Contabilidad y Finanzas

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

bajo Normas Internacionales de Contabilidad y Normas Internacionales de Información Financiera

Aplicado a las ciencias económicas, administrativas y contables

3a Edición

Abel María
Cano Morales

edu

Finanzas

Matemáticas financieras

bajo Normas Internacionales de Contabilidad y Normas Internacionales de Información Financiera

Abel María Cano Morales

3ª Edición

Conocimiento a su alcance
Bogotá - México, D.F.

Cano Morales, Abel María
Matemáticas financieras, aplicada a ciencias económicas, administrativas y contables
3a. edición. Bogotá : Ediciones de la U, 2024
464 p. ; 24 cm.
ISBN 978-958-792-673-6 e-ISBN 978-958-792-674-3
1. Ecuaciones de administración financiera 2. Interés-valor 3. Series uniformes y anualidades 4. Series variables 5. Amortizaciones 6. Valor presente 7. Tasa interna I. Tít.
658. cd 21 ed.

Área: Finanzas
Primera edición: Bogotá, Colombia, abril de 2013
Segunda edición: Bogotá, Colombia, octubre de 2017
Tercera edición: Bogotá, Colombia, abril de 2024
ISBN. 978-958-792-673-6

Coordinación editorial: Adriana Gutiérrez M.
Carátula: Ediciones de la U
Impresión: DGP Editores SAS.
Calle 63 No. 70 D - 34, Pbx. (+57-601) 7217756

Impreso y hecho en Colombia
Printed and made in Colombia

Contenido

Prefacio **13**

Capítulo 1
Aplicaciones de las ecuaciones a la administración financiera y a la contabilidad de costos **13**
1.1. Ejercicios propuestos 21
1.2. Aplicaciones de las matemáticas básicas a las finanzas empresariales 23
1.2.1. Razones aritméticas y geométricas 23
1.2.2. Proporciones 23
1.2.3. Regla de tres simple directa 24
1.2.3.1. Ejercicios propuestos 25
1.2.4. Regla de tres compuesta 27
1.2.4.1. Ejercicios propuestos 28
1.2.5. Manejo del porcentaje (%) 29
1.2.5.1. Ejercicios propuestos 30
1.3. Aplicaciones del cálculo a las operaciones financieras 31
1.3.1. Desigualdades lineales 32
1.3.1.1. Definición de desigualdad lineal 34
1.3.2. Ejercicios propuestos 37
1.4. Aplicaciones de las desigualdades en la toma de decisiones gerenciales 37
1.4.1. Ejercicios propuestos 41
1.4.2. Recapitulación 43
1.4.2.1. Terminología y símbolos 43
1.5. Resumen 43
1.5.1. Ejercicios propuestos 44

Capítulo 2
Presentación **45**
Introducción a las matemáticas financieras **45**
2.1. Definición de dinero e importancia de este 47
2.2. Ecuaciones de valor 48
2.2.1. Diagrama de económico o flujo de caja 48
2.2.2. Ejercicios propuestos 53
2.3. Importancia de las matemáticas financieras 55
2.4. Conceptos fundamentales en las matemáticas financieras 56
2.4.1. Valor del dinero en el tiempo 56

2.4.2. Interés 58
2.4.2.1. Fórmula para el cálculo del interés 59
2.4.2.2. Ejercicios propuestos 62
2.4.3. Clase de interés 63
2.4.3.1. Interés simple 64
2.4.3.1.1. Condiciones para resolver problemas a interés simple 65
2.4.3.1.2. Clases de interés simple 68
2.4.3.1.3. Desventajas del interés simple 72
2.4.3.1.4. Ejercicios propuestos 73
2.4.3.1.5. Monto o valor futuro a interés simple 74
2.4.3.1.6. Valor presente o actual a interés simple 75
2.4.3.1.7. Cálculo de la tasa de interés, a interés simple (i) 77
2.4.3.1.8. álculo del tiempo, a interés simple (n) 78
2.4.3.1.9. Cálculo del descuento en el interés simple (Ds) 80
2.4.3.1.10. Autoevaluación interés simple 88
2.4.3.1.11. Ejercicios propuestos 95
2.4.3.2. Interés compuesto 98
2.4.3.2.1. Conceptos básicos del interés compuesto 100
2.4.3.2.2. Comparación del interés simple con el interés compuesto 103
2.4.3.2.3. Periodos de tiempo 106
2.4.3.2.4. Cálculo del valor futuro equivalente de un valor presente dado (pago único) 107
2.4.3.2.5. Cálculo de la tasa de interés en interés compuesto (i) a partir del valor futuro (VF) 111
2.4.3.2.6. Cálculo de los periodos en interés compuesto (n) a partir del valor futuro (VF) 116
2.4.3.2.7. Cálculo del valor presente equivalente a un valor futuro dado (pago único) 120
2.4.3.2.8. Cálculo del valor presente equivalente a varios valores futuros dados (varios pagos) 122
2.4.3.2.9. Diagramas de flujo de caja 128
2.4.3.2.10. Interpolación lineal 130
2.4.3.2.11. Cálculo del descuento en el interés compuesto (Dc) 133
2.4.3.12. Autoevaluación de interés compuesto 135
2.4.3.2.13. Ejercicios propuestos 142

Capítulo 3
Presentación 145
Tasas de interés y equivalencia entre tasas 145
3.1. Introducción 146

3.2. Tasa de interés periódica 146
3.3. Tasa de interés nominal.......... 146
3.4. Tasa de interés efectiva 150
3.5. Tasas equivalentes 152
3.6.Tasas de interés discreta 158
3.7. Tasas de interés continuo 158
3.8. Tasa de interés vencida.......... 163
3.9. Tasa de interés anticipada 164
3.10. Tasas compuestas o combinadas.......... 164
3.10.1.Préstamo e inversión en moneda extranjera.......... 172
3.11. Tasa de inflación 173
3.12. Tasa de oportunidad.......... 178
3.13. Unidad de Valor Real (UVR) 179
3.13.1. Metodología para el cálculo de la UVR.......... 180
3.14. Aplicaciones de ecuaciones de valor con interés compuesto.
Ejemplo 182
3.15. Autoevaluación de tasas de interés 183
3.16. Ejercicios propuestos.......... 188

