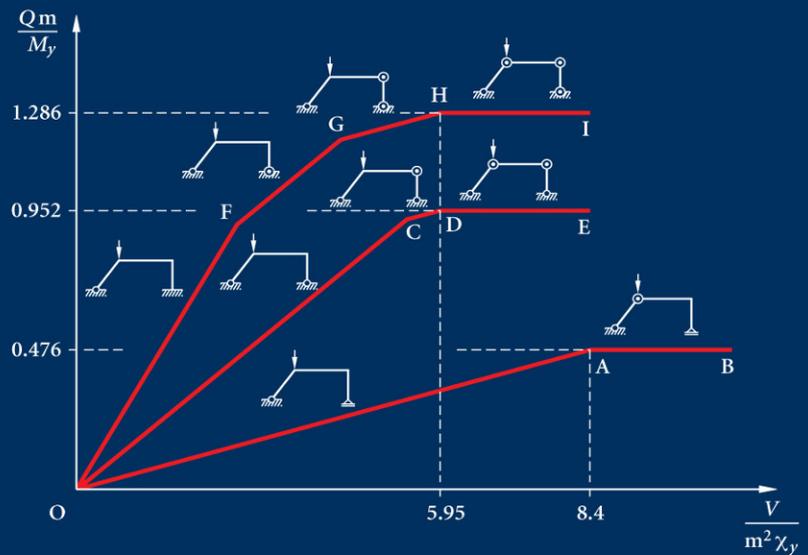
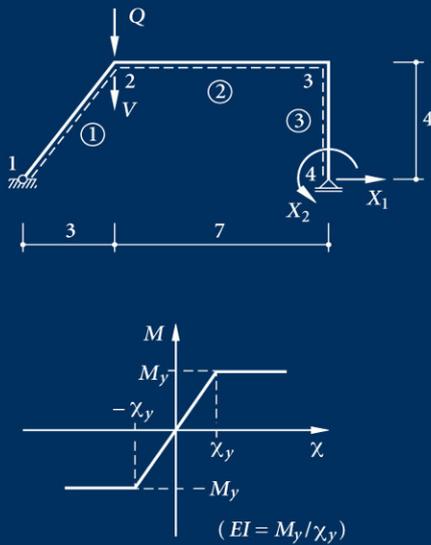


PETER MARTI

BAUSTATIK

GRUNDLAGEN
STABTRAGWERKE
FLÄCHENTRAGWERKE



2. Auflage

PETER MARTI

BAUSTATIK

GRUNDLAGEN
STABTRAGWERKE
FLÄCHENTRAGWERKE

2. Auflage

PETER MARTI

BAUSTATIK

**GRUNDLAGEN
STABTRAGWERKE
FLÄCHENTRAGWERKE**

2. Auflage

Prof. Dr. Peter Marti
ETH Zürich
Institut für Baustatik und Konstruktion (IBK)
8093 Zürich
Schweiz
marti@ibk.baug.ethz.ch

Titelbild: Rahmensysteme – elastisch-plastisches Tragverhalten, Peter Marti

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2014 Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG,
Rotherstr. 21, 10245 Berlin, Germany

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses
Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Fotokopie,
Mikrofilm oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von
Datenverarbeitungsanlagen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden.

All rights reserved (including those of translation into other languages). No part of this book may be
reproduced in any form – by photoprinting, microfilm, or any other means – nor transmitted or translated
into a machine language without written permission from the publisher.

Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch
berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann
es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen
handeln, wenn sie als solche nicht eigens markiert sind.

Umschlaggestaltung: Sophie Bleifus, Berlin
Herstellung: HillerMedien, Berlin
Satz: Hagedorn Kommunikation, Viernheim
Druck: AZ Druck und Datentechnik GmbH, Berlin
Bindung: Stein + Lehmann, Berlin
Printed in the Federal Republic of Germany.
Gedruckt auf säurefreiem Papier.

2., korrigierte Auflage

Print ISBN 978-3-433-03093-6

// ePDF ISBN 978-3-433-60436-6 // ePub ISBN 978-3-433-60435-9 //
// eMobi ISBN 978-3-433-60438-0 // eBook ISBN 978-3-433-60439-7 //

Vorwort zur 2., korrigierten Auflage

Die erste Auflage der „Baustatik“ fand eine derart erfreuliche Aufnahme, dass schon nach kurzer Zeit die Bereitstellung einer 2. Auflage erforderlich wurde. Im Vergleich zur 1. ist die 2. Auflage unverändert; lediglich die in der Zwischenzeit bekannt gewordenen Druckfehler wurden korrigiert.

Zürich, Dezember 2013

Peter Marti

Vorwort zur 1. Auflage

Dieses Buch entstand aus Vorlesungen, die ich von 1982 bis 1987 an der Universität Toronto und seit 1990 an der ETH Zürich hielt. In Toronto waren dies „Energy Methods in Structural Engineering“ und „Structural Stability“, in Zürich „Baustatik I - III“ und „Flächentragwerke“. Zudem wurden Teile meiner Vorlesungen „Applied Mechanics“ und „Plasticity in Reinforced Concrete“ in Toronto sowie „Entwurf“, „Brückenbau“, „Hochbau“ und „Stahlbeton I - III“ in Zürich verwendet.

Das Buch richtet sich an Studierende und Lehrende ebenso wie an Bauingenieure in der Praxis. Es bezweckt, seine Leser zu einer sinnvollen Modellierung und Behandlung von Tragwerken zu befähigen und sie bei ihren Tragwerksplanungs- und -überprüfungsarbeiten zu unterstützen.

Statische Berechnungen werden heute weitgehend mittels Computern auf der Basis der Finite-Elemente-Methode erstellt. Das vorliegende Buch liefert hierzu lediglich eine Einführung. Es konzentriert sich auf die Grundlagen der Baustatik, mit dem Ziel der Vermittlung entsprechender Einsichten und Kenntnisse des Tragverhaltens. Stab- und Flächentragwerke werden nach der Elastizitäts- und der Plastizitätstheorie behandelt. Das Buch enthält viele Beispiele und überlässt den Lesern eine Serie von Aufgaben zur selbständigen Bearbeitung. Insgesamt sollen die Leser darin unterstützt werden, durch geschickte Modellbildung auf möglichst einfachem Weg zu aussagekräftigen, für die jeweilige Fragestellung gerade ausreichenden Ergebnissen zu gelangen. Dies ermöglicht insbesondere eine kritische und effiziente Überprüfung von Computerberechnungen – eine stets notwendige, leider jedoch oft vernachlässigte Tätigkeit. Darüber hinaus schärfen die vertieften und erweiterten Kenntnisse den Blick für das Wesentliche und schaffen günstige Voraussetzungen für die beim Tragwerksentwurf erforderliche Synthese statisch-konstruktiver, ausführungstechnischer und gestalterischer Betrachtungen.

Die Kapitel 3 und 4, die sich mit allgemeinen Grundlagen des konstruktiven Ingenieurbaus befassen, wurden stark durch meine Tätigkeit als Leiter des Projekts „Swisscodes“ des Schweizerischen Ingenieur- und Architektenvereins (SIA) beeinflusst. Mit diesem von 1998 bis 2003 durchgeführten Projekt wurden die Tragwerksnormen des SIA vollständig überarbeitet und als Normenreihe SIA 260 bis 267 neu herausgegeben. Ich danke dem SIA für die Genehmigung des Abdrucks der Figur 1 und der Tabelle 1 der Norm SIA 260, „Grundlagen der Projektierung von Tragwerken“, als Bild 3.1 bzw. Tabelle 4.1 in diesem Buch. Ferner danke ich dem SIA für die Erlaubnis, die Beispiele zur Nutzungsvereinbarung und zur Projektbasis in meinem Beitrag zur Einführung der Norm SIA 260 in der Dokumentation SIA D 0181 als Beispiel 3.1 bzw. 3.2 zu übernehmen.

Die vorliegende Darstellung der Baustatik basiert im Kern auf meinem Bauingenieurstudium an der ETH Zürich. Hans Ziegler, Professor für Mechanik, und mein Doktorvater und Vorgänger Bruno Thürlimann, Professor für Baustatik und Massivbau, hatten den grössten Einfluss. Thürlimann vertrat konsequent die Anwendung der Plastizitätstheorie im konstruktiven Ingenieurbau und wurde in diesem Bestreben von Ziegler unterstützt. Wesentliche Einsichten verdanke ich auch Pierre Dubas, Professor für Baustatik und Stahlbau, und Christian Menn, Professor für Baustatik und Konstruktion, insbesondere hinsichtlich der praktischen Umsetzung der theoretischen Erkenntnisse. Viele Beispiele und Darstellungsweisen im vorliegenden Buch gehen auf diese von mir hoch geschätzten Lehrer und die von ihnen geprägte Zürcher Schule der Baustatik zurück.

Über die Jahre als Dozent in Toronto und Zürich erhielt ich von einer Vielzahl von Studierenden wertvolle Vorschläge zur Verbesserung meiner Vorlesungen. Ihnen allen bin ich zu Dank verpflichtet. Herzlich danken möchte ich weiter all meinen heutigen und ehemaligen Assistierenden an der ETH Zürich. Mit ihrem grossen Einsatz bei der Betreuung der Studierenden und bei allen weiteren mit der Lehre verbundenen Tätigkeiten haben sie ganz wesentlich zur Weiterentwicklung der Zürcher Schule der Baustatik beigetragen.

Frau S. Schenkel, dipl. Ing. ETH, und Herr M. Schmidlin, dipl. Arch. ETH/dipl. Ing. ETH, unterstützten mich bei der Herstellung des Manuskripts. Herr Schmidlin fertigte alle Bilder an. Frau Schenkel koordinierte die Arbeiten, pflegte den Kontakt zum Verlag und schrieb sämtliche Formeln und grosse Teile des Texts. Beiden möchte ich für ihre präzise und umsichtige Arbeit herzlich danken. Weiter danke ich Frau M. Stacey für Schreibaarbeiten. Meiner Sekretärin, Frau R. Nöthiger, danke ich für ihre Hilfe bei den Vorarbeiten zu diesem Buchprojekt und dafür, dass sie mich im administrativen Bereich stets wirkungsvoll entlastete. Schliesslich danke ich allen Verantwortlichen des Verlags Ernst & Sohn für die angenehme Zusammenarbeit und die sorgfältige Ausstattung des Buches.

