

44



Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik

Birgit Brandt, Kerstin Gerlach (Hrsg.)

**Mathematiklernen
aus interpretativer
Perspektive
II**

WAXMANN

Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik

herausgegeben von

Aiso Heinze und
Marcus Schütte

Band 44

Wissenschaftlicher Beirat

Tommy Dreyfus (Tel Aviv University, Israel)
Uwe Gellert (Freie Universität Berlin)
Gabriele Kaiser (Universität Hamburg)
Christine Knipping (Universität Bremen)
Konrad Krainer (Universität Klagenfurt, Österreich)
Götz Krummheuer (Universität Frankfurt)
Kristina Reiss (Technische Universität München)
Kurt Reusser (Universität Zürich, Schweiz)
Heinz Steinbring (Universität Duisburg-Essen)

Editorial

Der Mathematikunterricht steht vor großen Herausforderungen: Neuere empirische Untersuchungen legen (erneut) Defizite und Unzulänglichkeiten offen, deren Analyse und Behebung einer umfassenden empirischen Erforschung bedürfen. Der Erfolg derartiger Bemühungen hängt in umfassender Weise davon ab, inwieweit hierbei auch mathematikdidaktische Theoriebildung stattfindet. In der Reihe „Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik“ werden dazu empirische Forschungsarbeiten veröffentlicht, die sich durch hohe Standards und internationale Anschlussfähigkeit auszeichnen. Das Spektrum umfasst sowohl grundlagentheoretische Arbeiten, in denen empirisch begründete, theoretische Ansätze zum besseren Verstehen mathematischer Unterrichtsprozesse vorgestellt werden, als auch eher implementative Studien, in denen innovative Ideen zur Gestaltung mathematischer Lehr-Lern-Prozesse erforscht und deren theoretische Grundlagen dargelegt werden. Alle Manuskripte müssen vor Aufnahme in die Reihe ein Begutachtungsverfahren positiv durchlaufen. Diese konsequente Begutachtung sichert den hohen Qualitätsstandard der Reihe.

Birgit Brandt, Kerstin Gerlach (Hrsg.)

Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive II



Waxmann 2023

Münster • New York

Bibliografische Informationen der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Band 44

ISSN 1868-1441

Print-ISBN 978-3-8309-4710-3

E-Book-ISBN 978-3-8309-9710-8

© Waxmann Verlag GmbH, 2023

Steinfurter Straße 555, 48159 Münster

www.waxmann.com

info@waxmann.com

Umschlaggestaltung: Christian Aeverbeck, Münster

Umschlagbild: © Schanz & Partner / photocase.de

Satz: MTS. Satz & Layout, Münster

Alle Rechte vorbehalten. Nachdruck, auch auszugsweise, verboten.
Kein Teil dieses Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des
Verlages in irgendeiner Form reproduziert oder unter Verwendung
elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

Vorwort

„Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive“. Mit diesem Titel erschien 2019 der erste Band einer neuen, kleinen Reihe in der etablierten Reihe „Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik“, die 2009 mit einem Beitrag aus der Interpretativen Forschung ins Leben gerufen wurde. Wir hatten es uns zur Aufgabe gemacht, im Rahmen der Empirischen Studien in der Mathematikdidaktik regelmäßig einen Überblick über interpretative Forschungsarbeiten zu geben: „Aktuelle Themen, Arbeiten und Fragen“. Nun liegt der zweite Band vor und macht aus dem ersten Band tatsächlich eine (wenn auch noch recht kurze) Reihe zur Interpretativen Forschung.

Die interpretative Perspektive ist speziell. Das merkt jede:r schnell, die/der einmal einer Schnupperstunde des Arbeitskreises *Interpretative Forschung in der Mathematikdidaktik* beiwohnt. Neuankömmlinge, gut trainierte Promovierende und alte Interpretationshasen sitzen dann gemeinsam über einem Transkript und entwickeln Äußerung für Äußerung mögliche Interpretationen: Wie könnte die Äußerung von den/der/dem Hörenden verstanden werden? Nicht selten fremdeln Neuankömmlinge zunächst ein wenig mit diesem Interpretieren von einzelnen Äußerungen und schränken den Geltungsanspruch ihrer Beiträge vorausseilend ein: „Aber das ist natürlich alles reine Interpretation.“ Häufig klingt es, als sei die gerade geäußerte Deutung damit für wertlos erklärt. Man weiß es eben nicht genau, kann nicht mit Sicherheit sagen, wie das Gesagte gemeint war und wie es von Hörenden verstanden werden kann und wird. Diese Unsicherheit mag zu mathematikdidaktischer Forschung nicht recht passen. Wie soll man denn da zu gesicherten Erkenntnissen kommen?

Doch in genau dieser Unsicherheit findet Mathematikunterricht statt. Wenn im Mathematikunterricht z. B. eine mathematische Erklärung vorgetragen wird, dann interpretieren alle Hörenden das Gesagte. Sie machen sich vor dem Hintergrund ihres Wissens, ihrer Deutungsgewohnheiten und ihrer Erwartungen an das Unterrichtsgeschehen einen Reim darauf. Ob sie mit ihrer Deutung die Aussageabsicht der/des Sprechenden treffen, bleibt dabei häufig ungeklärt. Denn das alltägliche Unterrichtsgespräch ist flüchtig. Die Hörenden sitzen nicht in aller Ruhe über einem Transkript und können sich Zeit nehmen, um zu überlegen, wie das Gesagte zu verstehen ist. Das ist das Privileg von interpretativ Forschenden. Die Hörenden im Klassenzimmer hören eine Äußerung, interpretieren sie spontan und reagieren dann ggf. auf der Grundlage ihrer ganz individuellen Interpretation des Gesagten. Dann wird die/der Sprechende zur/zum Hörenden und interpretiert wiederum die geäußerte Reaktion usw. Treten bei diesem wechselseitigen Interpretieren keine expliziten Missverständnisse auf, die eine Klärung unbedingt erforderlich machen, fließt das Unterrichts-

gespräch zumeist dahin und man mag fast vergessen, dass dieses Alltagsgeschäft des Mathematikunterrichts reine ‚Interpretation‘ ist.

