Eigenschaften des Taus 266

6.1.2	Die Neutrino-Hypothese	267
6.2	Der nukleare β -Zerfall, Fermi's Theorie	269
6.3	Verletzung der Paritätserhaltung, Helizität der Leptonen	275
6.3.1	Das Wu-Experiment	275
6.3.2	Der Zerfall des Λ -Hyperons	277
6.3.3	Die Helizität der Leptonen	279
6.4	Die $V - A$ -Wechselwirkung	281
6.5	Test der $V - A$ -Theorie	284
6.6	Der neutrale, schwache Strom	288
6.7	Die Feldbosonen der schwachen Wechselwirkung	289
6.8	Schwache Zerfälle von Teilchen mit Strangeness	293
6.9	Verallgemeinerung auf sechs Quarks	294
6.10	Die Vereinheitlichung der elektrischen und der schwachen Wechselwirkung	296
6.11	Eichinvarianz	296
6.11.1	Nicht-Abel'sche Eichtransformationen	296
6.11.1.1	Eichinvarianz in der QED	298
6.11.1.2	Isospin-Invarianz	298
6.11.1.3	Eichfelder der Gruppe $SU(3)$	299
6.11.2	Spontane Brechung der globalen Symmetrie: Goldstone-Mode	300
6.11.3	Spontane Brechung der lokalen Symmetrie: Higgs-Mode	302
6.11.4	Higgs-Mechanismus und Isospin	303
6.11.5	Tests des Standardmodells	308
6.11.5.1	Eigenschaften der Z Zerfälle	308
6.11.5.2	Test der QED	310
6.11.5.3	Zwei Fermionen Endzustand	313
6.11.6	Untersuchungen zur elektroschwachen Wechselwirkung bei LEP II Energien	321
6.12	Oszillationen, CP -Verletzung	323
6.12.1	Das Zweizustandsproblem	323
6.12.2	Die neutralen Kaonen	326
6.12.3	Oszillation und Regeneration	328
6.12.4	Verletzung der CP - und der T -Invarianz	330
6.12.4.1	Zerfälle neutraler Kaonen	330
6.12.4.2	Verletzung der \mathcal{T} -Invarianz	335
6.12.4.3	Verletzung der CP -Invarianz im Zerfall	335
6.12.4.4	CP -Verletzung im $\bar{B}B$ -System	336
6.12.5	CP -Verletzung im Standardmodell	338
6.13	Neutrinos	342
6.13.1	Sonnenneutrinos	345
6.13.2	Atmosphärische Neutrinos	349
6.13.3	Neutrinooszillationen	350
6.13.4	Suche nach dem Majorana Neutrino	356
6.14	Aufgaben	361
7	Suche nach dem Higgs Boson	367
7.1	Frühe Suchen	367
7.2	Blick durchs Schlüsselloch	367
7.3	Produktions- und Zerfallskanäle	371
7.4	Experimentelle Prerequisite	374

7.5	Die Entdeckung des Higgs Bosons	376
7.5.1	Spin und Parität des Higgs Bosons	378
7.6	Aufgaben	379
8	Kerne in exotischen Zuständen	381
8.1	Hyperkerne	381
8.2	Mesonische Atome	384
8.3	Schwerionenphysik bei mittleren Energien	387
8.3.1	Heiße Kerne	387
8.3.2	Weitere Thermometer	391
8.3.3	Thermalisierung	392
8.3.4	Die Zustandsgleichung	395
8.4	Hoch relativistische Schwerionenreaktionen	397
8.4.1	Hochenergetische Schwerionenbeschleuniger	398
8.4.2	Schwerionendetektoren	401
8.4.3	Kollektiver Strömung	403
8.4.4	Gittereichtheorie	411
8.4.5	Raum-Zeit Entwicklung des Quark-Gluon Plasmas	416
8.4.5.1	Messung der Korrelation	416
8.4.5.2	Der kritische Punkt	418
8.4.5.3	Die Zähigkeit des Quark-Gluon Plasmas	423
8.5	Nukleares Brennen, Neutronensterne	426
8.6	Aufgaben	430
Anhang		433
A	Fourier-Transformationen	433
B	Die Raum-Zeit	435
B.1	Vierervektoren	435
B.2	Lorentz-Transformationen	436
B.3	Kovariante Formulierung der Elektrodynamik	437
C	Kinematik und Phasenraum	439
C.1	Kinematik	439
C.2	Zweikörper-Kinematik	442
C.3	Dreikörper-Kinematik	445
C.4	Methode der fehlenden Masse	450
C.5	Rapidität und Pseudorapidität	450
D	Addition von Drehimpulsen	453
E	Die Dirac-Gleichung	455
E.1	Wellengleichungen	455
E.2	Lösungen der Dirac-Gleichung	459
F	Matrixelemente aus Feynman-Graphen	461
F.1	Regeln der QED	461
F.2	Regeln der QCD	464

G **Generatoren für die Gruppe $SU(3)$** 465

H **Quantenzahlen der Mesonen** 469

I **Teilchen im Standardmodell** 471

Literaturverzeichnis 473

Index 485

Vorwort

Doch muss man bedenken, dass eine fruchtbare Theorie niemals aus dem Nichts entspringt und das man stets auf die schon vorliegenden Untersuchungen angewiesen ist. Darum muss jeder Forscher, der vorwärts kommen will, vor allem dasjenige kennen lernen, was Andere vor ihm geleistet haben.

Max Planck

Dieses Buch hat wie so viele andere seinen Ursprung in Vorlesungen, die ich mehrfach an der Universität Duisburg-Essen für Studenten nach dem Vordiplom gehalten habe. Historisch haben sich Kernphysik und Teilchenphysik nach gemeinsamen Anfängen getrennt. Heute gibt es jedoch soviel Überlappung zwischen den beiden Gebieten, dass eine gemeinsame Behandlung gerechtfertigt erscheint. Es ist ein Ziel dieses Buches, diese Gemeinsamkeiten sowohl in der experimentellen als auch in der theoretischen Methodik herauszuarbeiten. Es ist also nicht, wie es häufig zu finden ist, ein Nebeneinander von Kern- und Teilchenphysik.

Nicht alles, was in diesem Buch steht, kann in dem zeitlich begrenzten Rahmen einer Vorlesung gebracht werden. Es ist aber sicherlich besser man kann Abschnitte übergehen, als dass sie schmerzlich vermisst werden. Natürlich ist die Auswahl des Stoffes manchmal willkürlich und dem eigenen Geschmack folgend. Dennoch hoffe ich, den Geschmack vieler Lehrenden und Lernenden getroffen zu haben. Eine Einführung kann natürlich nicht an allen Stellen so weit in die Tiefe gehen, dass alles immer umfassend dargestellt wird. Daher habe ich häufig die Originalarbeiten angegeben, bzw. auf weiterführende Literatur hingewiesen.