Zürich, Februar 2012

Peter Marti

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur 2. Auflage V

Vorwort zur 1. Auflage V

I EINFÜHRUNG

1 Aufgabe und Abgrenzung der Baustatik 1

- 1.1 Allgemeines 1
- 1.2 Grundlagen der Baustatik 1
- 1.3 Baustatische Verfahren 2
- 1.4 Baustatik und Baudynamik 3
- 1.5 Baustatik und Konstruktion 4

2 Geschichtlicher Hintergrund 5

II GRUNDLAGEN

3 Projektierung von Tragwerken 11

- 3.1 Allgemeines 11
- 3.2 Tragwerksentwurf 13
- 3.3 Nutzungsvereinbarung und Projektbasis 15
- 3.4 Zusammenfassung 26
- 3.5 Aufgaben 27

4 Tragwerksanalyse und Bemessung 29

- 4.1 Allgemeines 29
- 4.2 Einwirkungen 29
 - 4.2.1 Einwirkungen und Auswirkungen 29
 - 4.2.2 Einwirkungsmodelle und repräsentative Werte 30
- 4.3 Tragwerksmodell 31
- 4.4 Grenzzustände 32
- 4.5 Bemessungssituationen und Lastfälle 32
- 4.6 Nachweise 33
 - 4.6.1 Nachweiskonzept 33
 - 4.6.2 Bemessungswerte 33
 - 4.6.3 Nachweis der Tragsicherheit 35
 - 4.6.4 Nachweis der Gebrauchstauglichkeit 35
- 4.7 Bemerkungen 35
- 4.8 Hinweise zur statischen Berechnung 37
- 4.9 Hinweise zum technischen Bericht 39
- 4.10 Zusammenfassung 41
- 4.11 Aufgaben 41

5 Statische Beziehungen 43

- 5.1 Kräftesysteme und Gleichgewicht 43
 - 5.1.1 Grundbegriffe 43

5.1.2 Kräftesysteme 44

5.1.3 Gleichgewicht 45

5.1.4 Standfestigkeit 45

5.1.5 Lager 47

5.1.6 Gelenke 50

5.1.7 Schnittgrößen 51

5.2 Spannungen 53

5.2.1 Grundbegriffe 53

5.2.2 Einachsiger Spannungszustand 53

5.2.3 Ebener Spannungszustand 54

5.2.4 Räumlicher Spannungszustand 57

5.3 Differentielle Tragwerkelemente 61

5.3.1 Gerade Stäbe 61

5.3.2 In einer Ebene gekrümmte Stäbe 62

5.4 Zusammenfassung 68

5.5 Aufgaben 69

6 Kinematische Beziehungen 71

6.1 Grundbegriffe 71

6.2 Ebener Verformungszustand 72

6.3 Räumlicher Verformungszustand 74

6.4 Zusammenfassung 76

6.5 Aufgaben 77

7 Werkstoffbeziehungen 79

7.1 Grundbegriffe 79

7.2 Linear elastisches Verhalten 81

7.3 Ideal plastisches Verhalten 83

7.3.1 Einachsiger Spannungszustand 83

7.3.2 Räumlicher Spannungszustand 84

7.3.3 Fließbedingungen 85

7.4 Zeitabhängiges Verhalten 91

7.4.1 Schwinden 91

7.4.2 Kriechen und Relaxation 91

7.5 Temperaturverformungen 95

7.6 Ermüdung 95

7.6.1 Allgemeines 95

7.6.2 S-N-Diagramme 96

7.6.3 Schadensakkumulation unter Betriebslasten 97

7.7 Zusammenfassung 99

7.8 Aufgaben 100

8 Energieverfahren 103

8.1 Einführendes Beispiel 103

8.1.1 Statisch bestimmtes System 103

8.1.2	Statisch unbestimmtes System	105
8.1.3	Arbeitsgleichung	106
8.1.4	Bemerkungen	107
8.2	Variablen und Operatoren	107
8.2.1	Einleitung	107
8.2.2	Ebene Stabtragwerke	109
8.2.3	Räumliche Stabtragwerke	111
8.2.4	Ebener Spannungszustand	112
8.2.5	Ebener Verzerrungszustand	113
8.2.6	Platten	113
8.2.7	Dreidimensionale Kontinua	115
8.2.8	Bemerkungen	116
8.3	Prinzip der virtuellen Arbeiten	117
8.3.1	Virtuelle Kraft- und Verformungsgrößen	117
8.3.2	Prinzip der virtuellen Verformungen	117
8.3.3	Prinzip der virtuellen Kräfte	117
8.3.4	Bemerkungen	118
8.4	Elastische Systeme	120
8.4.1	Hyperelastische Werkstoffe	120
8.4.2	Konservative Systeme	121
8.4.3	Linear elastische Systeme	128
8.5	Näherungsverfahren	131
8.5.1	Einleitung	131
8.5.2	Verfahren von RITZ	131
8.5.3	Verfahren von GALERKIN	135
8.6	Zusammenfassung	136
8.7	Aufgaben	138
III LINEARE STATIK DER STABTRAGWERKE		
9	Aufbau von Stabtragwerken	139
9.1	Allgemeines	139
9.2	Tragwerksmodellierung	139
9.3	Diskretisiertes Tragwerksmodell	142
9.3.1	Beschreibung des statischen Systems	142
9.3.2	Knotengleichgewicht	143
9.3.3	Statische Bestimmtheit	144
9.3.4	Kinematische Herleitung der Gleichgewichtsmatrix	146
9.4	Zusammenfassung	149
9.5	Aufgaben	149
10	Kraftgrössenermittlung	151
10.1	Allgemeines	151
10.2	Betrachtung ausgewählter Schnittkörper	152
10.3	Knotengleichgewicht	156
10.4	Kinematische Methode	158
10.5	Zusammenfassung	160
10.6	Aufgaben	160
11	Schnittgrößen und Zustandslinien	161
11.1	Allgemeines	161
11.2	Gelenkstabwerke	163
11.2.1	GERBERträger	163
11.2.2	Gelenkbogen und -rahmen	165
11.2.3	Verstärkte Balken mit Zwischengelenk	167
11.3	Fachwerke	168
11.3.1	Voraussetzungen und Tragwerksaufbau	168
11.3.2	Berechnungsverfahren	171
11.3.3	Knotengleichgewicht	171
11.3.4	CREMONAplan	173
11.3.5	RITTERsches Schnittverfahren	174
11.3.6	Kinematische Methode	175
11.4	Zusammenfassung	176
11.5	Aufgaben	177
12	Einflusslinien	179
12.1	Allgemeines	179
12.2	Einflusslinienermittlung mittels Gleichgewichtsbedingungen	180
12.3	Kinematische Einflusslinienermittlung	181
12.4	Zusammenfassung	185
12.5	Aufgaben	185
13	Elementare Verformungen	187
13.1	Allgemeines	187
13.2	Biegung und Normalkraft	187
13.2.1	Spannungs- und Verformungszustand	187
13.2.2	Hauptachsen	189
13.2.3	Spannungsberechnung	191
13.2.4	Verbundquerschnitte	192
13.2.5	Temperaturverformungen	194
13.2.6	Ebene Biegung gekrümmter Stäbe	195
13.2.7	Praktische Hinweise	196
13.3	Querkraft	196
13.3.1	Näherung für prismatische Stäbe unter spezieller Biegung	196
13.3.2	Approximativer ebener Spannungszustand	198
13.3.3	Dünnwandige Querschnitte	199
13.3.4	Schubmittelpunkt	201
13.4	Torsion	202
13.4.1	Kreisquerschnitte	202
13.4.2	Allgemeine Querschnitte	203
13.4.3	Dünnwandige Hohlquerschnitte	206
13.4.4	Wölbtorsion	209
13.5	Zusammenfassung	218
13.6	Aufgaben	220
14	Einzelverformungen	223
14.1	Allgemeines	223
14.2	Arbeitssatz	224
14.2.1	Einführendes Beispiel	224
14.2.2	Allgemeine Formulierung	225
14.2.3	Berechnung der Verschiebungsarbeitsintegrale	225
14.2.4	Systematisches Vorgehen	228
14.3	Anwendungen	228
14.4	Satz von Maxwell	232
14.5	Zusammenfassung	233
14.6	Aufgaben	233

- 15 Verformungslinien** 235
 - 15.1 Allgemeines 235
 - 15.2 Differentialgleichungen gerader Stabelemente 235
 - 15.2.1 Ebene Beanspruchung 235
 - 15.2.2 Räumliche Beanspruchung 237
 - 15.2.3 Querkrafteinfluss 237
 - 15.2.4 Kriech-, Schwind- und Temperaturverformungen 237
 - 15.2.5 Gekrümmte Stabachsen 237
 - 15.3 Integrationsverfahren 238
 - 15.3.1 Analytische Integration 238
 - 15.3.2 MOHRsche Analogie 240
 - 15.4 Zusammenfassung 245
 - 15.5 Aufgaben 245
- 16 Kraftmethode** 247
 - 16.1 Allgemeines 247
 - 16.2 Tragverhalten statisch unbestimmter Systeme 247
 - 16.2.1 Übersicht 247
 - 16.2.2 Statisch bestimmtes System 248
 - 16.2.3 Einfach statisch unbestimmtes System 249
 - 16.2.4 Zweifach statisch unbestimmtes System 251
 - 16.2.5 Vertiefte Analyse des einfach statisch unbestimmten Systems 252
 - 16.2.6 Vertiefte Analyse des zweifach statisch unbestimmten Systems 256
 - 16.3 Klassische Darstellung der Kraftmethode 256
 - 16.3.1 Allgemeines Vorgehen 256
 - 16.3.2 Bemerkungen 257
 - 16.3.3 Verformungen 259
 - 16.3.4 Einflusslinien 261
 - 16.4 Anwendungen 264
 - 16.5 Zusammenfassung 274
 - 16.6 Aufgaben 276
- 17 Verformungsmethode** 279
 - 17.1 Unabhängige Stabendvariablen 279
 - 17.1.1 Allgemeines 279
 - 17.1.2 Element-Steifigkeitsbeziehung 279
 - 17.1.3 Stabeinwirkungen 280
 - 17.1.4 Algorithmus der Verformungsmethode 282
 - 17.2 Vollständige Stabendvariablen 283
 - 17.2.1 Allgemeines 283
 - 17.2.2 Element-Steifigkeitsbeziehung 284
 - 17.2.3 Stabeinwirkungen 285
 - 17.2.4 Lagerkraftgrößen 285
 - 17.3 Direkte Steifigkeitsmethode 286
 - 17.3.1 Inzidenztransformation 286
 - 17.3.2 Drehtransformation 287
 - 17.3.3 Algorithmus der direkten Steifigkeitsmethode 288
 - 17.4 Drehwinkelverfahren 292
 - 17.4.1 Allgemeines 292
 - 17.4.2 Grundzustände und Stabendmomente 294
 - 17.4.3 Gleichgewichtsbedingungen 295
 - 17.4.4 Anwendungen 296
 - 17.4.5 Zwängungen 300
 - 17.4.6 Einflusslinien 305
 - 17.4.7 Momentenausgleichsverfahren von CROSS 307
 - 17.5 Zusammenfassung 311
 - 17.6 Aufgaben 312
- 18 Kontinua** 313
 - 18.1 Allgemeines 313
 - 18.2 Stabdehnung 313
 - 18.2.1 Anwendungsbeispiele 313
 - 18.2.2 Berechnungsmodell 314
 - 18.2.3 Eigenspannungen 316
 - 18.2.4 Zwängungen 317
 - 18.2.5 Verbund 318
 - 18.2.6 Zusammenfassung 322
 - 18.3 Schubträger 323
 - 18.3.1 Anwendungsbeispiele 323
 - 18.3.2 Berechnungsmodell 323
 - 18.3.3 Stockwerkrahmen 323
 - 18.3.4 VIERENDEEL-Träger 325
 - 18.3.5 Sandwichplatten 326
 - 18.3.6 Zusammenfassung 328
 - 18.4 Biegeträger 328
 - 18.4.1 Allgemeines 328
 - 18.4.2 Berechnungsmodell 329
 - 18.4.3 Zwängungen 329
 - 18.4.4 Elastische Bettung 331
 - 18.4.5 Zusammenfassung 334
 - 18.5 Kombination von Schub- und Biegetragwirkung 335
 - 18.5.1 Allgemeines 335
 - 18.5.2 Schubwand-Rahmensysteme 336
 - 18.5.3 Schubwandverbindung 340
 - 18.5.4 Verdübelte Balken 344
 - 18.5.5 Zusammenfassung 346
 - 18.6 Bogen 347
 - 18.6.1 Allgemeines 347
 - 18.6.2 Berechnungsmodell 347
 - 18.6.3 Anwendungen 348
 - 18.6.4 Zusammenfassung 352
 - 18.7 Ringförmige Konstruktionen 352
 - 18.7.1 Allgemeines 352
 - 18.7.2 Berechnungsmodell 353
 - 18.7.3 Anwendungen 354
 - 18.7.4 Randstörungen bei Zylinderschalen 355
 - 18.7.5 Zusammenfassung 356
 - 18.8 Seile 356
 - 18.8.1 Allgemeines 356
 - 18.8.2 Berechnungsmodell 357
 - 18.8.3 Dehnstarre Seile 359
 - 18.8.4 Dehnsteife Seile 360
 - 18.8.5 Dehnsteifigkeit querbelasteter Seile 362
 - 18.8.6 Zusammenfassung 362

