

ДЕКЛАРАЦИЯ ПО НАЛОГУ С ПРОДАЖ

Организация налогового органа

ДЕКЛАРАЦИЯ ПО НАЛОГУ С ПРОДАЖ

Налоговый период с 01.01.2001 по 31.01.2001

Наименование налогового органа

ИНН налогоплательщика

Код причины постановки на учет

Наименование налогоплательщика

Дата

Подпись

Подпись

Подпись

Подпись

Подпись

Каплан А. В., Каплан В. Е.,  
Мащенко М. В., Овечкина Е. В.

# Решение

## экономических задач на компьютере

ОМКС  
ИЗДАТЕЛЬСТВО

2. Ставка налога с продаж в других субъектах Российской Федерации

3. Сумма налога с продаж, подлежащая взносу в бюджет (стр.1а х стр.2)

Сравнительная проверка по кодам товаров (работ, услуг), не по которым незначительна строке 1б)

Основы работы в EXCEL, ACCESS,  
MATHCAD, STATISTICA, STATGRAPHICS

Оптимизационные задачи в экономике

Анализ межотраслевого баланса

Примеры теории  
массового обслуживания

Компьютерная модель  
бизнес-планирования



Де..	Хр..	Сумма
51	62	12 000,00
50	68.02	12 000,00
		2 000,00

**Каплан А. В., Каплан В. Е.,  
Мащенко М. В., Овечкина Е. В.**

**Решение  
ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ  
на компьютере**

*3-е издание, электронное*



**Москва, 2023**

УДК 004.9  
ББК 32.973.26-018.2  
К20

**Каплан, Алексей Владимирович.**

К20 Решение экономических задач на компьютере / А. В. Каплан, В. Е. Каплан, М. В. Машенко, Е. В. Овечкина. — 3-е изд., эл. — 1 файл pdf : 596 с. — Москва : ДМК Пресс, 2023. — Систем. требования: Adobe Reader XI либо Adobe Digital Editions 4.5 ; экран 10". — Текст : электронный.

ISBN 978-5-89818-634-0

Настоящее издание представляет собой учебное пособие для студентов, изучающих финансово-экономические дисциплины, и справочное руководство для пользователей с различным уровнем подготовки, желающих самостоятельно овладеть компьютерными методами обработки, моделирования и анализа экономических данных, планирования производства, разработки бизнес-планов и инвестиционных проектов.

В первой части книги рассматриваются экономико-математические обоснования компьютерных алгоритмов по статистической обработке выборок, приближению экономических данных, моделированию детерминированных и неопределенных (рисковых) ситуаций в экономике с применением нечетких множеств, бизнес-планированию. Обсуждаются оригинальные алгоритмы решения системы дифференциальных уравнений равновесия экономической системы, объясняющего структуру временных рядов в экономике; выбора подходящего класса и устойчивой оптимальной структуры аппроксимирующих функций; неквадратичных приближений и оптимизации реального бизнес-плана.

Во второй части книги обсуждаются основы работы с диалоговыми окнами в современных стандартных программных средах EXCEL, ACCESS, MATHCAD, STATISTICA и STATGRAPHICS, алгоритмы и процедуры статистических вычислений и графических построений для типовых экономических задач, что позволяет решать возникающие задачи по образцу.

УДК 004.9  
ББК 32.973.26-018.2

**Электронное издание на основе печатного издания:** Решение экономических задач на компьютере / А. В. Каплан, В. Е. Каплан, М. В. Машенко, Е. В. Овечкина. — 2-е изд. — Москва : ДМК Пресс, 2011 — 594 с. — ISBN 978-5-94074-724-6. — Текст : непосредственный.

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

Материал, изложенный в данной книге, многократно проверен. Но поскольку вероятность технических ошибок все равно существует, издательство не может гарантировать абсолютную точность и правильность приводимых сведений. В связи с этим издательство не несет ответственности за возможные ошибки, связанные с использованием книги.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации.

ISBN 978-5-89818-634-0

© Каплан А. В., Каплан В. Е., Машенко М. В., Овечкина Е. В.

© ДМК Пресс, 2011

# Содержание

<b>Введение</b> .....	20
-----------------------	----

## ЧАСТЬ I

<b>МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ</b> .....	21
--	----

### Глава 1

<b>Обработка и анализ одномерной выборки экономических данных</b> .....	23
---	----

1.1. Понятие стохастической природы экономических данных .....	24
1.1.1. Случайная величина и ее численные типы .....	24
1.1.2. Основные характеристики случайной величины .....	25
1.2. Описательная статистика и ее показатели .....	26
1.2.1. Параметры положения .....	27
1.2.2. Параметры рассеяния .....	28
1.2.3. Параметры формы распределения .....	29
1.2.4. Графическое представление распределения случайной величины .....	30
1.2.5. Понятие математической модели эмпирического распределения .....	32
1.3. Элементы статистического анализа одномерной выборки .....	34
1.3.1. Оценка согласия теоретического и эмпирического распределений .....	34
1.3.2. Оценка статистических параметров с учетом закона распределения .....	37
1.4. Вопросы для самопроверки .....	39

## Глава 2

<b>Элементы теории статистики малых выборок</b> .....	40
2.1. Понятие t-распределения Стьюдента .....	42
2.1.1. Параметры t-распределения Стьюдента .....	42
2.1.2. Условие корректного применения t-распределения .....	44
2.2. Типичные задачи статистической обработки малой выборки .....	44
2.2.1. Задачи о вероятном отклонении выборочного среднего от математического ожидания .....	45
2.2.2. Задача о минимально необходимом объеме малой выборки .....	46
2.2.3. Задача о значимости различий между средними малых выборок .....	46
2.3. Вопросы для самопроверки .....	47

## Глава 3

<b>Основные подходы к линейному приближению парной стохастической зависимости экономических данных</b> .....	49
3.1. Понятия приближения стохастической зависимости .....	50
3.1.1. Особенности аппроксимации стохастических зависимостей .....	51
3.1.2. Понятия стохастической парной зависимости .....	51
3.2. Статистики тесноты парной линейной связи .....	54
3.2.1. Понятия корреляции и неопределенности .....	54
3.2.2. Доверительный интервал коэффициента корреляции .....	57
3.2.3. Коэффициент детерминации .....	58
3.3. Построение линейной модели и оценка ее качества .....	61
3.3.1. Парная линейная регрессия, оценки ее параметров и их вариаций .....	61
3.3.2. Доверительные интервалы и гипотезы для коэффициентов регрессии .....	64
3.3.3. Доверительные интервалы для зависимой переменной .....	66
3.3.4. Требования к распределению остатков .....	68
3.4. Обзор основных понятий .....	68
3.5. Вопросы для самопроверки .....	69