Die Interpretative Forschung hat diese Perspektive auf das soziale Geschehen beim Lernen und Lehren von Mathematik methodologisch und methodisch ausgearbeitet und das Verstehen von sozialer Interaktion für sich zum zentralen Ziel mathematikdidaktischer Forschung erklärt. Es geht darum, alltägliche Unterrichtsprozesse zu rekonstruieren, zu beschreiben, zu verstehen und erst auf dieser empirisch gesicherten Grundlage gezielt zu verändern. Jede:r, die/der die häufig geäußerte Annahme, dass Mathematiklernen (auch) ein sozialer Prozess ist, ernstnimmt und das Mathematiklernen nicht aus seiner sozialen Einbindung herauslösen, sondern es gerade in dieser Gebundenheit verstehen möchte, ist bei der Interpretativen Forschung richtig – auch und gerade, wenn es zunächst irritieren mag, dass man beim Entwickeln von Deutungshypothesen im besten Fall Plausibilität, niemals aber Sicherheit erreichen kann.

Der vorliegende zweite Band der Reihe „Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive“ stellt neue Arbeiten zusammen, die diese interpretative Perspektive nutzen, um mathematische Lehr-Lern-Prozesse von der Kindertagesstätte bis zur Hochschule zu verstehen und sie auf dieser Grundlage gezielt verändern zu können. Alle Lesenden sind damit eingeladen, reale Interaktionsprozesse (in Transkripten konserviert) zu beobachten, Deutungen zu lesen, die sich im Analyseprozess bewährt haben, und die auf dieser Grundlage entwickelten lokalen Theorien kennenzulernen. Es ist die Stärke der Interpretativen Forschung, dass sie mathematische Lehr-Lern-Prozesse nicht durch Tests oder Fragebögen filtert, sondern die Komplexität alltäglicher Lehr-Lern-Prozesse zulässt, beschreibt und damit einer Diskussion zugänglich macht. Im vorliegenden Band finden sich neun Beispiele dieser speziellen Art mathematikdidaktischen Forschens. Die Beiträge stehen in alphabetischer Reihenfolge der Autorinnen und Autoren und zeigen genau diese Stärke der interpretativen Perspektive.

Chemnitz und Bielefeld im Juli 2023,
Birgit Brandt und Kerstin Gerlach (geb. Tiedemann)

Inhalt

„Wie machen wir ein E?“ Partizipations- und supporttheoretische Überlegungen zu einem Spiel mit Holzquadern in der Familie 9 <i>Ergi Acar Bayraktar & Birgit Brandt</i>
„Wenn man die Tabelle auslässt und nur das Untere liest ...“ Zum theoriegeleiteten Interpretieren von Schüler*innenwerken – phasenübergreifende Ergebnisse aus Gruppendiskussionen (angehender) Lehrpersonen 39 <i>Melanie Beck</i>
Was rechnet der hier eigentlich zusammen?! Aushandlungsprozesse in Situationen des Mathematikunterrichts mit Lebensweltbezug 61 <i>Elisa Bitterlich</i>
Multimodale Partizipationsmöglichkeiten an mathematischen Aushandlungsprozessen 89 <i>Rachel-Ann Böckmann & Ann-Kristin Tewes</i>
„Dann hast du keinen Plan.“ Mit einem textlosen Bilderbuch raumbezogene Lernprozesse initiieren 117 <i>Kerstin Bräuning & Caren Feskorn</i>
Grundvorstellungen zur Multiplikation gemeinsam entwickeln 145 <i>Marei Fetzter & Kerstin Gerlach</i>
Deutungsprozesse beim Verallgemeinern distributiver Zusammenhänge Eine epistemologisch interaktionistische Untersuchung der Deutungsprozesse von Schüler*innen mit dem Förderschwerpunkt Sprache 175 <i>Annika Hüser</i>

Die Einbindung von Arbeitsmitteln im Support-Job <i>Entwicklungsfortschritt</i> bei der Ablösung vom zählenden Rechnen Eine Analyse der Interaktion aus soziologischer und semiotischer Perspektive	203
<i>Barbara Ott</i>	
Facettenreichtum kollektiver Argumentationen in Peerinteraktionen in Bauspielsituationen Analysen von Bedingungen für die Möglichkeit des mathematischen Lernens in Peerspielsituationen	237
<i>Anna-Marietha Vogler, Esther Henschen & Martina Teschner</i>	
Autorinnen und Autoren	271

„Wie machen wir ein E?“

Partizipations- und supporttheoretische Überlegungen zu einem Spiel mit Holzquadern in der Familie

Ergi Acar Bayraktar & Birgit Brandt

Familiale Spielsituationen bieten ein hohes Potential für die mathematische Denkentwicklung des Kindes. Das Spiel mit Bausteinen kann dabei insbesondere die raumgeometrischen Vorstellungen fördern. Im Folgenden werden Supportaktivitäten einer Spielsituation mit Holzquadern partizipationstheoretisch analysiert. Es wird aufgezeigt, dass die supportiven Aktivitäten von der erwachsenen Person und dem Kind gemeinsam realisiert werden. Weiter wird anhand der empirischen Analyse eine theoretische Erweiterung des Produktionsdesigns vorgenommen.

