

Mathematikdidaktik im Fokus

RESEARCH

Silke Friedrich

Natürliche Differenzierung im Arithmetikunterricht

Angebot und Nutzung von
Lernangeboten in heterogenen
Grundschulklassen

MOREMEDIA



Springer Spektrum

Mathematikdidaktik im Fokus

Reihe herausgegeben von

Rita Borromeo Ferri, FB 10 Mathematik, Universität Kassel, Kassel, Deutschland

Andreas Eichler, Institut für Mathematik, Universität Kassel, Kassel, Deutschland

Elisabeth Rathgeb-Schnierer, Institut für Mathematik, Universität Kassel, Kassel, Deutschland

In dieser Reihe werden theoretische und empirische Arbeiten zum Lehren und Lernen von Mathematik publiziert. Dazu gehören auch qualitative, quantitative und erkenntnistheoretische Arbeiten aus den Bezugsdisziplinen der Mathematikdidaktik, wie der Pädagogischen Psychologie, der Erziehungswissenschaft und hier insbesondere aus dem Bereich der Schul- und Unterrichtsforschung, wenn der Forschungsgegenstand die Mathematik ist.

Die Reihe bietet damit ein Forum für wissenschaftliche Erkenntnisse mit einem Fokus auf aktuelle theoretische oder empirische Fragen der Mathematikdidaktik.

Silke Friedrich

Natürliche Differenzierung im Arithmetikunterricht

Angebot und Nutzung von
Lernangeboten in heterogenen
Grundschulklassen

 Springer Spektrum

Silke Friedrich
Niestetal, Deutschland

Dissertation an der Universität Kassel, Fachbereich 10 Mathematik und Naturwissenschaften, u.d.T.: Silke Friedrich, Angebot und Nutzung eines natürlich differenzierenden Lernangebots im Arithmetikunterricht heterogener Grundschulklassen, Tag der Disputation: 21.03.2023

Erstgutachterin: Profⁱⁿ Dr. Elisabeth Rathgeb-Schnierer, Universität Kassel

Zweitgutachter: Prof. Dr. Andreas Eichler, Universität Kassel

ISSN 2946-0174

ISSN 2946-0182 (electronic)

Mathematikdidaktik im Fokus

ISBN 978-3-658-42848-8

ISBN 978-3-658-42849-5 (eBook)

<https://doi.org/10.1007/978-3-658-42849-5>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert an Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2023

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geographische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Marija Kojic

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

Das Papier dieses Produkts ist recyclebar.

Für Lexi

Vorwort

In diesem Dissertationsprojekt vereinigen sich langjährige Erfahrungen in der Schulpraxis im Umgang mit heterogenen Lerngruppen und spannende Erkenntnisse aus der mathematikdidaktischen Forschung. Mein besonderes Interesse im schulischen Kontext galt seit meiner Ausbildungszeit einem Mathematikunterricht, der bei allen Kindern eine Begeisterung für das Fach auslöst. In der Zeit als Lehrerin in einer Schule mit Förderschwerpunkt Lernen und einer Jahrgangsmischung der Klassen 1 bis 4 in der Stadt Kassel, konnte ich feststellen, dass Kinder trotz geringer Lernvoraussetzungen und Schwierigkeiten in Mathematik ein Interesse am Fach entwickelten. Maßgebliche Auslöser waren Situationen, in denen mathematische Probleme gemeinsam gelöst wurden. Zu beobachten, dass sich Kinder mit diversen Schwierigkeiten im kognitiven Bereich aus vier verschiedenen Schuljahren über mathematische Zusammenhänge austauschten, zeigte wie motivierend das Arbeiten an einem gemeinsamen Lerngegenstand ist.

Der erste Einblick in den mathematikdidaktischen Forschungsbereich zog mich sofort in seinen Bann. Die praktischen Erfahrungen aus der Schulpraxis vor dem wissenschaftlichen Hintergrund zu betrachten, weckten bei mir das Interesse, ein Dissertationsprojekt zum Thema Umgang mit Heterogenität umzusetzen.

Dieser Einblick und damit mein Eintritt in die mathematikdidaktische Forschung war nur durch das Aufeinandertreffen mit Frau Prof. Dr. Elisabeth Rathgeb-Schnierer möglich. Sie eröffnete mir die Forschungswelt. Ohne sie wäre ich nicht auf die Idee gekommen, in die Forschung einzusteigen. Das entgegengebrachte Vertrauen und die motivierende sowie fachliche Unterstützung waren grenzenlos. Vielen Dank für die Betreuung meiner Dissertation!

Meinem Zweitgutachter, Herrn Prof. Dr. Andreas Eichler, danke ich für die vielen Anregungen und Diskussionen zu meinem Projekt. Sein großes Interesse an meiner Arbeit und seine geduldige Beantwortung insbesondere meiner statistischen Fragestellungen, brachten dieses Vorhaben entscheidend voran.

Meiner Kollegin Leonie Brumm danke ich ganz besonders für das geduldige Korrekturlesen meiner Arbeit und ihre konstruktiven Rückmeldungen, welche die Entwicklung der Arbeit sehr bereicherten.

Bei meinen Kolleginnen und Kollegen bedanke ich mich für die mathematische, statistische und kreative Unterstützung in vielen erfrischenden Diskussionen. Danke an Katharina Bata für erste Kodierungen und an Jan-Phillip Volkmer und Thorsten Weber für die gemeinsame Sichtung der ersten statistischen Ergebnisse und an alle anderen für die große Hilfsbereitschaft, das Interesse an meinem Projekt und besonders für das ausgiebige Erproben der Kombi-Gleichungen. Hervorheben möchte ich noch Nora Benz und Vanessa May, die mich freundschaftlich und produktiv unterstützten.