## Глава 4

### Нелинейное приближение парной

### эмпирической зависимости ..... 71

- 4.1. Постановка основных задач нелинейного приближения ..... 72
  - 4.1.1. Задача выбора подходящего класса приближающих функций ..... 73
  - 4.1.2. Проблема оптимальной конечной структуры приближения ..... 73
  - 4.1.3. Общая схема построения нелинейного приближения ..... 75
- 4.2. Определение подходящего класса аппроксимирующих функций ..... 76
  - 4.2.1. Сравнение аппроксимирующих функций ..... 76
  - 4.2.2. Построение класса приближений в виде решения дифференциального уравнения ..... 77
- 4.3. Оптимизация конечной структуры и точности приближения .... 78
  - 4.3.1. Условие наилучшего квадратичного приближения ..... 78
  - 4.3.2. Алгоритм последовательной оптимизации решения ..... 79
- 4.4. Оценка параметров и доверительных интервалов зависимости ..... 80
  - 4.4.1. Определение параметров методом наименьших квадратов ..... 81
  - 4.4.2. Замечания о возможности линеаризации зависимости ..... 81
  - 4.4.3. Доверительные интервалы параметра модели ..... 82
  - 4.4.4. Доверительные интервалы для зависимой переменной ..... 83
- 4.5. Обзор основных понятий парной нелинейной зависимости ..... 84
- 4.6. Вопросы для самопроверки ..... 85

## Глава 5

### Приближение многомерной зависимости ..... 87

- 5.1. Понятия множественной стохастической связи ..... 88
  - 5.1.1. Простейшая многомерная стохастическая связь ..... 88
  - 5.1.2. Дополнительные проблемы многомерной зависимости ..... 88
  - 5.1.3. Множественная корреляция и регрессия ..... 89
- 5.2. Оценки тесноты связи ..... 90
  - 5.2.1. Парная корреляция ..... 90
  - 5.2.2. Коэффициент многомерной корреляции ..... 91
  - 5.2.3. Частные коэффициенты корреляции ..... 93
- 5.3. Отбор независимых переменных по релевантности ..... 95
  - 5.3.1. Исключение дублирующих переменных ..... 95
  - 5.3.2. Выбраковка малозначимых независимых переменных ..... 96

5.4. Обзор основных понятий многомерной связи .....	96
5.5. Вопросы для самопроверки .....	97

## **Глава 6**

### **Простейшие неквадратичные приближения .....** 99

6.1. Принципы выбора подходящей модели .....	100
6.1.1. Обзор модификаций квадратичных и неквадратичных подходов ....	100
6.1.2. Критерии выбора подходящей модели .....	101
6.2. Равномерное приближение по Чебышеву .....	102
6.2.1. Понятие равномерного приближения .....	102
6.2.2. Построение равномерного приближения в Excel.....	102
6.3. Организация приближения по методу Дубова Р. И. ....	105
6.3.1. Идея метода Дубова Р. И. ....	105
6.3.2. Алгоритм подбора параметров в Excel .....	106

## **Глава 7**

### **Временные ряды в экономике и управлении .....** 109

7.1. Общая характеристика временных рядов .....	110
7.1.1. Показатели и формы представления временного ряда .....	110
7.1.2. Содержание уровней временного ряда .....	111
7.1.3. Виды временных рядов и возможности их использования .....	111
7.2. Компоненты временных рядов .....	112
7.2.1. Случайная составляющая .....	113
7.2.2. Регулярная составляющая .....	113
7.2.3. Основные подходы к декомпозиции временного ряда .....	115
7.3. Математическая модель регулярной составляющей динамики цен .....	118
7.3.1. Вывод дифференциальных уравнений .....	118
7.3.2. Решение дифференциального уравнения второго порядка .....	120
7.3.3. Численное моделирование, анализ и прогноз временного ряда ....	120
7.4. Вопросы для самопроверки .....	121

## **Глава 8**

### **Линейные оптимизационные задачи в экономике ...** 123

8.1. Понятия прикладной задачи и оптимального решения .....	124
8.1.1. Определение прикладной задачи .....	124
8.1.2. Методы теории принятия решений .....	124
8.1.3. Принципы выбора оптимального решения .....	125

8.2. Решение оптимизационной задачи методом перебора .....	126
8.2.1. Прямая и обратная задачи .....	126
8.2.2. Решение обратной задачи обращением решений прямой задачи .....	127
8.2.3. Организация связей в модели с контролируемым фактором ...	127
8.3. Задача линейного программирования с двумя переменными .....	128
8.3.1. Понятие линейного программирования .....	128
8.3.2. Постановка ЗЛП с двумя контролируемыми факторами .....	129
8.3.3. Графическое решение ЗЛП .....	130
8.4. Общая задача линейного программирования .....	131
8.4.1. Экономическое содержание транспортной ЗЛП .....	131
8.4.2. Пример постановки транспортной ЗЛП .....	132
8.4.3. Поиск решения и оценка его единственности .....	133
8.5. Вопросы для самопроверки .....	134

## Глава 9

### **Двойственность линейного программирования** ..... 135

9.1. Симметричная двойственная ЗЛП и ее экономическое содержание .....	136
9.1.1. Математическая модель .....	136
9.1.2. Экономический смысл решений взаимно двойственной ЗЛП .....	138
9.2. Несимметричная двойственная ЗЛП и ее экономический смысл ...	139
9.2.1. Прямая несимметричная ЗЛП и ее приложение к планированию оптимального ассортимента продукции .....	139
9.2.2. Постановка и экономическое содержание несимметричной двойственной ЗЛП .....	140
9.2.3. Сравнительный анализ прямой и двойственной ЗЛП .....	141
9.3. Вопросы для самопроверки .....	142

## Глава 10

### **Анализ межотраслевого баланса – модель Леонтьева** ..... 143

10.1. Основные понятия межотраслевого баланса и модели Леонтьева .....	144
10.1.1. Пример упрощенной таблицы межотраслевого баланса .....	144
10.1.2. Матричное представление межотраслевого баланса .....	145
10.1.3. Понятие и пример открытой системы .....	145

10.2. Математическая модель межотраслевого баланса .....	146
10.2.1. Система линейных уравнений межотраслевого баланса .....	146
10.2.2. Уравнение баланса в матричной форме .....	147
10.2.3. Условия удовлетворения вектора спроса .....	148
10.3. Вопросы для самопроверки .....	148

