

Майкл Х. Херцог, Грегори Френсис, Аарон Кларк

# Статистика и планирование эксперимента для непосвященных



**DMK**  
издательство

Майкл Х. Херцог, Грегори Фрэнсис, Аарон Кларк

# **Статистика и планирование эксперимента для непосвященных**

Как отучить статистику лгать

---

Michael H. Herzog • Gregory Francis • Aaron Clarke

# Understanding Statistics and Experimental Design

How to Not Lie with Statistics

---

Майкл Х. Херцог • Грегори Фрэнсис • Аарон Кларк

# Статистика и планирование эксперимента для непосвященных

Как отучить статистику лгать



Москва, 2023

УДК 519.242  
ББК 22.183  
Х39

**Майкл Х. Херцог, Грегори Фрэнсис, Аарон Кларк**

**Х39** Статистика и планирование эксперимента для непосвященных: Как отучить статистику лгать / пер. с англ. А. А. Слинкина. – М.: ДМК Пресс, 2023. – 174 с.: ил.

**ISBN 978-5-93700-195-5**

Непонимание статистики – важная проблема в нашем обществе. Благодаря компьютерным технологиям собирать статистические данные стало проще, но главную задачу – правильно обработать результаты – по-прежнему берет на себя человек. Из этой книги вы узнаете, как использовать и интерпретировать статистику и статистические данные в различном окружении. Рассмотрены основные понятия и принципы статистики, наиболее распространенные статистические критерии, множественная проверка гипотез, планирование эксперимента, а также метастатистика.

Издание пригодится тем, кто хочет понять принципы статистики и научиться интерпретировать ее результаты, не вдаваясь в математические детали вычислений. Для изучения материала требуется минимальный уровень математической подготовки.

УДК 519.242  
ББК 22.183



This book is licensed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>), which permits any noncommercial use, sharing, adaptation, distribution and reproduction in any medium or format, as long as you give appropriate credit to the original author(s) and the source, provide a link to the Creative Commons licence and indicate if changes were made.

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

ISBN (анг.) 978-3-030-03498-6  
ISBN (рус.) 978-5-93700-195-5

© Herzog M., Francis G., Clarke A., 2019.  
This book is an open access publication.  
© Оформление, издание, перевод, ДМК Пресс, 2023

---

# Оглавление

<b>Предисловие от издательства .....</b>	<b>9</b>
<b>Предисловие.....</b>	<b>10</b>
<b>ЧАСТЬ I. ПРИНЦИПЫ СТАТИСТИКИ.....</b>	<b>15</b>
<b>Глава 1. Основы теории вероятностей .....</b>	<b>16</b>
1.1. Путаница вокруг простых понятий теории вероятностей: условные вероятности.....	16
1.1.1. Базовый сценарий.....	16
1.1.2. Второй тест .....	20
1.1.3. Еще пример: синдром Гийена–Барре.....	22
1.2. Недоразумения вокруг вероятностей: отношение шансов .....	22
1.2.1. Основные сведения об отношении шансов (ОШ) .....	22
1.2.2. Частичная информация и мир, полный болезней.....	25
<b>Глава 2. Планирование эксперимента и основы статистики: теория обнаружения сигналов (ТОС) .....</b>	<b>26</b>
2.1. Классический сценарий ТОС.....	26
2.2. ТОС и доля правильных ответов.....	29
2.3. Эмпирическая $d'$ .....	32
<b>Глава 3. Главная концепция статистики .....</b>	<b>38</b>
3.1. Еще один способ оценки отношения сигнал–шум.....	38
3.2. Недостаточная выборка.....	41
3.2.1. Выборочное распределение среднего .....	43
3.2.2. Сравнение средних .....	46
3.2.3. Ошибки типа I и II.....	49