Capítulo 4
Presentación..........193
Series uniformes o anualidades..........193
4.1. Introducción.......... 194
4.2. Clases de anualidades 197
4.3. Anualidades uniformes 199
4.4. Factores para el cálculo del valor actual o inicial del capital 199
4.5. Anualidades anticipadas o prepagables.......... 200
4.6. Anualidades diferidas 200
4.7. Aplicaciones de las series uniformes o anualidades.......... 201
4.8. Anualidad vencida 202
4.8.1. Cálculo del valor futuro de una anualidad vencida 202
4.8.2. Cálculo de una anualidad en función del valor futuro 207
4.8.3. Cálculo del tiempo en una anualidad vencida 209
4.8.3.1. Cálculo del tiempo (n) en función del valor futuro de una a nualidad (A) 209
4.8.4. Cálculo del valor presente de una anualidad vencida 211
4.9. Anualidad anticipada.......... 220
4.9.1. Valor presente de una anualidad anticipada.......... 221
4.9.2. Valor futuro de una anualidad anticipada 223
4.10. Anualidad diferida 226
4.11. Anualidad perpetua.......... 229
4.12. Autoevaluación de anualidades.......... 239
4.13. Ejercicios propuestos.......... 246

Capítulo 5

Presentación....253
Series variables....253
5.1. Introducción....253
5.2. Gradiente aritmético....254
5.3. Gradiente aritmético creciente....255
5.4. Gradiente aritmético decreciente....270
5.5. Gradiente geométrico....274
5.6. Gradiente geométrico creciente vencido....275
5.7. Gradiente geométrico decreciente vencido....280
5.8. Gradiente geométrico perpetuo....282
5.9. Otros casos....287
5.10. Autoevaluación de gradientes....291
5.11. Ejercicios propuestos....297

Capítulo 6

Presentación....303
Amortización y saldos....303
6.1. Introducción....304
6.2. Amortización....304
6.3. Saldos....306
6.4. Composición de los pagos....314
6.5. Créditos en UVR (Unidad de Valor Real)....321
6.5.1. Opciones para créditos en UVR....321
6.5.2. Sistemas en pesos....322
6.5.2.1.Opciones para créditos en pesos....322
6.5.2.2. Crédito en UVR con cuota baja....323
6.5.3. Ejercicio propuesto en UVR....324
6.6. Amortización y saldos en el sistema UVR....325
6.6.1. Tasa de corrección monetaria....325

Capítulo 7

Presentación....327
Valor presente neto (VPN)....327
7.1. Introducción....329
7.2. Definición....330
7.3. Índice del VPN para un solo proyecto....331
7.4. Índice de VPN para dos o más proyectos....333
7.5. Costo capitalizado....338
7.6. Evaluación de un proyecto después de impuestos....339
7.7. Ejercicios propuestos....345

Capítulo 8
Presentación....................349
Costo anual uniforme equivalente (CAUE) 349
8.1. Introducción 350
8.2. Definición.................... 350
8.3. Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE).................... 351
8.4. Cálculo del CAUE 351
8.5. El CAUE neto.................... 353
8.6. El CAUE en la selección de alternativas 356
8.7. Ejercicio propuesto.................... 359

Capítulo 9
Presentación....................361
Tasa Interna De Retorno (TIR) 361
9.1. Introducción.................... 362
9.2. La tasa interna de retorno 362
9.3. Cálculo de la TIR 364
9.4. Aplicaciones de la TIR en la selección dealternativas.................... 369
9.5. Tasa de rentabilidad verdadera 372
9.6. Ejercicios propuestos 375

Capítulo 10
Presentación....................381
Normas Internacionales de Contabilidad (NIC) y Normas Internacionales de Información Financiera (NIIF) 381
10.1. Introducción 382
10.2. Ámbito de aplicación y definiciones.................... 383
10.3. Criterios de valoración 384
10.3.1. Costo histórico.................... 384
10.3.1.1. Costo histórico o costo de un activo.................... 384
10.3.1.2. Costo histórico o costo de un pasivo 385
10.3.2. Valor razonable.................... 387
10.3.3. Valor neto realizable.................... 389
10.3.4. Valor actual 390
10.3.5. Valor en uso 391
10.3.6. Costos de venta.................... 392
10.3.7. Costo amortizado.................... 393
10.3.8. Costos de transacción atribuibles a un activo o pasivo financiero.................... 397
10.3.9. Valor contable o en libros.................... 399
10.3.10. Valor residual 400
10.4. Ejercicios propuestos.................... 402

Capítulo 11

Presentación 407
Instrumentos financieros: presentación, reconocimiento y medición 410
11.1. Definición 410
11.2. Ámbito de aplicación 411
11.3. Criterios de reconocimiento 412
11.3.1. Contenido de las diferentes categorías de activos financieros 413
11.3.2. Deterioro de un activo financiero 416
11.4. Valoración de los instrumentos financieros según las NIIF 418
11.4.1. Valoración de activos financieros 419
11.4.2. Valoración de pasivos financieros 419
11.4.3. Valoración con costo amortizado 419
11.5. Instrumentos financieros: información a revelar 441
11.5.1. Activos o pasivos financieros a valor razonable con cambios en resultados 442
11.5.2. Baja en cuentas 443
11.5.3. Garantías 443
11.5.4. Estado de resultados 444
11.6. Otra información para revelar 444
11.6.1. Políticas contables 444
11.6.1.1. Contabilidad de coberturas 445
11.6.1.2. Valor razonable 445
11.6.2. Riesgos procedentes de los instrumentos financieros 445
11.6.2.1. Tipos del riesgo de mercado 445
11.6.3. Tipos de información suministrada 445
11.6.4. Riesgo de crédito 446
11.6.5. Activos financieros en mora o deteriorados 447
11.6.6. Riesgo de liquidez 447
11.6.7. Riesgo de mercado 447
11.7. Criterios de valoración de las diferentes categorías de activos financieros 448
11.7.1. Préstamos y partidas a cobrar 448
11.7.1.1. Valoración inicial 448
11.7.1.2. Valoración posterior 448
11.7.1.3. Deterioro del valor 448

Referencia bibliográficas 463

Prefacio

La tercera edición del libro *Matemáticas financieras con aplicaciones a las ciencias económicas, administrativas, contables, financieras y a las ingenierías* tiene como propósito constituirse en un libro de consulta permanente, ya que, como se pudo apreciar en las dos ediciones anteriores, el texto le proporciona a los estudiantes una exposición de todos los conceptos básicos inherentes al tratamiento de materias tales como álgebra, cálculo, matemáticas financieras, finanzas, administración financiera e ingeniería económica, entre otras; por lo tanto, en esta tercera edición, se está tomando en cuenta la globalización de la economía debido a que esta ha adquirido una importancia relevante, en razón a que todas las transacciones en general se realizan a través del uso del dinero. Es por esto que la pretensión de este texto es facilitar la metodología más adecuada para el eficiente manejo de dicho recurso de manera que se convierta en un generador permanente de altos beneficios y aprovechar su máxima utilidad; por lo tanto, es importante vislumbrar de manera clara cómo el dinero gana o pierde o cambia de valor en el tiempo, ello debido a fenómenos económicos como la inflación y devaluación, situación que se convierte en relevante en cuanto al uso y empleo con claridad y precisión de los conceptos de las matemáticas financieras.