## Глава 11

### Элементы теории матричных игр .....

11.1. Основные понятия .....	150
11.1.1. Предмет теории игр .....	150
11.1.2. Терминология и типы игр .....	150
11.2. Матричные антагонистические игры с чистыми стратегиями .....	151
11.2.1. Пример матричной игры .....	151
11.2.2. Оптимальная стратегия – максиминный и минимаксный подходы .....	152
11.2.3. Седловая точка и ее соответствие оптимальным стратегиям .....	154
11.2.4. Выбор оптимальных стратегий путем мажорирования .....	154
11.3. Решение матричных игр в смешанных стратегиях .....	155
11.3.1. Смешанная стратегия и принципы ее оптимизации .....	156
11.3.2. Графический поиск решения матричной игры «Чет-нечет» ...	159
11.3.3. Численное решение матричной игры «Чет-нечет» .....	160
11.3.4. Решение в смешанных стратегиях матричной игры с природой ...	161
11.3.5. Приведение матричной игры к ЗЛП .....	163
11.4. Вопросы для самопроверки .....	165

## Глава 12

### Простейшие задачи теории массового обслуживания .....

12.1. Системы массового обслуживания и подходы к их моделированию .....	168
12.1.1. Понятие системы массового обслуживания .....	168
12.1.2. Однородный поток событий .....	168
12.1.3. Вероятностное описание однородного потока событий .....	169
12.2. Задачи управления с однородными потоками событий .....	170
12.2.1. Расчет вероятностей обрывов нити на ткацком станке за смену .....	170

12.2.2. Расчет пропускной способности пункта доставки телеграмм .....	171
12.2.3. Задача о расчете занятости продавцов в магазине .....	172
12.3. Вопросы для самопроверки .....	173

## **Глава 13**

### **Нечетко-множественный подход к принятию решений в условиях неопределенности .....**

13.1. Проблемы обработки нечеткой информации .....	176
13.1.1. Краткий обзор способов преодоления неопределенности ....	176
13.1.2. Понятие нечеткого множества .....	176
13.2. Элементы теории нечетких множеств .....	179
13.2.1. Треугольные нечеткие числа и алгебраические операции с ними .....	179
13.2.2. Треугольные нечеткие последовательности и функции .....	180
13.3. Примеры принятия решений на основе нечетких моделей .....	181
13.3.1. Задача маркетинга о выводе на рынок новой марки товара .....	181
13.3.2. Задача на принятие инвестиционного решения в условиях неопределенности .....	187
13.4. Вопросы для самопроверки .....	193

## **Глава 14**

### **Принципы построения компьютерной модели для бизнес-планирования .....**

14.1. Цели, состав бизнес-плана и структура компьютерной модели .....	196
14.1.1. Цели бизнес-плана .....	196
14.1.2. Содержание бизнес-плана .....	199
14.1.3. Структура модели бизнес-планирования .....	201
14.2. Состав базовой модели для бизнес-планирования .....	202
14.2.1. Объем производства и продаж .....	203
14.2.2. Себестоимость .....	203
14.2.3. Отчет о прибыли .....	205
14.2.4. Оборотный капитал .....	206
14.2.5. Инвестиционные затраты .....	207
14.2.6. Источники финансирования .....	208
14.2.7. Движение денежных средств .....	212
14.2.8. Баланс .....	212

14.3. Совершенствование модели для бизнес-планирования .....	214
14.3.1. Персонал и заработная плата .....	214
14.3.2. Уточнение статей себестоимости .....	215
14.3.3. Финансово-экономические показатели проекта .....	215
14.3.4. Анализ эффективности проекта .....	218
14.3.5. Анализ устойчивости проекта .....	222
14.4. Оптимизация управленческих решений при планировании .....	225
14.4.1. Методы оптимизации управленческих решений .....	225
14.4.2. Оптимальное управление предприятием .....	227
14.4.3. Моделирование параметров спроса .....	231
14.5. Вопросы для самопроверки .....	234

## ЧАСТЬ II

### **КОМПЬЮТЕРНЫЙ ПРАКТИКУМ** .....

235

## Глава 15

### **Представление программных средств** .....

237

15.1. Введение в программу Excel .....	238
15.1.1. Запуск пакета Excel и выход из него .....	239
15.1.2. Рабочий экран, работа с мышью и меню .....	239
15.1.3. Работа с панелями инструментов .....	241
15.1.4. Электронная таблица и навигация – перемещение курсора .....	241
15.1.5. Типы данных, их визуализация и ввод .....	242
15.1.6. Редактирование данных .....	243
15.1.7. Сохранение и загрузка файла .....	244
15.1.8. Вычисления в одной ячейке .....	244
15.1.9. Организация однородных вычислений для диапазона данных .....	246
15.1.10. Копирование и перемещение блока .....	248
15.1.11. Генерация последовательностей .....	249
15.1.12. Вычисления и логические операции со встроенными функциями .....	249
15.1.13. Построение и оформление диаграмм .....	251
15.2. Знакомство с системой управления базами данных ACCESS .....	253
15.2.1. Понятие базы данных .....	253
15.2.2. Общие сведения о СУБД ACCESS .....	254
15.2.3. Создание простейшей базы данных .....	255

15.2.4. Обработка данных в режиме таблицы .....	257
15.2.5. Организация запросов для вывода информации из базы данных .....	258
15.3. Простейшие операции в системе Mathcad .....	263
15.3.1. Запуск пакета и выход из него .....	264
15.3.2. Арифметические выражения и операции .....	264
15.3.3. Алгебраические выражения, их вычисление и преобразование .....	266
15.3.4. Использование встроенных и задание пользовательских функций .....	267
15.3.5. Выделение, копирование, перемещение и удаление выражений .....	268
15.3.6. Операции с векторами и матрицами .....	268
15.3.7. Операции математического анализа .....	271
15.3.8. Построение графика в плоской декартовой системе координат .....	272
15.3.9. Создание трехмерной графики .....	273
15.4. Работа в пакете STATGRAPHICS .....	274
15.4.1. Запуск пакета .....	274
15.4.2. Ввод и преобразование данных .....	276
15.4.3. Операции в STATGRAPHICS Plus for Windows 2.1 .....	276
15.4.4. Операции в STATGRAPHICS Plus for Windows 5.0 .....	278
15.4.5. Краткий обзор встроенных статистических процедур .....	278
15.5. Система STATISTICA: краткий обзор и элементы диалогового окна .....	279
15.5.1. Запуск системы STATISTICA и ее рабочее окно .....	279
15.5.2. Создание файла данных и простейшие операции с ними .....	281