18.9	Kombination von Seil- und Biegetragwirkung	363	21.3	Statische und kinematische Methode	414
18.9.1	Berechnungsmodell	363	21.3.1	Allgemeines	414
18.9.2	Biegesteife Zugglieder	364	21.3.2	Einfeldträger	415
18.9.3	Hängedächer und Spannbänder	365	21.3.3	Durchlaufträger	417
18.9.4	Hängebrücken	370	21.3.4	Ebene Rahmen	418
18.9.5	Zusammenfassung	370	21.3.5	Querbelastete ebene Rahmen	423
18.10	Aufgaben	371	21.4	Plastische Festigkeitslehre	428
19	Diskontinua	373	21.4.1	Allgemeines	428
19.1	Allgemeines	373	21.4.2	Schiefe Biegung	428
19.2	Kraftmethode	374	21.4.3	Biegung und Normalkraft	430
19.2.1	Vollständige und globale Stabendkraftgrößen	374	21.4.4	Biegung und Torsion	434
19.2.2	Element-Nachgiebigkeitsbeziehung	374	21.4.5	Biegung und Querkraft	436
19.2.3	Stabeinwirkungen	376	21.5	Einspiellast und Traglast	437
19.2.4	Algorithmus der Kraftmethode	376	21.6	Bemessung auf minimale Eigenlast	439
19.2.5	Vergleich mit klassischer Kraftmethode	378	21.6.1	Allgemeines	439
19.2.6	Praktische Anwendung	378	21.6.2	Lineare Zielfunktion	440
19.2.7	Reduzierte Freiheitsgrade	378	21.6.3	FOULKES-Mechanismen	440
19.2.8	Ergänzende Bemerkungen	381	21.6.4	Bemerkungen	442
19.3	Einführung in die Methode der finiten Elemente	383	21.7	Numerische Verfahren	444
19.3.1	Grundlagen	383	21.7.1	Kraftmethode	444
19.3.2	Elementmatrizen	383	21.7.2	Traglastprogramm	445
19.3.3	Schubstarres Stabelement	383	21.7.3	Optimale Bemessung	446
19.3.4	Ansatzfunktionen	387	21.8	Zusammenfassung	448
19.3.5	Bemerkungen	388	21.9	Aufgaben	449
19.4	Zusammenfassung	388	22	Stabilitätsprobleme	451
19.5	Aufgaben	389	22.1	Allgemeines	451
IV NICHTLINEARE STATIK DER STABTRAGWERKE			22.2	Elastisches Knicken	451
20	Elastisch-plastische Systeme	391	22.2.1	Stützenbiegelineie	451
20.1	Allgemeines	391	22.2.2	Verzweigungsprobleme	455
20.2	Einfach statisch unbestimmtes Fachwerk	391	22.2.3	Näherungsverfahren	456
20.2.1	Einparametrische Belastung	391	22.2.4	Ergänzungen	462
20.2.2	Zweiparametrische Belastung und Verallgemeinerung	398	22.2.5	Drehwinkelverfahren	467
20.3	Balkenbiegung	400	22.2.6	Steifigkeitsmatrizen	471
20.3.1	Momenten-Krümmungsdiagramme	400	22.3	Elastisch-plastisches Knicken	473
20.3.2	Einfeldträger	402	22.3.1	Zentrisch beanspruchte Druckglieder	473
20.3.3	Durchlaufträger	405	22.3.2	Exzentrische beanspruchte Druckglieder	476
20.3.4	Rahmen	407	22.3.3	Traglast von Rahmen nach Theorie 2. Ordnung	479
20.3.5	Bemerkungen	408	22.4	Biegedrillknicken und Kippen	482
20.4	Zusammenfassung	408	22.4.1	Grundlage	482
20.5	Aufgaben	409	22.4.2	Zentrische Belastung	484
21	Traglastverfahren	411	22.4.3	Exzentrische Belastung in starker Ebene	485
21.1	Allgemeines	411	22.4.4	Allgemeine Belastung	487
21.2	Grenzwertsätze	412	22.5	Zusammenfassung	490
21.2.1	Grundlagen	412	22.6	Aufgaben	491
21.2.2	Unterer Grenzwertsatz	412	V FLÄCHENTRAGWERKE		
21.2.3	Oberer Grenzwertsatz	413	23	Scheiben	493
21.2.4	Verträglichkeitssatz	413	23.1	Allgemeines	493
21.2.5	Folgerungen aus den Grenzwertsätzen	413	23.2	Elastische Scheiben	493
			23.2.1	Spannungsfunktion	493
			23.2.2	Polarkoordinaten	495
			23.2.3	Ansätze für Verschiebungskomponenten	498

23.3	Stahlbeton-Scheibenelemente	498	25.2.3	Bemerkungen	595
23.3.1	Orthogonale Bewehrung	498	25.3	Nicht prismatische Faltwerke	596
23.3.2	Allgemeine Bewehrung	502	25.4	Zusammenfassung	596
23.4	Statische Methode	503	25.5	Aufgaben	597
23.4.1	Allgemeines	503	26	Schalen	599
23.4.2	Fachwerkmodelle	503	26.1	Allgemeines	599
23.4.3	Diskontinuierliche Spannungsfelder	507	26.2	Membrantheorie der Rotationsschalen	600
23.4.4	Stringer-Tafelmodell	513	26.2.1	Symmetrische Belastung	600
23.5	Kinematische Methode	514	26.2.2	Unsymmetrische Belastung	604
23.5.1	Anwendungen im Stahlbetonbau	514	26.3	Membrantheorie der Zylinderschalen	605
23.5.2	Anwendungen im Grundbau	519	26.3.1	Allgemeine Beziehungen	605
23.6	Zusammenfassung	522	26.3.2	Rohre und Tonnendächer	606
23.7	Aufgaben	524	26.3.3	Polygonale Kuppeln	608
24	Platten	527	26.4	Membrankräfte in Schalen beliebiger Form	610
24.1	Grundlagen	527	26.4.1	Gleichgewichtsbedingungen	610
24.1.1	Allgemeines	527	26.4.2	Elliptische Probleme	611
24.1.2	Statische Beziehungen	527	26.4.3	Hyperbolische Probleme	612
24.1.3	Kinematische Beziehungen	533	26.5	Biegetheorie drehsymmetrischer Kreiszylinderschalen	617
24.2	Schubstarre linear elastische Platten mit kleinen Durchbiegungen	535	26.6	Biegetheorie flacher Schalen	619
24.2.1	Grundlegende Beziehungen	535	26.6.1	Grundlagen	619
24.2.2	Lösungsverfahren	537	26.6.2	Differentialgleichung für Durchbiegung	620
24.2.3	Rotationssymmetrische Probleme	538	26.6.3	Kreiszylinderschalen unter asymmetrischer Belastung	621
24.2.4	Rechteckplatten	541	26.7	Biegetheorie symmetrisch belasteter Rotationsschalen	624
24.2.5	Flachdecken	545	26.7.1	Grundlagen	624
24.2.6	Energieverfahren	548	26.7.2	Differentialgleichung für Durchbiegung	624
24.3	Fliessbedingungen	549	26.7.3	Kugelschalen	625
24.3.1	Fliessbedingungen von v. MISES und TRESCA	549	26.7.4	Näherung für Schalen beliebiger Form	627
24.3.2	Stahlbetonplatten	552	26.8	Stabilität	627
24.4	Statische Methode	559	26.8.1	Allgemeines	627
24.4.1	Rotationssymmetrische Probleme	559	26.8.2	Verzweigungslasten	628
24.4.2	Momentenansätze	562	26.8.3	Bemerkungen	630
24.4.3	Streifenmethode	565	26.9	Zusammenfassung	631
24.5	Kinematische Methode	569	26.10	Aufgaben	632
24.5.1	Einführendes Beispiel	569			
24.5.2	Berechnung der Dissipationsarbeit	570	ANHANG		
24.5.3	Anwendungen	571	A1	Fachausdrücke	635
24.6	Einfluss von Querkräften	574	A2	Bezeichnungen	641
24.6.1	Elastische Platten	574	A3	Werkstoffkennwerte	647
24.6.2	Rotationssymmetrische v. MISES-Platten	576	A4	Querschnittswerte	649
24.6.3	Stahlbetonplatten	577	A5	Matrizenalgebra	653
24.7	Membranwirkung	577	A5.1	Grundbegriffe	653
24.7.1	Elastische Platten	577	A5.2	Rechenregeln	654
24.7.2	Ideal plastischer Plattenstreifen	579	A5.3	Lineare Gleichungen	656
24.7.3	Stahlbetonplatten	580	A5.4	Quadratische Formen	656
24.8	Zusammenfassung	583	A5.5	Eigenwertaufgaben	657
24.9	Aufgaben	585	A5.6	Matrixnormen und Konditionszahlen	658
25	Faltwerke	589			
25.1	Allgemeines	589			
25.2	Prismatische Faltwerke	590			
25.2.1	Zick-Zack-Dächer	590			
25.2.2	Tonnendächer	591			