Esta tercera edición busca servir de complemento a cualquier libro de matemáticas financieras tradicional, pero con un componente fundamental que solo lo pueden otorgar las Normas Internacionales de Información Financiera (NIIF) y las Normas Internacionales de Contabilidad (NIC), debido a que todo su contenido ha sido diseñado con base en ejercicios que se fundamentan en las NIIF para que sea de actualidad permanente; además, está concebido de manera tal que cualquier persona que tenga algunos conocimientos elementales de las matemáticas, la contabilidad, los costos y las finanzas podrá entender su contenido y aplicarlo en la solución de problemas financieros de la vida cotidiana de las organizaciones empresariales, sea cual sea el tamaño de estas.

Cabe anotar que, como texto de consulta, brinda a los economistas, contadores, administradores financieros, gerentes o administradores en general de grandes, medianas o pequeñas empresas el apoyo y los conocimientos necesarios para que puedan ellos ayudar a maximizar los valores de sus empresas mejorando las decisiones en áreas tan importantes como el manejo de los costos, las finanzas, el presupuesto de capital, la elección de la estructura de capital, al igual que la eficiente administración del capital de trabajo y el manejo idóneo del endeudamiento, todo ello con base en las Normas Internacionales del Información Financiera (NIIF).

No obstante, es preciso hacer alusión a que los procedimientos que exigen las Normas Internacionales de Información Financiera (NIIF) se aplican conforme a una serie de conceptos de matemáticas financieras tales como: valor presente neto y valor futuro, series uniformes, tasas de interés, valoración de acciones y valoración de bonos, entre otros; es por eso que nace la necesidad de desarrollar un texto que presente los conceptos de matemáticas financieras aplicando para ello todos los temas de las Normas Internacionales de Contabilidad (NIC) y de las Normas Internacionales de Información Financiera (NIIF).

Capítulo 1

Aplicaciones de las ecuaciones a la administración financiera y a la contabilidad de costos

En la mayor parte de los casos, para resolver los problemas de la práctica es necesario traducir las relaciones que se plantean en los problemas a símbolos matemáticos. A esto se le denomina *modelación*. Los siguientes ejemplos ilustran las técnicas y conceptos elementales. Es necesario examinar cada uno de ellos de forma cuidadosa antes de pasar a los ejercicios.

En el primer ejemplo, se hace referencia a algunos términos de la administración relacionados con las empresas industriales. **Los costos fijos** (o gastos generales) son la suma de todos los costos que son independientes al hecho de que exista producción o no. Por otra parte, **los costos variables** son la suma de todos los costos que dependen del nivel de producción y están vinculados de manera directa a esta, tales como mano de obra, materia prima y los costos indirectos de fabricación (CIF) que estén relacionados directamente con la producción o manufactura. **Los costos totales** son la suma de los costos variables y los fijos:

$$\textbf{Costo Total} = \textbf{Costos Variables Totales} + \textbf{Costos fijos totales} \qquad \textbf{(1.1)}$$

También podemos representarlo de la siguiente manera:

$$\textbf{Costo Total} = \textbf{Costos Variables Totales} + \textbf{Costos fijos totales}$$

Lo que nos lleva a establecer que, para hallar el costo unitario del bien o servicio producido o prestado, es igual a:

$$\textbf{Costo Unitario} = \textbf{Costo Variable Unitario} + \left(\frac{\textbf{Costos fijos totales}}{\textbf{Unidades poducidas}}\right) \qquad \textbf{(1.2)}$$

Nota: es necesario tener en cuenta que las unidades producidas las identificaremos con la letra Q, tanto mayúscula como minúscula (q).

Los **ingresos totales** son el efectivo que el fabricante recibe por la venta de su producción. Están dados por:

$$\textbf{Ingreso Total} = (\textbf{Precio por unidad}) \textbf{ x } (\textbf{Número de unidades vendidas}) \quad \textbf{(1.3)}$$

Las **utilidades** son los ingresos totales menos los costos totales:

$$\textbf{Utilidad} = \textbf{Ingreso Total} - \textbf{Costos Totales} \qquad \textbf{(1.4)}$$

Ahora veremos las aplicaciones de las fórmulas propuestas:

Ejemplo 1.1. Una empresa fabrica celulares de última generación. Cada uno de estos celulares tiene costos variables de \$60 u.m. (unidades monetarias) por unidad y costos fijos de \$800.000 u.m. Cada unidad tiene un precio de venta de \$100 u.m. Determine el número de unidades que deben venderse para que la compañía obtenga utilidades de \$215.000 u.m.

Sea q el número de unidades que deben ser vendidas (en muchos problemas, q representa una cantidad), entonces, los costos variables son 60q. Por lo tanto, los costos totales para el caso son 60q + 800.000. Los ingresos totales por la venta de q en unidades son 100q. Y dado que:

$$\text{Utilidad} = \text{Ingreso Total} - \text{Costos Totales}$$

El modelo para el problema es:

$$215.000 = 100q - (60q + 800.000)$$

Que da como resultado:

$$\begin{gathered} 215.000 = 100q - 60q - 800.000 \\ 1.015.000 = 40q \\ 25.375 = q \end{gathered}$$

Así que es necesario vender 25.375 celulares a un precio de \$100 para obtener utilidades de \$215.000.

Demostración:

Ventas	(25.375 unidades a US $100 c/u)	$2.537.500
Menos Costos Variables	(25.375 unidades a US $60 c/u)	($1.522.500)
Menos Costos Fijos		($ 800.000)
Utilidad Bruta en Ventas		**$ 215.000**

Ejemplo 1.2. La compañía de confecciones Belinda fabrica ropa deportiva para dama y está planeando vender su nueva línea de sudaderas a tiendas que venden al menudeo. Los costos para el detallista serían de $36.000 por unidad. Para conveniencia del detallista, el fabricante anexará una etiqueta de precio a cada sudadera. ¿Qué cantidad se debe imprimir en la etiqueta para que el comerciante pueda reducir su precio en un 20 % en una oferta promocional y obtener utilidades del 25 % sobre los costos?

