

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ

МАНГА

БАЙЕСОВСКАЯ СТАТИСТИКА

Такахаси Макото
Уэдзи Юхо



OHM
Ohmsha

DMK
издательство

Занимательная манга

Байесовская статистика

マンガでわかる

ベイズ統計学

高橋 信／著

上地 優歩／作画

ウェルテ／制作




Ohmsha

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ МАНГА

.....

БАЙЕСОВСКАЯ СТАТИСТИКА

Такахаси Макото

Художник Уэдзи Юхо

Перевод

С. Л. Плехановой



ДМК
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Москва
ДМК Пресс, 2021

УДК 004.021
ББК 32.973.3
М16

Макото Т.

М16 Байесовская статистика / Такахаси Макото (автор), Уэдзи Юхо (худ.); пер. с яп. С. Л. Плехановой. — М.: ДМК Пресс, 2021. — 228 с. : ил. — (Серия «Образовательная манга»). — Доп. тит. л. яп.

ISBN 978-5-97060-895-1

Нанами Конно предстоит использовать байесовскую статистику в своей работе – с этой целью она записывается на университетский курс. Вместе со своим однокурсником Ямабуки она узнает, чем байесовская статистика отличается от традиционной, как в ней понимается вероятность, что такое функция правдоподобия и как формулируется теорема Байеса. В заключительных главах рассматриваются методы Монте-Карло для цепей Маркова.

Для объяснения теории в манге используются забавные, хорошо запоминающиеся примеры; по мере усложнения материала вводится больше табличных данных и формул. Вниманию читателя предлагается множество практических задач с подробным объяснением решений.

Издание будет полезно студентам технических вузов, специалистам по программированию и всем, кто интересуется математическим анализом и расчётом вероятности событий.

УДК 004.021
ББК 32.973.3

Manga de Wakaru Beisu Tokei-Gaku (The Manga Guide to Bayesian statistics)

by Shin Takahashi, Yoho Yeji

Published by Ohmsha, Ltd. through Japan UNI Agency

Russian language edition copyright © 2021 by DMK Press

Все права защищены. Никакая часть этого издания не может быть воспроизведена в любой форме или любыми средствами, электронными или механическими, включая фотографирование, ксерокопирование или иные средства копирования или сохранения информации, без письменного разрешения издательства.

ISBN 978-4-274-22135-4 (яп.)

Copyright © 2018 by Shin Takahashi and
Office sawa, Ltd.

ISBN 978-5-97060-895-1 (рус.)

© Издание, перевод, ДМК Пресс, 2021

ПРЕДИСЛОВИЕ

Как и следует из названия данной книги, она посвящена байесовской статистике.

Данная книга может оказаться полезной:

- тем, кто начинает изучать байесовскую статистику;
- тем, кто затрудняется в понимании различий между обычной статистикой и байесовской;
- тем, кто планирует поступать на математические факультеты.

Чтобы не испытывать затруднений во время чтения данной книги, необходимо обладать знаниями математики на уровне старшей школы. Также без знания так называемой обычной, или традиционной, статистики разобраться в данной книге будет непросто.

Книга состоит из следующих глав:

- 1 «Что такое байесовская статистика?»;
- 2 «Базовая информация»;
- 3 «Функция правдоподобия»;
- 4 «Теорема Байеса»;
- 5 «Методы Монте-Карло для цепей Маркова»;
- 6 «Примеры практического использования методов Монте-Карло для цепей Маркова».

До четвертой главы включительно материал в книге несложный. Но начиная с главы 5 уровень сложности возрастает.

Каждая глава при этом состоит из:

- раздела манги;
- дополнительного текстового раздела.

Правда, есть и главы без дополнительного раздела. В данной книге можно читать только разделы с мангой. Пропуск дополнительного материала не мешает пониманию следующих глав.

В этой книге приводятся довольно подробные вычисления. Читателям, склонным к математике, рекомендуется их внимательно изучить. Если же вы не очень дружите с математикой или у вас мало времени, то достаточно быстро просмотреть приводимые вычисления, чтобы составить общее впечатление о том, как их следует производить. Нет необходимости сразу как следует разбираться в сложных вычислениях. Но всё-таки непременно просмотрите их.