Ebenso möchte ich den Teilnehmerinnen und Teilnehmern unseres hochschulübergreifenden Forschungskolloquiums danken, die durch anregende Debatten das Projekt von unterschiedlichen Seiten beleuchteten. Insbesondere danke ich stellvertretend für diese Gruppe Frau Prof. Dr. Charlotte Rechtsteiner.

Den beiden studentischen Hilfskräften Elsa Joppich und Ines Walk möchte ich für ihr grandioses Engagement danken. Vielen Dank an Elsa für die zuverlässige Unterstützung während der Untersuchung in der Schule! Und ein großes Dankeschön an Elsa und Ines für die Eingabe der Daten und die gemeinsamen Kodiersessions.

Vielen Dank an alle beteiligten Kolleginnen aus den Grundschulen für Offenheit, Flexibilität und das Interesse an mathematikdidaktischer Forschung. Allen Schülerinnen und Schülern möchte ich für ihr neugieriges, interessiertes und aktiv-entdeckendes Arbeiten danken.

Mein persönlicher Dank gilt meiner wunderbaren Familie, die mich durch die intensive Zeit der Promotion begleiteten. Ein ganz besonderer Dank geht an meinen Mann Alexander Friedrich, der mir während der gesamten Zeit den Rücken freihielt, mir immer wieder Mut machte und unermüdlich alle Teile der Arbeit als Erster las. Bei meinen Kindern Antonia, Jonathan und Emilia bedanke ich mich für ihr großes Interesse, viel Verständnis und das Zurückstellen der eigenen Bedürfnisse. Meinen Eltern Renate und Klaus Fischer und meiner Schwester Wibke Schneider danke ich für den starken Glauben an mich und die kleinen Aufmunterungen besonders in der Schreibphase der Promotionszeit.

Silke Friedrich

Einleitung

„Abhängig von den jeweiligen fachlichen und überfachlichen kognitiven, den motivationalen und den verhaltensbezogenen Lernausgangslagen kommen ... unterschiedliche Unterstützungsstrategien zur Anwendung, die entsprechend dem Lernfortschritt laufend angepasst werden müssen. Dies erfordert den Einsatz ... wirkungsgeprüfter Lernmaterialien im Rahmen eines kognitiv und sprachlich aktivierenden, strukturieren und motivierenden Unterrichts.“ (SWK¹, 2022, S. 14)

Das grundsätzliche Ziel von Unterricht liegt darin, dass alle Schülerinnen und Schüler entsprechend ihren Lernausgangslagen gefördert und gefordert werden (vgl. Zitat, SWK, 2022, S. 14). Die Ständige Wissenschaftliche Kommission der Kultusministerkonferenz empfiehlt dazu wirkungsgeprüfte Lernmaterialien, die an die verschiedenen Lernausgangslagen angepasst werden können (vgl. Zitat, SWK, 2022, S. 14). Der Mathematikunterricht in der Grundschule steht damit vor der Herausforderung, Kindern mit den verschiedensten Leistungsvoraussetzungen entsprechende Lernmöglichkeiten anzubieten. Der Heterogenität und damit den verschiedenen Leistungsniveaus von Kindern einer Lerngruppe gerecht zu werden, ist ein Anliegen, das schon seit vielen Jahren in der grundschuldidaktischen und mathematikdidaktischen Forschung diskutiert wird (Prengel, 1993; Bönsch, 2004; Heinzl, 2008; Freudenthal, 1973; Wittmann, 1996; Lorenz, 2000). Da die Grundschulen ihre Schülerschaft nach Wohngebieten zugewiesen bekommen, entsteht nach Lorenz (2000) allein aus dieser sozioökonomischen Facette von Heterogenität ein großes Spektrum an Leistungsvermögen. Für die Facette des Alters stellte Lorenz (2000) fest, dass die Entwicklungsvarianz in einer

¹ Ständige Wissenschaftliche Kommission der Kultusministerkonferenz (SWK)

Klasse bis zu fünf² Jahren betragen kann. Unabhängig von den Gründen für Heterogenität, die beispielsweise in leistungsbezogenen, körperlichen, motivationalen, emotionalen, kulturellen und ethnischen Unterschieden gesehen werden, ist der Umgang mit Heterogenität für diese Arbeit bedeutsam. Dabei wird hier von den fünf Dimensionen nach Heinzl (2008), die sich in den sozioökonomischen Status, die Ethnizität und Kultur, das Geschlecht, das Leistungsvermögen und die Generationendifferenz aufteilen, die Dimension des Leistungsvermögens betrachtet.

Bezogen auf die Dimension des Leistungsvermögens weisen die Ergebnisse aktueller umfangreicher nationaler und internationaler Untersuchungen für die deutschen Grundschülerinnen und Grundschüler eine starke Besetzung der beiden Extremgruppen am unteren und oberen Ende der Kompetenzstufen nach (Schwippert et al., 2020; Wendt et al., 2016; Bos et al., 2012). Allerdings können nur wenige der leistungsstärksten Schülerinnen und Schüler auf die insgesamt höchste Kompetenzstufe eingeordnet werden (Schwippert et al., 2020; Wendt et al., 2016; Bos et al., 2012). Resultierend aus diesen Ergebnissen empfehlen Stanat et al. (2022), den Blick besonders auf Schülerinnen und Schüler im niedrigen sowie im besonders hohen Leistungsspektrum zu richten, da in diesen Bereichen in den aktuellen Studien keine Verbesserungen festgestellt werden konnten (Wendt et al., 2016; Stanat et al., 2017; Schwippert et al., 2020; Stanat et al., 2022).