Aquí se usa la siguiente relación:

$$\textbf{Precio venta} = \textbf{Costo Total} + \textbf{Porcentaje de Utilidad} \times (\textbf{Costo Total})$$

Lo que se traduce en:

$$\boldsymbol{PVU = CTU(1 + UT\%)} \qquad \textbf{(1.5)}$$

Donde:

PVU = Precio de Venta Unitario
CTU = Costo Total Unitario
UT% = Porcentaje de Utilidad

Pero cuando se trata de calcular el precio para colocarlo en una etiqueta, de manera que el comerciante puede reducir su precio mediante un descuento promocional, se utiliza la siguiente relación:

$$\boldsymbol{PVU - \%DPVU = CTU(1 + UT\%)} \qquad \textbf{(1.6)}$$

Sea p el precio marcado en la etiqueta, por sudadera, en pesos. Durante la oferta, el detallista recibe P – 0,20p. Esto debe ser igual al costo de $36.000, más las utilidades del (0,25) (36.000). Por ello:

$$\text{Precio de Venta} = \text{Costo por unidad} + \text{Utilidad}$$

$$\begin{aligned} \text{P} - 0{,}20\text{p} &= 36.000 + (0{,}25)(36.000) \\ 0{,}80\text{p} &= 45.000 \\ \text{p} &= 56.250 \end{aligned}$$

Desde un punto de vista práctico, la compañía debe imprimir en cada etiqueta de precio de las sudaderas un valor de $56.250.

Demostración:

Ventas	(1 sudadera)	$56.250
Menos Descuentos en Ventas	(56.250 x 0.20)	$11.250
Venta Neta		$45.000
Menos Costos Totales de Compra	(1 sudadera)	$36.000
Utilidad Bruta en Ventas		**$ 9.000**

Rentabilidad = Utilidad / Costos Totales = 9.000 / 36.000 = 0,25 x 100 = 25 %

Ejemplo 1.3. Un inversionista colombiano invirtió un total de $10.000.000 en dos empresas, A y B. Al final del primer año, ambas empresas (A y B) produjeron rendimientos del 6 % y del 5,75 %, respectivamente, sobre las inversiones originales. Se requiere establecer, ¿cómo se atribuyó la cantidad original si el total que se ganó fue de $584.188,75?

Sea x la cantidad en pesos que fue necesario invertir al 6 % EA. Entonces, $10.000.000 – x se invirtieron al 5,75 %. EA. El interés (I) que se ganó fue de (0,06) y (0,0575) (10.000.000 – x), que hace un total de 584.188,75. Por lo tanto, en este caso se hará uso de la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{ia * X + ib(I - X) = UT} \tag{1.7}$$

$$(0{,}06)\mathrm{x} + (0{,}0575)(10.000.000 - \mathrm{x}) = 584.188{,}75$$
$$0{,}06\mathrm{x} + 575.000 - 0{,}0575\mathrm{x} = 584.188{,}75$$
$$0{,}0025\mathrm{x} = 9.188{,}75$$
$$\mathrm{x} = 3.675.500$$

De manera que se invirtieron $3.675.500 al 6 % y $10.000.000 – $3.675.500 = $6.324.500 al 5,75 %.

Demostración:

Ingresos Financieros Inversión A ($3.675.000 x 0,06)	= $220.530
Ingresos Financieros Inversión B ($6.324.500 x 0,0575)	= $363.658,75
TOTAL RENDIMIENTOS OBTENIDOS	**$584.188,75**

Ejemplo 1.4. La junta directiva de una compañía en su reunión anual de administración decidió amortizar parte de sus bonos en dos años. En ese momento, se requerirían $1.210.000. Supóngase que en el presente se destina $1.000.000. ¿A

qué tasa de interés compuesto anual tendrá que invertirse esa cantidad para que su valor futuro sea suficiente para redimir los bonos?

Sea r la tasa de interés anual que se requiere. Al final del primer año, la cantidad acumulada será de $1.000.000 más los intereses, que resultan de $1.000.000 * r, lo que dará un total de:

$$1.000.000 + 1.000.000r = 1.000.000(1 + r)$$

Con el interés compuesto, al final del segundo año la cantidad acumulada será de 1.000.000(1 + r), más los intereses sobre esta cantidad, que serán de [1.000.000(1 + r)]r. Por tanto, el valor total al final del segundo año será de 1.000.000(1 + r) + 1.000.000(1 + r)r. Esta cantidad debe ser igual a $1.102.500:

$$1.000.000(1 + r) + 1.000.000(1 + r)r = 1.210.000$$

Dado que 1.000.000(1+r) es factor común de los términos del lado izquierdo, se tiene que:

$$1.000.000(1 + r) + 1.000.000(1 + r)r = 1.210.000$$

$$1.000.000(1 + r)(1 + r) = 1.210.000$$

$$1.000.000(1 + r) \wedge 2 = 1.210.000$$

$$(1 + r)^2 = \frac{1.210.000}{1.000.000} = \frac{12.100}{10.000} = \frac{484}{400}$$

$$1 + r = \pm\sqrt{\frac{484}{400}} = \pm\frac{22}{20}$$

$$r = -1 \pm \frac{22}{20}$$

Por ello, $r = -1 + \left(\frac{22}{20}\right) = 0{,}10$ o bien $r = -1 - \left(\frac{22}{20}\right) = -2{,}10$. Aunque 0,10 y –2,10 son raíces de la ecuación **(1)** , se rechaza –2,10, puesto que se desea que r sea positiva. De ahí que r = 0,10 y, por lo tanto, la tasa que se desea es del 10 % EA.

Existen algunas ocasiones donde es posible que haya más de una forma de modelar un problema planteado en términos verbales, tal como se muestra en el ejemplo 1.5.

Ejemplo 1.5. La inmobiliaria Los Desposeídos es propietaria de un conjunto de apartamentos; el conjunto consta con 70 de ellos, los cuales se pueden arrendar por $250 u.m. al mes (cada uno). Sin embargo, por cada $10 que se aumenten en el valor del arrendamiento de cada mes, se tendrán dos apartamentos desocupados sin posibilidad de alquilarlos. La empresa desea obtener $17.980 de ingresos mensuales con las rentas. ¿Cuánto debe cobrar por el alquiler de cada apartamento?

Método I. Supóngase que r es la renta (u.m.) que se cobrará por apartamento. Con esto, el aumento sobre el nivel de $250 es r – 250. Así que el número de aumentos de $10 será de $r = \frac{250}{10}$. Puesto que cada aumento de $10 da como resultado dos apartamentos desocupados, el número total de estos será $2(r - \frac{250}{10})$.