## Глава 16

### Выполнение описательной статистики на компьютере .....

283

16.1. Выборка данных для компьютерной обработки и ее задачи ....	284
16.1.1. Характеристика исходных данных .....	284
16.1.2. Основные задачи обработки данных .....	285
16.2. Вывод описательной статистики в системе STATGRAPHICS .....	285
16.2.1. Запуск пакета и ввод данных .....	285
16.2.2. Быстрый вывод гистограммы и общих сведений .....	285
16.2.3. Полная описательная статистика одномерной выборки .....	287
16.2.4. Анализ и интерпретация выборки данных .....	292

16.3. Описательная статистика в системе STATISTICA .....	295
16.3.1. Настройка электронной таблицы и ввод данных .....	295
16.3.2. Быстрая обработка данных .....	295
16.3.3. Быстрые графические построения .....	297
16.3.4. Команды описательной статистики меню Descriptive Statistics .....	297
16.3.5. Вывод графики с помощью команд меню Graphs .....	299
16.3.6. Проверка согласия эмпирического и теоретического распределений .....	300
16.4. Статистическая обработка в Mathcad .....	301
16.4.1. Обзор способов ввода выборки и создания вектора данных .....	302
16.4.2. Организация первичной обработки на рабочем листе .....	303
16.4.3. Подбор математической модели эмпирического распределения .....	308
16.5. Систематизация и статистическая обработка одномерной выборки в Excel .....	311
16.5.1. Подготовка данных и их первичная обработка .....	311
16.5.2. Вывод описательной статистики .....	314
16.5.3. Анализ эмпирического распределения .....	316
16.5.4. Вывод диаграммы, совмещающей гистограмму и графики .....	319
16.6. Создание базы данных с одномерной выборкой и ее обработка в СУБД ACCESS .....	321
16.6.1. Запуск ACCESS и создание базы данных .....	321
16.6.2. Обработка выборки в простом запросе .....	322
16.6.3. Использование статистических функций .....	324

## Глава 17

### Статистическая обработка малых выборок на компьютере .....

327

17.1. Обработка малой выборки в Mathcad .....	328
17.1.1. Создание вектора данных .....	328
17.1.2. Тестирование выборки на согласие с нормальным законом и нормализация вариант .....	328
17.1.3. Решение типовых содержательных задач .....	329
17.2. Решение задач в Excel .....	333
17.2.1. Ввод выборки исходных данных в Excel .....	333
17.2.2. Проверка согласия с нормальным законом и нормализация вариант .....	334
17.2.3. Решение типовых содержательных задач .....	335

17.3. Операции с малыми выборками в системе STATISTICA .....	339
17.3.1. Настройка электронной таблицы и ввод данных .....	339
17.3.2. Вывод описательной статистики двух выборок .....	339
17.3.3. Решения типовых задач статистики малых выборок .....	340
17.4. Процедуры обработки малых выборок в системе STATGRAPHICS .....	345
17.4.1. Открытие электронной таблицы и ввод исходных данных .....	345
17.4.2. Вывод и интерпретация описательной статистики .....	345
17.4.3. Сравнение средних в малых выборках .....	347

## Глава 18

### **Линейное приближение парной стохастической зависимости** .....

349

18.1. Данные для построения парной зависимости по итогам аукциона .....	350
18.1.1. Фактические выдержки вин и цены как переменные парной стохастической зависимости .....	350
18.1.2. Смысл анализа зависимости для цен .....	350
18.2. Корреляционный и регрессионный анализы в Excel .....	351
18.2.1. Корреляционный анализ парной линейной зависимости .....	351
18.2.2. Вычисления и построение графика линейной регрессии .....	352
18.2.3. Вывод графиков и его характеристик как линейного тренда .....	353
18.2.4. Вычисление и построение доверительных интервалов .....	355
18.3. Построение линейной зависимости в Mathcad .....	355
18.3.1. Импорт данных из Excel .....	356
18.3.2. Вывод коэффициента корреляции .....	356
18.3.3. Регрессионный анализ с помощью функций slope и intercept .....	357
18.3.4. Вывод коэффициентов линейной регрессии функцией line .....	357
18.4. Анализ корреляции и регрессии в системе STATISTICA .....	358
18.4.1. Запуск системы и создание файла данных .....	358
18.4.2. Визуализация данных и линии регрессии .....	359
18.4.3. Анализ линейной зависимости .....	360
18.4.4. Оценка качества моделирования .....	369
18.5. Вывод статистик линейной связи в STATGRAPHICS .....	370
18.5.1. Запуск пакета и ввод исходных данных .....	371
18.5.2. Выполнение корреляционного анализа .....	371
18.5.3. Процедуры регрессионного анализа .....	374
18.5.4. Дополнительные возможности регрессионного анализа .....	378

## Глава 19

### Построение парной нелинейной стохастической зависимости на компьютере ..... 379

- 19.1. Построение парной нелинейной зависимости в Excel ..... 380
  - 19.1.1. Определение параметров подходящей нелинейной зависимости ..... 380
  - 19.1.2. Оценка качества оптимальной модели ..... 381
  - 19.1.3. Линеаризация зависимости ..... 382
- 19.2. Анализ нелинейной зависимости в Mathcad ..... 383
  - 19.2.1. Вычисления параметров нелинейной регрессии ..... 384
  - 19.2.2. Вывод параметров второго нелинейного приближения ..... 385
  - 19.2.3. Оценка качества оптимальной модели ..... 386
- 19.3. Вывод нелинейной регрессии в системе STATISTICA ..... 387
  - 19.3.1. Создание файла данных ..... 388
  - 19.3.2. Задание аппроксимирующей функции и вывод результатов ..... 389
  - 19.3.3. Вывод и анализ второго приближения зависимости ..... 396
  - 19.3.4. Замечания о доверительных интервалах нелинейной регрессии ..... 398
- 19.4. Обработка нелинейной зависимости в программе STATGRAPHICS ..... 398
  - 19.4.1. Запуск пакета и ввод исходных данных ..... 398
  - 19.4.2. Задание аппроксимирующей функции и вывод результатов ..... 399
  - 19.4.3. Анализ второго приближения нелинейной зависимости ..... 405

## Глава 20

### Построение многомерной связи на компьютере ..... 407

- 20.1. Исходная многомерная выборка для анализа ..... 408
  - 20.1.1. Переменные многомерной выборки и смысл моделирования ... 408
  - 20.1.2. Фактические данные за 24 месяца ..... 408
- 20.2. Анализ многомерной связи в Excel ..... 410
  - 20.2.1. Вывод коэффициентов парной корреляции и их экономический смысл ..... 410
  - 20.2.2. Оценка многомерной связи функцией ЛИНЕЙН ..... 413
  - 20.2.3. Анализ многомерной связи с помощью процедуры РЕГРЕССИЯ ..... 416
  - 20.2.4. Вывод парных моментов связи с использованием процедуры КОВАРИАЦИЯ ..... 418