Der gesamte Komplex der Anwendungen der Kern- und Elementarteilchenphysik sowie der Anwendungen ihrer Methoden und Geräte ist im vorliegenden Text gänzlich unbeachtet geblieben. Dies liegt nicht daran, dass dieses Gebiet uninteressant ist, ganz im Gegenteil ist es äußerst reizvoll, aber eine auch nur ansatzweise Diskussion hätte den Rahmen dieses Buches gesprengt.

Es ist im Allgemeinen unmöglich, für jede physikalische Größe einen eigenen Buchstaben zu finden. Daher sind Bezeichnungen nahezu immer im Kontext erklärt. Ein anderes Problem ist die Frage nach den Einheiten. Hier werden die üblichen SI-Einheiten verwendet, soweit nicht praktische Erwägungen dem entgegenstehen. Da die Kern- und die Elementarteilchenphysik mit beschleunigten Teilchen arbeiten, ist es bequem, die Energieeinheit eV zu benutzen. Dies ist die Energie, die ein Teilchen mit der elektrischen Ladung e nach dem Durchlaufen einer Potentialdifferenz von 1 V gewinnt. Gemäß der

Einstein'schen Beziehung $E = mc^2$ ist die Einheit der Masse dann eV/c^2 . Die Einheit des Impulses ist eV/c . Typische Energien in der Kernphysik sind MeV/c^2 , und GeV/c^2 in der Teilchenphysik. Häufig setzt man $\hbar = c = 1$. Ein solches System nennt man „natürliche“ Einheiten. In theoretischen Abschnitten wird davon Gebrauch gemacht. Man erhält die normalen Einheiten zurück, indem man eine Dimensionsbetrachtung anstellt.

Die Feinstrukturkonstante ist $\alpha \equiv e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) \approx 1/137$. Die Wahl von cgs-Einheiten wird strikt vermieden, da ein fehlender Faktor 4π durch eine Dimensionsbetrachtung nicht zurückgewonnen werden kann.

Manche Lehrbücher, insbesondere solcher theoretischer Art, benutzen die so genannte Lorentz-Heaviside-Konvention. In ihr wird nicht nur $\hbar = c = 1$, sondern auch $\epsilon_0 = \mu_0 = 1$ gesetzt, was durch die Beziehung $\epsilon_0\mu_0 = 1/c^2$ nahe liegt. Da dann $\alpha = e^2/(4\pi) \approx 1/137$ ist, hat die elektrische Ladung e einen anderen Wert: $e_{LH} = e/\sqrt{\epsilon_0}$. Wenn natürliche Einheiten oder die Lorentz-Heaviside-Konvention benutzt wird, ist dies im Text stets deutlich gemacht.

Nach bald 20 Jahren erscheint mir eine Neuauflage nötig. Neben kurzen Reparaturen habe ich neue Abschnitte eingeführt. Die beziehen sich im Wesentlichen auf die elektroschwache Wechselwirkung. Auf diesem Gebiet sind in den letzten Jahren die größten Entdeckungen gemacht worden, experimentell am LEP, am CERN, am SLAC und am FERMI-LAB. Herausragend ist die Entdeckung des Higgs-Teilchens am LHC am CERN. Auf dem Gebiet der Kernphysik dominiert die Suche nach dem Quark-Gluon Plasma am LHC und am Brookhaven National Laboratory. Auf der theoretischen Seite steht das Standardmodell der Kern- und Teilchenphysik. Die Beschreibung von neuen Beschleunigern und Detektoren ist nicht mehr in einem eigenen Kapitel enthalten, sondern zu den Experimenten gewandert.

1

Historische Anfänge

Die Anfänge der Kern- und der Teilchenphysik liegen am Ende des 19. Jahrhunderts. Hallwachs, ein Student von H. Hertz, zeigte 1888, dass sich eine Metallplatte unter Bestrahlung mit ultraviolettem Licht elektrisch auflädt. Im folgenden Jahr konnte Lenard zeigen, dass es sich bei der emittierten Strahlung um Kathodenstrahlung handelte. Diese waren bereits 1858 von Plücker entdeckt worden. Diese Arbeiten waren Grundlage für Einsteins Theorie des Photoeffektes. 1892 konnte Lenard als Assistent von H. Hertz in Bonn die Kathodenstrahlen durch ein dünnes Fenster aus dem Vakuum austreten lassen, um mit ihnen zu experimentieren. Fünf Jahre später zeigte J. J. Thompson, dass das Verhältnis Masse zu Ladung (m/e) bei den Kathodenstrahlen viel kleiner ist als bei Ionen. Er nannte die Kathodenstrahlen Elektronen. 1897 fand Zeeman die Aufspaltung von Spektrallinien im Magnetfeld (Zeeman-Effekt). Dieser Effekt wurde von Lorentz in seiner Erweiterung der Maxwell'schen Theorie mit Elektronen erklärt. Sie fanden einen viel präziseren Wert für (m/e) und auch das negative Vorzeichen im Vergleich zu Ionen.

Eine ganz andere Strahlung fand 1896 Becquerel: Sie stammte aus dem Uran und schwärzte Photoplatten. Das Ehepaar Pierre und Marie Curie suchte weitere Strahler in der Pechblende und fanden dabei zwei neue Elemente: das Polonium und das Radium. Letzteres strahlt viel stärker als das Uran.

Als den Vater der Kernphysik kann man E. Rutherford bezeichnen. Er fand 1903, dass die radioaktive Strahlung aus 3 Komponenten bestand: α -, β - und γ -Strahlen. Die α - und β -Strahlen wurden in magnetischen Feldern in unterschiedliche Richtungen abgelenkt, sie haben also Ladungen mit unterschiedlichen Vorzeichen. Im Gegensatz dazu ist die γ -Strahlung ungeladen. Die α -Strahlen konnten als ${}^4_2\text{He}$ -Kerne identifiziert werden, die β -Strahlen als Elektronen und die γ -Strahlen als elektromagnetische Wellen. Die Ursprünge dieser drei Strahlungen sind verschiedene Zerfallsprozesse in Kernen. Zu diesen drei Zerfallsprozessen gehören drei fundamentale Wechselwirkungen, die für die Zerfälle verantwortlich sind. α -Zerfälle werden durch die starke Wechselwirkung, β -Zerfälle durch die schwache Wechselwirkung und γ -Zerfälle durch die elektromagnetische oder Coulomb-Wechselwirkung hervorgerufen. Das Studium dieser drei Wechselwirkungen sowie die durch sie bestimmte Struktur der subatomaren Materie sind Gegenstand dieses Buches. Die vierte fundamentale Wechselwirkung ist die Gravitation. Sie ist sehr viel schwächer noch als die schwache Wechselwirkung. Sie spielt daher bei den Objekten unseres Interesses keine Rolle. Die Teilchen, die an der starken Wechselwirkung teilnehmen, heißen Hadronen.

Sie können elektrisch geladen und ungeladen sein. Gleiches gilt für Teilchen, die nur an der schwachen Wechselwirkung teilnehmen. Sie heißen Leptonen.