Zum Umgang mit Heterogenität in der Grundschule sind Unterrichtskonzepte erforderlich, die eine Förderung aller Kinder ermöglichen. Bereits in den siebziger Jahren stellte Freudenthal (1973) die Verschiedenheit und Vielfalt in einer Klasse als vorteilhaft dar. Lässt man die Kinder an einem Lerngegenstand auf verschiedenen Schwierigkeitsstufen arbeiten und nicht nebeneinanderher, können laut Freudenthal (1973) sehr effektive Lernmöglichkeiten entstehen. Das Thema „Differenzierung“ ist für einen adäquaten Umgang mit Heterogenität seit den siebziger Jahren sehr gegenwärtig und wird hinsichtlich der Umsetzung im Unterricht unterschiedlich diskutiert. Es wurden in diesem Zusammenhang konkrete mathematikdidaktische Konzepte entwickelt, die vom individualisierten Arbeiten, z. B. in selbsterklärenden Arbeitsheften (z. B. „Einstern 1“, Bauer und Maurach, 2014), bis zum Arbeiten am gleichen Unterrichtsgegenstand auf verschiedenen Leistungsniveaus reichen (z. B. Rathgeb-Schnierer und Feindt, 2014; Rathgeb-Schnierer und Rechtsteiner, 2018; Fetzer, 2019). Allerdings zeigen u. a. Korff (2015) und Oechsle (2020) in ihren Studien, dass die Realisierung gemeinsamer

² Zahlen bis zwölf werden in der gesamten Arbeit als Zahlwort geschrieben. Ausnahmen ergeben sich, wenn Zahlen in Verbindung mit Zahlensätzen (z. B. Termen), als Größenangaben, in Tabellen stehen oder der Nummerierung dienen. In diesen Ausnahmefällen werden Zahlzeichen verwendet.

Lernsituationen, die Differenzierungsmöglichkeiten beinhalten, aufgrund fachlicher Besonderheiten noch immer eine Herausforderung für Lehrkräfte darstellt (Jütte und Lüken, 2021). Demnach besteht u. a. nach Jütte und Lüken (2021) weiterhin Forschungs- und Entwicklungsbedarf zur Gestaltung von gemeinschaftlichem Mathematikunterricht auf inhaltlicher Ebene für heterogene Lerngruppen (Korff, 2015; Oechsle, 2020).

Das Konzept der natürlichen Differenzierung wird in der mathematikdidaktischen Diskussion als eine Möglichkeit des Umgangs mit der Heterogenität angesehen (u. a. Wittmann, 1996; Krauthausen und Scherer, 2016; Nührenbörger und Pust, 2016; Häsel-Weide und Nührenbörger, 2017; Rathgeb-Schnierer und Rechtsteiner, 2018; Weskamp, 2019). In der aktuellen Diskussion wird davon ausgegangen, dass Kinder mithilfe von natürlich differenzierenden Lernangeboten entsprechend ihrer Lernausgangslage gefördert werden können (Krauthausen und Scherer 2016; Häsel-Weide und Nührenbörger, 2017; Weskamp, 2019; Korten, 2020; Jütte und Lüken, 2021). Diese Lernangebote bieten u. a. nach Selter et al. (2016), Weskamp (2019) und Korten (2020) Kindern die Möglichkeit, am gleichen Lerngegenstand auf unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen, ihrem individuellen Lernpotenzial entsprechend, gemeinsam zu arbeiten. Das gemeinsame Arbeiten und die dadurch angeregte gleichzeitige inhaltliche Auseinandersetzung eröffnen u. a. nach Peter-Koop und Lüken (2017), Schindler (2017) und Fetzer (2019) die Aufnahme neuen mathematischen Wissens für alle Lernenden. Das Lernen von- und miteinander in gemeinsamen Arbeitsphasen ermöglicht nach Rathgeb-Schnierer und Feindt (2014) die Förderung sowie Forderung der Lernenden im hohen und niedrigen Leistungsbereich und damit auch in den beiden Extremgruppen des Leistungsspektrums (Stanat et al., 2022).

In der mathematikdidaktischen Literatur existieren viele Anregungen, um mit natürlich differenzierenden Lernangeboten bzw. substanziellen Lernumgebungen die Inhalte des Mathematikunterrichts zu bearbeiten (z. B. Rathgeb-Schnierer und Rechtsteiner-Merz, 2010; Nührenbörger und Pust, 2016; Häsel-Weide und Nührenbörger, 2017; Wittmann und Müller, 2017). Sie alle zeichnen sich dadurch aus, dass sie über eine ausreichende Komplexität verfügen, um das Arbeiten auf unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen überhaupt zu ermöglichen (Wittmann, 1996; Schütte, 2008; Selter et al., 2016; Schindler, 2017; Rathgeb-Schnierer und Rechtsteiner, 2018). Außerdem darf nach Schütte (2008), Krauthausen und Scherer (2016) sowie Rathgeb-Schnierer und Rechtsteiner (2018) keine zu hohe fachliche Hürde für den Einstieg vorliegen, damit alle Kinder gemeinsam beginnen können, aber auch für leistungsstarke Lernende passende Herausforderungen geschaffen werden.

Um einen Unterricht anbieten zu können, der die Vorgabe der Bildungsstandards einhalten kann, sind nach Krauthausen und Scherer (2016), KMK (2022) und Hardy (2019) eine Weiterentwicklung über traditionelle Differenzierungsmethoden hinaus und eine genaue Planung von Unterricht notwendig. Die Planung und Durchführung dieser Art des Unterrichts erweist sich nach Wittmann (1996), Brunner (2017), Oechsle (2020) und Sonnleitner (2021) allerdings als sehr voraussetzungsreich und stellt die Lehrkräfte vor pädagogische und didaktische Herausforderungen. Eine besondere Herausforderung stellen nach KMK (2022) und Korff (2015) dabei arithmetische Inhalte dar. Die Arithmetik, als ein aufeinander aufbauendes Themengebiet, wird aktuellen Studien zufolge als schwieriger für den Einsatz natürlich differenzierender Lernangebote angesehen als beispielsweise die Geometrie (Korff, 2015; Stöckli, 2019; KMK, 2022).