20.3. Исследование многомерной связи в системе STATISTICA .....	419
20.3.1. Ввод многомерной выборки .....	419
20.3.2. Задание многомерного анализа .....	419
20.3.3. Вывод результатов анализа .....	422
20.4. Приближение и оценка многомерной связи в пакете STATGRAPHICS .....	426
20.4.1. Вывод и оценка первого приближения многомерной модели .....	427
20.4.2. Задание второго приближения многомерной модели .....	430
20.4.3. Автоматизированный отбор релевантных переменных .....	431

## Глава 21

### Компьютерный анализ и прогноз

<b>временных рядов</b> .....	435
21.1. Простейшая обработка временного ряда в Excel .....	436
21.1.1. Обеспечение сопоставимости уровней временных рядов .....	436
21.1.2. Исчисление показателей для анализа динамики в экономике .....	438
21.1.3. Анализ стохастически взаимосвязанных временных рядов .....	445
21.2. Моделирование временного ряда в Excel .....	445
21.2.1. Исходный временной ряд .....	445
21.2.2. Вывод в Excel графика временного ряда с ценами на никель .....	446
21.2.3. Численное моделирование и прогнозирование динамики цен .....	447
21.3. Обработка и анализ временных рядов в Excel с помощью встроенных процедур .....	453
21.3.1. Выделение регулярной составляющей как скользящего среднего .....	453
21.3.2. Вывод регулярной составляющей экспоненциальным сглаживанием .....	456
21.3.3. Аппроксимация временного ряда для выделения и прогноза регулярной составляющей .....	457
21.3.4. Встроенные функции для прогнозирования временного ряда .....	458
21.4. Deskриптивный анализ временных рядов в системе STATGRAPHICS .....	460
21.4.1. Начальные операции в блоке Descriptive Methods .....	461
21.4.2. Оценка регулярности временного ряда .....	465
21.4.3. Оценка сезонной компоненты временного ряда .....	469

21.5. Сглаживание, сезонная декомпозиция и прогнозирование временного ряда в STATGRAPHICS .....	471
21.5.1. Сглаживание временного ряда в окне Smoothing .....	472
21.5.2. Сезонная декомпозиция временного ряда .....	478
21.5.3. Прогнозирование динамики складских запасов .....	480
21.5.4. Автоматический выбор модели для анализа и прогноза .....	486
21.6. Анализ и прогноз временного ряда в системе STATISTICA .....	487
21.6.1. Создание файла данных .....	487
21.6.2. Задание переменной и вывод графика временного ряда .....	488
21.6.3. Экспоненциальное сглаживание и прогнозирование .....	491

## Глава 22

### Решение оптимизационных задач

#### экономики в Excel .....

22.1. Подбор одного параметра в модели прибыли .....	500
22.1.1. Поиск цены – фактора, явно определяющего заданную прибыль .....	500
22.1.2. Подбор объема производства, как контролируемого фактора, с учетом его влияния на другие параметры .....	502
22.2. Двухфакторная задача линейного программирования .....	503
22.2.1. Постановка ЗЛП для планирования производства красок .....	503
22.2.2. Алгоритм численной оптимизации модели в Excel .....	504
22.2.3. Графическое решение линейной оптимизационной задачи .....	505
22.3. Решение общей ЗЛП на примере транспортной задачи .....	506
22.3.1. Постановка транспортной ЗЛП .....	506
22.3.2. Компьютерное решение транспортной ЗЛП .....	507

## Глава 23

### Решение двойственных задач

#### линейного программирования в Excel .....

23.1. Численное решение и экономическая интерпретация симметричной двойственной задачи .....	510
23.1.1. Математическая постановка симметричной двойственной задачи .....	510
23.1.2. Пример симметричной двойственной ЗЛП в планировании .....	511
23.1.3. Численное решение и экономическая интерпретация прямой ЗЛП .....	512

23.1.4. Решение и экономическое содержание двойственной ЗЛП .....	513
23.1.5. Экономические аспекты решений .....	515
<b>23.2. Решение несимметричной двойственной задачи</b>	
<b>и ее экономический смысл .....</b>	<b>516</b>
23.2.1. Математическое описание прямой несимметричной ЗЛП .....	516
23.2.2. Математическая модель несимметричной двойственной ЗЛП .....	516
23.2.3. Пример несимметричной взаимно двойственной ЗЛП в планировании .....	517
23.2.4. Численное решение и экономическая интерпретация прямой задачи .....	518
23.2.5. Численное решение и экономический смысл двойственной ЗЛП .....	519

## **Глава 24**

### **Анализ межотраслевого баланса на компьютере .....**

24.1. Выполнение анализа в Excel .....	522
24.1.1. Постановка задачи .....	522
24.1.2. Ввод матриц в электронную таблицу .....	522
24.1.3. Операции с матрицами и векторами .....	522
24.2. Анализ модели межотраслевого баланса в Mathcad .....	524
24.2.1. Ввод данных .....	524
24.2.2. Матричные операции .....	525
24.2.3. Проверка условия Хаукинса–Саймона .....	525
24.2.4. Расчет вектора выпуска .....	526

## **Глава 25**

### **Решение матричных игр в Excel .....**

25.1. Постановка игровой задачи для решения методом линейного программирования .....	528
25.1.1. Экономическое содержание задачи и платежной матрицы .....	528
25.1.2. Анализ платежной матрицы и ее преобразование .....	529
25.2. Решение игры методом линейного программирования .....	529
25.2.1. Определение оптимальной стратегии фирмы А .....	529
25.2.2. Решение двойственной ЗЛП – оптимальная стратегия фирмы В .....	531
25.2.3. Проверка решений ЗЛП методом мажорирования .....	534