A6	Tensorrechnung	659
A6.1	Einleitung	659
A6.2	Grundbegriffe	659
A6.3	Vektoren und Tensoren	660
A6.4	Hauptachsen symmetrischer Tensoren zweiter Stufe	662
A6.5	Tensorfelder und Integralsätze	662
A7	Variationsrechnung	665
A7.1	Extremwerte stetiger Funktionen	665
A7.2	Grundbegriffe	665
A7.3	Das einfachste Problem der Variationsrechnung	666
A7.4	Zweite Variation	667
A7.5	Mehrere gesuchte Funktionen	668
A7.6	Höhere Ableitungen	668
A7.7	Mehrere unabhängige Variablen	669
A7.8	Variationsprobleme mit Nebenbedingungen	669
A7.9	Verfahren von RITZ	670
A7.10	Natürliche Randbedingungen	671
Literaturverzeichnis		673
Namensverzeichnis		675
Sachverzeichnis		677

BEISPIELSAMMLUNG

Beispiel 3.1	Nutzungsvereinbarung für das Industriegebäude XY in Z	15
Beispiel 3.2	Projektbasis für das Industriegebäude XY in Z	19
Beispiel 5.1	Winkelstützmauer	45
Beispiel 5.2	Standfläche	47
Beispiel 5.3	Stahlplatte	56
Beispiel 5.4	Spannungstensor	59
Beispiel 5.5	Kesselformel	63
Beispiel 5.6	Stützlinie	63
Beispiel 5.7	Dreigelenkbogen	65
Beispiel 5.8	Kreisringträger	67
Beispiel 6.1	Messnetz	73
Beispiel 7.1	Zeitunabhängige Zwängung	93
Beispiel 7.2	Zeitabhängige Zwängung	93
Beispiel 7.3	Vorspannung	94
Beispiel 7.4	Spannkraftverlust	94
Beispiel 7.5	Ermüdung von Betonstahl	98
Beispiel 8.1	Ermittlung innerer Kraftgrößen	118
Beispiel 8.2	Ermittlung äusserer Verformungsgrößen	119
Beispiel 8.3	Geometrisch und stofflich nichtlineares Verhalten	119
Beispiel 8.4	Zugstab	122
Beispiel 8.5	Einfach statisch unbestimmter Balken	123
Beispiel 8.6	Geometrisch nichtlineares Verhalten	125
Beispiel 8.7	Kragarm	125
Beispiel 8.8	Kragarm	127
Beispiel 8.9	Prüftring	127
Beispiel 8.10	Einfacher Balken	129
Beispiel 8.11	Einfacher Balken	131
Beispiel 8.12	Zugstab	132
Beispiel 8.13	Kragarm	132
Beispiel 8.14	Knickstab	133
Beispiel 8.15	Querbelastete Kragstütze	134
Beispiel 8.16	Querbelasteter Druckstab	136
Beispiel 10.1	Ebenes Fachwerk	154
Beispiel 10.2	Ebener Rahmen	155
Beispiel 10.3	Ebenes Fachwerk	156
Beispiel 10.4	Ebener Rahmen	156
Beispiel 10.5	Dreigelenkbogen	158
Beispiel 10.6	Ebener Rahmen	159
Beispiel 11.1	GERBERträger	164
Beispiel 11.2	Dreigelenkrahen mit Zugband	166
Beispiel 11.3	Ebenes Fachwerk	171
Beispiel 11.4	Ebenes Fachwerk	173
Beispiel 11.5	Ebenes Fachwerk	174
Beispiel 11.6	Ebenes Fachwerk	174
Beispiel 12.1	GERBERträger	182
Beispiel 12.2	Dreigelenkbogen	182
Beispiel 12.3	Ebenes Fachwerk	184
Beispiel 13.1	Winkelprofil	190
Beispiel 13.2	Rechteckquerschnitt – Kern	192
Beispiel 13.3	Stahlbetonplatte – Biegung	193
Beispiel 13.4	Stahlbetonplatte – Schwinden	194
Beispiel 13.5	Rechteckquerschnitt – Schubspannungsverteilung	197
Beispiel 13.6	Breitflanschträger	199
Beispiel 13.7	Winkelprofil	200

Beispiel 13.8	Stab mit elliptischem Querschnitt	204
Beispiel 13.9	Schmaler Rechteckquerschnitt	205
Beispiel 13.10	Stahlbeton-Hohlkasten	207
Beispiel 13.11	Zweizelliger Hohlkasten	208
Beispiel 13.12	Tordierter I - Träger – konzentrierte Belastung	210
Beispiel 13.13	Tordierter I - Träger – verteilte Belastung	211
Beispiel 13.14	Stahlbetonträger	215
Beispiel 14.1	SIMPSONregel	227
Beispiel 14.2	Einfach statisch unbestimmter Balken	228
Beispiel 14.3	GERBERträger	229
Beispiel 14.4	Kragarm	230
Beispiel 14.5	Abgewinkelter Kragarm	230
Beispiel 14.6	Ebenes Fachwerk	231
Beispiel 14.7	Rechteckquerschnitt – Schubreduktionsfaktor	231
Beispiel 14.8	Dünnwandiger Hohlquerschnitt	232
Beispiel 15.1	Einfacher Balken	238
Beispiel 15.2	Beidseitig eingespannter Balken	238
Beispiel 15.3	Einfach statisch unbestimmter Balken	239
Beispiel 15.4	Federnd gehaltener Balken	241
Beispiel 15.5	Kragarm	241
Beispiel 15.6	Einfach statisch unbestimmter Balken	242
Beispiel 15.7	GERBERträger	242
Beispiel 16.1	Ebener Rahmen	259
Beispiel 16.2	Beidseitig eingespannter Stab	260
Beispiel 16.3	Einfach statisch unbestimmter Balken	261
Beispiel 16.4	Durchlaufträger	262
Beispiel 16.5	Beidseitig eingespannter Balken	264
Beispiel 16.6	Unendlich langer Durchlaufträger	265
Beispiel 16.7	Durchlaufträger – Auflagersenkung	269
Beispiel 16.8	Beidseitig eingespannter Bogen	270
Beispiel 16.9	Schief gelagerter Träger	271
Beispiel 16.10	Kreisringträger	272
Beispiel 16.11	Betrachtung von Teilsystemen	273
Beispiel 17.1	Schubstarrer Kragarm	282
Beispiel 17.2	Schubstarrer Kragarm	285
Beispiel 17.3	Ebener Rahmen	289
Beispiel 17.4	Unverschieblicher Rahmen	296
Beispiel 17.5	Tribünenrahmen	297
Beispiel 17.6	Verschieblicher Stockwerkrahmen	298
Beispiel 17.7	Unverschieblicher Stockwerkrahmen	299
Beispiel 17.8	Unverschieblicher Rahmen – Stützensenkung	301
Beispiel 17.9	Unverschieblicher Rahmen – gleichmässige Erwärmung	301
Beispiel 17.10	Unverschieblicher Rahmen – Temperaturdifferenz	303
Beispiel 17.11	Verschieblicher Rahmen – gleichmässige Erwärmung	303
Beispiel 17.12	Dreifeldrahmen	306
Beispiel 17.13	Durchlaufträger	308
Beispiel 18.1	Beidseitig unverschieblich gehaltener Stab	315
Beispiel 18.2	Einseitig federnd gehaltener Stab	315
Beispiel 18.3	Stahlbetonstütze – Temperaturänderung	316
Beispiel 18.4	Stahlbetonstütze – Schwinden	316
Beispiel 18.5	Ausziehen eines Bewehrungsstabs	319
Beispiel 18.6	Stockwerkrahmen	324
Beispiel 18.7	Äusserlich statisch unbestimmter VIRENDEEL-Träger	325
Beispiel 18.8	Kunststoffplatte mit aufgeklebten Stahlblechen	327
Beispiel 18.9	Einfacher Balken – sinusförmige Streckenlast	329
Beispiel 18.10	Beidseitig eingespannter Stab – linearer Temperaturverlauf	330

Beispiel 18.11	Hochhaus	337
Beispiel 18.12	Hochhaus mit Outrigger	339
Beispiel 18.13	Schubwand	342
Beispiel 18.14	Schubwand – Einfluss der Wanddehnung	343
Beispiel 18.15	Zweigelenkbogen – Gleichlast	349
Beispiel 18.16	Zweigelenkbogen – sinusförmige Last	350
Beispiel 18.17	Zweigelenkbogen – abschnittsweise konstante Last	351
Beispiel 18.18	Widerlagerverschiebung eines Betonbogens	352
Beispiel 18.19	Ausgesteiftes Rohr unter Innendruck	356
Beispiel 18.20	Einzellitze – Gleichlast	361
Beispiel 18.21	Einzellitze – Temperatureinwirkung	361
Beispiel 18.22	Einzellitze – Vorspannung	361
Beispiel 18.23	Einzellitze – halbseitig konstante Last	362
Beispiel 18.24	Seil unter Radlast	364
Beispiel 18.25	Spannungen in Schrägkabel	365
Beispiel 18.26	Hängedach – Gleichlast	366
Beispiel 18.27	Hängedach – einseitige Nutzlast	367
Beispiel 18.28	Spannband – einseitige Nutzlast	367
Beispiel 18.29	Hängedach – mittige Einzellast	369
Beispiel 18.30	Spannband – Temperatureinwirkung	369
Beispiel 19.1	Ebener Rahmen	376
Beispiel 19.2	Orthogonalisierte Zwängungszustände	381
Beispiel 19.3	Einfach statisch unbestimmter Balken	386
Beispiel 21.1	Ungleichschenkeliges Winkelprofil	429
Beispiel 21.2	Zweifeldträger – wiederholte veränderliche Einwirkungen	438
Beispiel 21.3	Ebener Rahmen	444
Beispiel 21.4	Ebener Rahmen – statisches Programm	445
Beispiel 21.5	Ebener Rahmen – kinematisches Programm	446
Beispiel 21.6	Ebener Rahmen – minimale Eigenlast	447
Beispiel 22.1	Querbelastete Stütze	453
Beispiel 22.2	Kragstütze	457
Beispiel 22.3	Knickstab	457
Beispiel 22.4	Querbelasteter Druckstab	458
Beispiel 22.5	Knickstab	458
Beispiel 22.6	Einfach statisch unbestimmter Knickstab	459
Beispiel 22.7	Stütze mit Steifigkeitssprung	460
Beispiel 22.8	Am Kopf belastete Kragstütze	460
Beispiel 22.9	Statisch bestimmter Rahmen	461
Beispiel 22.10	Elastisch gestütztes Sprengwerk	465
Beispiel 22.11	Zweigelenkrahmen	469
Beispiel 22.12	Unverschieblicher Rahmen	470
Beispiel 22.13	Verschieblicher Rahmen	470
Beispiel 22.14	Elastisch gehaltene Kragstütze	470
Beispiel 22.14	Kragstütze	479
Beispiel 22.15	Kippen eines I - Trägers	488
Beispiel 22.16	Kippen – Verschieben des Lastangriffspunkts	488
Beispiel 23.1	Kragarm	494
Beispiel 23.2	Kreiszyndrisches Rohr	497
Beispiel 23.3	Kreisbogenförmiger Balken	497
Beispiel 23.4	Einachsige Zugbeanspruchung	500
Beispiel 23.5	Vertikale Böschung	507
Beispiel 23.6	Streifenfundament auf TRESKA-Halbraum	508
Beispiel 23.7	Abgestufte Zuggurtbewehrung	516
Beispiel 23.8	Stegdruckbruch	518
Beispiel 23.9	Dissipation an hyperbolischer Gleitlinie	519
Beispiel 23.10	Streifenfundament auf TRESKA-Halbraum	521