Aus den genannten Forschungsarbeiten folgt also, dass das Arbeiten mit natürlich differenzierenden Lernangeboten eine Möglichkeit zum Mathematiklernen in heterogenen Lerngruppen darstellt. In den Forschungsarbeiten wird allerdings ohne konkrete Belege davon ausgegangen, dass die Lernenden ihrem Lernpotenzial entsprechend auf ihrem individuellen Schwierigkeitsniveau arbeiten. Allerdings fehlen in der Forschungslandschaft empirische Untersuchungen, die zeigen, ob Lernende natürlich differenzierende arithmetische Lernangebote tatsächlich entsprechend ihrem persönlichen Lernpotenzial nutzen. An dieses Forschungsdesiderat wird in der vorliegenden Arbeit angeknüpft:

Das Ziel besteht darin, empirisch festzustellen, ob Lernende einer heterogenen Lerngruppe ein natürlich differenzierendes arithmetisches Lernangebot ihrem Lernpotenzial entsprechend nutzen.

Zur theoretischen Einordnung des Forschungsprojekts in die Unterrichtsabläufe dient das Angebots-Nutzungs-Modell von Helmke (2012). Das Modell stellt die komplexen Prozesse und Einflussfaktoren im Unterricht sehr übersichtlich dar und bildet mit ausgewählten Schwerpunkten die theoretische Rahmung der Studie. Im Modell wird der Unterricht als ein von Lehrpersonen geschaffenes Angebot verstanden, das von Schülerinnen und Schülern genutzt werden kann. Das Lernpotenzial wird als entscheidender Faktor für erfolgreiches Lernen dargestellt, welcher der Angebotsnutzung zugrunde liegt. Insbesondere werden in der Studie Unterricht (Angebot), Lernpotenzial und die Lernaktivitäten (Angebotsnutzung) betrachtet (Helmke, 2012). Dieses Modell unterstützt die Beantwortung der Forschungsfragen, indem es die Zusammenhänge zwischen den gewählten Schwerpunkten verdeutlicht und diese definiert. Das methodische Vorgehen der vorliegenden Studie wird anhand des Angebots-Nutzungs-Modells entwickelt.

In heterogenen dritten Klassen wird empirisch untersucht, ob natürlich differenzierende Lernangebote tatsächlich ein Arbeiten auf unterschiedlichen Niveaus ermöglichen und ob dieses Niveau dem individuellen Lernpotenzial der Schülerinnen und Schüler entspricht. Zur Verfolgung dieses Forschungsziels wird ein natürlich differenzierendes Lernangebot ausgewählt. Das Lernangebot „Kombi-Gleichungen“ steht nach der Auswahl stellvertretend für ein natürlich differenzierendes arithmetisches Lernangebot (Baireuther und Kucharz, 2007; Rechtsteiner, 2017), das für den Einsatz in der Studie weiterentwickelt wurde. Neben den Bearbeitungsformen, die sich bei der Nutzung des Lernangebots zeigen, wird das Lernpotenzial durch verschiedene Komponenten ermittelt. Hierzu gehören ein standardisierter Kompetenztest (KEKS³ Kompetenztest Mathematik 3; May et al., 2018) und ein Fragebogen zu lern- und leistungsrelevanten Einstellungen, der auf etablierten Schulleistungsstudien basiert (Bos et al., 2008; Bos et al., 2008a; Bos et al., 2012; Bos et al., 2005; de Moll et al., 2016). Die Ergebnisse der Analysen zum Lernpotenzial und zur Angebotsnutzung und werden anschließend im Zusammenhang betrachtet und ausgewertet. Die Resultate geben Aufschluss darüber, ob Lernende ein natürlich differenzierendes Lernangebot entsprechend ihrem Lernpotenzial nutzen.

Die Arbeit ist in vier Teile gegliedert:

Der erste Teil umfasst fünf Kapitel (1 bis 5), in denen theoretische Aspekte und empirische Befunde thematisiert werden, die für die vorliegende Arbeit grundlegend sind.

Im ersten Kapitel wird zunächst auf die Existenz und die Formen von Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule eingegangen, bevor die Leistungsheterogenität in den Fokus gestellt wird. Die Leistung im Mathematikunterricht spielt für die vorliegende Arbeit eine zentrale Rolle und wird aufgrund dessen aus verschiedenen Blickwinkeln betrachtet. Unter Berücksichtigung von Schulleistungsstudien werden die auftretenden unterschiedlichen Leistungsniveaus bei Grundschülerinnen und Grundschulern mit den Konsequenzen für den Mathematikunterricht betrachtet.

Im zweiten Kapitel findet zunächst eine kritische theoriebasierte Auseinandersetzung zur Differenzierung als Möglichkeit zum Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule statt. Im Anschluss wird das Konzept der natürlichen Differenzierung genauer betrachtet. Beginnend mit einem Überblick über die lerntheoretische Rahmung und Begriffe, die mit der natürlichen Differenzierung in Zusammenhang stehen, werden anschließend grundlegende Konzepte und konstituierende Merkmale natürlicher Differenzierung dargestellt und anhand

³ Kompetenzerfassung in Kindergarten und Schule (KEKS)

von Forschungsbefunden beleuchtet. Ebenso werden Kriterien herausgearbeitet, die für die Entwicklung eines natürlich differenzierenden Lernangebots handlungsweisend sind.

Im dritten Kapitel wird der arithmetische Inhalt des Mathematikunterrichts der Grundschule erläutert und die darauf beruhende Auswahl des natürlich differenzierenden Lernangebots begründet. Unter Berücksichtigung didaktischer Richtlinien für den Mathematikunterricht (KMK, 2022) und der Forschungsbefunde werden am Ende des Kapitels Kriterien für die Auswahl eines exemplarischen arithmetischen Lernangebots aufgestellt, das die Umsetzung einer natürlichen Differenzierung zulässt.