3.2.4. Ошибка типа I: $p$ -значение связано с порогом.....	51
3.2.5. Ошибка типа II: подтверждения, пропуски .....	54
3.3. Резюме .....	56
3.4. Пример.....	57
3.5. Следствия, комментарии и парадоксы.....	60
<b>Глава 4. Вариации на тему <math>t</math>-критерия.....</b>	<b>71</b>
4.1. Немного терминологии .....	71
4.2. Стандартный подход: проверка нулевой гипотезы .....	72
4.3. Другие $t$ -критерии .....	73
4.3.1. Одновыборочный $t$ -критерий .....	73
4.3.2. $t$ -критерий для зависимых выборок.....	74
4.3.3. Односторонние и двусторонние критерии .....	75
4.4. Предположения в основе $t$ -критерия и их нарушения.....	75
4.4.1. Данные должны быть независимы и одинаково распределены.....	76
4.4.2. Распределения генеральной совокупности нормальные .....	76
4.4.3. Шкала зависимой переменной .....	77
4.4.4. Равные дисперсии генеральной совокупности .....	77
4.4.5. Фиксированный размер выборки.....	78
4.5. Непараметрический подход.....	79
4.6. Принципиальные основы статистических критериев .....	80
4.7. Что дальше? .....	80
<b>ЧАСТЬ II. МНОЖЕСТВЕННАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ .....</b>	<b>83</b>
<b>Глава 5. Задача множественной проверки гипотез .....</b>	<b>84</b>
5.1. Независимые проверки .....	84
5.2. Зависимые проверки .....	86
5.3. Сколько научных результатов неверно? .....	87
<b>Глава 6. Дисперсионный анализ (ANOVA) .....</b>	<b>88</b>
6.1. Однофакторный ANOVA с независимыми переменными .....	88
6.2. Логика ANOVA .....	88
6.3. О чем ANOVA говорит, а о чем нет: апостериорные критерии .....	92
6.4. Предположения .....	93
6.5. Пример вычисления для однофакторного ANOVA с независимыми переменными .....	93

6.5.1. Вычисление ANOVA.....	93
6.5.2. Апостериорные критерии .....	95
6.6. Размер эффекта.....	97
6.7. Двухфакторный ANOVA с независимыми переменными .....	98
6.8. ANOVA с повторными измерениями.....	103
<b>Глава 7. Планирование эксперимента:</b>	
<b>подгонка модели, мощность и сложные планы .....</b>	<b>105</b>
7.1. Подгонка модели.....	105
7.2. Мощность и размер выборки .....	108
7.2.1. Оптимизация плана .....	108
7.2.2. Вычисление мощности .....	109
7.3. Возможное снижение мощности при сложном плане эксперимента.....	113
<b>Глава 8. Корреляция .....</b>	<b>119</b>
8.1. Ковариация и корреляция.....	119
8.2. Проверка гипотез с помощью корреляции .....	120
8.3. Интерпретация корреляции.....	122
8.4. Размер эффекта.....	124
8.5. Сравнение с подгонкой модели, ANOVA и <i>t</i> -критерием .....	124
8.6. Предположения и подводные камни.....	125
8.7. Регрессия.....	126
<b>ЧАСТЬ III. МЕТААНАЛИЗ И КРИЗИС НАУКИ.....</b>	<b>129</b>
<b>Глава 9. Метаанализ.....</b>	<b>130</b>
9.1. Стандартизованные размеры эффектов .....	130
9.2. Метаанализ.....	132
Приложение. Стандартизованные размеры эффектов в более сложных случаях.....	133
<b>Глава 10. Воспроизводимость.....</b>	<b>137</b>
10.1. Кризис воспроизводимости .....	137
10.2. Тест избыточного успеха .....	140
10.3. Избыточный успех как следствие статистического смещения публикации .....	143
10.4. Избыточный успех как следствие необязательной остановки .....	145
10.5. Избыточный успех и теоретические утверждения.....	149