Я хочу выразить благодарность издательству Ohmsha за предоставленную возможность написать данную книгу. В особенности я благодарен господину Цукуи Ясухико, который в данной компании занимается моими книгами, начиная с самой первой «Разбираемся с помощью манги. Статистика». А также выражаю признательность господину Уэдзи Юхо и АО Verte, которые помогли превратить мой текст в мангу.

Ноябрь 2017 года

Такахаси Макото

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	V
Пролог. Хочу изучать байесовскую статистику!	1
Глава 1. ЧТО ТАКОЕ БАЙЕСОВСКАЯ СТАТИСТИКА? ..	11
1.1. Байесовская статистика.....	12
1.2. Различие между обычной и байесовской статистиками	18
Глава 2. БАЗОВАЯ ИНФОРМАЦИЯ	25
2.1. Математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение	29
1.1.1. Математическое ожидание	29
1.1.2. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение.....	30
2.2. Вероятностное распределение.....	32
2.2.1. Равномерное распределение.....	33
2.2.2. Биномиальное распределение	34
2.2.3. Мультиномиальное распределение.....	40
2.2.4. Равномерное распределение	48
2.2.5. Нормальное распределение.....	49
2.2.6. t -распределение	50
2.2.7. Обратное гамма-распределение	51
2.3. Прочие вероятностные распределения	55
2.3.1. Отрицательное биномиальное распределение.....	55
2.3.2. Распределение Пуассона.....	57
2.3.3. Экспоненциальное распределение.....	60
2.3.4. Бета-распределение.....	62

Глава 3. ФУНКЦИЯ ПРАВДОПОДОБИЯ	63
3.1. Правдоподобие	68
3.1.1. Закон больших чисел	68
3.1.2. Информационное расхождение Кульбака–Лейблера.....	72
3.1.3. Правдоподобие	77
3.2. Функции правдоподобия.....	79
3.2.1. Функция правдоподобия мультиномиального распределения	79
3.2.2. Функция правдоподобия нормального распределения	85
3.3. Другие функции правдоподобия.....	93
3.3.1. Функция правдоподобия биномиального распределения	93
3.3.2. Функция правдоподобия распределения Пуассона.....	95
Глава 4. ТЕОРЕМА БАЙЕСА	97
4.1. Теорема Байеса.....	102
4.1.1. Условная вероятность	102
4.1.2. Одновременная вероятность.....	105
4.1.3. Теорема Байеса	106
4.1.4. Показательные примеры.....	107
4.2. Априорная и апостериорная функции плотности вероятности	112
Глава 5. МЕТОДЫ МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ ЦЕПЕЙ МАРКОВА	117
5.1. Интегрирование Монте-Карло.....	124
5.1.1. Интегрирование Монте-Карло.....	124
5.1.2. Математическое ожидание и дисперсия непрерывных случайных величин	127
5.2. Цепи Маркова	130
5.2.1. Цепи Маркова	130
5.2.2. Инвариантное распределение	132
5.3. Методы Монте-Карло для цепей Маркова	136

5.3.1. Методы Монте-Карло для цепей Маркова.....	136
5.3.2. Алгоритм Метрополиса–Гастингса	139
5.3.3. Семплирование по Гиббсу.....	156
5.4. Естественное сопряжённое априорное распределение.....	172

Глава 6. ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДОВ МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ ЦЕПЕЙ МАРКОВА 175

6.1. Предположение о среднем значении в двух генеральных совокупностях.....	176
6.1.1. Проверка статистических гипотез.....	178
6.1.2. Процедура проверки статистических гипотез.....	178
6.1.3. Виды проверок статистических гипотез, нулевая и альтернативная гипотезы.....	180
6.1.4. Пример.....	181
6.2. Байесовское иерархическое моделирование	186

ПРИЛОЖЕНИЕ..... 207

1. Предпосылки априорного распределения и апостериорное распределение	208
1.1. Type B.....	208
1.2. Type C	212
1.3. Подведение итогов	214
2. Проверка сходимости	215
2.1. Метод Geweke	215
2.2. Метод Gelman и Rubin	216

ПРОЛОГ

ХОЧУ ИЗУЧАТЬ
БАЙЕСОВСКУЮ
СТАТИСТИКУ!