Im vierten Kapitel bildet das Angebots-Nutzungs-Modell den Rahmen, um Unterrichtsqualität in der Grundschule in heterogenen Lerngruppen zu beschreiben. Außerdem wird dessen Rolle für die vorliegende Studie erläutert. Hier werden drei Schwerpunkte des Modells hervorgehoben, die das Lernpotenzial, das Angebot und die Nutzung fokussieren.

Im fünften Kapitel werden aus den theoretischen Grundlagen das Forschungsdesiderat und daraus folgend das Forschungsinteresse sowie die konkreten Forschungsfragen hergeleitet.

Im zweiten Teil der Arbeit werden die methodischen Hintergründe in fünf Kapiteln (6 bis 10) dargelegt.

Das sechste Kapitel gibt einen Einblick in den Aufbau der Studie. In Anlehnung an das Angebots-Nutzungs-Modell (Helmke, 2012) wird das Zusammenspiel von Unterrichtsangebot, Lernaktivitäten und Lernpotenzial im Rahmen einer explorativen Feldstudie untersucht. Für den Aufbau ergeben sich drei zentrale methodische Bausteine, die erläutert werden: die Erfassung der Lernausgangslage, die Entwicklung des natürlich differenzierenden Lernangebots und die Erfassung und Analyse der Lernaktivitäten.

Im siebten Kapitel wird die Stichprobe beschrieben, die neun Klassen aus der dritten Jahrgangsstufe umfasst.

Daran anschließend wird in Kapitel acht das entwickelte arithmetische Lernangebot vorgestellt. Hier wird die Durchführung des Lernangebots detailliert erläutert und das Potenzial der Angebotsnutzung dargestellt.

In Kapitel neun werden die eingesetzten Erhebungsinstrumente zur Ermittlung des Lernpotenzials und die Gestaltung des natürlich differenzierenden Lernangebots „Kombi-Gleichungen“ als exemplarisches Untersuchungsfeld dieser Studie vorgestellt. Für die Erfassung des Lernpotenzials, das sich aus kognitiven, motivationalen und volitionalen Voraussetzungen zusammensetzt (Helmke, 2012), ist dies zum einen ein standardisierter Test (KEKS-Kompetenztest Mathematik,

May et al., 2018), der das kognitive Vorwissen erfasst, und zum anderen ein Fragebogen zu lern- und leistungsrelevanten Einstellungen (u.a. Bos et al., 2005; Bos et al., 2008; Bos et al., 2012; de Moll et al., 2016).

Die für diese Arbeit relevanten Datenaufbereitungs- und Datenauswertungsmethoden werden theoriebasiert in Kapitel zehn erläutert. Zunächst wird die Aufbereitung der Daten zum Lernpotenzial dargelegt. Anschließend wird auf die Aufbereitung der Daten zur Angebotsnutzung eingegangen, die die Entwicklung eines Kategoriensystems beinhaltet. Es folgen Erläuterungen zu den verschiedenen statistischen Analyseverfahren.

Im dritten Teil werden die Ergebnisse für die einzelnen Forschungsbereiche in drei Kapiteln (11 bis 13) vorgestellt und im Zusammenhang betrachtet. Damit einhergehend werden die Forschungsfragen der verschiedenen Forschungsbereiche beantwortet.

In Kapitel elf werden die Ergebnisse zu Forschungsfragen im Bereich des Lernpotenzials mithilfe deskriptiver Statistiken aufgezeigt. Ebenso wird auf Zusammenhänge innerhalb des Lernpotenzials eingegangen und genderspezifische Untersuchungen vorgenommen. Abschließend wird in diesem Kapitel die Ermittlung eines Wertes stellvertretend für das gesamte Lernpotenzial dargestellt.

In Kapitel zwölf werden auf theoretischer Ebene die Ergebnisse zum Angebot vorgestellt.

Im dreizehnten Kapitel findet die Darstellung von Zusammenhängen zwischen dem Lernpotenzial und der Angebotsnutzung statt. Diese Ergebnisse gründen auf Korrelations- und Clusteranalysen sowie auf Mittelwertvergleichen. Zur gemeinsamen Betrachtung aller Forschungsbereiche wurden Clusteranalysen durchgeführt und die entstandenen Gruppen mit dem Lernpotenzial im Zusammenhang betrachtet.

Im vierten Teil der Arbeit werden in drei Kapiteln (14 bis 16) die Ergebnisse diskutiert, das Vorgehen reflektiert und ein Ausblick gegeben.

Im vierzehnten Kapitel findet die Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse zum Lernpotenzial, zur Angebotsnutzung und der Gesamtbetrachtung von Lernpotenzial und Angebotsnutzung statt.

Im fünfzehnten Kapitel wird die Reflexion des Vorgehens thematisiert. Diese beinhaltet die Stichprobe, die Erhebungsinstrumente, die Auswertungsverfahren und die Studiendurchführung. Am Ende dieses Kapitels werden Limitationen dieser Studie aufgezeigt.

Mit einem Fazit und einem Ausblick wird im sechzehnten Kapitel die Arbeit abgeschlossen. Dabei wird auf die Bedeutung der Arbeit für die mathematikdidaktische Forschung und die Unterrichtspraxis eingegangen.