1 Einführung

Die Familie hat eine zentrale Funktion für die mathematische Entwicklung des Kindes (Acar Bayraktar, 2017; Anderson, 1997; Bjorklund et al., 2004; Civil et al., 2005; Tiedemann, 2012; 2017). In konkreten Spielsituationen können die Kinder verschiedene Lernsituationen mit mathematischen Inhalten erleben und so in ihren mathematischen Fähigkeiten und Kompetenzen gefördert werden. Beim Spielen mit Bausteinen werden das physische, soziale, emotionale und kognitive Wachstum („growth“: Bullock, 1992, S. 16) der Kinder angeregt. Der spielerische Umgang mit Bausteinen im Vorschulalter hat einen hohen Stellenwert für verschiedene mathematische Kompetenzen, insbesondere zur Förderung der Raumvorstellung (Clements & Sarama, 2014). Wenn die Kinder mit ihrer Familie in mathematische Spielaktivitäten mit Bausteinen eingebunden sind, können sie dabei gegebenenfalls von kompetenteren Familienmitgliedern („tutor“; Bruner, 1986, S. 76; vgl. „expert“ Acar Bayraktar, 2017 und Paradise & Rogoff, 2009, S. 113) bei ihren Handlungsparts unterstützt werden (Acar Bayraktar & Krummheuer, 2011; 2014).

In diesem Beitrag nehmen wir in den Blick, wie Kinder von Familienmitgliedern bei ihren mathematischen Handlungsschritten unterstützt werden, während sie in einem Spiel mit Holzquadern miteinander interagieren. Dabei nutzen wir die von Krummheuer und Brandt (2001) beschriebene Status/Funktionen des Produktionsdesigns und die von Acar Bayraktar (2017) beschriebene supportive Aktivitäten, um die in den konkreten Interaktionsprozessen von den Familienmitgliedern realisierten Partizipationsstrukturen genauer zu beschreiben.

Für die empirische Analyse greifen wir auf ein Fallbeispiel mit einer Mutter und ihrer Tochter aus dem Datenmaterial der Studie erStMaL-FaSt (Acar Bayraktar et al., 2011; Acar Bayraktar, 2017) zurück. Grundlage der lerntheoretischen Analyse bildet eine transkribierte Sequenz von Videomitschnitten einer konkreten Spielsituation. In der Anlehnung an Acar Bayraktar (2017) wird dabei rekonstruiert, wie die Familienmitglieder während der Durchführung supportiver Aktivitäten verschiedene Status/Funktionen des Produktionsdesigns realisieren. In diesem Zusammenhang wird das von Krummheuer und Brandt (2001) beschriebene Produktionsdesign erweitert (s. a. Brandt, 2017).

2 Die Ausgangstheorie

2.1 Die Interaktionistische Perspektive auf Lernprozesse und das Produktionsdesign

Die vorliegende Arbeit ordnet sich ein in die Interaktionstheorie mathematischen Lernens (Krummheuer & Brandt, 2001) und beruht somit auf den dabei formulierten Grundannahmen, wonach

1. ‚Lernstoff‘ und Lernbedingungen lokal von den Beteiligten hervorgebracht werden,
2. die Partizipation an kollektiven Argumentationen als konstitutiv für die Möglichkeit des Lernens gesehen wird und
3. der Lernprozess sich über eine zunehmend autonome Partizipation an kollektiven Argumentationen erfassen lässt (Krummheuer, 2011, S. 27).

Sfard (2008) spricht dabei von „learning-as-participation“ und weist darauf hin, dass das Lernen in spezifischen Formen des Diskurses entsteht (ebd., S. 91); der Lernprozess zeichnet sich durch eine zunehmend autonomere Teilnahme am mathematischen Diskurs ab, den sie wie folgt definiert: „Mathematical discourse is made special by two main factors: first, by its exceptional reliance on symbolic artifacts as its communication-mediating tools, and second, by the particular meta-rules that regulate this type of communication“ (Sfard, 2001, S. 13). Lernen bedeutet also, sich den von der Community akzeptierten Gebrauch der (Fach-)Sprache bzw. Artefakten und Symbolen anzueignen sowie sich den (impliziten) Regeln angemessen am Diskurs zu beteiligen (vgl. auch Schütte et al., 2021). Somit wird Lernen auf interaktionaler Ebene als ‚Partizipations-Fortschritt‘ verstanden (vgl. Krummheuer & Brandt, 2001; Krummheuer, 2011; Brandt & Krummheuer, 2014) und als ein Prozess konzipiert, „der dualistisch sowohl im Inneren eines Individuums im Sinne einer kognitiven Umstrukturierung stattfindet als auch in den Interaktionsprozessen, an denen die Person Teil hat, verortet ist“ (Krummheuer, 2011, S. 30¹).