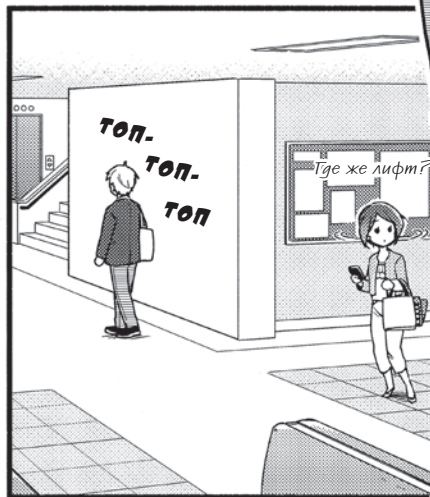
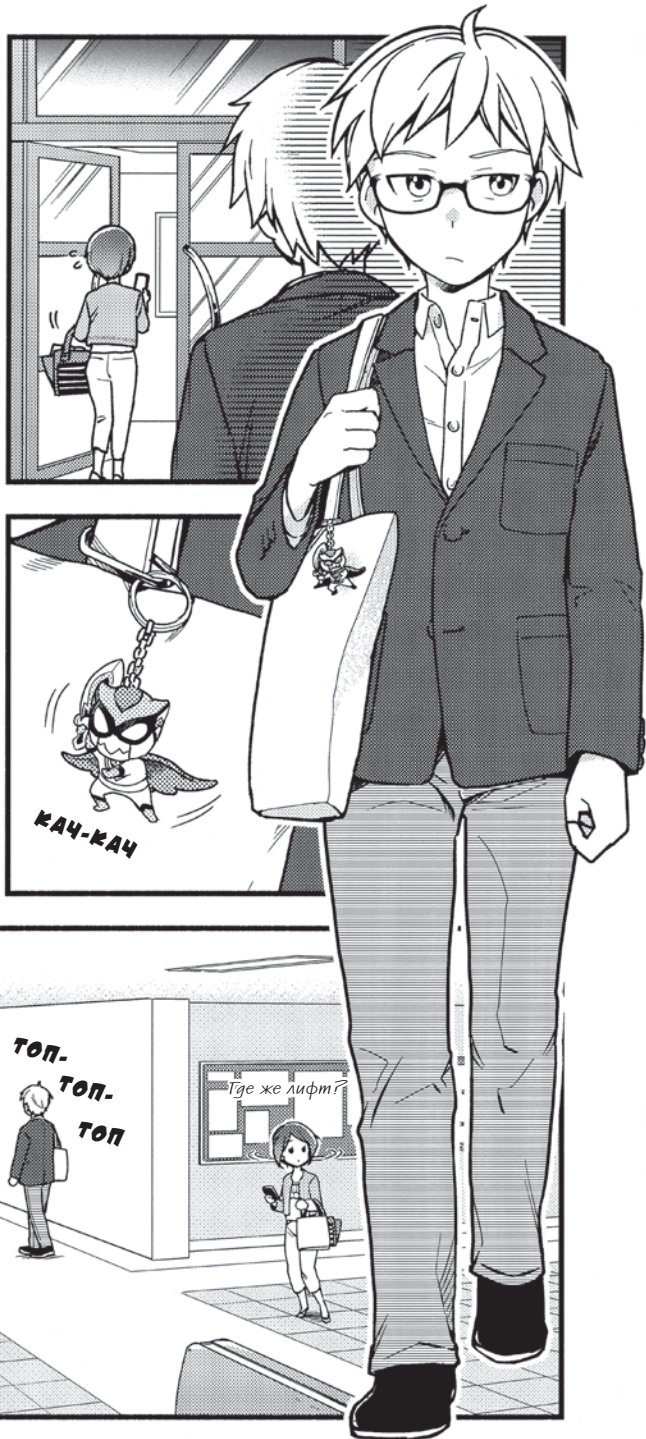
А ВОТ И УНИВЕРСИТЕТ,
ГДЕ РАБОТАЕТ
АКАНЕ-СЕНСЕЙ...