## Глава 26

### Построение компьютерной модели

#### бизнес-плана в Excel ..... 535

- 26.1. Создание базовой модели для бизнес-планирования ..... 536
  - 26.1.1. Общие правила создания компьютерной модели для бизнес-планирования в Excel ..... 536
  - 26.1.2. Объем производства и продаж ..... 537
  - 26.1.3. Себестоимость ..... 538
  - 26.1.4. Отчет о прибыли ..... 540
  - 26.1.5. Оборотный капитал ..... 541
  - 26.1.6. Инвестиционные затраты ..... 542
  - 26.1.7. Источники финансирования ..... 544
  - 26.1.8. Движение денежных средств ..... 545
  - 26.1.9. Баланс ..... 546
- 26.2. Совершенствование модели для бизнес-планирования ..... 547
  - 26.2.1. Персонал и заработная плата ..... 547
  - 26.2.2. Расшифровка материальных затрат и уточнение статей себестоимости ..... 549
  - 26.2.3. Финансовая оценка ..... 551
  - 26.2.4. Анализ коммерческой эффективности ..... 553
  - 26.2.5. Подбор рациональных параметров модели ..... 557
- 26.3. Имитационное моделирование устойчивости проекта ..... 559
  - 26.3.1. Таблицы данных ..... 559
  - 26.3.2. Анализ чувствительности проекта к цене продукции ..... 560
  - 26.3.3. Анализ чувствительности проекта к объему производства ..... 562
  - 26.3.4. Анализ чувствительности к уровням капитальных вложений, материальных затрат и оплаты труда ..... 563
  - 26.3.5. Анализ чувствительности к ставке сравнения (коэффициенту дисконтирования) ..... 564
- 26.4. Графическая иллюстрация расчетов ..... 565
  - 26.4.1. Диаграмма «Прибыльность проекта» ..... 565
  - 26.4.2. Диаграмма «Финансовый профиль проекта» ..... 566
  - 26.4.3. Диаграмма «Выручка и затраты» ..... 567
  - 26.4.4. Диаграмма «Чувствительность проекта» ..... 568
- 26.5. Оптимизация управленческих решений при планировании ..... 570
  - 26.5.1. Общий подход к выработке оптимальных управленческих решений ..... 570
  - 26.5.2. Учет в модели влияния рыночных факторов ..... 571

**Глава 27**

<b>Алгоритм оптимизации бизнес-плана</b> .....	573
27.1. Проблема оптимизации компьютерной модели бизнес-плана .....	574
27.1.1. Особенности оптимизации многокритериальной и многомерной модели бизнес-плана .....	574
27.1.2. Принцип прямого поиска максимума функции многих переменных .....	576
27.2. Реализация алгоритма в приложении VBA .....	577
27.2.1. Задача максимизации чистого дисконтированного дохода .....	577
27.2.2. Создание приложения для прямого поиска максимума .....	579
27.2.3. Поиск максимума с использованием приложения .....	584
<b>Предметный указатель</b> .....	587

# Введение

Настоящее издание представляет собой компьютерный практикум для студентов и доступное практическое руководство для всех занимающихся компьютерной обработкой и анализом экономических данных, планированием производства, оптимизацией решений и разработкой бизнес-планов.

Здесь подробно обсуждаются экономические, математические и компьютерные аспекты:

- описательной статистики одномерной совокупности экономических данных;
- статистического анализа малых выборок;
- приближения (аппроксимации) и прогноза экономических данных;
- компьютерного моделирования детерминированных и неопределенных (рисковых) ситуаций в экономике (задач линейного программирования, теории игр, теории массового обслуживания и теории нечетких множеств);
- методики составления и оптимизации реального бизнес-плана.

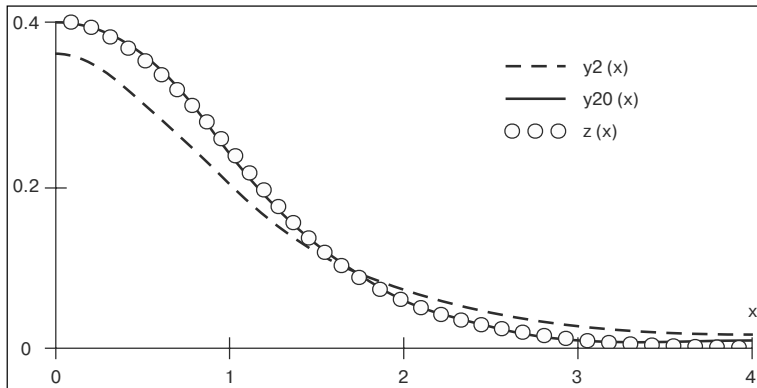
Книга состоит из двух частей. В первой части «Математические основы решения экономических задач» даны теоретические экономико-математические обоснования компьютерных алгоритмов в рамках учебных программ. Кроме стандартных подходов впервые рассматриваются статистические модели распределения случайной величины в ограниченной области рассеяния и структура временного ряда динамики ценообразования из решения системы дифференциальных уравнений для условий динамического равновесия экономической системы. На основе трудов Тихонова А. Н., Дубова Р. И. и Дубова И. Р. обосновываются принципы и приводятся примеры оптимизации приближений с определением:

- подходящего класса аппроксимирующих функций (некоторого ряда);
- устойчивой конечной структуры функции, то есть числа первых членов подходящего ряда, обеспечивающих уровень приближения, который соответствует случайной составляющей (погрешности) исходных данных;
- параметров (коэффициентов при членах ряда) методом наименьших квадратов и другими способами.

Во второй части «Компьютерный практикум», носящей рецептурный характер, рассматриваются примеры практического решения задач. Подробно, по принципу Key by Key (клавиша за клавишей), поясняются и наглядно иллюстрируются: работа в современных стандартных средствах EXCEL, ACCESS, MATHCAD, STATISTICA и STATGRAPHICS; алгоритмы, операции, функции и процедуры численного решений задач и графических построений. Приводятся постановка каждой задачи и экономическое содержание решения, поэтому вторая часть книги является самодостаточной и может использоваться для решения по образцу.

# ЧАСТЬ I

## Математические основы решения экономических задач



В этой части книги обсуждаются понятия и элементы экономико-математических методов, моделей, линейного программирования, теорий игр, массового обслуживания, нечетких множеств и оптимизации в бизнес-планировании как теоретической основы компьютерного решения экономических задач.

## Обработка и анализ одномерной выборки экономических данных

1.1. Понятие стохастической природы экономических данных.....	24
1.2. Описательная статистика и ее показатели .....	26
1.3. Элементы статистического анализа одномерной выборки .....	34
1.4. Вопросы для самопроверки .....	39

Хотя современные стандартные программные средства позволяют автоматизировать операции статистической обработки и анализа данных (система STAT-GRAPHICS дает даже интерпретацию результатов), для их использования требуется владение элементарными понятиями теории вероятностей и математической статистики.

## 1.1. Понятие стохастической природы экономических данных

Экспериментальные данные в экономике и управлении производством обычно определяются многими факторами.

Так, производительность труда зависит от квалификации работников, стажа, возраста, здоровья и настроения, трудовой дисциплины, стимулирования (материального и морального), качества инструментов, обеспеченности работ материалами и др. Многочисленные определяющие факторы, проявляясь каждый раз в той или иной мере, обуславливают колебание выполнения нормы выработки от нуля до превышения ее в десятки раз. Известны рекордные перевыполнения нормы выработки в десятки раз.