Beispiel 24.1	Eckgestützte Quadratplatte	530
Beispiel 24.2	Mittig gestützte Quadratplatte	531
Beispiel 24.3	Eckgestützte Rechteckplatte	531
Beispiel 24.4	Einfach gelagerte Quadratplatte	549
Beispiel 24.5	Eingespannte Quadratplatte	549
Beispiel 24.6	Einfach gelagerte Kreisplatte	551
Beispiel 24.7	Eingespannte Kreisplatte	552
Beispiel 24.8	Stahlbetonplatte – Biegebemessung	555
Beispiel 24.9	Plattenelement unter reiner Drillung	556
Beispiel 24.10	Eingespannte Kreisplatte	560
Beispiel 24.11	Innen eingespannte, aussen durch m_u beanspruchte Kreisringplatte	560
Beispiel 24.12	Einfach gelagerte Rechteckplatte	563
Beispiel 24.13	An zwei benachbarten Rändern einfach gelagerte Quadratplatte	563
Beispiel 24.14	Einfach gelagerte, regulär polygonale Platten	563
Beispiel 24.15	Kragplatten unter Einzellast am Rand	565
Beispiel 24.16	Eingespannte Rechteckplatte	571
Beispiel 24.17	An zwei benachbarten Rändern einfach gelagerte Quadratplatte	571
Beispiel 24.18	Eingespannte Quadratplatte	572
Beispiel 24.19	Plattenstreifen unter mittiger Einzellast	572
Beispiel 24.20	Kragplatte unter Einzellast am Rand	572
Beispiel 24.21	Flachdecke	573
Beispiel 24.22	Semi-infinite Rechteckplatte unter Randlasten	575
Beispiel 24.23	Beulen einfach gelagerter Rechteckplatten	577
Beispiel 24.24	Initial verformte Rechteckplatte	578
Beispiel 24.25	Quadratische Membran	579
Beispiel 25.1	Tonnendach – Membrantheorie	592
Beispiel 25.2	Tonnendach – Biegetheorie	593
Beispiel 26.1	Kugelschalen	601
Beispiel 26.2	Kugelbehälter	602
Beispiel 26.3	Kegelschale	602
Beispiel 26.4	Kugelschale – Eigenlast	603
Beispiel 26.5	Kugelschale – Winddruck	604
Beispiel 26.6	Kegelschale – Winddruck	605
Beispiel 26.7	Kuppel mit kreiszylindrischen Sektoren – Eigenlast	609
Beispiel 26.8	Rohr unter Endlasten	617
Beispiel 26.9	Kreiszylindrischer Tank	618
Beispiel 26.10	Rohr unter Temperatureinwirkung	618
Beispiel 26.11	Kamin unter Winddruck	622
Beispiel 26.12	Eingespannte Kugelschale unter Innendruck	626
Beispiel 26.13	Druckkessel	626
Beispiel A7.1	Schubstarrer Kragarm	670
Beispiel A7.2	Kragarm – Gleichlast und Belastung am freien Ende	671

1 Aufgabe und Abgrenzung der Baustatik

1.1 Allgemeines

Die *Baustatik* ist ein nach den Bedürfnissen der Bauingenieure ausgestaltetes Teilgebiet der technischen Mechanik. Ihre Aufgabe ist es, das Wissen über das Verhalten von Tragwerken im Ruhezustand systematisch darzustellen, zu erweitern und für die praktische Anwendung aufzubereiten. Sie ist Grundlage jeder Projektierung neuer und jeder Überprüfung bestehender Tragwerke.

Die in der Baustatik verwendeten Begriffe und Verfahren ermöglichen ein von der jeweiligen Bauweise (Beton-, Stahl-, Verbund-, Holz- oder Mauerwerksbau) unabhängiges, einheitliches Denken. Mit dem Aufkommen der Computer im dritten Viertel des 20. Jahrhunderts mündete dieses Denken in der *Strukturmechanik*, deren Teil die Baustatik heute ist.

Im Zentrum jeder baustatischen Betrachtung steht ein durch Abgrenzung und Idealisierung gewonnenes *Tragwerksmodell*, das die Tragwerksgeometrie, die Baustoffeigenschaften und die möglichen Einwirkungen berücksichtigt. Die Ermittlung von Auswirkungen, d. h. Antworten des Tragwerks auf die Einwirkungen, erfolgt anhand von *Berechnungsmodellen*, welche die massgebenden Kraft- und Verformungsgrößen über Gleichgewichts- und Kompatibilitätsbedingungen sowie Stoffgleichungen verknüpfen.

1.2 Grundlagen der Baustatik

Das Tragwerksverhalten wird durch *äussere* und *innere Kraft- und Verformungsgrößen* (Lasten und Spannungen sowie Verschiebungen und Verzerrungen) beschrieben. Zwischen den Kraftgrößen bestehen statische Beziehungen (Gleichgewichtsbedingungen und statische Randbedingungen, siehe Kapitel 5), zwischen den Verformungsgrößen kinematische Beziehungen (kinematische Relationen und Randbedingungen, siehe Kapitel 6), und die inneren Kraft- und Verformungsgrößen sind durch Werkstoffbeziehungen (siehe Kapitel 7) miteinander verknüpft. Zu den allgemeinsten Aussagen im Rahmen der Baustatik gelangt man, wenn die äusseren und inneren Kraft- und Verformungsgrößen einander konsequent als *energetisch korrespondierende Variablen* (siehe Kapitel 8) gegenübergestellt werden [1].

Die Statik beruht auf drei fundamentalen Prinzipien der Mechanik. Nach dem *Prinzip der virtuellen Arbeiten* leistet ein die statischen Beziehungen erfüllender (statisch zulässiger) Kräftezustand in Verbindung mit einem die kinematischen Bedingungen erfüllenden (kinematisch zulässigen) Verformungszustand insgesamt keine Arbeit. Dazu kommen noch das *Reaktionsprinzip* (zu jeder Kraft gehört eine entgegengesetzt gleiche Reaktion mit derselben Wirkungslinie) und das *Schnittprinzip* (jeder aus einem im Gleichgewicht befindlichen und kompatibel verformten System herausgeschnittene Teil ist für sich im Gleichgewicht und kompatibel verformt).

Über ihre Einbindung in die Mechanik hinaus ist die Ausrichtung der Baustatik auf den *konstruktiven Ingenieurbau* hervorzuheben (siehe Kapitel 3 und 4). Sie ist ein Hilfsmittel zur Beurteilung eines bestehenden oder im Entwurf vorliegenden Tragwerks hinsichtlich Stabilität, Festigkeit und Steifigkeit. Diese Ausrichtung zeigt

Gewiss herrscht vielfach die Ansicht, es solle die Berechnung eindeutig und endgültig die Abmessungen bestimmen. Indes kann angesichts der Unmöglichkeit der Berücksichtigung aller Nebenumstände jede Berechnung nur eine Grundlage für den Konstrukteur bilden, der sich darauf mit den Nebenumständen auseinanderzusetzen hat...

Eine ganz einfache Berechnungsweise ist also einzig möglich und genügend.

Robert MAILLART (1938)

sich in speziellen, für die generelle Erfassung des Tragverhaltens sowie die (rechnerische) Behandlung im Einzelfall entwickelten Verfahren.

1.3 Baustatische Verfahren

Das Prinzip der virtuellen Arbeiten kann als Prinzip der virtuellen Verformungen bzw. als Prinzip der virtuellen Kräfte ausgedrückt werden. Die systematische Anwendung dieser beiden Prinzipien führt zu einer Reihe *dualer* kinematischer bzw. statischer *Verfahren*. Auf der kinematischen Seite sind insbesondere die Methode von LAND zur Einflusslinienermittlung (Kapitel 12.3), die Verformungsmethode zur Behandlung statisch unbestimmter Stabtragwerke (Kapitel 17 und 19.3) sowie die kinematische Methode der Traglastverfahren (Kapitel 21.3 und 21.7) zu nennen, auf der statischen Seite der Arbeitssatz zur Ermittlung von Einzelverformungen (Kapitel 14.2), die Kraftmethode zur Behandlung statisch unbestimmter Stabtragwerke (Kapitel 16 und 19.2) sowie die statische Methode der Traglastverfahren (Kapitel 21.3 und 21.7).

Unter der Voraussetzung eines linear elastischen Verhaltens sowie kleiner Verformungen gelangt man zur linearen Statik, bei der sämtliche Kraft- und Verformungsgrößen superponiert werden dürfen. Von dieser Möglichkeit der Superposition macht man in der Baustatik ausgiebig Gebrauch, insbesondere bei der Kraftmethode und der Verformungsmethode. Durch Einführen unbekannter Kraft- bzw. Verformungsgrößen und Superposition von deren Auswirkungen mit jenen der äusseren Einwirkungen gelangt man zu linearen Gleichungssystemen für die Unbekannten.

Bei stofflich nichtlinearen Problemen (Kapitel 20 und 21) sowie bei geometrisch nichtlinearen Problemen (Kapitel 22) ist das *Superpositionsgesetz* nicht mehr gültig. Bei derartigen Problemen ist im Allgemeinen ein (inkrementell-) *iteratives Vorgehen* erforderlich. Durch anfängliche Vereinfachungen entstandene Fehler werden schrittweise evaluiert und durch entsprechende Korrekturen sukzessive verkleinert.

Komplizierte Sachverhalte können oft mit Hilfe von *Analogien* der Anschauung zugänglich gemacht oder auf einfachere, bekannte Problemstellungen zurückgeführt werden. Beispiele dazu sind die Membrananalogie (Kapitel 13.4.2) und die Sandhügelanalogie (Kapitel 21.4.4) zur Behandlung elastischer bzw. plastischer Torsionsprobleme sowie die MOHRsche Analogie zur Ermittlung von Verformungslinien (Kapitel 15.3.2). Gemischte Wölb- und Umlauf torsionsprobleme (Kapitel 13.4.4) können analog wie kombinierte Schub- und Biegeprobleme (Kapitel 18.5.2) bzw. Biegeprobleme von Trägern mit Zugkraft (Kapitel 18.9) behandelt werden. Randstörungsprobleme bei Zylinderschalen (Kapitel 18.7.4 und 26.5) führen auf die Theorie des elastisch gebetteten Biegeträgers (Kapitel 18.4.4) zurück, und auch die Randstörungsprobleme bei Kugelschalen (Kapitel 26.7.3) und beliebigen anderen Schalen (Kapitel 26.7.4) lassen sich näherungsweise so behandeln. Ferner können Scheiben (Kapitel 23) als ebene Fachwerke, Platten (Kapitel 24) als Trägerroste und Faltwerke (Kapitel 25) sowie Schalen (Kapitel 26) als Raumfachwerke oder räumliche Stabwerke idealisiert werden.