Inhaltsverzeichnis

Teil I Theoretische und empirische Hintergründe

1	Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule	3
1.1	Existenz und Formen	4
1.2	Heterogenität als Lernchance	7
1.3	Leistungsheterogenität	8
2	Differenzierung als Umgang mit Heterogenität	17
2.1	Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule	18
2.2	Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule	23
2.2.1	Definition und Begriffsklärung	24
2.2.2	Der lerntheoretische Rahmen	26
2.2.3	Didaktische Ansprüche	29
2.2.4	Empirische Befunde	32
2.2.5	Natürliche Differenzierung in der praktischen Umsetzung	37
3	Arithmetik in der Grundschule	43
4	Angebots-Nutzungs-Modell	55
4.1	Das Modell als Grundlage zur allgemeinen Qualitätsentwicklung im Unterricht	57
4.2	Die Rolle des Modells in der Studie	59
4.2.1	Lernpotenzial	59
4.2.2	Angebot	66
4.2.3	Nutzung	68

5	Forschungsanliegen	69
5.1	Forschungsdesiderat	69
5.2	Forschungsinteresse und Ziel der Untersuchung	70
5.3	Zentrale Fragestellungen	72
Teil II Methodik		
6	Aufbau der Studie	77
7	Stichprobe	81
8	Material	83
9	Messungen	93
9.1	Lernpotenzial	93
9.1.1	Motivationale und volitionale Voraussetzungen	94
9.1.2	Kognitive Voraussetzungen	100
9.2	Nutzung	104
10	Auswertung	107
10.1	Datenaufbereitung	107
10.1.1	Lernpotenzial	109
10.1.2	Angebotsnutzung	114
10.2	Datenanalyse	134
10.2.1	Deskriptive Statistiken	136
10.2.2	t-Test und ANOVA	137
10.2.3	Korrelationen	141
10.2.4	Clusteranalyse	143
Teil III Ergebnisse		
11	Lernpotenzial	157
11.1	Ausprägungen des Lernpotenzials	158
11.2	Zusammenhänge innerhalb des Lernpotenzials	163
11.3	Genderspezifische Untersuchungen	167
11.3.1	Ausprägungen des Lernpotenzials	167
11.3.2	Zusammenhänge innerhalb des Lernpotenzials	170
11.4	Ermittlung eines Wertes für das gesamte Lernpotenzial	172
12	Angebot	175

13 Lernpotenzial und Angebotsnutzung	179
13.1 Zusammenhänge zwischen Faktoren des Lernpotenzials und der Angebotsnutzung	180
13.1.1 Mathematisches Vorwissen und Angebotsnutzung	180
13.1.2 Lern- und leistungsrelevante Einstellungen und Angebotsnutzung	182
13.1.3 Zusammenfassung der Korrelationsberechnungen	185
13.2 Bearbeitungsformen	185
13.3 Zusammenhänge zwischen Lernpotenzial und Bearbeitungsformen	191
13.4 Zusammenfassung der Ergebnisse	196
Teil IV Diskussion und Reflexion	
14 Zusammenfassung Und Diskussion der Ergebnisse	201
14.1 Lernpotenzial	202
14.2 Angebotsnutzung	209
14.3 Gesamtbetrachtung von Lernpotenzial und Angebotsnutzung	215
14.4 Übergeordnete Leitfrage	219
15 Reflexion des Vorgehens	221
15.1 Stichprobe	221
15.2 Passung der Erhebungsinstrumente	222
15.3 Kritische Betrachtung der Auswertungsverfahren	225
15.4 Bewertung der Studiendurchführung	227
15.5 Limitationen	228
16 Fazit und Ausblick	231
16.1 Forschungsdesiderate	233
16.2 Bedeutung für die Unterrichtspraxis	236
Literaturverzeichnis	239

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 4.1	Angebots-Nutzungs-Modell von Andreas Helmke (2012)	57
Abbildung 6.1	Ablauf der gesamten Untersuchung	78
Abbildung 8.1	Zahlenkarten zum Lernangebot „Kombi-Gleichungen“	85
Abbildung 8.2	„Kombi-Gleichungen“ – Gleichungen entwickeln und strukturieren (alle Karten dürfen mehrfach genutzt werden)	85
Abbildung 8.3	Unterrichtsphasenmodell von Rathgeb-Schnierer (2006) an das Lernangebot Kombi-Gleichungen angepasst	87
Abbildung 8.4	Gemeinsamer Beginn mit der Waage und Zahlenkärtchen	88
Abbildung 8.5	Beispiel für Lernendendokumente aus den beiden Arbeitsphasen (weißes Dokument: Arbeitsphase 1, gelbes Dokument: Arbeitsphase 2)	89
Abbildung 8.6	Kombi-Gleichungen unterschiedlicher Komplexität	90
Abbildung 10.1	Ablaufmodell skalierender Strukturierung (Mayring, 2010, S. 102)	117
Abbildung 10.2	Lernendendokument aus der ersten Arbeitsphase (erfundene Gleichungen)	118
Abbildung 10.3	Lernendendokument aus der zweiten Arbeitsphase (erfundene Gleichungssysteme)	118
Abbildung 10.4	Komplexität einer Gleichung	120

Abbildung 10.5	Beispiel eines Dokuments einer leistungsschwächeren Schülerin aus Arbeitsphase 1	126
Abbildung 10.6	Beispiel eines Dokuments eines leistungsstärkeren Schülers aus Arbeitsphase 1	127
Abbildung 10.7	Beispiel für ein erfundenes Gleichungssystem aus dem zweiten Arbeitsauftrag (Dokument 2 eines Schülers)	129
Abbildung 10.8	Einfacher Boxplot für mathematisches Vorwissen (MV) zur Bestimmung von Ausreißern	139
Abbildung 10.9	Einfacher Boxplot für arithmetisches Vorwissen (AV) zur Bestimmung von Ausreißern	139
Abbildung 10.10	Einfacher Boxplot des Lernpotenzials ohne Leistungsangst (LP1) für die drei Cluster	141
Abbildung 10.11	Formel zur Berechnung des z-Scores	145
Abbildung 10.12	Single-Linkage-Verfahren zur Ermittlung von Ausreißern lässt die Fälle am Ende aller Verknüpfungen (40, 47, 48) als Ausreißer erkennen (Ausschnitt aus der SPSS-Ausgabe)	147
Abbildung 10.13	Dendrogramm zeigt drei Cluster bei Heterogenitätsindex h	150
Abbildung 11.1	A und B Normalverteilung der Rohwerte und der Referenzniveaustufen für das mathematische Vorwissen (MV)	160
Abbildung 11.2	A und B Normalverteilung der Rohwerte und der Referenzniveaustufen für das arithmetische Vorwissen (AV)	161
Abbildung 13.1	Grafische Darstellung der Clusterzentren der endgültigen Lösung	187
Abbildung 13.2	Grafische Darstellung der Verteilung des Lernpotenzials (LP1) auf die drei Cluster	194
Abbildung 13.3	Grafische Darstellung der Verteilung der Leistungsangst (LA) auf die drei Cluster	195

