

}essentials{

Klaus Fritzsche

**Komplexe  
Mannigfaltigkeiten**



Springer Spektrum

---

**essentials**

*Essentials* liefern aktuelles Wissen in konzentrierter Form. Die Essenz dessen, worauf es als „State-of-the-Art“ in der gegenwärtigen Fachdiskussion oder in der Praxis ankommt. *Essentials* informieren schnell, unkompliziert und verständlich

- als Einführung in ein aktuelles Thema aus Ihrem Fachgebiet
- als Einstieg in ein für Sie noch unbekanntes Themenfeld
- als Einblick, um zum Thema mitreden zu können

Die Bücher in elektronischer und gedruckter Form bringen das Fachwissen von Springerautor\*innen kompakt zur Darstellung. Sie sind besonders für die Nutzung als eBook auf Tablet-PCs, eBook-Readern und Smartphones geeignet. *Essentials* sind Wissensbausteine aus den Wirtschafts-, Sozial- und Geisteswissenschaften, aus Technik und Naturwissenschaften sowie aus Medizin, Psychologie und Gesundheitsberufen. Von renommierten Autor\*innen aller Springer-Verlagsmarken.

---

Klaus Fritzsche

# Komplexe Mannigfaltigkeiten

 Springer Spektrum

Klaus Fritzsche  
Bergische Universität Wuppertal  
Wuppertal  
Nordrhein-Westfalen, Deutschland

ISSN 2197-6708

ISSN 2197-6716 (electronic)

essentials

ISBN 978-3-662-69134-2

ISBN 978-3-662-69135-9 (eBook)

<https://doi.org/10.1007/978-3-662-69135-9>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <https://portal.dnb.de> abrufbar.

© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert an Springer-Verlag GmbH, DE, ein Teil von Springer Nature 2024

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Andreas Ruedinger

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Das Papier dieses Produkts ist recycelbar.

---

## Was Sie in diesem *essential* finden können

- Im ersten Kapitel eine komprimierte Einführung in die Funktionentheorie von mehreren komplexen Veränderlichen, also grundlegende Sätze über holomorphe Funktionen (Identitätssatz, Maximumprinzip, Potenzreihenentwicklung, Cauchy-Riemann-Theorie, Riemannsche Hebbarkeitssätze und Sätze über inverse Abbildungen und implizite Funktionen), wobei die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zur klassischen Funktionentheorie und zur Analysis von mehreren reellen Variablen herausgearbeitet werden. Beweise werden dabei häufig nur angedeutet.
- Im zweiten Kapitel werden zunächst die grundlegenden Begriffe und Sätze aus der Theorie der komplexen Mannigfaltigkeiten besprochen, wobei nun Potenzreihen durch die Technik der Garben und Funktionskeime ersetzt werden müssen.
- Ein wichtiges Hilfsmittel ist die Linearisierung, die in Gestalt von tangentialen Strukturen und Vektorbündeln vorgenommen wird.
- Zahlreiche Beispiele liefern Liegruppen und Quotientenmannigfaltigkeiten, wie etwa Tori und projektive Räume.
- Es wird gezeigt, dass es auf kompakten komplexen Mannigfaltigkeiten keine nicht-konstanten globalen holomorphen Funktionen gibt, und als Kontrast dazu lernt man die Steinschen Mannigfaltigkeiten kennen, die sehr reich an Funktionen sind.
- Einen abschließenden Höhepunkt bilden die projektiv-algebraischen Mannigfaltigkeiten, mit denen der Brückenschlag zur Algebraischen Geometrie gelingt. Zu den Beispielen gehört der Hopf'sche  $\sigma$ -Prozess, bei dem ein projektiver Raum in eine vorhandene Mannigfaltigkeit eingesetzt wird.