En consecuencia, el número total de apartamentos rentados será $70 - 2(r - \frac{250}{10})$. Puesto que Renta Total = (Renta por Apartamento) (Número de Apartamentos Rentados), se tiene que:

$$17.980 = r[70 - 2\left(r - \frac{250}{10}\right)]$$

$$17.980 = r[70 - r - \frac{250}{5}]$$

$$17.980 = r[\frac{350 - r + 250}{5}]$$

$$89.900 = r[600 - r]$$

Así que:

$$r^2 - 600 + 89.900 = 0$$

Por la fórmula cuadrática,

$$r = \frac{600 \pm \sqrt{(-600^2) - 4(1)(89.900)}}{2(1)}$$

$$r = \frac{600 \pm \sqrt{400}}{2} = \frac{600 \pm 20}{2} = 300 \pm 10$$

La renta de cada apartamento debe ser \$310 o \$290.

Ejemplo 1.6. Una empresa fabrica un bolso de cuero sintético que tiene costos variables de \$50.000 por unidad y costos fijos totales de \$800.000. Cada unidad tiene un precio de venta de \$100.000 Determine el número de unidades que deben venderse para que la compañía obtenga utilidades de \$850.000.

Solución:

Sea q el número de unidades que deben ser vendidas (en muchos problemas, q representa una cantidad), entonces, los costos variables (en pesos) son 50.000q. Por lo tanto, los costos totales para el caso son 50.000q + 800.000. Los ingresos totales por la venta de q en unidades son 100.000q. Y dado que:

$$\boldsymbol{Utilidad = Ingresos\,Totales - Costos\,Totales} \qquad \textbf{(1.8)}$$

El modelo para el problema es:

$$850.000 = 100.000q - (50.000q + 800.000)$$

Que da como resultado:

$$850.000 = 100.000q - 50.000q - 800.000$$
$$1.650.000 = 50.000q$$
$$33 = q$$

Así que es necesario vender 33 unidades a un precio de \$100.000 para obtener utilidades de \$850.000.

Demostración:

Ventas	(33 unidades a \$100.000 c/u)	\$3.300.000
Menos Costos Variables	(33 unidades a \$50.000 c/u)	(\$1.650.000)
Menos Costos Fijos		(\$ 800.000)
Utilidad Bruta en Ventas		**\$ 850.000**

Ejemplo 1.7. La compañía Confecciones CHOI S.A.S. fabrica tapabocas (mascarillas contra el COVID-19) y está planeando vender su nueva línea de Mascarillas NP-95 a tiendas que venden al menudeo cajas en presentación de 30 unidades c/u. Los costos para el detallista serían de \$33.000 por caja. Para conveniencia del detallista, el fabricante anexará una etiqueta de precio a cada caja. ¿Qué cantidad se debe imprimir en la etiqueta para que el comerciante pueda reducir

su precio en un 20 % en una oferta promocional y obtener utilidades del 15 % sobre los costos?

Aquí se usa la siguiente relación:

$$\text{Precios por Venta} = \text{Costo por caja} + \text{Utilidad por conjunto}$$

Sea p el precio marcado en la etiqueta, por caja de 30 unidades c/u, en pesos. Durante la oferta, el detallista recibe P - 0,2P. Esto debe ser igual al costo, de $33.000, más las utilidades, (0,15)(33.000) Por ello:

$$\text{Precio de Venta} = \text{Costo} + \text{Utilidades}$$

$$PVU - 0{,}2PVU = 33.000 + (0{,}15)(33.000)$$
$$0{,}80PVU = 37.950$$
$$PVU = 47.437{,}50$$

Ejemplo 1.8. Un inversionista europeo invirtió un total de 100.000 u.m. en dos empresas, A y B. Al final del primer año, A y B produjeron rendimientos del 6 % y del 5,75 %, respectivamente, sobre las inversiones originales. ¿Cómo se atribuyó la cantidad original si el total que se ganó fue de 5.887,50 u.m.?

Sea x la cantidad (u.m.) que se invirtió al 6 % EA. Entonces 100.000 – x se invirtieron al 5,75 % EA. El interés q que se ganó fue de (0,06) y (0,0575) (100.000 – x), que hace un total de 5.887,50.

Por lo tanto:

$$(0{,}06)X + (0{,}0575 - X) = 5.887{,}50$$
$$0{,}06X + 5.750 - 0{,}0575X = 5.887{,}50$$
$$0{,}0025X = 137{,}50$$
$$X = 55.000$$

De manera que se invirtieron $55.000 al 6 % y $100.000 – $55.000 = $45.000 al 5,75 %.

Demostración:

Ingresos Financieros Inversión A ($55.000 x 0,06)	= $3.300,00
Ingresos Financieros Inversión B ($45.000 x 0,0575)	= $2.587,50
TOTAL RENDIMIENTOS OBTENIDOS	**$5.887,50**

1.1. Ejercicios propuestos

1. Una compañía del sector industrial fabrica un producto que tiene costos variables de $80.000 por unidad. Si los costos fijos son de $800.000.000 y se vende cada unidad en $150.000, ¿cuántas unidades deben venderse para que la compañía obtenga utilidades de $1.156.500.000?

   Respuesta: 27.950 unidades.

2. Una persona invirtió $120.000, una parte a una tasa de interés del 6 % anual y el resto al 7 % anual. El total de intereses ganados al final del primer año fue equivalente a una tasa anual del 6,75 % sobre el total de los $120.000. ¿Cuánto invirtió según cada tasa de interés?

   Respuesta: Inversión al 6 % fue de $30.000 inversión al 7 % fue de $90.000.

3. Los administradores de una compañía desean saber el total de unidades que deben venderse para que la firma obtenga utilidades de $100.000.000. Para ello, nos suministran la siguiente información: precio unitario de ventas, $20.000; costos variables por unidad, $15.000; costos fijos totales, $600.000.000. Determínense las ventas que se requieren, en unidades, para lograr las utilidades propuestas.

   Respuesta: 140.000 unidades.

4. Una compañía del sector manufacturero produce solo un producto que tiene costos variables de $180.000 por unidad. Si los costos fijos son de $650.000.000 y se vende cada unidad por valor de $380.000, ¿cuántas unidades deben venderse para que la compañía obtenga utilidades de $750.000.000?

   Respuesta: 7.000 unidades.

5. La fábrica deportiva El Gran Fiasco produce ropa deportiva para caballeros y está planeando vender su nueva línea de pantalonetas a tiendas que venden al menudeo. Los costos para el detallista serían de $78.525 por cada pantaloneta. Para conveniencia del detallista, el fabricante anexará una etiqueta de precio a cada pantaloneta. ¿Qué cantidad se debe imprimir en la etiqueta para que el comerciante pueda reducir su precio en un 30 % en una oferta promocional y obtener utilidades del 25 % sobre los costos?

   Respuesta: $136.100 pesos.

6. Los inversionistas Patricio Pérez y Gumercindo García, originarios del Perú, desean invertir USD 5.000.000 en dos empresas colombianas, de manera

que sus utilidades totales sean de USD 344.500 al año. Una compañía recibe el 7,15 % anual y la otra recibe el 6,75 % anual. ¿Cuánto deben invertir en cada una de estas empresas?