Um Lernen in unterrichtlichen Interaktionsprozessen diesem Konzept folgend angemessen beschreiben zu können, entwickeln Krummheuer und Brandt (2001) ein

1 Vgl. dazu auch die Ausführungen in Brandt (2004, S. 24 f.) sowie Sutter (1992, S. 431 f.)

Partizipationsmodell, dass es ermöglicht, unterschiedliche ‚Formen‘ eher rezeptiver bzw. eher aktiv-handelnder Partizipation zu erfassen. Der Fokus liegt dabei auf kollektiven Argumentationsprozessen im Klassenzimmer, die sie als polyadische Interaktionsform bezeichnen. Unter Berücksichtigung konversationsanalytischer Arbeiten von Goffman (1974; 1980) verweisen sie darauf, dass die Verwendung der dyadischen Kategorien *Hörer* und *Sprecher* für Klassensituationen unzureichend erscheinen (S. 16 f.) und in einem solchen Interaktionsraum sich „unterschiedliche Formen der Rezeption wie auch unterschiedliche Formen von Originalität, Authentizität und Verantwortlichkeit für das Gesagte“ finden lassen (Naujok et al., 2004, S. 786).

Im Folgenden gehen wir näher auf die aktiv-handelnde Partizipation und damit auf das *Produktionsdesign* ein: „Das *Produktionsdesign* erfasst die unterschiedlichen Formen der Verantwortung und der Originalität sprachlicher Äußerungen“ (Brandt, 2004, S. 32). In Anlehnung an Goffmans Idee der Dekomposition der Sprechenden-Rolle beschreiben Krummheuer und Brandt (2001) für die Verantwortlichkeit und Originalität eines Sprechaktes drei Komponenten: „a) eine akustische Realisierung (Lautsprecherfunktion), b) das syntaktische Gebilde mit einer bestimmten Wortwahl und Form (Formulierungsfunktion) und/oder für c) den inhaltsbezogenen (semantischen) Beitrag zur Bedeutungshandlung (Inhaltsfunktion)“ (Krummheuer & Brandt 2001, S. 42; Brandt, 2004, S. 34).

Dabei lassen sich vier verschiedene Funktionen im Grad der Beteiligung unterscheiden: Eine Verantwortlichkeit im vollen Umfang (syntaktisch und semantisch) für eine Äußerung bei der/dem Sprechenden wird als *Kreator* bezeichnet. *Imitier*er sind weder für die syntaktische Form noch für den semantischen Gehalt ihre Äußerung verantwortlich; sie wiederholen fast unverändert vorangegangene inhaltliche Beiträge. *Traduzier*er übernehmen fast identisch die Formulierungen vorausgegangener Äußerungen anderer Sprechender, drücken damit aber eine neue Idee aus, geben der syntaktischen Form also einen neuen semantischen Gehalt.² Hingegen übernehmen *Paraphrasier*er die Idee oder den Inhalt einer vorangegangenen Äußerung, drücken diese aber in veränderter syntaktischer Form aus. In der folgenden Tabelle sind vier Status zusammengefasst (Tab. 1).

Tab. 1: Produktionsdesign (vgl. Brandt, 2004, S. 35)

	Sprechende			Verantwortlichkeit bei Nicht-Sprechenden		
	akustische Realisierung	Formulierung	Inhalt	Sprechende	Formulierung	Inhalt
Kreator	+	+	+			
Paraphrasierer	+	+	-	Initiator	-	+
Traduzierer	+	-	+	Formulator	+	-
Imitier	+	-	-	Inventor	+	+

2 Dies ist z. B. möglich, indem man eine Behauptung in fragender Form wiederholt und sie damit ggf. negiert. Im schulischen Kontext ist diese Transformation aber z. B. auch durch unterschiedliches Begriffsverständnis zwischen Lernenden und Lehrenden gegeben.

Unter Berücksichtigung der familialen Interaktionsforschung sind sowohl dyadische Interaktionen von einem Familienmitglied (Mutter, Vater, Geschwister) und einem Kind denkbar, aber auch polyadische Interaktionen mit mehr als zwei Familienmitgliedern. Es stellt sich die Frage, in welcher Form die Partizipation von Kindern und Familienmitgliedern stattfindet und insbesondere, welche Funktionen in Hinblick auf das Produktionsdesign realisiert werden. Es liegen bisher kaum systematische Untersuchungen vor, in der die Verantwortlichkeit und Originalität bei der Mitgestaltung eines Interaktionsprozesses in einem familialen Kontext erfasst wurde. Die vorliegende Arbeit stellt einen Beitrag zur Bearbeitung dieses spezifischen Forschungsbedarfs dar.

2.2 Die interaktionistische Perspektive auf Lernprozesse im familialen Kontext

Die mathematische Sozialisation ist nicht nur auf institutionelle Einrichtungen, wie die Kindertagesstätte oder die Grundschule beschränkt, sondern vollzieht sich in hohem Maße im Alltag der Familien (Tiedemann, 2012, S. 877). Insbesondere bieten familiäre Spielsituationen Potential, die mathematische Denkentwicklung des Kindes anzuregen und zu erweitern. Dabei ist zu beachten, dass sich die Unterstützungen und pädagogischen Orientierungen in diesen Spielprozessen unterschiedlich gestalten und Kinder dadurch verschiedenste Vorstellungen von Mathematik und vom Mathematiklernen entwickeln (Acar Bayraktar, 2017; Acar Bayraktar & Krummheuer, 2011; 2014; Tiedemann, 2012). In diesem Sinne begleiten Familien ihre Kinder in ihren mathematischen Lernprozessen und bieten ein paralleles *Unterstützungssystem* neben den Institutionen Kindergarten und (Grund-)Schule.