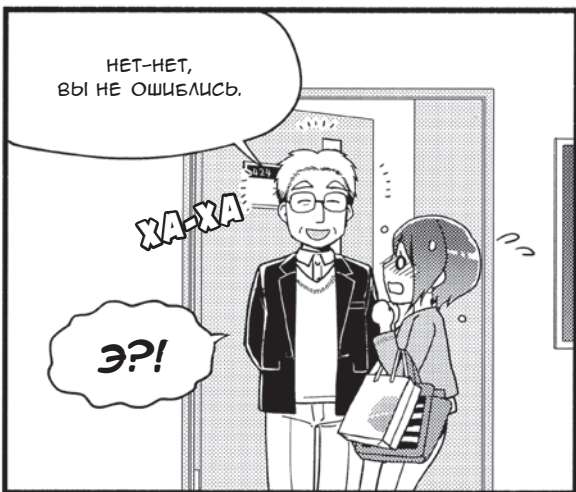
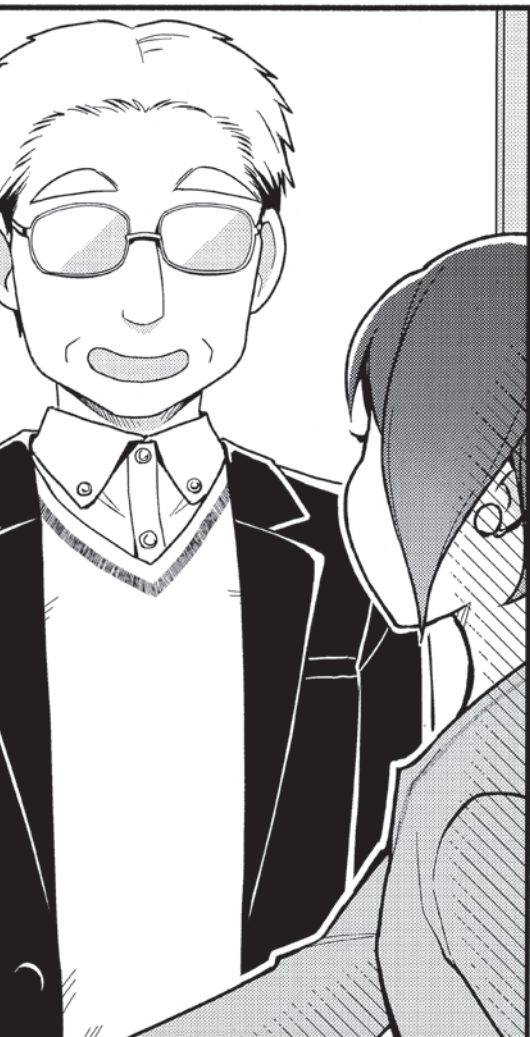
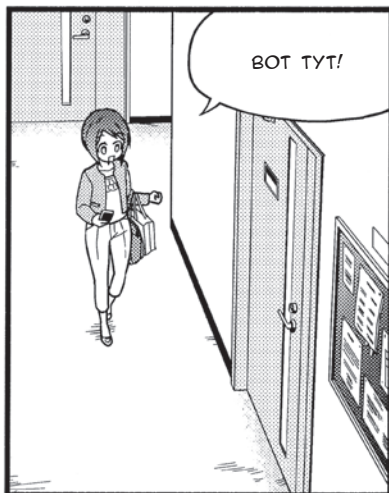
Конно Нанами