Tabellenverzeichnis

Tabelle 2.1	Problemlösephasen nach Polya (1949) mit Beispielleitfragen	38
Tabelle 3.1	Übersicht zu den Kompetenzbereichen eines arithmetischen Lerngegenstands (KMK, 2022)	50
Tabelle 3.2	Übersicht zu den Anforderungsbereichen eines arithmetischen Lerngegenstands (KMK, 2022)	53
Tabelle 6.1	Übersicht zum Aufbau der Hauptstudie	79
Tabelle 9.1	Items zur Erfassung des Arbeits- und Sozialverhaltens (UK1)	95
Tabelle 9.2	Items zur Erfassung der Konzentrationsfähigkeit (UK2)	96
Tabelle 9.3	Items zur Erfassung der Leistungsangst (UK3)	96
Tabelle 9.4	Items zur Erfassung des Selbstkonzepts Leistung (UK4)	97
Tabelle 9.5	Items zur Erfassung des passivistischen und aktivistischen fachbezogenen Lernens (UK5)	98
Tabelle 9.6	Items zur Erfassung der Lernmotivation im Mathematikunterricht (UK6)	98
Tabelle 9.7	Items zur Erfassung des Selbstkonzepts im Mathematikunterricht (UK7)	99
Tabelle 10.1	Bezeichnungen für die aus den Skalen entwickelten Variablen und deren Werte	112
Tabelle 10.2	Bezeichnungen der Variablen der kognitiven Lernvoraussetzungen und ihr Wertebereich	113
Tabelle 10.3	Subkategorien der Bestandteile einer Gleichung zur Erfassung der Komplexität einer Gleichung	121

Tabelle 10.4	Subkategorien der Systematik zur Erfassung der Komplexität einer Gleichung	123
Tabelle 10.5	Kodierung der Anzahlen (im Dokument) und Bestandteile (der Gleichungen)	126
Tabelle 10.6	Kodierung der Systematiken (in einer Gleichung)	127
Tabelle 10.7	Kodierung der Anzahlen (im Dokument) und Bestandteile (der Gleichungen)	127
Tabelle 10.8	Kodierung der Systematiken (in einer Gleichung)	128
Tabelle 10.9	Kodierung der Analyseeinheiten Dokument und System	129
Tabelle 10.10	Kodierung für die Analyseeinheit Dokument und System (s. Kodierleitfaden im elektronischen Zusatzmaterial, Anhang 10.1)	130
Tabelle 10.11	Kodierung der Analyseeinheit Gleichung in jedem System (s. Kodierleitfaden im elektronischen Zusatzmaterial, Anhang 10.1)	130
Tabelle 10.12	Kodierung der Analyseeinheit Gleichung in jedem System (s. Kodierleitfaden im elektronischen Zusatzmaterial, Anhang 10.1)	130
Tabelle 10.13	Zusammenfassung der Kategorien aller Systeme (s. Kodierleitfaden im elektronischen Zusatzmaterial, Anhang 10.1)	131
Tabelle 10.14	Einordnung nach Cicchetti 1994 und Koo/Li 2016	133
Tabelle 10.15	Übersicht Intra-Klassen-Korrelations-Koeffizient (ICC)	134
Tabelle 10.16	Übersicht der verwendeten Methoden zur Datenanalyse mit ihren Zielen	135
Tabelle 10.17	Übersicht der verwendeten Clusteranalyseverfahren und deren Ziele	144
Tabelle 10.18	Ausschnitt des letzten (relevanten) Teils der Tabelle zu den von SPSS berechneten und aufgelisteten Distanzen der Koeffizienten (Koeffizienten-Tabelle)	149
Tabelle 10.19	Iterationsprotokoll zur 3-Clusterlösung	152
Tabelle 11.1	Forschungsfragen auf der Ebene des Lernpotenzials	158
Tabelle 11.2	Deskriptive Statistik zum mathematischen und arithmetischen Vorwissen der Gesamtgruppe	159
Tabelle 11.3	Korrelationskoeffizienten (r) und Signifikanz (p) für Zusammenhänge zwischen lern- und leistungsrelevanten Einstellungen untereinander	163