Der Begriff *Unterstützungssystem* bezeichnet in der sozial-konstruktivistischen Theorie den konstitutiven Beitrag des sozialen Systems für die kognitive Entwicklung des Individuums (Acar Bayraktar & Krummheuer, 2011; Krummheuer, 2011). Mit Bezug auf Bruners Konzept des „Language Acquisition Support System“ (LASS) (1983, S. 19) für den Spracherwerb wird analog das Unterstützungssystem für das Mathematiklernen als „Mathematics Learning Support System“ (MLSS) bezeichnet (Krummheuer, 2011, S. 33 ff.). Hier geht es um ein interaktionales System, das gegebenenfalls in der Interaktion zwischen den Familienmitgliedern und ihren Kindern in der konkreten Situation emergiert (Acar Bayraktar & Krummheuer, 2011; 2014). Tiedemann (2012) setzt sich mit Vorlese- und Spielsituationen mit Potential für eine mathematische Denkentwicklung im arithmetischen Bereich in Mutter-Kind-Diskursen auseinander und beschreibt dieses interaktionale System als „Mathematics Acquisition Support System“ bzw. MASS (ebd., S. 110; Tiedemann, 2017). Mathematische Lerngelegenheiten ergeben sich für das Kind durch die interaktionale Bearbeitung von Deutungsdifferenzen. Die untersuchten familialen MASS lassen sich dabei über die Fokussierungen der Support-Jobs unterscheiden: Mitmachen, Entwicklungsfortschritt, Erkundung (Tiedemann, 2012, S. 208). Die Realisierung der Support-Jobs erfolgt situativ und wird grundsätzlich von der Mutter-Kind-Dyade gemeinsam ge-

staltet (Tiedemann, 2017, S. 8). Acar Bayraktar (2017) untersucht, wie sich ein MLSS in Spielsituationen mit Holzquadern bei Familien mit türkischem Hintergrund gestaltet. Somit wird in ihrer Arbeit das MLSS für die Entwicklung der Raumvorstellung des Kindes erfasst. Dabei zeigt sich, dass im Spiel mit Holzquadern alle Familienmitglieder die supportiven Aktivitäten gemeinsam gestalten³ und beidseitig unterstützende Effekte auftreten (Acar Bayraktar, 2017). Die dabei realisierten Aushandlungstypen, die sich als supportive Aktivitäten fassen lassen, können dabei folgenden Kategorien zugeordnet werden (vgl. Bjorklund et al., 2004):

1. *Hinweis*: Hilfestellung zur Antwortfindung, ohne Vorgabe einer Strategie (z. B. „Wie soll man die Klötzchen da rauf legen?“)
2. *Hinweis nach Fehlern*: Aufforderung zur Überprüfung und Verbesserung (z. B. „Bist du sicher?“, „Sei vorsichtig und konzentriert!“)
3. *Bestätigung*: Zustimmung Äußerung (z. B. „Genau so muss das sein!“)
4. *Verneinung*: Ablehnung (z. B. „Nein, nicht so!“)
5. *Lösungsangebot*: Bei Antwort wird Lösung angeboten
6. *Motivation*: Positive oder negative Motivation durch Anregungen, Ermutigungen, Kritik etc. (z. B. „Du machst's toll!“; Berührungen durch Klopfen auf die Schulter, „Du hast verloren.“)
7. *Fazit*: Überblick über die aktuelle Situation geben (z. B. „Jetzt Papa ist dran!“, „Du hast 3 Punkte gewonnen!“)
8. *Demonstration*: demonstrieren einer Idee auf Handlungsebene mit Material, als Vorbild zur Nachahmung, Darstellung der einzelnen Schritte (z. B. der Nachbau der Figur findet auf der Handlungsebene statt)
9. *Instruktion*: Strategievorschlag (z. B. „Vielleicht sollst du das Klötzchen in die Mitte stellen, oder?“)
10. *Re-Repräsentation*: Wiederholungen der Ideen und der Strukturen verbal und nonverbal, auch mit Wechsel des Repräsentationsmodus (z. B. mit den Fingern wird die Anzahl der Holzquader repräsentiert)

In den Analysen der familialen Spielsituationen mit Holzquadern hat sich gezeigt, dass Familienmitglieder supportive Aktivitäten teilweise unmittelbar in die Bauaktivitäten einbinden, ohne diese enaktiven Handlungen sprachlich zu begleiten, etwa bei der Demonstration oder der Re-Repräsentation. In Anlehnung von Latours Ansatz der Actor-Network-Theorie (Latour, 2005) spricht Fetzer (2019) im Zusammenhang mit materialbezogenen Handlungen von Objekt-Akteuren, mit deren Hilfe Lernende ihre Vorstellungen in gemeinsamen Lernsituationen verdeutlichen können. Durch den Umgang mit Objekt-Akteuren, die unterschiedliche Perspektiven und Ideen, Ansichten und Vorstellungen dem interaktiven Zugriff zugänglich machen, bringen Kin-

3 Brandt und Keuch (2019) zeigen auf, dass Korrekturstrategien in Spiel- und Erkundungssituationen im Kindergarten von den Erzieherinnen und Kindern gemeinsam gestaltet werden. Für den schulischen Kontext beschreibt Brandt (2004; 2006) die individuelle Mitgestaltung der Lernbedingungen durch Kinder.

der Ideen hervor, die sie auf sprachlicher Ebene (noch) nicht repräsentieren könnten (Fetzer, 2019, S. 159). Mit Objekten (als Akteure) können somit abstrakte Ideen im kollektiven Austausch diskutiert werden.