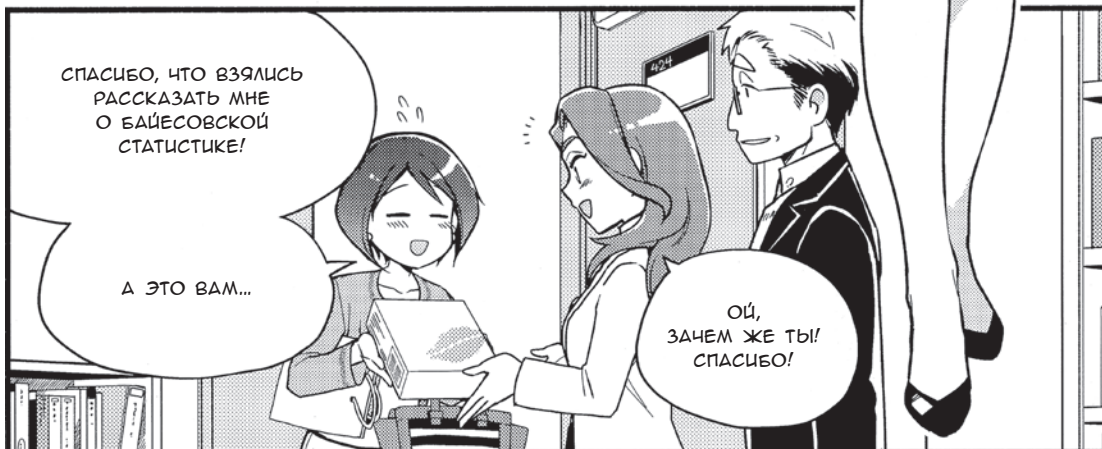
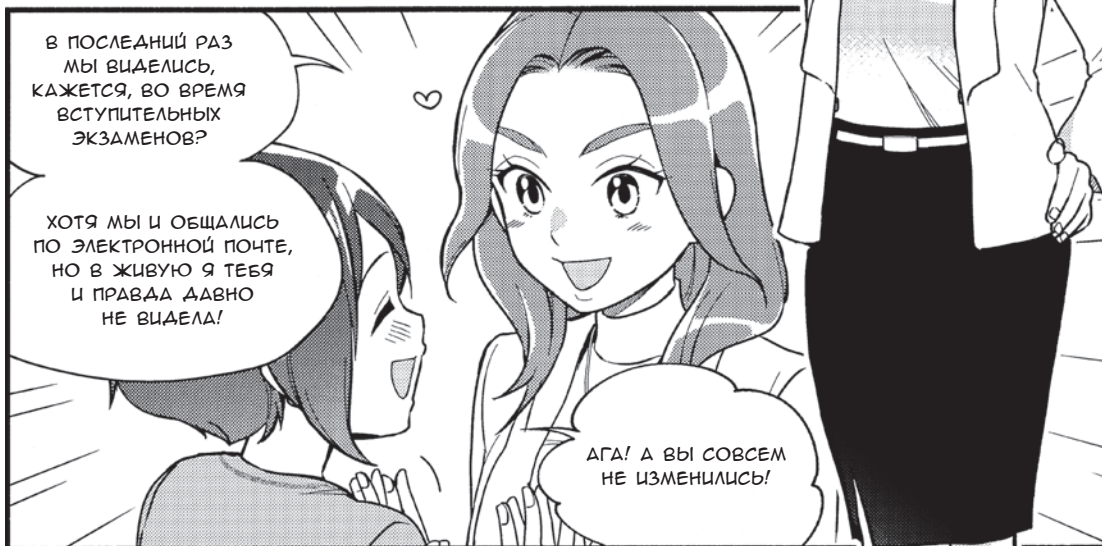
В МЛАДШЕЙ ШКОЛЕ ОНА
БЫЛА МОИМ РЕПЕТИТОРОМ,
А СЕЙЧАС УЖЕ ПРЕПОДАЁТ
В УНИВЕРСИТЕТЕ...