Respuesta: $1.750.000 al 7,15 % y $3.250.000 al 6,75 %.

7. Un inversionista colombiano invirtió un total de $150.000.000 en dos empresas, A y B. Al final del primer año, A y B produjeron rendimientos del 5,5 % y del 475 %, respectivamente, sobre las inversiones originales. ¿Cómo se atribuyó la cantidad original si el total que se ganó fue de $7.630.014,38?

   Respuesta: $67.335.250 al 5,5 % y $82.664.750 al 4,75 %.

8. El costo total de un producto es de $3.400 para el vendedor al menudeo. Si este desea obtener utilidades del 20 % sobre el precio de venta, ¿a qué precio deberá vender el producto?

   Respuesta:$4.080.

9. El administrador de la compañía El Ilusionista desea saber el total de unidades que deben venderse para que la compañía obtenga utilidades de $450.000 u.m. Se tienen disponibles los siguientes datos: precio unitario de ventas, $34 u.m.; costos variables por unidad, $14 u.m.; costos fijos totales, $825.000 u.m. Determínense las ventas que se requieren, en unidades, para lograr las utilidades propuestas.

   Respuesta: 63.750 unidades.

10. Una familia invirtió $420.000 u.m., una parte a una tasa de interés del 6 % anual y el resto al 7 % anual. El total de intereses ganados al final del primer año fue equivalente a una tasa anual del 6,75 % sobre el total de los $420.000 u.m. ¿Cuánto invirtió según cada tasa de interés?

    Respuesta: $105.000 al 6,00 % y $315.000 al 7,00 %.

11. La compañía La Exhibicionista dedicada al sector industrial fabrica un producto que tiene costos variables de $37,50 por unidad. Si los costos fijos son de $1.250.000 y se vende cada unidad en $69,50, ¿cuántas unidades deben venderse para que la compañía obtenga utilidades de $1.500.000?

    Respuesta: 85.938 unidades.

12. El costo total de un producto es de $33.500 para el vendedor al menudeo. Si este desea obtener utilidades del 49 % sobre el precio de venta, ¿a qué precio deberá vender el producto?

    Respuesta: $49.915.

1.2. Aplicaciones de las matemáticas básicas a las finanzas empresariales

Antes de iniciar con la explicación de las desigualdades y ecuaciones lineales, haremos un repaso por la matemática básica, con el fin de recordar algunos temas de mucho interés y de aplicación a la solución de problemas financieros, a saber:

- Razones aritméticas y geométricas
- Proporciones
- Regla de tres simple directa
- Regla de tres compuesta
- Manejo del porcentaje (%)

1.2.1. Razones aritméticas y geométricas

Corresponden a la comparación entre dos cantidades o valores y pueden ser:

Razones aritméticas: cuando se trata de la diferencia entre dos cantidades de la misma especie y es con el fin de saber en cuánto excede una de la otra. $\mathrm{Ra} = \mathrm{a} - \mathrm{b} => 500 - 300 = 100.$.

Razones geométricas: es el cociente entre dos cantidades de la misma especie.

Corresponde a establecer las veces que una cantidad contiene a la otra: $Rg = \frac{a}{b} => \frac{500}{250} = 2{,}0$, es decir, que \$250 esté contenido dos veces en \$500.

1.2.2. Proporciones

Una proporción se define como una igualdad entre dos razones y aparece frecuentemente representada en notación fraccionaria.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

Para resolver una proporción, debemos multiplicar cruzado para formar una ecuación.

Es decir, que para este ejemplo procedemos así:

$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ Tenemos $2 \text{ x } 15 = 6 \text{ x } 5 => 30 = 30$.

Es preciso mencionar que las proporciones expresan igualdades.

Ejemplo 1.9. Cuál es el valor de X en la siguiente proporción de igualdad.

$$\frac{2}{x} = \frac{8}{16}$$

Ahora, se multiplica cruzado: $2 \times 16 = 8 \times X \Rightarrow \frac{32}{8} = X$

Entonces, tenemos que X=4, por lo tanto, la proporción de igualdad quedaría así: $\frac{2}{4} = \frac{8}{16}$

Ejemplo 1.10. Pedro va al Fruver y le pregunta al dependiente que cuánto debe pagar por 100 naranjas si la docena se consigue por la suma de $3.000.

$$\frac{12}{100} = \frac{3.000}{X} \Rightarrow 12 * X = 3.000 * 100.\ \text{Entonces, } 12 * X = 3.000 * 100$$

1.2.3. Regla de tres simple directa

La regla de tres directa es un procedimiento para calcular el valor de una cantidad comparándola con otras tres o más cantidades conocidas.

Ejemplo 1.11. Si Julio tiene una Fruver y un cliente le pregunta por el precio de 10 kilos de mango y él dice que valen $36.500 y llega otro cliente y le pregunta que cuánto valen 32 kilos de mango, ¿qué valor debe darle Julio a este nuevo cliente?

Kilos	Precio
10	$36.500
32	X

La regla de tres directa se aplicará cuando entre las magnitudes se establecen las relaciones:

A más $\longrightarrow$ más.
A menos $\longrightarrow$ menos.

Por lo tanto, se representa así:

$$\frac{10 \longrightarrow 36.500}{32 \longrightarrow \quad ?} \Rightarrow X = \frac{36.500 * 32}{10} = 116.800$$

Es decir, que Julio debe responder que 32 kilos de mango valen la suma de \$116.800.

Ejemplo 1.12. El señor Rogelio es dueño de un torno industrial que fabrica 1.200 resortes en 6 horas. Juan le pregunta que en cuánto tiempo le fabricaría 10.000 resortes.

Resortes	Horas
1.200	6
10.000	X

La regla de tres directa se aplicará cuando entre las magnitudes se establecen las relaciones:

A más $\longrightarrow$ más.
A menos $\longrightarrow$ menos.

Por lo tanto, se representa así:

$$\frac{1.200 \quad 6}{10.000 \quad ?} \Rightarrow X = \frac{6 * 10.000}{1.200} = 50 \text{ horas}$$

Es decir, que Rogelio le debe decir a Juan que se demora 50 horas en fabricarle los 10.000 resortes que necesita.

1.2.3.1. Ejercicios propuestos

1. Isabel desea comprar 15 kg de arroz; si 20 kg cuestan 22.150 pesos, ¿cuánto debe pagar Isabel por los 15 kilos?

Respuesta: \$16.612,50.

2. Juan compró 70 kg de maíz que le costaron \$175.000, pero el desea saber cuánto le costarían 20 kg.

Respuesta: \$50.000.