Die Methoden der *graphischen Statik* (Kapitel 10.1) haben mit der Entwicklung leistungsfähiger rechnerischer Verfahren ihre frühere Bedeutung verloren. Graphische Hilfsmittel erlauben jedoch nach wie vor in unübertroffener Weise die Veranschaulichung des Kräftespiels in Tragwerken, beispielsweise mittels Stützlinien (Kapitel 5.3.2, Bild 17.19 und 21.7) oder Fachwerkmodellen (Kapitel 23.4.2). Sie bilden eine unerlässliche Grundlage für den Tragwerksentwurf (Kapitel 3.2) und die konstruktive Durchbildung der Bauteile und ihrer Verbindungen.

Auch die Bedeutung der *experimentellen Statik* hat sich mit der Entwicklung leistungsfähiger rechnerischer Verfahren verändert. Belastungsversuche an massstäblichen Modellen aus Zelluloid, Plexiglas und anderen Werkstoffen spielten im zweiten und dritten Viertel des 20. Jahrhunderts eine wesentliche Rolle, um das elastische

Tragverhalten komplexer Tragwerke erfassen zu können. Derartige Versuche haben heute keine Bedeutung mehr. Von grosser Bedeutung sind jedoch weiterhin wissenschaftlich durchgeführte Versuche zur Verifikation theoretischer Modellvorstellungen, vor allem im Zusammenhang mit nichtlinearen Phänomenen, neuartigen Werkstoffen oder Konstruktionen und aussergewöhnlichen Einwirkungen. Beim Tragwerksentwurf können physische Modelle nicht nur für die Formfindung und die Durchgestaltung einer Konstruktion, sondern auch für die qualitative Beurteilung von deren Tragverhalten sehr hilfreich sein. Bei der Bemessung kann eine Unterstützung mit Versuchen beispielsweise dann sinnvoll sein, wenn keine angemessenen Berechnungsmodelle zur Verfügung stehen oder wenn eine grosse Anzahl gleicher Bauteile verwendet werden soll. Schliesslich erlauben gezielte Messungen während und nach der Ausführung äusserst wertvolle Vergleiche mit dem vorausgesagten Verhalten eines Tragwerks – eine oft zu wenig genutzte Erfahrungsquelle.

Bei den *rechnerischen Verfahren* der Baustatik steht die *Finite-Elemente-Methode* (Kapitel 19.3) im Vordergrund. Statische Berechnungen werden heute fast ausschliesslich auf dieser Basis erstellt. Mit den entsprechenden modernen Computerprogrammen verfügen die Anwender über äusserst leistungsfähige Hilfsmittel. Um derartige Programme verantwortlich anzuwenden, sollte man die ihnen zugrundeliegenden Algorithmen zumindest ansatzweise kennen. Vor allem aber muss man aufgrund seiner baustatischen Kenntnisse in der Lage sein, die Ergebnisse von Computerberechnungen kritisch zu prüfen. Diesbezüglich steht die Fähigkeit, komplexe Problemstellungen näherungsweise auf einfache, überschaubare Probleme zurückzuführen, im Vordergrund. Eine ausreichende Schulung an den klassischen Verfahren der Baustatik, wie sie dieses Buch ermöglicht, liefert die dazu notwendige Grundlage.

1.4 Baustatik und Baudynamik

Bei dynamischen Problemen ist das Prinzip der virtuellen Arbeiten unter Berücksichtigung der (beschleunigungsproportionalen) *Trägheitskräfte* zu formulieren: Die Bewegung eines Systems erfolgt so, dass in jedem Augenblick die inneren und äusseren sowie die Trägheitskräfte im Gleichgewicht sind. Die entsprechenden Zusatzterme in den zu *Bewegungsgleichungen* werdenden Gleichgewichtsbedingungen lassen sich z. B. im Rahmen der Finite-Elemente-Methode einfach über lokale und globale *Massenmatrizen* einbeziehen. Anstatt eines linearen Gleichungssystems entsteht ein System gekoppelter gewöhnlicher Differentialgleichungen 2. Ordnung für die (zeitabhängigen) Knotenverschiebungsparameter. Unter der Voraussetzung konstanter Koeffizienten lassen sich die Differentialgleichungen nach dem Verfahren der *modalen Analyse* entkoppeln. Das zugehörige Eigenwertproblem führt zur Lösung in der Form superponierter *Eigenschwingungen*.

Im Allgemeinen müssen in den Bewegungsgleichungen auch Dämpfungskräfte berücksichtigt werden. Damit die Differentialgleichungen linear bleiben, nimmt man in der Regel an, dass diese Kräfte geschwindigkeitsproportional sind, und damit weiterhin eine modale Analyse mit entkoppelten Eigenschwingungen möglich ist, rechnet man vereinfachend mit einer sogenannten *modalen Dämpfung*.

Die Baudynamik ist über die Baustatik relativ leicht zugänglich. Allerdings erfordert die zusätzliche Dimension der Zeit eine vertiefte Auseinandersetzung, um eine ähnliche Vertrautheit mit dynamischen Vorgängen wie mit statischen Phänomenen zu erlangen. Unterzieht man sich dieser Anstrengung, kann man nicht zuletzt eine erweiterte Sicht der Baustatik gewinnen.

1.5 Baustatik und Konstruktion

Für den *konstruktiven Ingenieurbau* ist die Baustatik ähnlich wie die Werkstoffkunde eine Hilfswissenschaft. Die Kenntnisse und Erfahrungen der im Bereich der Konstruktion tätigen Ingenieure in diesen und weiteren relevanten Fachgebieten wie Geotechnik und Bauverfahrenstechnik müssen der Komplexität und der Bedeutung der von ihnen bearbeiteten Aufgaben entsprechen. Um die Projektierung und Ausführung von Bauvorhaben leiten zu können, benötigt man darüber hinaus vor allem angemessene baupraktische Erfahrung mit den jeweils eingesetzten Bauweisen.

Die Baustatik kommt in allen Phasen der üblichen Projektentwicklung vom Vorprojekt über das Bauprojekt bis zum Ausführungsprojekt zur Anwendung, allerdings in unterschiedlicher, phasengerechter Weise. Genügen beim Entwurf meist überschlägige statische Berechnungen, sind in den anschliessenden Phasen sukzessive durch Dritte überprüfbare Nachweise der Tragsicherheit und der Gebrauchstauglichkeit zu erbringen, und zwar nicht nur für den Endzustand des Tragwerks, sondern vor allem auch für kritische Bauzustände.

Ausser dem Neubau ergeben sich auch bei der Erhaltung und oft auch beim Rückbau von Tragwerken interessante baustatische Probleme. Vielfach sind derartige Aufgaben wesentlich anspruchsvoller als Neubaufaufgaben, da man sich weniger oder gar nicht auf Normen stützen kann und die Erfassung des aktuellen Zustands eines Tragwerks oft schwierig und mit grossen Unschärfen behaftet ist. Die Entwicklung angemessener Tragwerks- und Einwirkungsmodelle in solchen Fällen kann äusserst heikel und spannend sein.

Über das Gebiet der Baukonstruktionen im engeren Sinn hinaus gibt es verschiedene Anwendungsbereiche, die sich mit baustatischen Methoden behandeln lassen, insbesondere im Maschinen-, Schiff- und Fahrzeugbau sowie in der Luft- und Raumfahrttechnik. Man bewegt sich damit im grossen interdisziplinären Gebiet der *Strukturmechanik*.

2 Geschichtlicher Hintergrund

Die folgende Darstellung übernimmt bis auf geringe Anpassungen eine frühere Ausarbeitung des Verfassers [19]. Zur Vertiefung werden die Bücher [10], [16], [32] und [33] empfohlen.

Bis ins 19. Jahrhundert stand das Erfahrungswissen der Bauschaffenden weit über ihren theoretischen Kenntnissen. Das heute vorherrschende wissenschaftlich begründete Wissen über das Tragwerksverhalten entwickelte sich aus Ansätzen im Altertum und im Mittelalter etwa ab 1500 mit der Mechanik, wobei erst ab dem 18. Jahrhundert versucht wurde, die neuen Erkenntnisse baupraktisch zu nutzen.

Dem griechischen Mathematiker ARCHIMEDES (um 287–212 v. Chr.) verdanken wir die Entdeckung des hydrostatischen Auftriebs und die Formulierung des Hebelgesetzes für ungleicharmige gerade Hebel unter senkrechten Kräften. Ausser der theoretischen Erfassung der Wirkungsweise der „einfachen Maschinen“ Hebel, Wellrad, Flaschenzug, Keil und Schraube wird ihm auch die Erfindung von technischen Gegenständen wie der Förderschnecke zugeschrieben.

Jordanus NEMORARIUS (um 1200) werden verschiedene Arbeiten zugeschrieben, die an griechische Vorbilder anknüpfen. Neu sind Betrachtungen zum geknickten Hebel und zur schiefen Ebene.

LEONARDO DA VINCI (1452–1519) erkannte das Prinzip der Zerlegung einer Kraft in zwei Komponenten, und er wandte den Begriff des Moments (Kraft mal Hebelarm) auf schiefe Kräfte an. Er befasste sich auch mit dem Reißen eines Seils unter Eigengewicht (Reisslänge), mit der Balken- und Stützenbiegung sowie mit dem Gleichgewicht und den Bruchmechanismen von Gewölben. Seine äusserst phantasievollen und vielfältigen, jedoch unsystematischen Einsichten wurden zu seiner Zeit scheinbar kaum wahrgenommen.

Simon STEVIN (1548–1620) handhabte den Begriff des Moments und die Komponentenerlegung von Kräften in einwandfreier Weise. Er beschäftigte sich mit vielen praktischen Anwendungen und gelangte zu sehr anschaulichen Darstellungen, wie dem Seilpolygon und dem Kugelkranzbeweis für das Gesetz der schiefen Ebene.

Pierre VARIGNON (1654–1722) erkannte den Zusammenhang von Kräfte- und Seilpolygon und formulierte den Satz von der Summierbarkeit der Momente.

Giovanni POLENI (1683–1761) analysierte die Lastabtragung der 42 m weit gespannten Peterskuppel in Rom durch Konstruktion des Seilpolygons zu den den einzelnen Gewölbeabschnitten entsprechenden Gewichten. Er wählte jenes Seilpolygon, das durch die Mittelpunkte der Kämpfer- und Scheitelfugen geht, und er stellte fest, dass das umgekehrte Seilpolygon innerhalb des Gewölbes verlaufen muss. Wie 1742 die drei Mathematiker Ruggiero Giuseppe BOŠCOVIĆ (1711–1787), Thomas LE SEUR (1703–1770) und François JACQUIER (1711–1788) wurde POLENI 1743 mit der Untersuchung der Schäden an der Peterskuppel beauftragt. Aufgrund des beobachteten Rissverlaufs analysierten die drei Mathematiker einen angenommenen Verformungszustand, ermittelten damit ein Widerstandsdefizit bezüglich des Gewölbeschubs und empfahlen, die drei horizontal um die Kuppel geführten eisernen Zugringe durch weitere Ringe zu ergänzen. POLENI stimmte zwar den von den

drei Mathematikern angegebenen Schadensursachen nicht zu, unterstützte aber die vorgeschlagene Verstärkungsmassnahme.