Die Radioaktivität A eines Strahlers, der aus N Teilchen besteht, ist

$$A = \frac{dN}{dt} = -\lambda N. \quad (1.1)$$

Integration ergibt

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (1.2)$$

wobei λ der Zerfallskonstanten und N_0 der Zahl der radioaktiven Teilchen zur Zeit $t = 0$ entsprechen. Man definiert die Halbwertszeit als die Zeit, in der die Hälfte aller Teilchen zerfallen sind. Dann ist

$$N(t_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}. \quad (1.3)$$

Daraus ergibt sich der Zusammenhang von Halbwertszeit und Zerfallskonstante

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (1.4)$$

Die Lebensdauer ist durch

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (1.5)$$

gegeben. Die drei Wechselwirkungen haben unterschiedliche Stärken, wie schon in den Namen angedeutet. Als Folge daraus ergeben sich unterschiedliche Lebensdauern für die Wechselwirkungen. Typische Werte für die Lebensdauern von Teilchen sind:

Typ Wechselwirkung	\approx Lebensdauern (s)
starke	$< 10^{-20}$
schwache	$> 10^{-10}$
elektromagnetische oder Coulomb	$10^{-20} - 10^{-10}$.

Im Thompson'schen Modell der Atome (gemeinsam mit Thomson formuliert) bestand ein Atom mit der Massenzahl A aus einer Kugel, die A Protonen (elektrisch positiv geladenes Teilchen großer Masse) und A Elektronen enthält. Aber Lenard zeigte 1903 durch Untersuchung des Durchgangs von Elektronen durch Materie, dass Atome im Wesentlichen leerer Raum sind. Aus den Streuexperimenten von Marsden und Geiger schloss Rutherford 1911 auf einen winzigen Kern, der praktisch die ganze Masse enthält, sowie auf eine Elektronenhülle mit Z Elektronen ($Z =$ Ordnungszahl im Periodensystem). Der Kern bestand demnach aus A Protonen und $A - Z$ Elektronen. Rutherford führte bereits 1919 die erste künstliche Elementumwandlung durch. Das Proton wies er als elementares Teilchen erstmals ebenfalls 1919 in der Reaktion



nach. Dieses Bild des Atoms änderte sich erst durch die Entdeckung des Neutrons nach einigen Irrwegen. Walter Bothe und Herbert Becker untersuchten die Reaktion



Tab. 1.1 Eigenschaften der Bausteine des Atoms. Für die Massen wurde die Umrechnung $1 \text{ eV}/c^2 = 1.78266173170 \times 10^{-36} \text{ kg}$ benutzt.

Teilchen	Masse (MeV)	Ladung (e)	Lebensdauer	Spin (\hbar)
e	0.510 998 902(21) [1]	-1	$> 2 \times 10^{22}$ Jahre	1/2
p	938.271 998(38) [1]	+1	$> 1.6 \times 10^{25}$ Jahre	1/2
n	939.565 330(38) [1]	0	888.6(3.5) s	1/2
γ	$< 6.7 \times 10^{-25}$ [2]	0	∞	1

wobei die α -Teilchen aus dem radioaktiven Zerfall des Poloniums stammten. Sie interpretierten aber das neutrale Teilchen als Röntgen-Strahlung, was, wie wir heute wissen, eine Fehlinterpretation war. Frederic Joliot und seine Frau Irene, geb. Curie studierten den gleichen Prozess. Sie fanden, dass die neutrale Strahlung Protonen aus Paraffin schlagen kann. Sie nahmen γ -Strahlung als Ursache an, was ebenfalls falsch war. Die Entdeckung des Neutrons blieb der Rutherford'schen Schule vorbehalten. James Chadwick fand, dass die Geschwindigkeit des Protons aus dem Paraffin etwa ein Zehntel der Lichtgeschwindigkeit betrug. Für die Reaktion



mit p dem Proton müsste ein einlaufendes γ -Quant die Energie von 50 MeV gehabt haben. Aber γ -Strahlen aus Zerfällen haben nur wenige MeV Energie. Er schloss daher auf die Existenz eines neutralen Teilchens (1932), des Neutrons, das etwa die gleiche Masse wie das Proton haben muss. Ein Atomkern des Elementes mit Z Elektronen und mit der Massenzahl A sollte daher aus Z Protonen und $N = A - Z$ Neutronen bestehen.

Einige Eigenschaften der Atombausteine sind in der Tab. 1.1 zusammengestellt. Sie werden weiter unten durch weitere Eigenschaften ergänzt. Da die Massen der Protonen und Neutronen ungefähr gleich sind, sprechen wir manchmal von ihnen als Nukleonen. Ein Kern hat also A Nukleonen. Die Bausteine der Materie haben alle den Spin 1/2.

Eine schöne Darstellung der historischen Entwicklung der Kern- und Teilchenphysik hat Segrè gegeben [3]. Eine sehr anspruchsvolle Geschichte der Atom-, Kern- und Teilchenphysik stammt von A. Pais [4]. Die Geschichte der Teilchenphysik anhand von Reproduktionen der Originalarbeiten wurde von Cahn und Goldhaber verfasst [5].

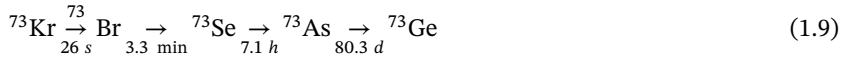
Kern- und Teilchenphysik benutzen im Großen und Ganzen die gleichen Methoden zur Untersuchung ihrer Objekte. Durch die verschiedenen Energieskalen sehen jedoch die Geräte unterschiedlich aus. Ein weiterer Unterschied ist mehr prinzipieller Natur: Die Kernphysik ist nicht einfach ein Vielfaches der Teilchenphysik, da die gebundenen Konstituenten sich prinzipiell anders verhalten können als die freien Teilchen. So ist zum Beispiel das freie Proton stabil, im Kern kann es aber durchaus über einen β -Zerfall in ein Neutron übergehen. Umgekehrt ist das freie Neutron instabil, es gibt jedoch stabile Kerne, was bedeutet, dass ein Neutron darin stabil ist.

Den Lebensdauern der Kerne sieht man daher nicht direkt die den Zerfällen zugrunde liegende Wechselwirkung an. Anders verhält es sich wie schon diskutiert bei den Zerfällen freier Teilchen.

1.1 Aufgaben

1. Berechnen Sie die Masse eines Protons (Elektrons) in kg.

2. Es sei $\hbar = c = 1$. Wie groß sind 1 m, 1 s und 1 kg in den sich ergebenden Einheiten? Wir sehen später, dass 1 b (barn) = 10^{28} m^2 ist. Wie groß ist 1 mb in GeV^{-2} ?
3. Wir betrachten die radioaktive Zerfallskette



Stellen sie das System gekoppelter Differentialgleichungen für die Kette auf und lösen Sie es.