Полностью учесть все факторы, обеспечить их стабильность практически не удается, поэтому определяемое ими явление (выполнение нормы) ведет себя случайно, в точности не предсказуемо и прогнозируемо лишь в вероятностном (статистическом) смысле. Поэтому рекордные выработки не являются повседневными.

Случайным образом проявляются многие явления в природе и технике. А. Эйнштейн не относил вероятностные свойства к законам природы и говорил, что «Господь не играет в кости». Эйнштейн не считал удивительным, когда из неполного описания получаются статистические утверждения. Если бы удалось продвинуться к полному описанию, то следующие из него законы и отношения не имели бы ничего общего со статистикой.

### 1.1.1. Случайная величина и ее численные типы

Величина называется *случайной*, если при опыте (наблюдении) она принимает определенное, но наперед неизвестное значение, обусловленное случайными причинами, которые заранее не могут быть учтены.

Различаются дискретные и непрерывные случайные величины.

*Дискретной* (прерывной) называется случайная величина, которая может принимать только конечное или счетное число значений (например: количество выигравших лотерейных билетов; ежедневное число больных на предприятии; выработка, выраженная в количестве деталей, и т.п.).

*Непрерывной* называется случайная величина, могущая принимать любое значение из некоторого замкнутого или открытого интервала (например: процент выполнения нормы выработки, цена товара на рынках, доход фирмы, объем добычи россыпного золота и т.п.).

## 1.1.2. Основные характеристики случайной величины

Полной характеристикой случайной величины является ее распределение (закон распределения). Распределение, или закон распределения, понимаются как частоты (вероятности) для случайной величины:

- непрерывной – попадания на интервалы возможных значений;
- дискретной – принятия возможных значений.

Закон распределения – это правило, которое устанавливает связь между возможными значениями случайной величины и вероятностями (частотами) их появления. Зная закон распределения случайной величины, можно прогнозировать ее значения.

Если обозначить возможные значения случайной величины (интервал на оси абсцисс) как  $X$ , а ее конкретное проявление (точку на оси абсцисс) как  $x$ , то закон распределения можно задать в виде:

- интегральной (накопительной) функции  $F(x) = P(X < x)$  – вероятности того, что случайная величина  $X$  меньше величины  $x$  и находится в интервале от  $-\Gamma$  до  $x$ ;
- функции плотности вероятностей  $f(x) = F(x)'$ , то есть производной от интегральной функции.

*Закон распределения*, указывая, какие значения и как часто принимает случайная величина, определяет все реально существующее или воображаемое множество значений, называемое генеральной совокупностью. Обобщенными характеристиками генеральной совокупности являются параметры положения, рассеяния, формы распределения и возможной области рассеяния.

Наглядно генеральную совокупность случайной величины и обобщенные характеристики ее распределения можно показать на куче песка, насыпанного из некоторого точечного источника.

Вертикальное сечение через вершину такой кучи отражает одномерное распределение случайной величины, а поверхность кучи в сечении – кривую (график) плотности вероятностей.

Параметры кучи песка и генеральной совокупности случайной величины во многом схожи.

Положение кучи песка характеризуется проекциями на горизонтальную плоскость:

- центра тяжести, отвечающего математическому ожиданию (среднему арифметическому) генеральной совокупности;
- вершины кучи, соответствующей моде генеральной совокупности;
- следа вертикальной плоскости, делящей кучу на две части с равным числом песчинок, который отвечает медиане генеральной совокупности.

У симметричной кучи песка (и генеральной совокупности) обсуждаемые параметры положения совпадают.

Параметры рассеяния кучи песка характеризуются:

- радиусом горизонтального сечения кучи ниже вершины примерно на  $1/3$  высоты, отвечающим стандарту (среднеквадратичному отклонению) генеральной совокупности;

- диаметром кучи в ее основании, отвечающим размаху в генеральной совокупности.

Параметрами формы кучи песка являются характеристики:

- ее скошенности, отвечающей асимметрии генеральной совокупности;
- островершинности, отвечающей эксцессу генеральной совокупности.

Возможная область рассеяния песка (и случайной величины) может быть практически неограниченной, не препятствующей естественному разбросу, или ограниченной с одной или обеих сторон:

- отражающими вертикальными стенками;
- краями, например ямы, поглощающей попадающий в нее песок.

Ограничение области рассеяния искажает естественное распределение случайной величины, делает его неадекватным стандартным законам, которые предполагают рассеяние в бесконечных пределах (от  $-\infty$  до  $+\infty$ ).

В экономике многие показатели ограничены по своей сути (процентные величины, цены и др.). Только при достаточном по отношению к стандарту удалении центра рассеяния от границ можно пренебречь их влиянием.

Параметры генеральной совокупности оцениваются по формулам путем статистической обработки данных, отвечающих обычно не всей генеральной совокупности, а некоторой части. Часть генеральной совокупности, взятая для обследования и обработки, называется выборочной совокупностью, или просто выборкой. Число элементов (вариант) в выборке именуется ее объемом.

Основная задача статистической обработки выборочной совокупности данных состоит в получении обобщенных характеристик для всей генеральной совокупности, в первую очередь параметров положения, рассеяния и формы.

Общее и существенное, свойственное выборочной совокупности, скрыто и затуманено колебаниями конкретных проявлений случайной величины. Для того чтобы узнать это общее, рассматриваются не отдельные, единичные проявления, а вся совокупность. Поэтому ее статистическая обработка состоит в усредняющих процедурах, которые подавляют индивидуальные особенности (отклонения от общей закономерности) и выявляют типичные коллективные свойства экономического объекта или явления в целом.

Определяемые при статистической обработке параметры, тем не менее, сохраняют частично подавленные и случайно проявляющиеся индивидуальные особенности исходных данных. Иными словами, оценки параметров случайны и, как правило, не совпадают с истинными. Следует различать эти неизвестные истинные параметры генеральной совокупности и их оценки, то есть выборочные параметры, найденные при обработке ограниченной выборки данных.

## 1.2. Описательная статистика и ее показатели

*Описательная статистика* является начальным разделом математической статистики, в котором дается численная и графическая характеристика выборки анализируемых данных.

Задачи описательной статистики заключаются в оценке однородности выборки, закона распределения и его выборочных параметров.

### 1.2.1. Параметры положения

*Параметры положения* состоят из характеристик центра распределения: математического ожидания (среднего арифметического) случайной величины, середины упорядоченной совокупности (медианы) и значения, наиболее часто встречающегося в совокупности (моды).

Эти параметры отражают положение различных характеристик центра на числовой оси случайной величины и имеют ее размерность.