Galileo GALILEI (1564–1642) begründete mit dem Bruchproblem des Kragbalkens die Festigkeitslehre. Vom Zugversuch als Gedankenexperiment und der damit verbundenen Frage nach der Reisslänge ausgehend analysierte er das Gleichgewicht eines Kragbalkens als Winkelhebel mit Drehachse in der unteren Kante des Einspannquerschnitts. Über Ähnlichkeitsbetrachtungen bestimmte er Bruchlastverhältnisse einfacher Balkentragwerke mit unterschiedlicher Geometrie. Er erkannte, dass jedes Tragwerk eine bestimmte, durch die Festigkeitsgrenzen gegebene Grösse (Grenzspannweite) nicht überschreiten kann, und er bemerkte, dass mit Hohlquerschnitten und über die Balkenlänge variablen Querschnitten die Festigkeit besser ausgenutzt werden kann als mit prismatischen Vollquerschnitten.

Edmé MARIOTTE (1620–1684) und Pieter van MUSSCHENBROEK (1692–1761) führten Zug- und Biegefestigkeitsversuche mit verschiedenen Werkstoffen durch, der letztere auch Knickfestigkeitsversuche. Über Ähnlichkeitsbetrachtungen wurde damit eine Balkenbemessung ermöglicht. MARIOTTE ging bezüglich des Biegebruchproblems zunächst wie GALILEI von einer Drehung des Kragbalkens um die untere Kante des Einspannquerschnitts aus, setzte aber eine über die Querschnittshöhe dreieckförmige Zugkraftverteilung voraus. In einem weiteren Schritt führte er die „axe d'équilibre“ (Neutralachse) in der Mitte der Querschnittshöhe ein und unterschied gezogene bzw. gedrückte Bereiche mit dreieckförmiger Zug- bzw. Druckkraftverteilung ober- und unterhalb dieser Achse. Statt des im Vergleich zu GALILEIs Festigkeitsbetrachtung theoretisch richtigen Reduktionsfaktors 3 gelangte er irrtümlich zu einem solchen von 1.5; seine Versuche hatten einen Reduktionsfaktor von etwa 2 ergeben.

Antoine PARENT (1666–1716) erkannte, dass die resultierenden Zug- und Druckkräfte infolge Biegung den gleichen Betrag haben müssen, und dass im Querschnitt auch Querkräfte vorhanden sind. Aufgrund von MARIOTTEs Versuchen nahm PARENT die Neutralachse etwas unter der Mitte, nämlich bei 45 % der Querschnittshöhe an, was im Vergleich zu GALILEIs Betrachtung bei gleicher Zugfestigkeit zu einem Reduktionsfaktor von 2.73 führt.

Robert HOOKE (1635–1703) gelangte über Experimente mit Federn zum Schluss, dass die Kräfte in elastischen Körpern zu den entsprechenden Verschiebungen proportional sind. Er erkannte auch, dass die Fasern eines auf Biegung beanspruchten Balkens teils gezogen und damit verlängert und teils gedrückt und damit verkürzt werden. Ferner empfahl er, Gewölbe nach der umgekehrten Kettenlinie zu formen.

Jakob BERNOULLI (1654–1705) untersuchte die Verformung elastischer Stäbe mit Hilfe der von Isaac NEWTON (1643–1727) und Gottfried Wilhelm LEIBNIZ (1646–1716) eingeführten Infinitesimalrechnung. Er ging davon aus, dass die Stabquerschnitte während der Verformung eben bleiben und fand, dass die Krümmungsänderung proportional zu den biegenden Kräften ist. Da er noch nicht im Besitz des Spannungsbegriffs war, fehlt in seinen Ableitungen die heute selbstverständliche Integration der inneren Kräfte über den Querschnitt.

Das in einfacher Form bereits von NEMORARIUS, STEVIN und GALILEI verwendete Prinzip der virtuellen Verschiebungen wurde 1717 durch Johann BERNOULLI (1667–1748) allgemein formuliert.

Einer Anregung von Daniel BERNOULLI (1700–1782) folgend, zeigte Leonhard EULER (1707–1783), dass Jakob BERNOULLIs Differentialgleichung der elastischen Linie einem Variationsproblem entspricht, wonach das über die Stablänge erstreckte Integral der Krümmungsquadrate minimal wird; für homogene prismatische Stäbe ist dieses Integral zur elastisch gespeicherten Formänderungsarbeit proportional. EULERS ausführliche Behandlung elastischer Linien führte namentlich zur Lösung der Eigenwertprobleme ausknickender und transversal schwingender Stäbe. EULER ver-

danken wir ausser dem Begriff der hydrostatischen Spannung auch das für die ganze Mechanik grundlegende Schnittprinzip, das besagt, dass jeder mit einem gedachten Rundschnitt aus einem im Gleichgewicht befindlichen Körper herausgetrennte Schnittkörper für sich im Gleichgewicht ist; innere Kräfte werden damit veräusserlicht und somit behandelbar. Von der Betrachtung einzelner Massenelemente eines Körpers ausgehend formulierte EULER das NEWTONsche Bewegungsgesetz in der Form des Impulssatzes, und er postulierte darüber hinaus den Drallsatz. Kräfte- und Momentengleichgewichtsbedingungen gingen damit als Spezialfälle in den Bewegungsgleichungen auf.

Die Bezeichnung „Ingenieur“ wurde vereinzelt schon im Mittelalter für die Erbauer von Kriegsmaschinen und Befestigungsanlagen verwendet. Direkte Vorfahren der Bauingenieure im heutigen Sinn waren die französischen Genieoffiziere, die ausser militärischen auch zivile Tiefbauten (*génie civil*) auszuführen hatten. Auf Vorschlag des herausragendsten dieser Ingenieuroffiziere, Sébastien le Prêtre de VAUBAN (1633–1707), wurde um 1675 das „Corps des ingénieurs du génie militaire“ geschaffen. Um 1720 folgte das „Corps des ingénieurs des ponts et chaussées“.

Die französischen Genieoffiziere erhielten an staatlichen Schulen eine wissenschaftliche, vorwiegend mathematisch orientierte Ausbildung. Die 1747 von Daniel Charles TRUDAINE (1703–1769) gegründete, 1760 von Jean Rodolphe PERRONET (1708–1794) reorganisierte „Ecole des ponts et chaussées“ in Paris war damals in Europa einzigartig. Der 1794 in Paris eröffneten „Ecole polytechnique“ folgten dann polytechnische Schulen in Prag (1806), Wien (1815), Karlsruhe (1825) und weiteren Städten.

PERRONET war vor allem als Steinbrückenbauer tätig. Er reduzierte die Pfeilerstärke, um das Durchflussprofil zu verbessern, verwendete stark abgeflachte Korbbogen und führte verschiedene weitere Neuerungen in der Konstruktion und Ausführung solcher Brücken ein.

In den Kreis der französischen Ingenieuroffiziere gehört auch Charles Augustin de COULOMB (1736–1806). Seine praktischen Erfahrungen mit dem Bau von Befestigungsanlagen verarbeitete er in dem 1776 veröffentlichten „Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture“. Aus Zugversuchen an Steinproben ermittelte er den als «Kohäsion» bezeichneten, auf die Flächeneinheit bezogenen Trennbruchwiderstand. Abscherversuche lieferten zwar einen etwas grösseren Widerstand, aber COULOMB vernachlässigte diesen Unterschied und führte bei der Betrachtung möglicher Bruchebenen in Mauerwerkspfählen zusätzlich einen zum Normaldruck in der Bruchebene proportionalen Reibungswiderstand ein. Durch Variation der Neigung der Bruchebene fand er das kleinstmögliche und somit massgebende Verhältnis von Druckfestigkeit und Kohäsion. Ähnlich verfuhr er bei der Betrachtung von aktiven und passiven Erddruckproblemen sowie bei der Ermittlung von unteren und oberen Grenzwerten für den Gewölbeschub. COULOMB brachte auch das Festigkeitsproblem der Balkenbiegung zum Abschluss. Am Beispiel des Kragbalkens unterschied er zum Querschnitt normale und parallele innere Kräfte, und er formulierte die Gleichgewichtsbedingungen für den durch den betrachteten Querschnitt abgetrennten Schnittkörper. Dabei ging er von einer im Allgemeinen nichtlinearen Verteilung der inneren Kräfte über die Balkenhöhe aus. Für den Spezialfall des Rechteckquerschnitts mit linearer Kräfteverteilung erhielt er im Vergleich zu GALILEIs Festigkeitsbetrachtung das richtige Resultat mit einem Reduktionsfaktor 3.

Claude Louis Marie Henri NAVIER (1785–1836), ab 1819 Professor an der „Ecole des ponts et chaussées“, ab 1831 an der „Ecole polytechnique“, verdanken wir die heutige Form der Differentialgleichung der Balkenbiegung mit dem Elastizitätsmodul des Baustoffs und dem Hauptträgheitsmoment des Querschnitts. In seinen Vorlesungen fasste er die zerstreuten Erkenntnisse seiner Vorgänger in einer für baupraktische

Anwendungen geeigneter Form zusammen. Er löste zahlreiche statisch unbestimmte Aufgaben, untersuchte das Knicken elastischer Stäbe unter exzentrischer Belastung und befasste sich mit Hängebrücken und vielen weiteren Problemstellungen. Als Konstrukteur hatte NAVIER auch Rückschläge hinzunehmen. Der von ihm entworfene, 160 m weit über die Seine in Paris gespannte Pont des Invalides wurde wegen verschiedener Schwierigkeiten beim Bau kurz vor der Fertigstellung (1826) abgebrochen.

Augustin Louis CAUCHY (1789–1857) liess die in der Hydrostatik geltende Einschränkung der Orthogonalität des Spannungsvektors zur Schnittfläche fallen und gelangte zum Begriff des Spannungstensors. Er führte auch den Verzerrungstensor ein und erkannte, dass die lineare Elastizitätstheorie homogener isotroper Stoffe zwei Materialkonstanten benötigt. Wichtige Beiträge zum weiteren Ausbau der Elastizitätstheorie lieferten unter anderen Siméon Denis POISSON (1781–1840), Gabriel LAMÉ (1795–1870), Benoît Pierre Emile CLAPEYRON (1799–1864) und Adhémar Jean Claude Barré de SAINT-VENANT (1797–1886).

Karl CULMANN (1821–1881), Professor am 1855 eröffneten Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich, begründete die graphische Statik, d. h. die geometrisch-zeichnerische Behandlung baustatischer Aufgaben, die sich insbesondere für Fachwerkträger eignen. Mit der konsequenten Anwendung von Kräfte- und Seilpolygonen führte er die Balken- auf die Seilstatik zurück, und mit der Einführung der Schlusslinie des Seilpolygons erhielt er ein allgemein anwendbares Integrationsverfahren. Die Anwendung der graphischen Statik wurde namentlich von Antonio Luigi Gaudenzio Giuseppe CREMONA (1830–1903), Maurice LÉVY (1838–1910) und Karl Wilhelm RITTER (1847–1906) gefördert.