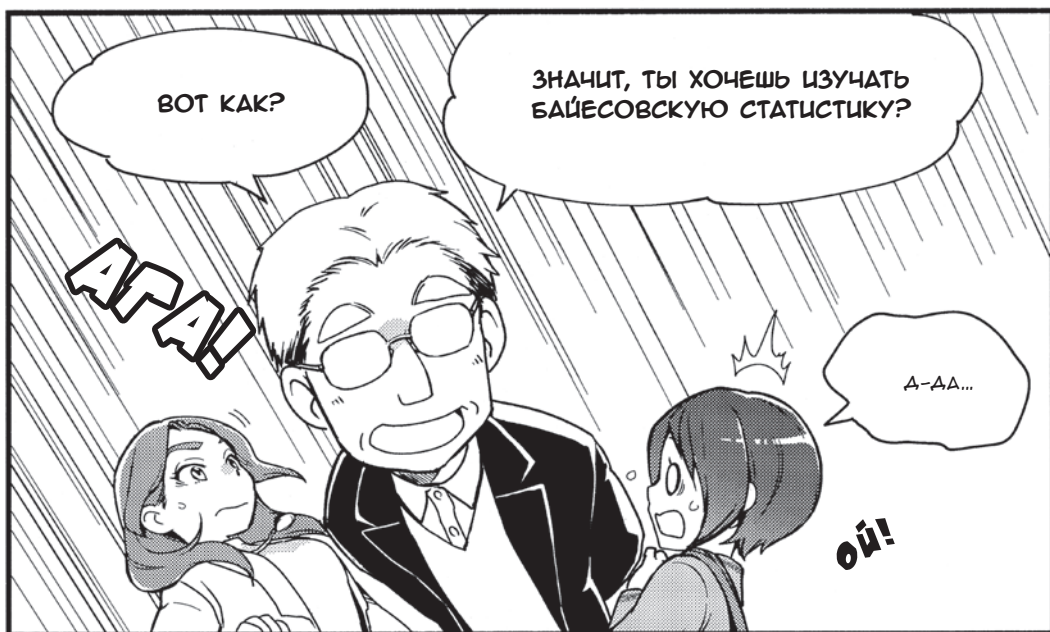
Вот как!

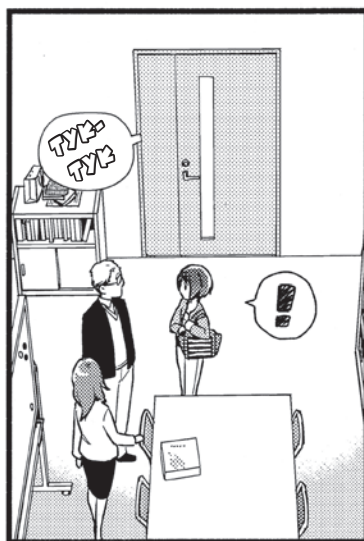
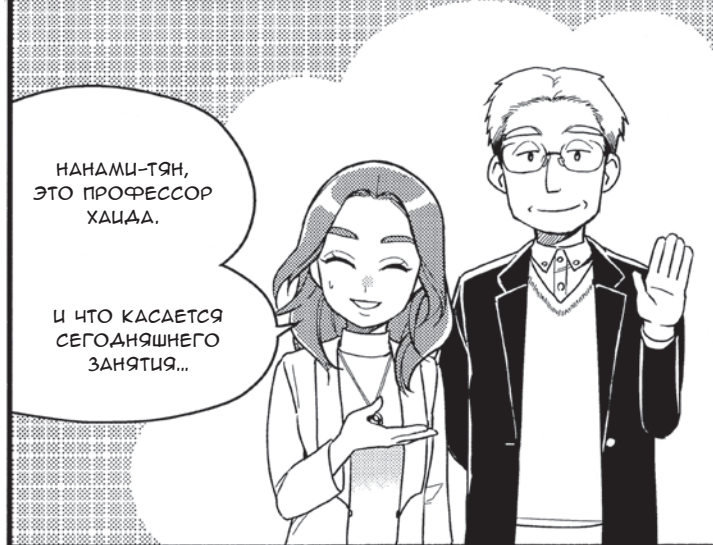
АКАНЕ-СЕНСЕЙ ВСЕГДА
БЫЛА ДОБРОЙ И ТАК ЗАОРОВО
ВСЁ ОБЪЯСНЯЛА.