Brandt (2017) unterscheidet Aktivitäten in der Interaktion über ihre Repräsentationsmodi und definiert Handlungen als konkrete Materialhandlung, wenn das Individuum eigene Beiträge „durch den konkreten Umgang mit den Materialien“ (S. 109 ff.) in Aushandlungsprozesse einbringt. Sie spricht dabei von Modalitätsschwerpunkten der Aktivitäten in der Interaktion und kategorisiert diese als:

1. verbal: lautsprachlich zum Ausdruck gebracht.
2. gestisch: mit entsprechenden Handbewegungen, die sich als Gesten deuten lassen, zum Ausdruck gebracht.
3. konkret: in konkreten Materialhandlungen eingebunden (ebd., S. 121).

Vor diesem Hintergrund möchten wir in diesem Aufsatz genauer aufzeigen, in welcher Funktion und in welchem Modalitätsmodus die Familienmitglieder in den Interaktionsprozess eingebunden sind, während sie supportive Aktivitäten realisieren.

3 Das Spiel mit Bausteinen in Familie Ak

Im Fokus dieses Artikels steht eine Spielsituation mit Holzquadern in einem familialen Kontext. Das Datenmaterial wurde im Rahmen des Projektes „early Steps in Mathematics Learning – Family Study“⁴ (erStMaL-FaSt) (Acar Bayraktar, 2017; Acar & Brandt, 2010; Acar Bayraktar et al., 2011; Acar Bayraktar & Krummheuer, 2011) erhoben. Im Projekt erStMaL-FaSt wurden vier verschiedene Spielsituation für die mathematischen Bereiche Geometrie und Messen entwickelt. Der ausgewählten Mutter-Kind-Interaktion liegt das Spiel „Bauherr 01“ zugrunde. Dieses Spiel ist dem mathematischen Inhaltsbereich Geometrie zuzuordnen. Im Folgenden wird zunächst das Spiel kurz beschrieben und dann das konkrete Datenmaterial vorgestellt und analysiert.

4 Im Projekt erStMaL-FaSt (*early Steps in Mathematics Learning – Family Study*) werden frühe mathematische Aktivitäten von Kindern in ihren Familien untersucht; an der Studie haben monolingual deutschsprachige sowie bilingual deutsch-türkischsprachige Familien teilgenommen. Die Studie ist Teil des Projektes erStMaL– *early Steps in Mathematics Learning* und ist longitudinal angelegt (vgl. Acar Bayraktar et al., 2011). Das Projekt erStMaL ist eingebunden in das Forschungszentrum IDeA (*Individual Development and Adaptive Education of Children at Risk*), das in Kooperation des Deutschen Instituts für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF), des Sigmund-Freud-Instituts (SFI) und der Goethe-Universität in Frankfurt 2008 im Rahmen der hessischen LOEWE-Initiative eingerichtet wurde.

3.1 Das Spiel mit Bausteinen: „Bauherr 01“

Das Spiel mit Bausteinen und das Bauen mit Holzquadern ermöglicht viele Entwicklungschancen für Kinder. MacDonald (2004), Bullock (1992) sowie White und Gunderman (2015) weisen darauf hin, dass beim Umgang mit Bausteinen nicht nur Kompetenzen im mathematischen Bereich, sondern auch in den Naturwissenschaften, der Kunst und der Sprache angesprochen werden. Dieser Aufsatz fokussiert auf das Spiel mit Bausteinen aus mathematikdidaktischer Perspektive.

Das Spielen mit Bausteinen im Fach Mathematik spricht verschiedene Inhaltsfelder wie Raum und Form, Größen und Messen, Zahlen und Operationen an. Durch das Stapeln, Ausbalancieren und Positionieren der Bausteine können Gegenstände in ihrer Länge, Breite, Tiefe und Höhe sowie ihrer Form erfahren werden; ebenso lassen sich die Objekt-Raum- und Objekt-Objekt-Beziehungen erfahren und ein Gefühl für Symmetrie entwickeln (vgl. Bullock, 1992; Clements & Sarama, 2014). Bausteine abzuzählen, anzuordnen, zu sortieren, zu klassifizieren, Paare zu finden, verschiedene Bausteine oder Gegenstände miteinander zu vergleichen, ihre Relationen höher als und niedriger als, bzw. größer als und kleiner als auszudrücken sind weitere mathematische Aktivitäten. Diese Aktivitäten können mündlich begleitet werden und fördern dabei den (fachlichen) Sprachgebrauch. Das Bauen mit Holzquadern ermöglicht aber auch eine dinglich-körperliche Ausdrucksweise; so können Kinder mit den Holzquadern interagieren, dabei ihre Idee mit Hilfe der Holzquader repräsentieren (vgl. Brandt, 2017; Fetzer, 2019) und über verschiedene Repräsentationsmodi beim gemeinsamen Bauen mit anderen Kindern oder erwachsenen Personen konstruktive Aushandlungsprozesse erleben. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass das kindliche Spiel mit Bausteinen ein hohes Lernpotential für die mathematische Denkentwicklung und den zukünftigen mathematischen Lernerfolg von Kindern darstellt (White & Gunderman, 2015).

Im vorzustellenden Fallbeispiel beschäftigen sich Tochter und Mutter mit einem Spiel mit Holzquadern, das „Bauherr 01“ heißt. Die Konzeption des Spiels basiert auf dem Spiel *Make 'N' Break*⁵, das für das Projekt erStMaL-FaSt umgestaltet wurde. Dieses Spiel und die dazugehörige Erkundungssituation ist dem mathematischen Inhaltsbereich Raum und Form (KMK, 2004) zuzuordnen. Ziel des Spiels ist, das auf der Spielkarte als Foto dargestellte Objekt mit Hilfe von vorgegebenen Holzquadern als Körper dreidimensional nachzubauen. Somit geht es in diesem Spiel um Raumgeometrie, insbesondere um die Beziehung zwischen dreidimensionalen Objekten und deren Projektionen auf die Ebene.