Tabelle 11.4	Mittelwerte und Standardabweichungen der Faktoren der lern- und leistungsrelevanten Einstellungen auf die fünfstufigen Referenzniveaus verteilt	164
Tabelle 11.5	Korrelationskoeffizienten (r) und Signifikanz (p) der verschiedenen Faktoren des Lernpotenzials für die Gesamtgruppe	166
Tabelle 11.6	Mittelwert (M) und Standardabweichung (SD) für mathematisches und arithmetisches Vorwissen (MV und AV), aufgeteilt nach Mädchen und Jungen	168
Tabelle 11.7	Mittelwerte und Standardabweichungen der lern- und leistungsbezogenen Einstellungen für Mädchen und Jungen	169
Tabelle 11.8	Korrelationskoeffizienten (r) und Signifikanz der verschiedenen Faktoren des Lernpotenzials der Mädchen	170
Tabelle 11.9	Korrelationskoeffizienten (r) und Signifikanz der verschiedenen Faktoren des Lernpotenzials der Jungen	171
Tabelle 12.1	Übersicht der Forschungsfragen auf der Ebene des Angebots	175
Tabelle 12.2	Übersicht zur Einordnung arithmetischer Aktivitäten bei der Nutzung der „Kombi-Gleichungen“ in die Anforderungsbereiche der Bildungsstandards (KMK, 2022)	178
Tabelle 13.1	Übersicht der Forschungsfragen auf der Ebene des Lernpotenzials und der Nutzung des Lernangebots	179
Tabelle 13.2	Korrelationskoeffizienten (r) und Signifikanz (p) für Zusammenhänge zwischen mathematischem Vorwissen (MV) und Kategorien der ersten Arbeitsphase	180
Tabelle 13.3	Korrelationskoeffizienten (r) und Signifikanz (p) für Zusammenhänge zwischen mathematischem Vorwissen (MV) und Kategorien der zweiten Arbeitsphase	181
Tabelle 13.4	Korrelationskoeffizienten (r) und Signifikanz (p) für Zusammenhänge zwischen lern- und leistungsrelevanten Einstellungen und Kategorien der ersten Arbeitsphase	182

Tabelle 13.5	Korrelationskoeffizienten (r) und Signifikanz (p) für Zusammenhänge zwischen lern- und leistungsrelevanten Einstellungen und Kategorien der zweiten Arbeitsphase	183
Tabelle 13.6	Drei Cluster mit ihren Clusterzentren der endgültigen Lösung aufsteigend nach ihren Mittelwerten	186
Tabelle 13.7	Signifikanzen und F-Werte für die Mittelwerte der drei Cluster	188
Tabelle 13.8	Repräsentativste Fälle für die drei Cluster mit einzelnen Werten der Variablen	189
Tabelle 13.9	Genderspezifische Verteilung auf die drei Cluster	190
Tabelle 13.10	Übersicht der Forschungsfragen auf der Ebene der Gesamtbetrachtung aller drei Teilbereiche (Lernpotenzial, Angebot, Nutzung)	191
Tabelle 13.11	Mittelwerte und Standardabweichungen der drei Cluster für die Variable des gesamten Lernpotenzials (LP1)	192

Theoretische und empirische Hintergründe

In diesem Teil werden theoretische Hintergründe dargestellt, die zur Einordnung der vorliegenden Studie relevant sind. Das Hauptaugenmerk liegt auf dem Umgang mit heterogenen Lerngruppen im Mathematikunterricht der Grundschule. Dabei wird insbesondere die natürliche Differenzierung fokussiert, die als mögliches Konzept für einen adäquaten Umgang mit heterogenen Lerngruppen gilt, wobei diese sehr unterschiedliche Voraussetzungen zum Lernen mitbringen.

Im ersten Kapitel wird die Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule betrachtet. Dabei spielt der Bezug zur Leistung eine bedeutende Rolle, da die mathematische Leistung im Rahmen dieser Studie betrachtet wird. Das Konzept der natürlichen Differenzierung wird in Kapitel 2 thematisiert. Hierbei werden Erwartungen sowie Umsetzungsansprüche an dieses Konzept dargestellt. Für die empirische Untersuchung, bei der die Nutzung eines natürlich differenzierenden Lernangebots erforscht wird, wurde ein natürlich differenzierendes Lernangebot aus dem arithmetischen Bereich ausgewählt. Aus diesem Grund wird der arithmetische Inhaltsbereich des Mathematikunterrichts in Kapitel 3 näher betrachtet und die Auswahl begründet. Nach der Auseinandersetzung mit den zentralen theoretischen Inhalten der Studie wird im vierten Kapitel das Angebots-Nutzungs-Modell von Helmke (2012) als die theoretische Rahmung vorgestellt und dessen Rolle für die vorliegende Arbeit erläutert. Hierbei sind das natürlich differenzierende arithmetische Lernangebot als Angebot und die individuelle Bearbeitung innerhalb der heterogenen Lerngruppe als Nutzung zu verstehen. Am Ende der theoretischen Einordnung werden das Erkenntnisinteresse und die Forschungsfragen (Kapitel 5) aus den theoretischen Grundlagen und dem aktuellen Forschungsstand hergeleitet.



Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule

1

„Hinsichtlich elementarer Bedürfnisse und Rechte sind Kinder gleich, während sie hinsichtlich individueller Einzigartigkeit und vielfältiger Gruppenzugehörigkeiten heterogen sind.“ (Heinzel, 2008, S. 137)

Die im Zitat von Heinzel dargestellte, individuelle Einzigartigkeit und vielfältige Gruppenzugehörigkeit zeigt, in welchem umfangreichen Spektrum Heterogenität betrachtet werden muss. Die Schülerschaft an Grundschulen ist hinsichtlich ihrer Zusammensetzung sehr heterogen, da alle Kinder ihrem Wohnort entsprechend einer Grundschule zugewiesen werden. Die Grundschulen sind Gesamtschulen, wodurch nach Krauthausen und Scherer (2016) bereits ein großes Spektrum an Leistungsvermögen entsteht. Diese Zusammensetzung der Schülerschaft beinhaltet eine große Vielfalt einzigartiger Individuen, die sich in unterschiedlichen Facetten zeigen. Die Vielfalt bildet sich einerseits durch leistungsbezogene, aber auch durch körperliche, motivationale, emotionale, familiäre, soziale, ethnische und auch religiöse Unterschiede (Krauthausen und Scherer, 2016).

Im folgenden Abschnitt wird zunächst die Existenz von Heterogenität in der Grundschule thematisiert und unterschiedliche Formen des Auftretens dargestellt. Danach wird Heterogenität als mögliche Lernchance aufgezeigt und anschließend auf Leistungsheterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule eingegangen.