4. In einer Kernreaktion werden pro Sekunde 500 ${}^{73}\text{Kr}$ -Kerne erzeugt. Die Produktion erfolgt für 10 min. Wie viele ${}^{73}\text{Se}$ -Kerne gibt es 10 min nach Ende der Produktion? Hinweis: Die aufzustellende Differentialgleichung kann mit der Methode der Variation der Konstanten gelöst werden.
5. Die zwei häufigsten Isotope im Uranerz haben folgenden Häufigkeiten und Halbwertszeiten:

Isotop	Häufigkeit (%)	$t_{1/2}$ (a)
${}^{235}\text{U}$	0.720	7.038×10^8
${}^{238}\text{U}$	99.275	4.468×10^9

(1.10)

Nehmen Sie an, dass bei der Entstehung des Urans die beiden Isotope ${}^{235}\text{U}$ und ${}^{238}\text{U}$ gleich häufig vorhanden waren. Wann ist das Uran entstanden? Die Erdkruste ist etwa 2.5×10^9 Jahre alt. Welcher Anteil des ${}^{238}\text{U}$ ist nach der Einlagerung in die Erdkruste zerfallen?

2

Globale Eigenschaften von Kernen und Nukleonen

2.1 Massen, Bindung

Die Masse von Kernen wird bestimmt, indem man die Masse von Ionen bestimmt und dann von deren Masse die der Elektronen sowie deren Bindungsenergie subtrahiert. Die Masse der Ionen misst man, indem man sie durch elektrische und magnetische Felder laufen lässt. Sei q die Ladung des Ions und v seine Geschwindigkeit. Es laufe durch ein elektrisches Feld \vec{E} , das durch einen Plattenkondensator der Länge l erzeugt wird. Im Kondensator wirkt die Kraft $\vec{F} = q\vec{E}$ auf das Ion, das dadurch eine Beschleunigung $\vec{F} = m\vec{a}$ erhält. Dies ergibt eine Ablenkung

$$s = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \left(\frac{l}{v} \right)^2. \quad (2.1)$$

Alle Größen mit Ausnahme von q/m und v sind direkt messbar. Diese weiteren Größen werden nun mit Hilfe eines folgenden Magnetfeldes bestimmt. Im Magnetfeld \vec{B} wirkt auf das Ion die Lorentz Kraft $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ sowie die Zentripetalkraft $F_z = mv^2/r$ mit r dem Radius der Kreisbahn. Dieser wird durch eine Positionsmessung nach dem Magnetfeld bestimmt. Gleichsetzen dieser beiden Kräfte ergibt für die Geschwindigkeit

$$v = rB \frac{q}{m}. \quad (2.2)$$

Der Nachweis der Ionen erfolgt über eine photographische Platte (s. Abb. 2.1).

Als Massennormal wird

$$1 m_u = 1 u = \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) \quad (2.3)$$

gewählt. Durch äußerst präzise Messungen wurde es bestimmt zu

$$1 m_u = 931.49432(28) \text{MeV}/c^2 = 1.6605402(10) \times 10^{-27} \text{kg}. \quad (2.4)$$

Nun braucht man nur noch relative Massen zu messen, was natürlich viel einfacher, aber auch mit unvergleichlich höherer Präzision möglich ist. Grundlegend ist die Messung folgender Massendoublets:

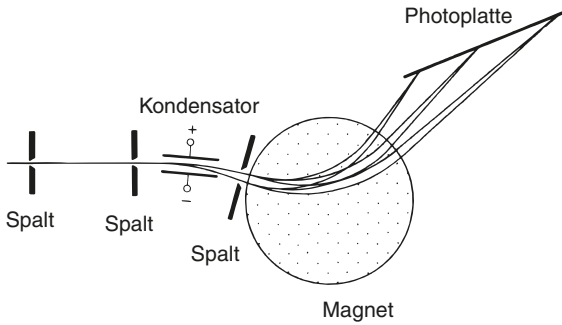


Abb. 2.1 Geschwindigkeitsfokussierung beim Aston'schen Massenspektrograph.

$$\Delta m_1 = ({}^2\text{H}_3)^+ - {}^{12}\text{C}^{2+}, \tag{2.5}$$

$$\Delta m_2 = ({}^1\text{H}_2)^+ - ({}^2\text{H})^+, \tag{2.6}$$

$$\Delta m_3 = ({}^{12}\text{C} {}^1\text{H}_4)^+ - {}^{16}\text{O}. \tag{2.7}$$

Aus der Messung der Differenz (2.5) folgt die Masse des Deuteriums (schwerer Wasserstoff), aus der Messung (2.6) die Masse des Wasserstoffs und aus der Messung (2.7) dann die Masse des Sauerstoffs. Aus den drei Elementen Wasserstoff, Kohlenstoff und Sauerstoff lassen sich viele Moleküle verschiedener Masse bilden, die dann mit entsprechenden Elementen verglichen werden können. Die präzisen Massenbestimmungen führten zur Vorhersage des Neutrons. Eine Zusammenstellung aller bis 1993 gemessenen Massen ist von Audi und Wapstra [6] zusammengestellt worden. Dort sind auch Zerfalls-, Separations- und Reaktionsenergien aus Systematiken angegeben. In der folgenden Abb. 2.2 ist eine Messung für die Masse 20 dargestellt. Aus den Messungen folgt, dass fast alle Elemente aus verschiedenen Isotopen bestehen.

Das Aufkommen von so genannten Ionenfallen in den letzten Jahren erlaubt die Massenbestimmung mit noch weit höherer Präzision, als dies mit den oben diskutierten Massenspektrographen [7, 8] möglich ist. Ionenfallen sind im Prinzip einfach aufgebaut. In Abb. 2.3 sind die Anordnungen der Elektroden von zwei typischen Fallen dargestellt. Wie bei den Spektrographen wird die Bewegung elektrisch geladener Teilchen durch elektrische und magnetische Felder kontrolliert. Dabei werden die Teilchen innerhalb der Elektroden wie in einer Flasche gespeichert. Bei der Penning-Falle, in der Abb. 2.3 oben links dargestellt, bewegen sich die Teilchen in statischen elektrischen und magnetischen Feldern. Bei der Paul-Falle, in der Abb. 2.3 oben rechts dargestellt, in einem elektrischen Wechselfeld,

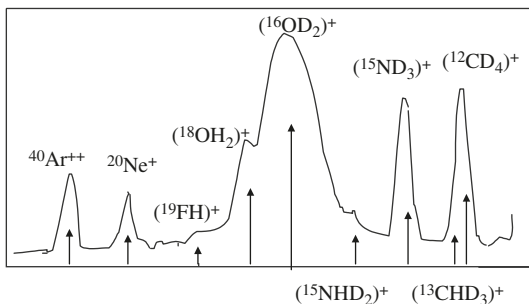


Abb. 2.2 Spektrum der Masse 20 gemessen mit einem Massenspektrograph. Die unterschiedlichen Linien ergeben sich durch die Unterschiede in den Massen der Isotope. Die Abweichung von der kleinsten bis zur größten Masse beträgt nur 0.38%.