*Выборочное среднее* арифметическое (математическое ожидание)  $\bar{x}$  является самым известным и употребляемым параметром положения центра совокупности из случайных вариант  $x_i$ :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_N}{N}, \tag{1.1}$$

где  $N$  – объем выборки. Если варианты систематизированы в  $n$  интервалов со средними значениями  $x_1, x_2, \dots, x_p, \dots, x_n$  и числом вариант  $n_1, n_2, \dots, n_p, \dots, n_n$ , то среднее арифметическое рассчитывается как среднее взвешенное:

$$\bar{x} = \frac{x_1n_1 + x_2n_2 + \dots + x_in_i + \dots + x_nn_n}{N}, \tag{1.2}$$

где  $N = n_1 + n_2 + \dots + n_i + \dots + n_n$ .

Для всей генеральной совокупности среднее взвешенное, подсчитываемое с использованием вероятностей случайной величины в качестве весов, отвечает определению математического ожидания. Для выборки среднее взвешенное, очевидно, является оценкой среднего взвешенного генеральной совокупности и оценкой ее математического ожидания. Поэтому среднее взвешенное (и среднее арифметическое) в выборке соответствует, строго говоря, не математическому ожиданию, а его оценке, то есть *выборочному математическому ожиданию*.

Среднее взвешенное является начальным моментом первого порядка, обычно обозначаемым как  $m$ . Для непрерывных случайных величин начальный момент первого порядка, математическое ожидание (и среднее взвешенное) определяются интегралами:

$$m = \bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx. \tag{1.3}$$

Для дискретных случайных величин интегралы заменяются суммами.

Выборочное среднее (математическое ожидание) обладает очень важным и широко используемым свойством – образует минимальную сумму квадратов отклонений от вариант выборки.

Проекция на горизонтальную плоскость центра тяжести кучи песка, как указывалось, имитирует среднее арифметическое случайной величины, что строго

следует из выражения (1.1). Формула определяет не только начальный момент первого порядка (среднее взвешенное и математическое ожидание), но и центр тяжести одномерной массы, распределенной с некоторой плотностью вдоль оси. При симметричном распределении случайной величины среднее взвешенное (математическое ожидание) и центр тяжести одномерной массы, симметрично распределенной вдоль оси, совпадают с центром симметрии.

Из закона больших чисел следует, что с увеличением объема выборки ее среднее арифметическое стремится к среднему арифметическому генеральной совокупности, то есть математическому ожиданию.

*Медиана* случайной величины – это такое ее значение, которое делит совокупность на две равные части: большие и меньшие медианы.

В куче песка, имитирующей совокупность случайных величин, медиана отвечает следу на основании вертикальной плоскости, которая делит кучу на две части с равным числом песчинок.

Площадь, ограниченная графиком плотности вероятностей одномерного распределения случайной величины, делится пополам перпендикуляром к оси, проведенным через значение медианы.

В симметричном распределении медиана совпадает с математическим ожиданием.

*Мода* распределения случайной величины является ее значением, встречающимся наиболее часто. Мода распределения отвечает горизонтальной проекции вершины кучи песка, которая имитирует рассеяние совокупности случайной величины. При модальном значении график плотности вероятностей одномерного распределения случайной величины имеет максимум.

В симметричном распределении мода совпадает как с математическим ожиданием, так и с медианой.

## 1.2.2. Параметры рассеяния

*Параметры рассеяния* показывают разброс случайной величины, и при ее имитации кучей песка – рассеяние песчинок вокруг центра.

*Дисперсия* совокупности определяется как математическое ожидание квадрата отклонения вариант от их математического ожидания, то есть является средним квадратом отклонений случайной величины от ее среднего.

Дисперсия  $D$  – это центральный момент второго порядка  $m_2$ , и  $D = m_2$ . Дисперсия непрерывной случайной величины определяется интегралом:

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m)^2 f(x) dx. \quad (1.4)$$

Для выборки объемом  $N$  оценка дисперсии подсчитывается по формуле:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - m)^2}{s}, \quad (1.5)$$

где  $s$  – число степеней свободы. Величина  $s$  равна количеству вариантов за вычетом числа наложенных связей, то есть  $s$  показывает количество вариантов, которое может быть произвольным (и изменяться случайно) при наложенных условиях. Например, сумма двух случайных чисел имеет две степени свободы, поскольку каждое число может быть произвольным. Но если наложить условие равенства среднего из этих чисел некоторой величине, то произвольным будет только одно число, а второе определяется условием из соответствующего уравнения, поэтому число степеней свободы рассчитывается как  $2 - 1 = 1$ .

При определении дисперсии выборки объемом  $N$  с априорно известным математическим ожиданием число степеней свободы  $s = N$ . Если используется выборочная оценка математического ожидания по данным той же выборки, то тем самым на нее накладывается дополнительное условие, поскольку варианты должны удовлетворять уравнению:

$$\bar{x} = m = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}. \quad (1.6)$$

Следовательно, число степеней свободы составляет  $s = N - 1$ . Если  $N$  достаточно велико, то  $N \approx N - 1$ , то есть уменьшением числа степеней свободы можно пренебречь. Но в общем случае оценка дисперсии без учета числа степеней свободы несколько занижается и потому называется смещенной. Оценка дисперсии, подсчитанная с учетом числа степеней свободы, называется несмещенной.

Стандартное отклонение (или просто *стандарт*) случайной величины – это среднеквадратичное отклонение вариантов в обе стороны (со знаками  $\pm$ ) от среднего арифметического. Стандартное отклонение  $d$  является квадратным корнем из дисперсии, или  $D = d^2$ . Оценка стандарта, как и дисперсии, без учета числа степеней свободы занижена, называется смещенной, а при учете числа степеней свободы – несмещенной. В аналогии случайного рассеяния с кучей песка стандарту отвечает радиус кучи на высоте примерно  $1/3$  от вершины.

*Коэффициент вариации* – это относительный показатель рассеяния, равный отношению стандартного отклонения к среднему значению случайной величины. Если обозначить коэффициент вариации  $V$ , то  $V = d / m = d / \bar{x}$ .

Размахом случайной величины является разность между максимальным и минимальным значениями. *Размах* превышает стандарт приблизительно в 6 раз. В аналогии рассеяния случайной величины с кучей песка размаху отвечает диаметр кучи в основании, то есть ширина области рассеяния.

### 1.2.3. Параметры формы распределения

Форма распределения случайной величины характеризуется асимметрией и эксцессом.

*Асимметрия* (скошенность) обычно обозначается  $A$  и определяется как относительная величина центрального момента третьего порядка:

$$A = m_3 / d^3. \quad (1.7)$$