**Глава 11. Величина избыточного успеха ..... 151**

11.1. При определении смещения возможны трудности.....	151
11.2. Насколько широко распространены эти проблемы?.....	154
11.3. Что происходит?.....	156
11.3.1. Непонимание воспроизводимости.....	156
11.3.2. Статистическое смещение публикации .....	157
11.3.3. Необязательная остановка .....	157
11.3.4. Выдвижение гипотез после того, как результаты стали известны .....	158
11.3.5. Гибкость анализа .....	158
11.3.6. Непонимание того, что такое предсказание .....	159
11.3.7. Небрежность и избирательная двойная проверка .....	160

**Глава 12. Предлагаемые улучшения  
и нерешенные проблемы..... 162**

12.1. Любой ли эксперимент следует публиковать?.....	162
12.2. Предварительное объявление .....	163
12.3. Альтернативные виды статистического анализа .....	166
12.4. Роль воспроизводимости.....	168
12.5. Упор на механизмы.....	170

---

# Предисловие от издательства

## Отзывы и пожелания

Мы всегда рады отзывам наших читателей. Расскажите нам, что вы думаете об этой книге – что понравилось или, может быть, не понравилось. Отзывы важны для нас, чтобы выпускать книги, которые будут для вас максимально полезны.

Вы можете написать отзыв на нашем сайте [www.dmkpress.com](http://www.dmkpress.com), зайдя на страницу книги и оставив комментарий в разделе «Отзывы и рецензии». Также можно послать письмо главному редактору по адресу [dmkpress@gmail.com](mailto:dmkpress@gmail.com); при этом укажите название книги в теме письма.

Если вы являетесь экспертом в какой-либо области и заинтересованы в написании новой книги, заполните форму на нашем сайте по адресу [http://dmkpress.com/authors/publish\\_book/](http://dmkpress.com/authors/publish_book/) или напишите в издательство по адресу [dmkpress@gmail.com](mailto:dmkpress@gmail.com).

## Список опечаток

Хотя мы приняли все возможные меры для того, чтобы обеспечить высокое качество наших текстов, ошибки все равно случаются. Если вы найдете ошибку в одной из наших книг – возможно, ошибку в основном тексте или программном коде, – мы будем очень благодарны, если вы сообщите нам о ней. Сделав это, вы избавите других читателей от недопонимания и поможете нам улучшить последующие издания этой книги.

Если вы найдете какие-либо ошибки в коде, пожалуйста, сообщите о них главному редактору по адресу [dmkpress@gmail.com](mailto:dmkpress@gmail.com), и мы исправим это в следующих тиражах.

## Нарушение авторских прав

Пиратство в интернете по-прежнему остается насущной проблемой. Издательство «ДМК Пресс» очень серьезно относится к вопросам защиты авторских прав и лицензирования. Если вы столкнетесь в интернете с незаконной публикацией какой-либо из наших книг, пожалуйста, пришлите нам ссылку на интернет-ресурс, чтобы мы могли применить санкции.

Ссылку на подозрительные материалы можно прислать по адресу [dmkpress@gmail.com](mailto:dmkpress@gmail.com).

Мы высоко ценим любую помощь по защите наших авторов, благодаря которой мы можем предоставлять вам качественные материалы.

---

# Предисловие

---

## НАУКА, ОБЩЕСТВО И СТАТИСТИКА

Современный мир до краев заполнен статистикой. Статистика знает, что мы едим, как тренируемся, с кем дружим, как учим своих детей и какие принимаем лекарства. Очевидно, что статистика вездесуща, как и – к глубокому сожалению – окружающие ее домыслы. В главе 1 мы расскажем о том, как судьи выносят неправильные приговоры, – отправлять человека в тюрьму или нет, – поскольку не понимают даже основ статистики. Мы покажем, что пациенты совершают самоубийство, потому что врачи не умеют интерпретировать результаты анализов. Ученые зачастую ничуть не лучше. Мы знаем коллег, которые слепо доверяли результатам статистических программ, даже когда они не имели ни малейшего смысла. Встречались нам и опубликованные научные статьи, в которых результаты не согласуются с теоретическими выводами авторов.