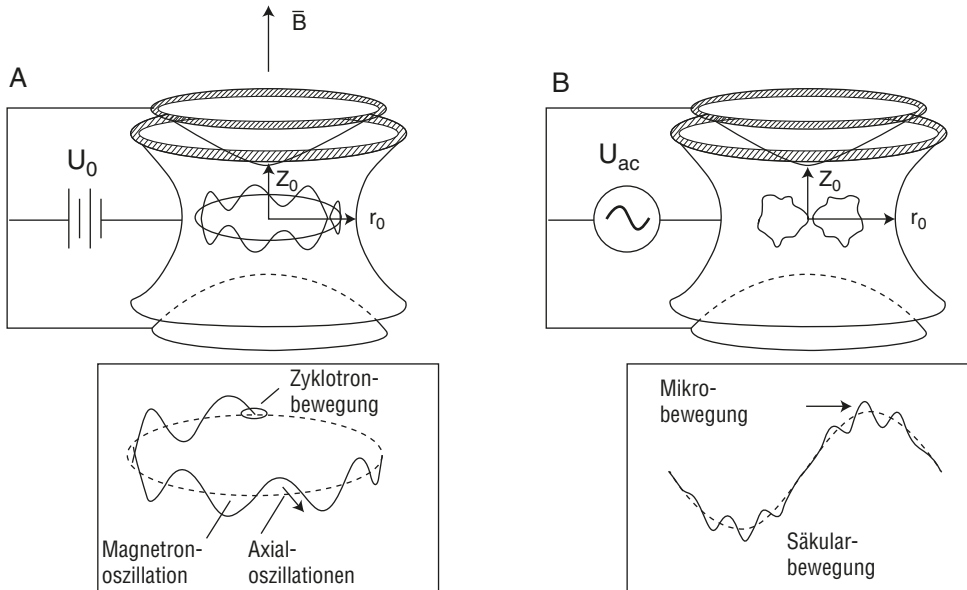


Abb. 2.3 Elektroden und Feldgeometrie für eine Penning-Falle (A) und eine Paul-Falle (B). Im unteren Teil der Abbildung sind die typischen Bewegungen eines Ions in der jeweiligen Falle dargestellt.

das eine dreidimensionale Potentialbarriere erzeugt. Die Teilchen in einer Penning-Falle erfahren durch das Magnetfeld B , das in die z -Richtung zeigt, eine Zyklotronoszillation mit der Frequenz

$$\omega_c = \frac{qB}{m}. \quad (2.8)$$

Diese Oszillation zwingt das Teilchen zu einer Kreisbewegung in der (x, y) -Ebene senkrecht zu B . Damit es nicht in der Richtung parallel oder antiparallel dazu entweichen kann, verwendet man ein elektrisches Potential. Die Elektroden haben die Form von Hyperboloiden sowie zwei Endkappen (s. Abb. 2.3). Diese Anordnung hat Rotationssymmetrie bezüglich der z -Achse. Das Potential im Inneren ist durch

$$\Phi = \frac{U_0}{d^2} (x^2 + y^2 - 2z^2) \quad (2.9)$$

gegeben. Hierin bezeichnet U_0 die Spannung, die an die Elektroden angelegt ist und d ist eine charakteristische Längendimension der Falle (typischer Weise die Hälfte des Abstandes der Endkappenelektroden). In einem solchen System ist die reine Zyklotronbewegung nicht mehr länger gültig. Es ergibt sich stattdessen eine Bewegung, die eine Überlagerung von harmonischen Schwingungen ist:

$$\omega_z = \sqrt{\frac{eU_0}{md^2}}, \quad (2.10)$$

$$\omega_c = \frac{1}{2} (\omega_c + \sqrt{\omega_c - \omega_z}), \quad (2.11)$$

$$\omega_m = \frac{1}{2} (\omega_c - \sqrt{\omega_c - \omega_z}). \quad (2.12)$$

Tab. 2.1 Atomare Massen aus Messungen mit Ionenfallen.

Isotop	Atomare Masse (m_u)	Referenz
^1H	1.007 825 032 20 (13)	[10–12]
^2H	2.014 101 777 99 (36)	[10, 11]
^3H	3.016 049 267 5 (36)	[13]
^3He	3.016 029 309 70 (86)	[13]
^4He	4.002 603 249 7 (10)	[13]
^{13}C	13.003 354 837 8 (10)	[10, 13]
^{14}C	14.003 241 988 4 (40)	[13]
^{14}N	14.003 074 005 24 (86)	[10, 11]
^{15}N	15.000 108 898 44 (92)	[10]
^{16}O	15.994 914 622 1 (15)	[10, 11]
^{20}Ne	19.992 440 175 9 (20)	[10]
^{23}Na	22.989 769 280 7 (28)	[14]
^{28}Si	27.976 926 532 7 (20)	[10]
^{40}Ar	39.962 383 123 2 (30)	[10]
^{85}Rb	84.911 789 732 (13)	[14]
^{87}Rb	86.909 180 520 (15)	[14]
^{133}Cs	132.905 451 929 (27)	[14, 15]

Die Axialoszillation ω_z und die Magnetronoszillation ω_m sind im unteren linken Teil der Abb. 2.3 dargestellt.

Aus der Messung dieser drei Eigenfrequenzen erhält man ω_c und somit die Masse. Das Problem der Massenbestimmung ist also zurückgeführt auf das Problem von Frequenzmessungen sowie der Kenntnis der elektrostatischen Spannung U_0 .

Bei der Paul-Falle wird im Wesentlichen die gleiche Elektrodengeometrie wie bei der Penning-Falle verwendet. Der Einschluss erfolgt aber über ein elektrisches Wechselfeld (und manchmal ein zusätzliches kleines elektrostatisches Feld V_0)

$$U(t) = V_0 + U_0 \cos(\Omega t). \quad (2.13)$$

Aus den Bewegungsgleichungen ergeben sich harmonische Oszillationen in radialer und in axialer Richtung, die mit der Frequenz Ω moduliert sind. Die Präzision, mit der solche Fallen die Bestimmung von Ionenmassen erlauben, ist in der Tab. 2.1 dokumentiert. Die Genauigkeit der Kernmassen hängt natürlich davon ab, wie genau die Bindungsenergie der Hüllenelektronen bekannt ist, die man außer den Elektronenmassen von den Ionenmassen subtrahieren muss. Dies ist typischer Weise 1–2 eV für leichte Elemente und die äußeren Schalen schwerer Elemente. Für die inneren Schalen schwerer Elemente steigen die Unsicherheiten an bis zu 10–20 eV [9].