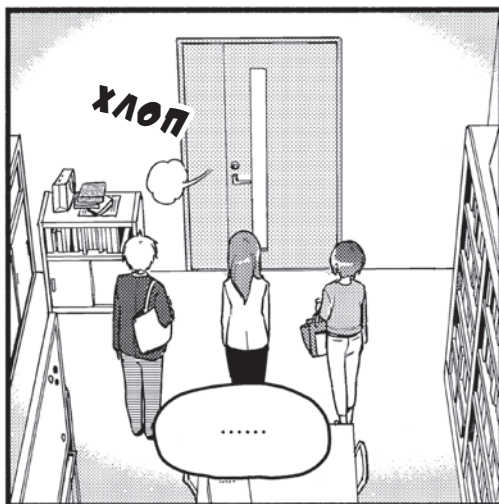
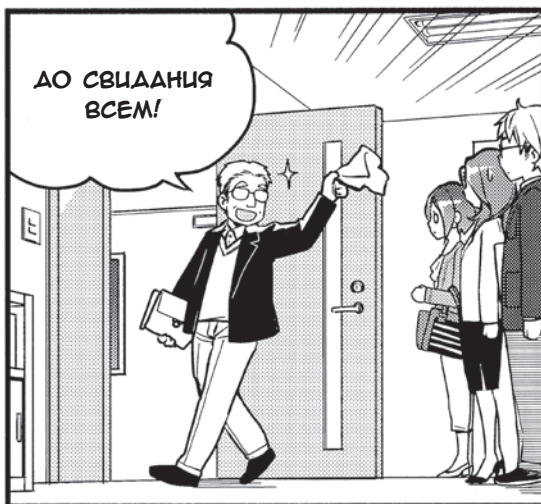
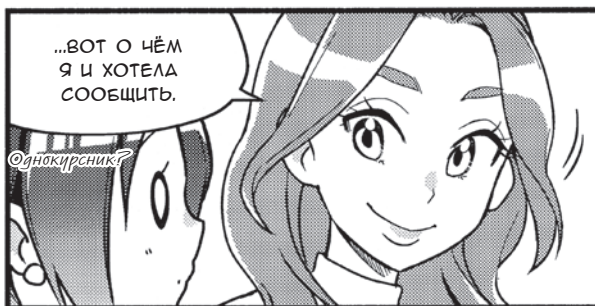












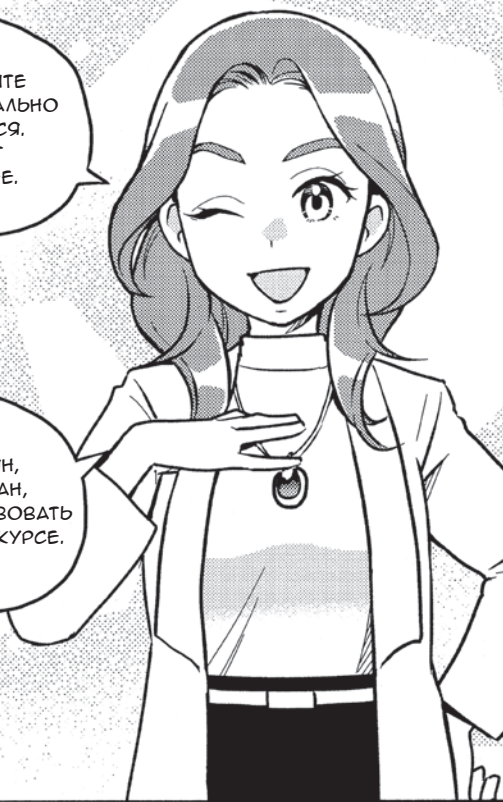
Я, ЧЕСТНО ГОВОРЯ, 
ТОЖЕ УАИВИЛАСЬ,
КОГДА ПРОФЕССОР
ХАЦУДА ВАРУГ ПОПРОСИЛ
МЕНЯ ВЗЯТЬ ЕЩЁ
ОДНОГО СТУДЕНТА.

НО МНЕ БЕЗ РАЗНИЦЫ,
УЧИТЬ ОДНОГО ИЛИ
ДВУХ!