⁵ Ravensburger Spieleverlag, 2008.

3.2 Ein Fallbeispiel: „Wie machen wir ein E?“⁶

In der dargestellten Episode nehmen Aleyna (4;8 Jahre; Einzelkind) und ihre Mutter teil; Familie Ak gehört zu den bilingualen Familien der Studie. Mutter und Tochter haben bereits drei Runden gespielt und eröffnen die vierte Runde. Die Mutter ist an der Reihe, zieht eine Karte und fängt an, das abgebildete Gebäude nachzubauen. Sie bittet Aleyna um Mithilfe. Beide holen Holzquader aus der Kiste. Nach verschiedenen Abzähl-Aktivitäten und Additionsaufgaben stapeln sie Holzquader aufeinander. Es entsteht ein Korpus, in dem fünf Holzquader aufeinandergestapelt sind. Dieser Korpus lässt sich als Sockel der Figur auf der Karte interpretieren (Abb. 1) und wird nachfolgend als ‚Fünfersockel‘ bezeichnet.

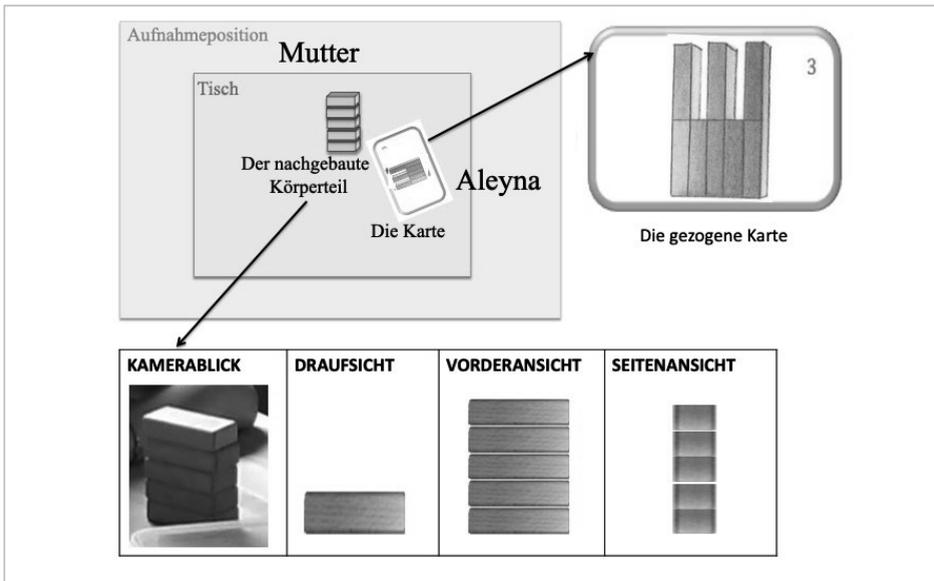


Abb. 1: Die Aufnahmeposition, die gezogene Karte und der nachgebaute Korpus (‚Fünfersockel‘)

Im Folgenden wird die Realisierung verschiedener Funktionen des Produktionsdesigns und unterstützenden Aktivitäten konkret dargestellt. Es folgt dazu eine abschnittsweise Zusammenfassung der Interaktions- und Partizipationsanalyse.

3.2.1 Die Interaktions- und Partizipationsanalyse

Die Mutter stellt die Frage und das E wie jetzt machen wir E? <217>. Die Frage bezieht sich auf die Art und Weise der dreidimensionalen Umsetzung der

6 Das Transkript ist ausführlich dargestellt in Anhang 2. Dies ermöglicht den Leser:innen ein ganzheitliches Erfassen der Gesamtsituation. Aufgrund der Seitenbegrenzung werden die einzelnen Transkripte nicht in den Text integriert.



Abb. 2: Das E in der Figur auf der Karte

Spielkarte und betont den kollektiven Charakter der Bauaktivität – obwohl es sich um einen Spielzug der Mutter handelt. Sie thematisiert dabei nicht, welchen Teil der Figur auf der Karte sie als E bezeichnet und nachzubauen beabsichtigt. Das Bild auf der Spielkarte besteht aus insgesamt acht Holzquadern. Gemeinsam haben Mutter und Tochter schon einen ‚Fünfersockel‘ gebaut. Man kann vermuten, dass der ‚Fünfersockel‘ den unteren Teil und das E den oberen Teil der Figur auf der Karte repräsentieren soll, wenn man die Spielkarte in der normalen Leserichtung betrachtet (Abb. 1). In dieser Ausrichtung liegt die Karte vor Aleyna, während die Mutter die Karte um 90° gedreht betrachtet und so vermutlich darin ein E erkennt (Abb. 2).

Die Mutter bietet ihrer Tochter einen Zugang über eine figurative Deutung an: Sie beschreibt einen Teil der gesamten Anordnung auf der Spielkarte als E. Dabei ist diese figurative Deutung insbesondere aus ihrer Sitzposition und der damit verbundenen Blickrichtung auf die Spielkarte nachzuvollziehen, aber durch gedankliches Rotieren auch aus jeder Position als solches zu erkennen. Vielleicht geht sie davon aus, dass Aleyna diese figurative Deutung der Anordnung mit ihrer Erfahrung verbinden kann.⁷ Mit der Frage ist die Aufforderung um korrekten Nachbau verbunden, ohne Vorgabe einer Strategie. Aus supportiver Sicht realisiert sie damit die supportive Aktivität *Hinweis*.