Die hier angegebenen Methoden der Massenbestimmungen funktionieren nur bei hinreichend langlebigen Kernen, bei denen genügend Ionen in die Falle transportiert werden. Die typische Lebensdauer von kurzlebigen, vermessenen Ionen liegt in der Größenordnung von einer Minute.¹ Mit sehr hohen Feldern (9.4 T) hofft man, in den Bereich von einigem ms vorstoßen zu können. Kurzlebige Systeme kann man über Kernreaktionen erzeugen und die Masse aus dem Q -Wert der Reaktion bestimmen. Dieser ist die Differenz der Massen

¹ Man kann auch kurzlebige Ionen in Fallen einsperren, um ihre Lebensdauer zu messen. Dabei hat man Lebensdauern bis in den Bereich μs gemessen.

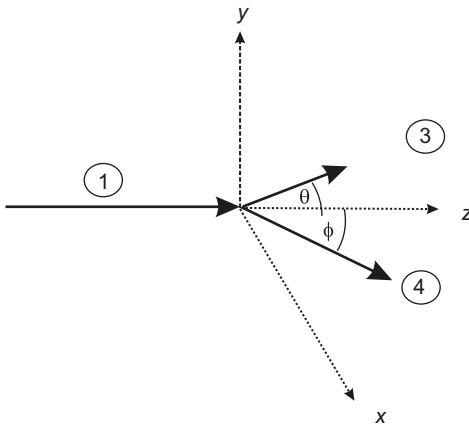


Abb. 2.4 Beispiel einer Zweikörperreaktion $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ mit einem ruhenden Teilchen 2. Die Pfeile geben die Richtungen der Impulse an.

im Eingangskanal und der Massen im Ausgangskanal. In der Praxis nutzt man Reaktionen mit zwei Kernen im Ausgang



Wir nehmen an, dass sich das Teilchen A_2 in Ruhe befindet und vom Teilchen A_3 Energie und Impuls gemessen werden. Außerdem sei dessen Masse bekannt. Weiterhin wollen wir der Einfachheit halber auf die Berücksichtigung relativistischer Effekte verzichten. Die relativistischen Beziehungen sind im Anhang C angegeben. Auf Grund des Satzes von der Energieerhaltung und der Einstein'schen Beziehung $E = mc^2$ für die Ruhemasse gilt

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + m_1c^2 + m_2c^2 = \frac{1}{2}m_3v_3^2 + m_3c^2 + \frac{1}{2}m_4v_4^2 + m_4c^2. \quad (2.15)$$

Weiterhin gilt die Impulserhaltung. Wir wählen das Koordinatensystem so, dass der Beschleunigerstrahl mit den Teilchen A_1 in z -Richtung zeigt (s. Abb. 2.4). Die Reaktionsteilchen fliegen in der (x, z) -Ebene. Impulserhaltung in z -Richtung ergibt die Beziehung

$$m_1v_1 = m_3v_3 \cos \theta + m_4v_4 \cos \phi, \quad (2.16)$$

und in x -Richtung

$$0 = m_3v_3 \sin \theta - m_4v_4 \sin \phi. \quad (2.17)$$

Gemessen oder bekannt sind m_1 , m_2 , m_3 , v_1 , v_3 sowie der Winkel θ . Wir haben also drei Unbekannte m_4 , v_4 und den Winkel ϕ . Diese lassen sich aus den drei Gleichungen bestimmen.

Als Beispiel betrachten wir eine Transferreaktion,



bei der 3 Neutronen vom Target auf das Ejektil transferiert werden. Das ${}^6\text{He}$ -Teilchen hat keine angeregten Zustände, es befindet sich also im Grundzustand. Dann genügt es, die Energie und den Impulsvektor des auslaufenden ${}^6\text{He}$ -Teilchens z. B. mit einem Magnet-spektrographen zu messen. Das Ergebnis so eines Experiments ist in Abb. 2.5 dargestellt. Die untere x -Achse gibt die Energie des auslaufenden ${}^6\text{He}$ -Ions an. Die erste Linie von

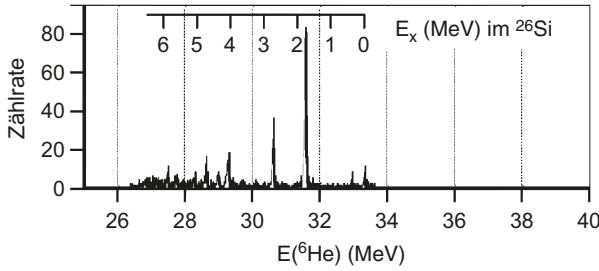


Abb. 2.5 Die Energie des auslaufenden ${}^6\text{He}$ aus einer (${}^3\text{He} + {}^{29}\text{Si} \rightarrow {}^6\text{He} + {}^{26}\text{Si}$) Transferreaktion. Die Anregungsenergie im unbeobachteten Restkern ${}^{26}\text{Si}$ ist ebenfalls eingezeichnet (nach Ref. [16]).

rechts gesehen gehört zum Grundzustand von ${}^{26}\text{Si}$. Man kann die drei Gleichungen auch für angeregte Zustände lösen, wenn man statt m_4 eine neue Masse \tilde{m}_4 einsetzt, mit $\tilde{m}_4 = m_4 + E_x$. Die kleine Zählrate ergibt, dass Messungen dieser Art nicht die Genauigkeit der Messungen mit Fallen erreichen können.

Wegen der Bindungsenergie B ist die Masse eines Kerns stets kleiner als die Summe der Konstituentenmassen. Die Bindungsenergie ist gegeben durch

$$B(Z, N) = [Zm_H + Nm_n - m(Z, N)] c^2. \quad (2.19)$$

In Abb. 2.6 ist die Bindungsenergie pro Massenzahl A als Funktion von A dargestellt. Die Kurve zeigt für kleine Kerne zunächst eine Zunahme der Bindung pro Nukleon bis zu einem Maximum in der Gegend von Eisen ($A = 56$). Von da an nimmt die Bindungsenergie pro Nukleon wieder ab. Die Größenordnung beträgt etwa 8 MeV pro Nukleon. Man kann folgende Sachverhalte aus der Abbildung ablesen: Wenn zwei leichte Kerne zu einem schweren verschmelzen, wird Energie frei. Dieser Vorgang heißt Fusion. Er ist die

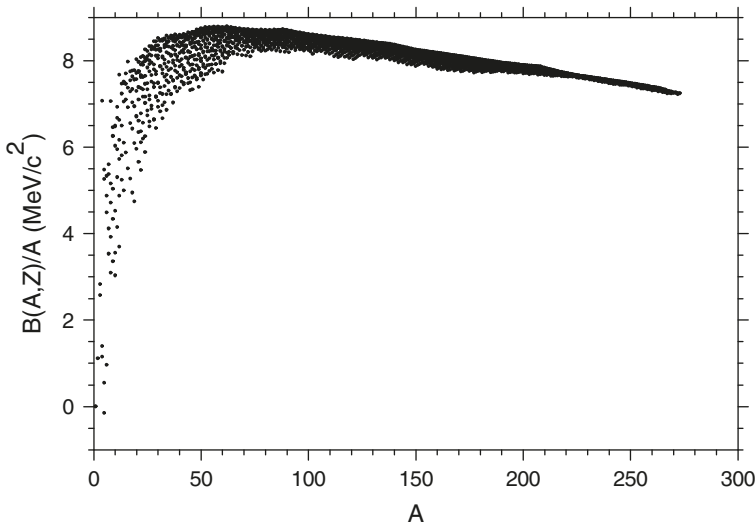


Abb. 2.6 Experimentelle Bindungsenergien pro Nukleon [6]. Quelle: Audi & Wapstra, 1995 / mit Genehmigung von Elsevier.