Есть старое изречение (иногда его приписывают Марку Твену, но, по-видимому, оно все же старше): «Существует три вида лжи: ложь, наглая ложь и статистика». Мы вынуждены признать, что в нем имеется зерно истины. Люди часто неправильно пользуются статистическим анализом. Быть может, до прямой лжи (высказывания заведомо ложного утверждения) и не доходит, но статистика зачастую только запутывает, а не проясняет дело. Название этой книги отражает наши усилия повысить качество использования статистики так, чтобы те, кто занимается анализом, научились лучше интерпретировать свои данные, а те, кто читает статистические результаты, лучше их понимали. Понимание ключевых идей статистики поможет осознать, что многие научные результаты по сути своей бессмысленны, и объяснит, почему многие эмпирические науки в настоящее время сталкиваются с кризисом воспроизводимости. *Вычисление* статистики может оказаться очень трудным делом (отсюда и сложные программы, и толстые книги с глубокими теоремами), но ясное понимание основных принципов статистики вполне доступно каждому.

В 2013 году, вдохновленные этими идеями, мы начали читать курс в Федеральной политехнической школе Лозанны, Швейцария, посвященный концептуальным основам статистики и планирования эксперимента. С годами курс стал довольно популярным, его стали

посещать студенты, обучающиеся биологии, нейронаукам, медицине, генетике, психологии и биоинженерии. Обычно такие студенты уже прослушали один или несколько курсов по статистике, на которых им преподавали *детали* статистического анализа. На нашем же курсе и в этой книге акцент сделан на *базовых* принципах этого анализа; мы хотим кратко объяснить, что это такое, и привить читателю понимание возможностей и ограничений анализа.

---

## ОБ ЭТОЙ КНИГЕ

*Предварительные знания и цель.* Как уже было сказано, непонимание статистики стало важной проблемой в нашем обществе. И одно из ее проявлений в том, что вычислить статистические показатели теперь так просто, что наличие хорошего образования кажется ненужным. Однако же все в точности наоборот. Простота использования статистических программ позволят выполнять анализ данных, не понимая, что программа делает и как интерпретировать ее результаты. Итог – несостоятельные выводы. Читатель, вероятно, удивится тому, насколько проблема серьезна и сколь велико количество бесполезных исследований. И еще, наверное, с удивлением узнает, что даже такие базовые термины, как *p*-значение, означают совсем не то, что многим кажется.

Главная цель этой книги – кратко и по существу изложить основы математической статистики. Понимание этих основ подготовит читателя к правильному восприятию и критической оценке научных публикаций во многих отраслях науки. Мы не собираемся учить читателя *вычислять* статистические характеристики. Это вполне можно оставить компьютеру.

*Читательская аудитория.* Эта книга адресована всем гражданам и научным работникам, имеющим желание понять принципы статистики и научиться интерпретировать ее результаты, не вдаваясь в математические детали вычислений. Как ни странно, этой цели можно достичь в очень короткой книжке, содержащей совсем немного уравнений. Мы думаем, что любой человек (а не только студент или ученый), имеющий или не имеющий предварительную подготовку в области статистики, сможет извлечь из этой книги пользу.

Мы свели уровень необходимой математической подготовки к минимуму и всюду, где возможно, обращались к интуиции. Уравнения мы включали только тогда, когда они делали изложение понятнее. Для понимания основных идей достаточно самой элементарной математики и лишь немногих базовых понятий из теории вероятностей. Да и те интуитивно понятны из контекста.

*Чего нет в этой книге.* Эта книга не курс математической статистики (например, в ней ничего не говорится о борелевской алгебре). Это и не традиционный учебник статистики, в который принято включать многочисленные критерии и методы. Это не руководство по программам статистического анализа типа SPSS или R. Книга не является полным справочником по статистическим критериям. Мы стремились включить достаточно информации для понимания фундаментальных основ статистики, но не больше.

*О чем эта книга.* В части I мы излагаем философию статистики с минимальным привлечением математики, чтобы были понятны ключевые концепции. Мы познакомимся с самым простым  $t$ -критерием и покажем, как избежать недоразумений, связанных с вероятностями.