ИТАК, РАЗРЕШИТЕ
ЕЩЁ РАЗ ОФИЦИАЛЬНО
ПРЕДСТАВИТЬСЯ.
МЕНЯ ЗОВУТ
НАЦУМИ АКАНЕ.

НАНАМИ-ТЯН,
ЯМАБУКИ-САН,
РАДА ПРИВЕТСТВОВАТЬ
ВАС НА МОЁМ КУРСЕ.



МЕНЯ ЗОВУТ КОННО НАНАМИ,
РАДА ЗНАКОМСТВУ!

ПОКЛОН



МЕНЯ ЗОВУТ
ЯМАБУКИ ООСУКЕ,
Я ЗАНИМАЮСЬ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ
РАБОТОЙ.

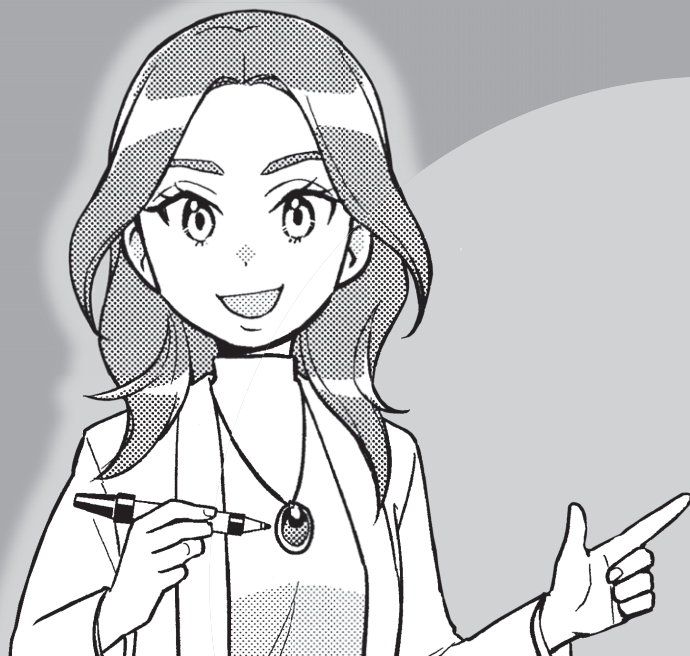
РАДА ЗНАКОМСТВУ.



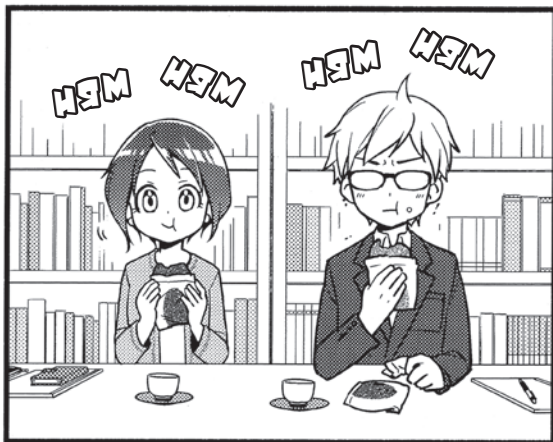
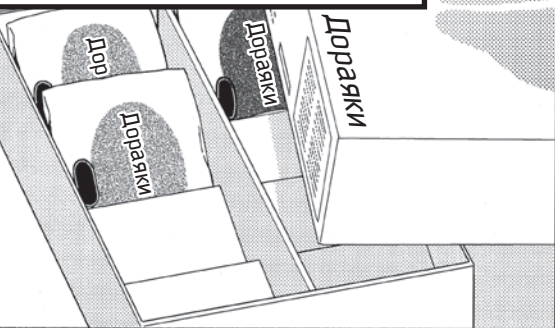


ГЛАВА 1

ЧТО ТАКОЕ БАЙЕСОВСКАЯ СТАТИСТИКА?



1.1. БАЙЕСОВСКАЯ СТАТИСТИКА



Дораяки – вид японских десертов (два бисквита с начинкой между ними). – Прим. перев.