3. Luis recorre en su bicicleta todos los días 70 kilómetros para llegar a su trabajo y se demora 210 minutos, pero Luis desea cambiar de trabajo, el cual quedaría a 45 kilómetros desde su casa. Luis desea saber cuánto tiempo se ahorrará si decide aceptar el nuevo empleo.

Respuesta: 75 minutos.

4. Fernando participa en una carrera de atletismo para recorrer 400 metros planos y se toma 50 segundo para cruzar la meta; ahora Fernando desea saber en cuánto tiempo puede recorrer 100 metros planos si mantiene el mismo ritmo de velocidad.

Respuesta: 12,5 segundos.

5. Jorge desea adquirir un vehículo que recorre 350 kilómetros con 8,5 galones de gasolina, pero Jorge desea viajar hasta donde su familia los fines de semana y ellos se encuentran radicados a 170 kilómetros de distancia desde donde él vive. ¿Cuántos galones de gasolina gastará Jorge para recorrer esa distancia?

Respuesta: 4,13 galones.

6. La cafetería El Buen Gusto necesita de un kilo y medio de azúcar para endulzar 50 litros de jugo, pero como llegó una excursión de estudiantes, necesita saber cuántos litros de jugo puede endulzar con 765.000 gramos de azúcar.

Respuesta: 25.500 litros.

7. Un camión hace entregas a domicilio y recorre 320 kilómetros en 300 minutos. La supervisora desea saber a cuántos kilómetros por hora viajó el camión.

Respuesta: 64 km/h.

8. Rita, que es enfermera profesional, trabaja 40 horas semanales y recibe la suma de $600.000 por concepto de salario. Rita desea saber cuántas horas semanales debe laborar para poder tener un salario semanal de $750.000.

Respuesta: 50 horas.

9. Roger tiene una motocicleta que recorre semanalmente 450 kilómetros con 7,75 galones de gasolina. Roger desea viajar por el sur de continente americano hasta la Patagonia y deberá recorrer 2.870 kilómetros de distancia que hay desde donde él vive hasta la Patagonia. ¿Cuántos galones de gasolina gastará Roger para recorrer esa distancia?

Respuesta: 49,43 galones.

10. Luisa actualmente nada los 100 metros mariposa en 10,51 minutos. Ella desea saber cuánto tiempo le tomará nadar 400 metros mariposa si mantiene el mismo ritmo de natación.

Respuesta: 42,04 minutos.

1.2.4. Regla de tres compuesta

La regla de tres compuesta representa uno de los casos particulares de las llamadas "reglas de tres", que, en teoría, son aquellas que facilitan la solución de problemas matemáticos en los que existe una relación de proporcionalidad sobre la base de tres datos conocidos y un dato desconocido, el cual se denomina incógnita, y que es el que se debe averiguar para resolver el problema matemático.

El caso más sencillo de "regla de tres" es el de "regla de tres simple directa", que, como se vio anteriormente, es aquel que describe la proporcionalidad directa o positiva entre dos magnitudes y es el que rige muchas situaciones cotidianas: Por ejemplo, si quiero comprar dos pollos, se necesitará el doble de dinero que si solo compráramos un pollo. En otros casos, también hay una relación de proporcionalidad, pero negativa: estas relaciones se ajustan a la "regla de tres simple inversa".

Cabe anotar que, en la llamada "regla de tres compuesta", también existe un dato incógnito, pero los datos conocidos, que, usualmente, son más de tres (por lo general, cinco), permiten resolver esa incógnita. En este tipo de problemas, existen dos relaciones de proporcionalidad a la vez. Lo que se debe hacer en esos casos para calcular el valor desconocido es unificar en una única expresión la relación entre las dos proporcionalidades, lo que implica reducir todo a la expresión unitaria mínima.

Ejemplo 1.13. Si 3 topos en 7 días cavan 18 metros de tierra, ¿cuántos metros cavarán 6 topos en 11 días?

Para resolver este ejemplo, primero tratamos de averiguar cuánto es lo que cava cada topo en un solo día (asumiendo que todos los topos pueden trabajar al mismo ritmo).

Para ello, los 18 metros se dividen entre los 7 días (con eso estamos asumiendo que todos los días son igualmente aptos para el trabajo de los topos) y entre los 3 topos, y se llega así a un valor de "metros por día por topo". Luego basta por multiplicarlo por la cantidad de días y por la cantidad de topos para llegar al resultado buscado. En síntesis, el resultado surgirá de hacer (18 * 6 * 11) / (7 * 3).

Respuesta: 56,57 metros de tierra.

Ejemplo 1.14. Un grupo de 6 amigos se va de vacaciones por 12 días y gastan entre todos la suma de $9.000.000 en alimentación y alojamiento. Una pareja de esposos desea saber cuánto se gastarán ellos si se van de vacaciones por 20 días al mismo lugar y en las mismas condiciones.

Como se puede observar y al igual que en el ejemplo anterior, se debe armar una ecuación con lo que corresponde en cada caso; aquí: ($9.000.000 * 20 días * 2 personas) / (12 días * 6 personas) = $5.000.000.

Respuesta: se gastarán $5.000.000 entre los dos.

1.2.4.1. Ejercicios propuestos

1. Once albañiles pueden hacer una bodega en 20 días, pero después de 8 días de trabajo se retiran 6 albañiles. ¿Qué día entregarán efectivamente la bodega terminada? y ¿cuánto tiempo gastarán en total en hacer la bodega?
   Respuesta:26,4 días. En total, tardarán 26,4 + 8 = 34,4 días.

2. Para hacer una tapia de 40 m^2, 12 obreros han trabajado 6 días a razón de 12 horas diarias. ¿Cuántos días trabajarán 15 obreros a razón de 9 horas diarias para hacer una piscina de 100 m^2 de ancho?
   Respuesta: trabajarán 15 días para hacer la piscina.

3. El restaurante Aliméntate Bien necesita de 192 panes de $10.000 c/u para los desayunos de 40 comensales, durante 24 días. ¿Cuántos panes deberá comprar para alimentar a 65 comensales nuevos durante 80 días?
   Respuesta: es necesario comprar 1.040 panes.

4. Cinco herreros forjan 60 herraduras de hierro en 15 días. Si se desean forjar 150 herraduras en 25 días, ¿cuántos herreros deben ser contratados?
   Respuesta: se deberán contratar 21 herreros con la misma capacidad productiva.

5. Un grupo de 20 trabajadores debe ordeñar 600 vacas en 10 días. Luego de 4 días, se les unen 5 trabajadores doblemente eficientes. ¿Cuántos días tardarán en ordeñar todas las vacas?
   Respuesta: tardarán 8 días en total.