Усвоив материал части I, читатель сможет избежать большинства подводных камней и понять, что на самом деле вычисляют наиболее известные статистические критерии. Мы опишем проверку нулевой гипотезы, не прибегая к сложному математическому аппарату, а применив более простой подход на основе теории обнаружения сигналов (ТОС). Материал части II более традиционный, здесь рассматриваются классические критерии: дисперсионный анализ (ANOVA) и корреляция. В частях I и II описаны стандартные статистики – те, что используются наиболее часто. В части III показано, что кризис науки возник из-за неправильного понимания простейших основ статистики, в частности понятия воспроизводимости. Например, читателя, возможно, удивит, что слишком большое число успешных повторений эксперимента может считаться подозрительным явлением, а не свидетельством бесспорности научного факта. Для понимания части III, включающей идеи, которых не найдешь в других вводных учебниках, достаточно лишь базовых понятий и концепций из главы 3 части I. И хотя книга в основном посвящена статистике, мы продемонстрируем тесную связь статистики с планированием эксперимента. Многих статистических проблем можно было бы избежать при выборе правильного – что чаще всего означает «более простого» – плана.

Мы полагаем, что уникальное сочетание базовых концепций статистики (часть I), краткого описания наиболее распространенных статистических критериев (часть II) и нового метастатистического подхода (часть III) позволит не только достичь основательного понимания статистики, но и по-новому – подчас с неожиданной точки зрения – взглянуть на то, что определяет нашу повседневную жизнь.

*Материалы.* Дополняющие книгу презентации в формате Power Point для преподавателей доступны по запросу на адрес электронной почты [michael.herzog@epfl.ch](mailto:michael.herzog@epfl.ch).

**Благодарности.** Мы благодарны Конраду Нойману и Марку Репнову за корректуру рукописи, а Эдди Кристоферу, Алине Критенуд, Марку, Гертруде и Хайке Херцог, Майе Анне Ястржебовска, Слимму Каммоуну, Иларии Риччи, Эвелине Танелл, Ричарду Уолкеру, Хе Сю и Пьеру Дево за полезные замечания. С грустью сообщаем, что во время подготовки книги к печати от нас ушел Аарон Кларк.

Лозанна, Швейцария  
Вест-Лафайетт, Индиана, США  
Анкара, Турция

Майкл Х. Херцог  
Грегори Фрэнсис  
Аарон Кларк



---

**Часть I**  
**Принципы статистики**

## Основы теории вероятностей

### Что вы узнаете из этой главы

Прежде чем ступить на территорию статистики, необходимо вспомнить базовые понятия теории вероятностей. Иначе трудно интерпретировать научные данные, как, впрочем, и информацию в повседневной жизни. В частности, многое из того, что сообщают СМИ, по существу, бесполезно, потому что основано на частичной информации. В этой главе мы объясним, какого рода полная информация нужна для правильных выводов, и познакомимся с теоремой Байеса. Для изложения идей нам понадобятся простые уравнения, а для тех читателей, кто не в ладах с математикой, мы приведем интуитивно понятные соображения на простых примерах и рисунках.

## 1.1. ПУТАНИЦА ВОКРУГ ПРОСТЫХ ПОНЯТИЙ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ: УСЛОВНЫЕ ВЕРОЯТНОСТИ

### 1.1.1. Базовый сценарий

#### Основные понятия теории вероятностей

- Вероятность.** Событию  $A$  назначается вероятность – число от 0 до 1. Например, при бросании кости вероятность выпадения 4 равна  $P(4) = 1/6$ .
- Распределение вероятностей.** В примере выше имеется 6 возможных исходов, каждому из которых назначена вероятность  $1/6$ . Назначение вероятности каждому возможному исходу дает распределение вероятностей.
- Условная вероятность.** Условная вероятность  $P(A|B)$  учитывает имеющуюся информацию о событии  $B$ . Вертикаль-