Grundlage für die Energieproduktion in Sternen. Wird ein schwerer Kern in zwei oder mehrere Kerne zerlegt, wird ebenfalls Energie frei. Dieser Vorgang heißt Fission oder Spaltung. Er wird in Spaltreaktoren genutzt.

Aus den Massen lässt sich die Frage nach den Grenzen der Stabilität beantworten. Wenn ein Zerfall eines Kerns energetisch möglich ist, wird er zerfallen, wenn auch durch verschiedene Randbedingungen mit unterschiedlichen Halbwertszeiten. Leichte Kerne zerfallen überwiegend durch β -Zerfälle (die β^- -Strahlen wurden als Elektronen identifiziert):

$$\beta^- : A(Z, N) \rightarrow A(Z + 1, N - 1) + e^- + \bar{\nu}, \quad (2.20)$$

$$\beta^+ : A(Z, N) \rightarrow A(Z - 1, N + 1) + e^+ + \nu, \quad (2.21)$$

$$EC : A(Z, N) + e^- \rightarrow A(Z - 1, N + 1) + \nu. \quad (2.22)$$

Beim letzteren Prozess wird bei dem ein Elektron aus der atomaren K -Schale eingefangen. Dies ist besonders bei schweren Kernen von den seltenen Erden an ein häufiger Zerfallsmodus. Die β -Zerfälle und die Eigenschaften der Neutrinos ν und Antineutrinos $\bar{\nu}$ werden im Kapitel 6 besprochen. Kerne schwerer als Blei zerfallen überwiegend durch α -Zerfälle (die α -Teilchen wurden als ${}^4\text{He}$ -Kerne identifiziert):

$$A(Z, N) \rightarrow A(Z - 2, N - 2) + {}^4\text{He}. \quad (2.23)$$

Diesen Zerfall werden wir im Abschnitt 2.10 genauer untersuchen. Extrem schwere Kerne können auch spontan spalten. In den 1970er und 1980er Jahren hat man auch die Instabilität von Kernen bezüglich Protonen als auch schwerer Kernfragmente gefunden. Darauf werden wir in den Abschnitten 2.10.3 und 2.10.4 zurückkommen.

2.2 Streuexperimente

2.2.1 Die Methode

In der Abb. 2.7 ist ein typisches Streuexperiment skizziert. Ein einlaufender Teilchenstrahl trifft auf die Streuobjekte, z. B. Atome oder Kerne, die man Target nennt. Der nichtgestreute Teil der Teilchenstrahlung wird in einem Strahlfänger vernichtet. Der gestreute Anteil wird mit einem Detektor gemessen. Die Streuobjekte werden durch eine effektive Fläche σ repräsentiert, dem Wirkungsquerschnitt. Dieser ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit

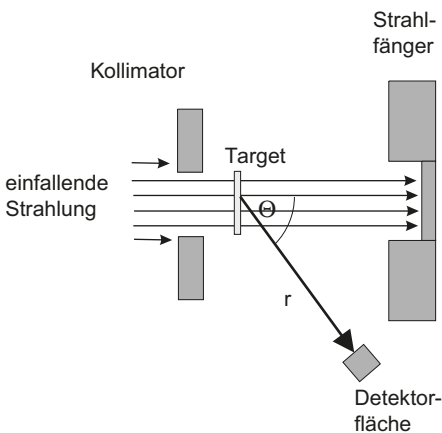


Abb. 2.7 Prinzip eines Streuexperimentes. Die einzelnen Komponenten sind im Text erklärt.

dafür, dass eine Streuung passiert. Der einlaufende Strahl hat eine Stromdichte j . Das ist die Zahl der Teilchen, die in der Zeit dt auf eine Fläche A auftreffen. In dieser Fläche seien nA Streuobjekte. Dann ist die gesamte Fläche $nA\sigma$ und die Streurrate ist

$$\frac{\text{Zahl der Streuungen}}{dt} = nA\sigma j. \quad (2.24)$$

Im Allgemeinen deckt ein Detektorelement nur einen Teil des Raumwinkels $d\Omega = dF/r^2$ ab. Die Größen sind in Abb. 2.7 definiert. Dann misst man nur einen differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma(\theta, \phi)}{d\Omega(\theta, \phi)} = \frac{\text{Zahl der in das Raumwinkelement } d\Omega \text{ gestreuten Teilchen}}{j} \quad (2.25)$$

bezogen auf ein Streuzentrum. Den totalen Wirkungsquerschnitt erhält man durch Integration. Sind die Richtungen der Spins von Target und Projektil statistisch verteilt, so gibt es keine Abhängigkeit vom Polarwinkel ϕ .

Um einen Streuquerschnitt oder einen Reaktionsquerschnitt zu messen, benötigt man also folgende Informationen:

- Zahl der einlaufenden Teilchen pro Zeiteinheit,
- Dauer der Messung,
- Raumwinkelement des Detektors $d\Omega$,
- Streuwinkel θ ,
- Zahl der gestreuten Teilchen unter diesem Winkel,
- Zahl der Streuzentren:
 - Dicke des Targets,
 - Dichte des Targets,
 - Atomgewicht,
 - Avogadro-Zahl N_0 .

2.2.2 Streuung an einer harten Kugel

Als ein einfaches Beispiel wollen wir die Streuung z. B. von Erbsen an einer harten Kugel betrachten. Ein einlaufendes Teilchen mit einem Stoßparameter b , das ist der Abstand der Teilchenbahn von der Symmetrieachse, trifft auf die Kugeloberfläche (s. Abb. 2.8). Weiterhin benutzen wir die Beziehung Einfallswinkel = Ausfallswinkel. Für den Streuwinkel gilt dann $\theta = \pi - 2\alpha$. Somit ist $\alpha = \pi/2 - \theta/2$ und damit $\sin(\alpha) = \cos(\theta/2)$. Weiterhin entnehmen wir der Abbildung die Beziehung $b = R \sin(\alpha) = R \cos(\theta/2)$. Dies ergibt

$$\frac{db}{d\theta} = \frac{-R}{2} \sin(\theta/2). \quad (2.26)$$

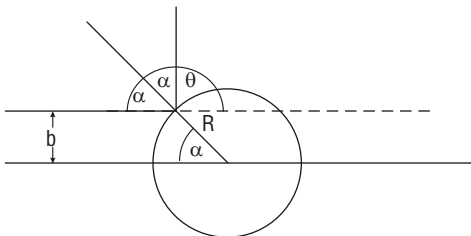


Abb. 2.8 Streuung an einer harten Kugel.