Emil WINKLER (1835–1888) erarbeitete wesentliche Beiträge zur elastizitätstheoretischen Fundierung der Baustatik. Er führte die Dehn- und die Schubsteifigkeit elastischer Stäbe ein, behandelte Temperaturverformungen, analysierte den beidseitig eingespannten Bogen, untersuchte den Balken auf elastischer Bettung und befasste sich mit den Einfluss wandernder Lasten anzeigenden „Spannungscurven“, für die Johann Jacob WEYRAUCH (1845–1917) den Begriff Einflusslinie prägte.

Otto Christian MOHR (1835–1918) entdeckte die Analogie zwischen Streckenlasten und Biegemomenten sowie Krümmungen und Durchbiegungen von Balken und eröffnete damit den Weg zur graphischen Ermittlung von Biegelinien. Zur Darstellung allgemeiner Spannungs- und Verzerrungszustände führte er anschauliche Kreiskonstruktionen ein, und er begründete eine den COULOMBSchen Ansatz verallgemeinernde Bruchhypothese. Die Untersuchung der in Fachwerken wegen der tatsächlich biegesteifen im Gegensatz zu den theoretisch vorausgesetzten gelenkigen Stabverbindungen entstehenden Nebenspannungen führte ihn zur Idee, die Knoten- und Stabdrehwinkel als Unbekannte zu betrachten. Diese Idee wurde erst im ersten Viertel des 20. Jahrhunderts mit der Verformungsmethode zur Behandlung statisch unbestimmter Systeme ausgeschöpft.

James Clerk MAXWELL (1831–1879) betrachtete elastische Fachwerke als ohne Energieverluste arbeitende Maschinen und fand, dass die von einer ersten an der Stelle und in der Richtung einer zweiten Einheitskraft verursachte Verschiebung gleich der von der zweiten an der Stelle und in der Richtung der ersten Einheitskraft verursachten Verschiebung ist. Dieser Reziprozitätssatz ist ein Spezialfall der nach Enrico BETTI (1823–1892) benannten Wechselwirkungsbeziehung für linear elastische Systeme, die besagt, dass eine Kräftegruppe an den Verschiebungen einer zweiten Kräftegruppe dieselbe Arbeit verrichtet wie die zweite Kräftegruppe an den Verschiebungen der ersten. Carlo Alberto CASTIGLIANO (1847–1884) verdanken wir den Satz, wonach die in einem elastischen System auftretenden Kraftgrößen gleich den Ableitungen der Formänderungsarbeit nach den korrespondierenden Verformungsgrößen sind. Mathias KOENEN (1849–1924) übertrug den von MOHR für Fachwerke eingeführten Arbeitssatz zur Verschiebungsberechnung auf Biegeträger. Friedrich ENGESSER

(1848–1931) hob den Unterschied zwischen Formänderungsarbeit und Ergänzungsarbeit hervor und eröffnete den Weg zur baustatischen Behandlung nichtlinear elastischer Systeme.

Heinrich Franz Bernhard MÜLLER-BRESLAU (1851–1925) stellte den Begriff der Arbeit ins Zentrum der baustatischen Theoriebildung und entwickelte die Kraftmethode zur Behandlung statisch unbestimmter Systeme. Robert LAND (1857–1899) schuf ein Verfahren zur Ermittlung von Einflusslinien, das von einer dem statischen System aufgezwungenen Einheitsverschiebung an der Stelle und in der Richtung der interessierenden Kraftgrösse ausgeht. Mit der Entwicklung der Verformungsmethode durch Asger Skovgaard OSTENFELD (1866–1931) kam die Theorie elastischer Stabtragwerke mit kleinen Verformungen zum Abschluss.

Der weitere Ausbau der Baustatik im 20. Jahrhundert betraf vor allem die Flächentragwerke, die Stabilitäts- und die Plastizitätstheorie sowie die Entwicklung computergestützter Methoden zur Tragwerksanalyse anhand diskretisierter Tragwerksmodelle.

3 Projektierung von Tragwerken

3.1 Allgemeines

Mit der in Bild 3.1 wiedergegebenen Figur [31], werden die Beziehungen zwischen verschiedenen Projektierungselementen zusammengefasst. Die hierin auftretenden Fachausdrücke sind (zusammen mit weiteren, im Text in der Regel bei der erstmaligen Verwendung bzw. bei der erstmaligen Erläuterung durch Kursivschrift hervorgehobenen Fachausdrücken) in Anhang A1 definiert.

Bild 3.1 gilt für jedes in die natürliche und gebaute Umwelt gestellte *Bauwerk* bzw. sein *Tragwerk*, d. h. die Gesamtheit der Bauteile und des Baugrunds, die für sein Gleichgewicht und seine Formerhaltung notwendig sind. Das Bild bezieht sich auf den ganzen Lebenszyklus eines Bauwerks, von der *Projektierung* über die *Ausführung*, *Nutzung* und *Erhaltung* bis zum *Rückbau*. Einzelnen Phasen entsprechende *Bauwerksakten* sind in einer separaten Spalte aufgeführt.

Bild 3.1 und die zugehörigen Fachausdrücke erleichtern die Verständigung und ermöglichen ein einheitliches, systematisches Denken und Handeln aller in den Bereichen Konstruktion und Geotechnik tätigen Fachleute der Projektierung, Bauleitung und Bauausführung. Das Bild repräsentiert weder ein Flussdiagramm, noch nimmt es direkt Bezug auf die übliche Projektentwicklung vom *Vorprojekt* über das *Bauprojekt* zum *Ausführungsprojekt*. Vielmehr ordnet es die Prozessschritte und die Beziehungen zwischen verschiedenen Projektierungselementen. Es dient dazu, die Zusammenhänge und die Einordnung der verwendeten Begriffe verständlich zu machen.

Die Projektierung von Tragwerken umfasst den *Entwurf* sowie die *Tragwerksanalyse* und die *Bemessung*. Als Entwurf bezeichnet man alle von den Nutzungsanforderungen zum Tragwerkskonzept führenden Tätigkeiten und Entwicklungen sowie deren Ergebnis. Mit der Tragwerksanalyse werden anhand von Tragwerksmodellen Auswirkungen ermittelt, d. h. Antworten des Tragwerks auf mögliche Einwirkungen infolge von Ausführung und Nutzung sowie von Umwelteinflüssen. Mit der Bemessung werden die Abmessungen, die Baustoffe und die konstruktive Durchbildung des Tragwerks festgelegt; Basis dazu bilden konstruktive und ausführungstechnische Betrachtungen sowie rechnerische Nachweise.

Die Qualität eines Tragwerks hängt vor allem von seinem Entwurf, seiner konstruktiven Durchbildung und seiner Ausführung ab. Tragwerksanalyse und rechnerische Nachweise werden in ihrer Bedeutung vielfach überschätzt; sie sind lediglich Hilfsmittel zur Gewährleistung einer angemessenen Zuverlässigkeit, d. h. eines bezüglich Tragsicherheit und Gebrauchstauglichkeit innerhalb festgelegter Grenzen liegenden Verhaltens eines Tragwerks.

In der Folge werden wesentliche Aspekte des Tragwerksentwurfs sowie der damit verbundenen Bauwerksakten (Nutzungsvereinbarung und Projektbasis) dargestellt. Tragwerksanalyse und Bemessung werden in Kapitel 4 behandelt.

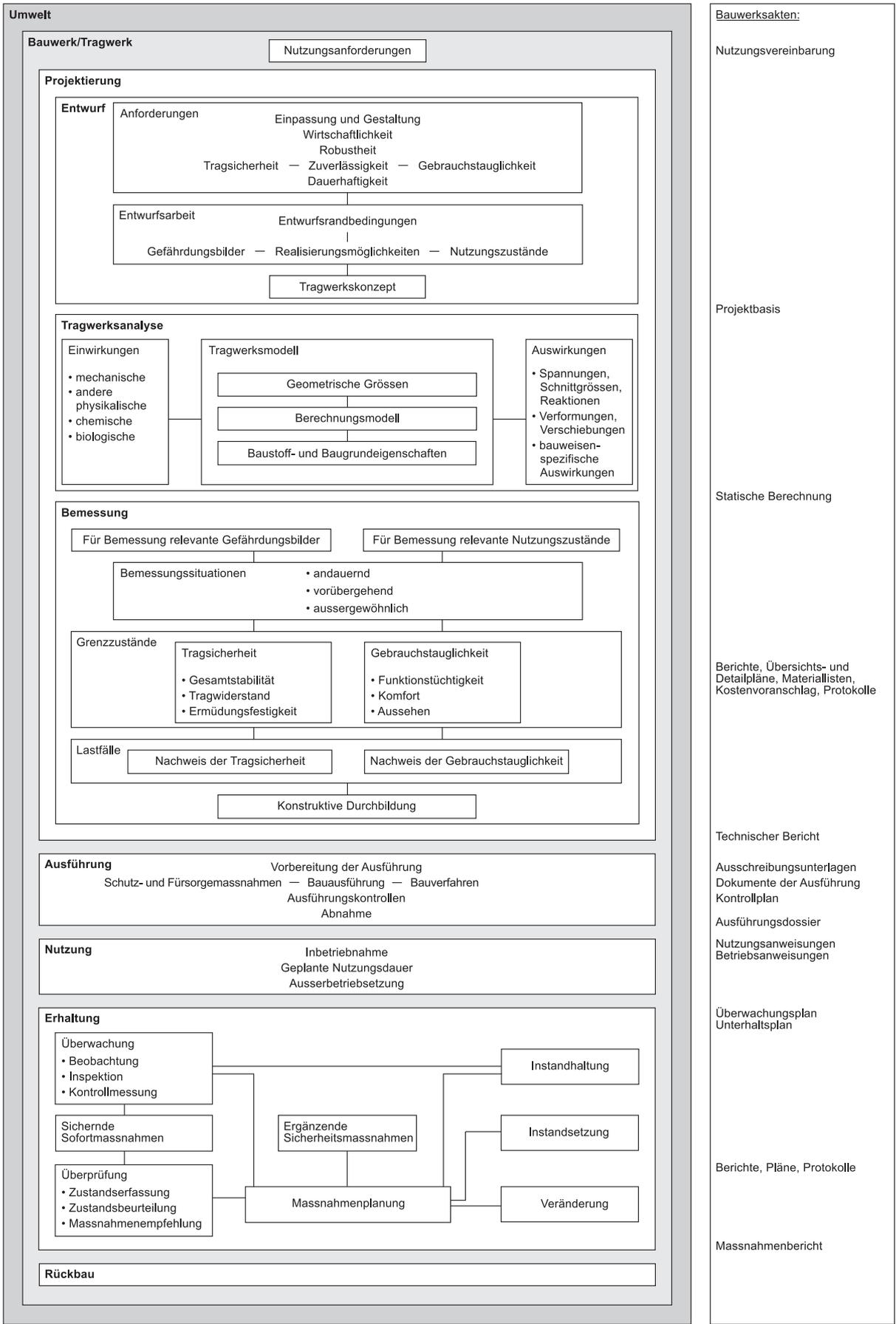


Bild 3.1 Beziehungen zwischen verschiedenen Projektierungselementen.