6. Trece caballos en 4 días consumen 30 kg de alimento. ¿Cuántos días podrán alimentarse a 8 caballos con 60 kg de alimento?
   Respuesta:podrán alimentarse a los caballos por 13 días completos.

7. Por un envío de un paquete de 5 kg, desde una ciudad a otra que están distanciadas por 60 km de distancia, la empresa transportadora me ha cobrado $90.000. ¿Cuánto me costará enviar un paquete de 8 kg a 200 km de distancia?
   Respuesta: $48.000.

8. En 9 días, 4 empleados, trabajando 5 horas diarias, han recibido por su trabajo un pago total de $1.200.000. ¿Cuánto ganarán 10 empleados, en 10 días, trabajando 6 horas diarias?

Respuesta: $4.000.000.

9. Por depositar $26.000.000 en un banco me dan de interés al año la suma de $1.400.000. ¿Cuánto dinero me entregarán si depositó $1.000.000 durante el doble de tiempo?

Respuesta: 107.692,31.

10. Seis volquetas remueven 900 m^3 de tierra en 3 horas. ¿Cuánto demorarán 10 volquetas en remover 2.100 m^3 de tierra?

Respuesta: 7 horas.

1.2.5. Manejo del porcentaje (%)

Cuando hablamos de porcentaje, se trata de representar el número de partes que se deben tomar de un número entero que fue dividido en 100 partes iguales. El símbolo es %. Por ejemplo: 25 % representa = 25 / 100 = 0,25, lo cual significa que tomamos 25 unidades de cada 100; 10 % significa que tomamos 10 unidades de cada 100; 35 % significa que tomamos 35 unidades de cada 100, y así sucesivamente.

Es necesario recordar que, para efectuar operaciones de interés, debemos dividir el número porcentual entre 100 para llevarlo a un número decimal, por ejemplo, 25 % / 100 = 0,25, ya que así se facilitan las operaciones financieras en calculadora y, cuando el resultado que obtenemos está en forma decimal, se puede multiplicar por 100, para dejarlo en forma de porcentaje.

Por lo tanto, cuando deseamos obtener el % de una cantidad, esta se multiplicará por la forma decimal del tanto por ciento para obtener el porcentaje. Veamos el siguiente ejemplo: 35 % de 450, entonces multiplicamos 450(0,35) = 157,50.

Hay varias formas de calcularlos:

1. Dado un porcentaje respecto de una unidad.

Ejemplo 1.15. ¿Cuál será el 18 % de 7.250?

Respuesta: 7.250 * 0,18 = 1.305.

2. Dada la cantidad resultante.

Ejemplo 1.16. ¿Qué porcentaje de 24.500 es 1.825? Para conocer el resultado, inicialmente se debe dividir 1.825 / 24.500 = 0,0745 y luego multiplicar por 100 = 7,45 % (0,0745 * 100 = 7,45 %).

Respuesta: 7,45 %.

Como se puede observar, se puede representar el tanto por ciento en forma fraccionaria y en forma decimal, o de decimal a forma fraccionaria o de decimal a tanto por ciento. Veamos:

Forma fraccionaria	**Forma decimal**
3,2 %	3,2 / 100 = 0,032

Conversión de decimal a tanto por ciento:

0,15 (0,15 *100) = 15 %
0,425 (0,425 * 100) = 42,5 %

1.2.5.1. Ejercicios propuestos

1. Este año tuvo 42 días con lluvias. ¿Qué porcentaje del año significa eso?

   Respuesta: 42 / 365 = 0,1151 x 100 = 11,51 %.

2. Si Juan recibe de sueldo el 70 % de lo que recibe Andrés y este recibe la suma de $4.520.500, Entonces, ¿a cuánto asciende el salario de Juan?

   Respuesta: $3.164.350 es el salario de Juan.

3. Rodrigo le presta a Andrea la suma de $2.200.000 y le cobra el 3,5 % de interés. ¿Cuánto debe devolverle Andrea a Rodrigo en un mes?

   Respuesta: $2.277.000.

4. Paco es un prestamista y siempre cobra el 10 % de interés mensual; su hermana le solicita un préstamo por valor de $5.000.000 y al mes le devuelve $5.125.000 para cubrir la deuda y los intereses. ¿Qué porcentaje de interés le cobró Paco a su hermana?

   Respuesta: 2,5 % le cobró de interés.

5. Gerardo desea saber qué porcentaje le toca pagar de una deuda que contrajo su mamá por valor de $14.250.700. Si a él le toca pagar la suma de $4.161.204,40 del total de la deuda, ¿qué porcentaje le tocó pagar a Gerardo de la deuda de su mamá?

   Respuesta: 29,2 %.

1.3. Aplicaciones del cálculo a las operaciones financieras

Una desigualdad es un planteamiento que establece que un número es menor que otro.

Por supuesto, se representan las desigualdades por medio de símbolos de desigualdad. Si en dos desigualdades sus símbolos apuntan en la misma dirección, entonces se dice que las desigualdades tienen el mismo sentido.

Si no es así, se dice que tienen sentidos opuestos, o que una tiene el sentido inverso de la otra. Por lo tanto, $a < b$ y $c < d$ tienen el mismo sentido, pero $a < b$ tiene el sentido opuesto a $c > d$.

Resolver una desigualdad, como $2(x-3) < 4$, significa encontrar todos los valores para los cuales la desigualdad se verifica. Esto implica utilizar ciertas reglas que se enuncian enseguida.

1. Si se suma o se resta el mismo número en ambos lados de una desigualdad, la desigualdad resultante tiene el mismo sentido que la original. En términos simbólicos,

   si $a < b$, entonces $a + c < b + c$ y $a - c < b - c$.

   Por ejemplo, $7 < 10$ y $7 + 3 < 10 + 3$

2. Si se multiplican o se dividen ambos lados de una desigualdad por el mismo número **positivo**, la desigualdad resultante tiene el mismo sentido que la desigualdad original. En términos simbólicos,

   si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$ y $a/b < b/c$.

   Por ejemplo, puesto que $3 < 7$ y $2 > 0$, entonces $3(2) < 7(2)$.
   También $3/2 < 7/2$.

3. Si se multiplican o se dividen ambos lados de una desigualdad por el mismo número **negativo**, entonces la desigualdad resultante tiene un sentido **opuesto** a la desigualdad original. Simbólicamente,

   si $a < b$ y $c > 0$, entonces $a(-c) > b(-c)$ y $a/(-c) > b/(-c)$.

   Por ejemplo, $a < 7$, pero $4(-2) > 7(-2)$. También $4/(-2) > 7/(-2)$.