Für alle Teilchen, die um den Kreisring mit b in den Winkel θ gestreut werden, gilt

$$j2\pi b db = j2\pi \sin \theta d\theta \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (2.27)$$

und damit für den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|. \quad (2.28)$$

Einsetzen der Beziehung (2.26) in diese Gleichung ergibt (wobei wir die Identität $\sin \theta = 2 \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)$ benutzen)

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{R \cos(\theta/2)}{\sin \theta} \frac{R}{2} \sin(\theta/2) = \frac{R^2}{4}. \quad (2.29)$$

Integration über den vollen Raumwinkel ergibt

$$\sigma = \int_{\Omega} \frac{R^2}{4} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{R^2}{4} \cos \theta d\theta = \frac{R^2}{4} 2\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \pi R^2. \quad (2.30)$$

Das Ergebnis ist also die Querschnittsfläche. Die Definition des Wirkungsquerschnitts erscheint also als vernünftig. Die Streuung an einer harten Kugel kann man als Streuung durch ein sphärisches Rechteckpotential beschreiben:

$$V(r) = \begin{cases} -\infty & : \text{ für } r < R \\ 0 & : \text{ für } r > R. \end{cases} \quad (2.31)$$

Ein Streuexperiment kann unter Umständen Aufschluss über ein der Streuung zugrunde liegendes Potential geben. Wenn man ein unbekanntes Potential hat, kann man in folgender Weise vorgehen. Man bestimmt zunächst die Streuquerschnitte. Dann sucht man nach einer Potentialform, die der Winkelverteilung qualitativ entspricht. Danach passt man die Eigenschaften des Potentials wie z. B. Tiefe, Reichweite usw. derart an, dass die Streudaten beschrieben werden. Dazu muss man eine zeitabhängige Gleichung wie z. B. die Schrödinger-Gleichung lösen. Diesem Problem wollen wir uns im Folgenden zuwenden. Zunächst jedoch sollen einige Begriffe im Zusammenhang mit der Streuung diskutiert werden.

2.2.3 Begriffe und Einheiten

Da der Streuquerschnitt eine Fläche ist, hat er die Dimension einer Fläche. Eine gebräuchliche Größe ist das Barn:

$$1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2. \quad (2.32)$$

Eine Streuung heißt elastisch, wenn keine Anregungsenergie auf das Streuobjekt übertragen wird. Sonst heißt sie unelastisch oder Reaktion. In den folgenden Abbildungen sind die Abhängigkeiten für verschiedene Streuprozesse dargestellt. Zunächst ist in Abb. 2.9 der totale Querschnitt für die Proton-Proton-Streuung dargestellt. Der totale Wirkungsquerschnitt nimmt zunächst mit zunehmender Energie ab. Er hat dann bei etwa 0.8 GeV/c ein Minimum von etwa 25 mb und nimmt dann wieder zu. Oberhalb von etwa 1.5 GeV/c bleibt er etwa konstant. Im Gegensatz dazu nimmt der Wirkungsquerschnitt für elastische Streuung stets ab. Aus der Größe des Proton-Proton-Wirkungsquerschnitts von 40 mb entnehmen wir, dass jedes Proton eine Querschnittsfläche von etwa 20 mb hat. Daraus erkennt

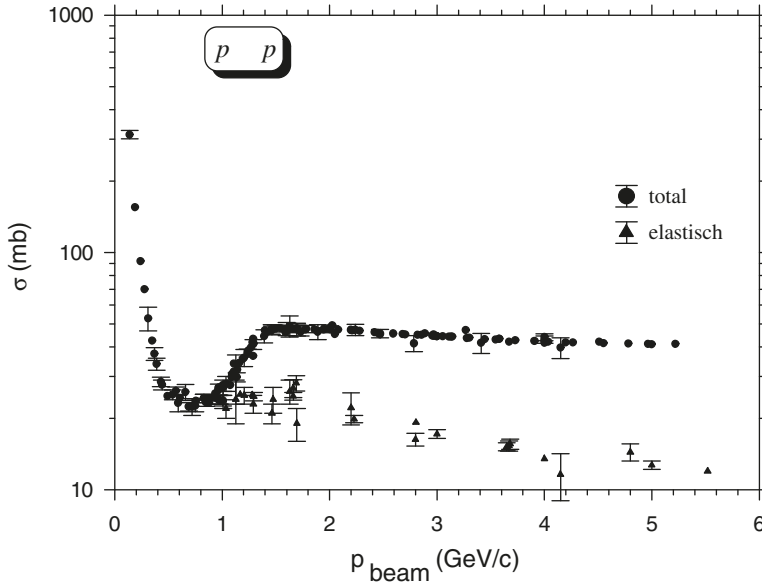


Abb. 2.9 Totaler und elastischer Wirkungsquerschnitt der Proton-Proton-Wechselwirkung als Funktion des Strahlimpulses.

man $R(p) = (0.8) \times 10^{-15} m$. Im Folgenden werden wir die Größenordnung 1 Femtometer (1 fm) = $10^{-15} m$ benutzen.

Bei der Streuung an einem makroskopischen Objekt wie oben am Beispiel der harten Kugel gibt es keinerlei Energieabhängigkeiten. In der Abb. 2.10 sind jedoch starke Energieabhängigkeiten zu sehen [17]. Während der „mittlere“ Wirkungsquerschnitt in der Größenordnung 10 b ist, gibt es einzelne Linien, bei denen der Querschnitt bis über 6000 b ist. Solche Strukturen wie in der Abb. 2.10 gibt es sowohl in der elastischen Streuung als auch in der unelastischen Streuung. Darauf werden wir im Abschnitt 4.1 ausführlich eingehen. Wir benutzen das obige Beispiel der Neutronenstreuung an Uran. Wenn wir den konstanten Teil als den der elastischen Streuung an einer harten Kugel interpretieren, so erhalten wir für den Urankern $R(U) = 1.8 \times 10^{-14} m$.

Für die Durchführbarkeit eines Experiments sind häufig außer dem Wirkungsquerschnitt auch die erreichbare Zählraten N wichtig. Um diese schnell abschätzen zu können, führen wir den Begriff der Luminosität L ein:

$$N = L\sigma. \quad (2.33)$$

Für ein feststehendes Target ist

$$L = jAn = In \text{ [s}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{]}. \quad (2.34)$$

Hier bezeichnet I den einfallenden Teilchenstrom. Bei gegenläufigen Teilchenstrahlen ist dann in einer analogen Definition

$$L = Nn_1n_2\nu/A \quad (2.35)$$

mit ν der Frequenz, mit der N Teilchenpakete in den zwei Ringen umlaufen. Diese zwei Teilchenstrahlen überlappen in der Wechselwirkungszone mit einer Fläche A . n_1 und n_2