Aus Sicht des Produktionsdesigns bringt die Mutter sich im Status *Kreator* ein. Mit dem Vorschlag, den restlichen Teil der Figur als E zu bezeichnen, hat sie eine eigene und aus ihrer Sicht logische Idee dargelegt. Damit erfüllt die supportive Äußerung der Mutter sowohl die Formulierungs- als auch die Inhaltsfunktion rein verbal.

⁷ Damit geht sie wohl davon aus, dass ihre Tochter über ausreichend Buchstabenkenntnisse verfügt, um den Buchstaben E – ggf. durch eine gedankliche Rotation – in der Darstellung erkennen zu können.

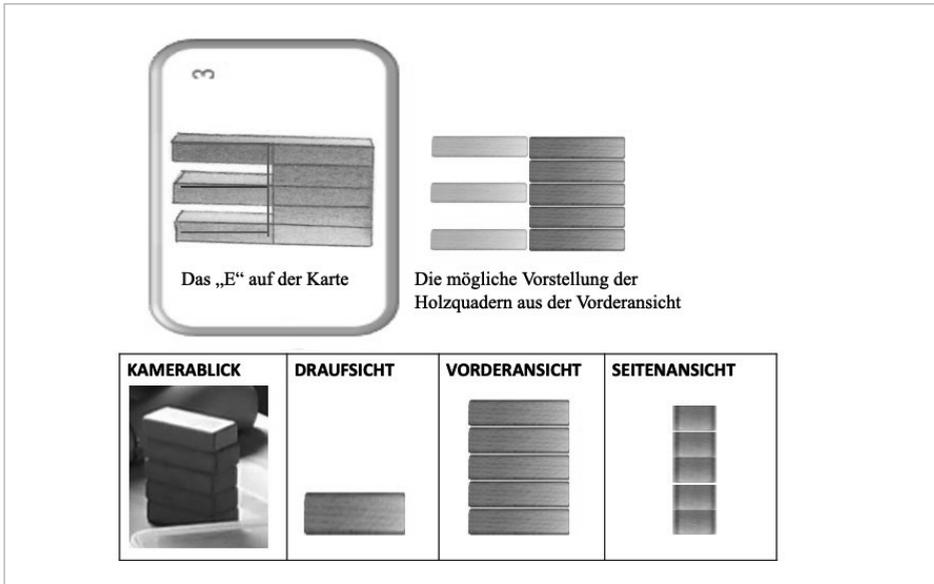


Abb. 3: Die mögliche Vorstellung der Holzquader neben dem Sockel

Die Mutter zeigt die Seitenansicht der Konfiguration ‚Fünfersockel‘ (Abb. 1) und sagt: das E kommt hierhin <222–223>. Damit zeigt sie konkret die Stelle an, wo aus ihrer Sicht das E nachgebaut werden soll. Damit wird nun zumindest die Position verbal und gestisch vermittelt, an der das E im Nachbau realisiert werden soll und somit ihre Äußerung <217> konkretisiert. Man kann annehmen, dass das E ihrer Meinung nach an der Seite neben dem Sockel nachgebaut werden muss (Abb. 3). Aus supportiver Sicht schlägt die Mutter eine Strategie vor, wie und wo das E neben dem Korpus erstellt werden soll. Somit realisiert sie die supportive Aktivität *Instruktion*.

Eine Beziehung zum E auf der Karte wird dabei nicht thematisiert. Durch die Sitzposition der Mutter ist ihre Ansicht auf den Korpus in Relation zu Aleyna um 90° gedreht. Damit lässt sich erklären, warum das E genau neben dem ‚Fünfersockel‘ gelegt werden soll. Sie nimmt offenbar mental keine Rotation des Bildes vor. Aufgrund ihrer Interpretation der Abbildung scheint sie nicht zu erkennen, dass diese Figur dreidimensional in dieser Ausrichtung mit Holzquadern statisch nicht realisierbar ist – oder es scheint sie nicht zu stören.

Aus Sicht des Produktionsdesigns führt die Mutter als *Kreator* ihre Idee aus. Sie führt ihre Umsetzung zum E weiter und bringt eine Idee über die mögliche Positionierung ein. Der verbalen Realisierung folgt die gestische Handlung. Damit erfüllen die *verbalen* und *gestischen* Handlungen der Mutter nicht nur Lautsprecherfunktion, sondern auch die Formulierungs- und die Inhaltsfunktion.

Aleyna schaut die Karte an und sagt dann das sind drei muss das sein <224>. Vermutlich stellt sie damit fest, dass drei Holzquader benötigt werden, um ein E neben dem Sockel nachzubauen und realisiert so die supportive Aktivität *Lösungsangebot*. Aleyna folgt damit offensichtlich der figuralen Deutung der Mutter und es

scheint hier eine gemeinsame figurale Deutung der Teilkonfiguration auf der Karte etabliert zu sein; ihr Lösungsangebot bezieht sich nun auf die Anzahl der Holzquader für den konkreten Nachbau. Aus Sicht des Produktionsdesigns kann man Aleyna als *Kreator* bezeichnen; dabei trägt sie ihre Idee verbal vor.

Die Mutter sagt *hi hi drei* <225>. Hierbei ist es wichtig zu betonen, dass die Aussage *hi hi* ein typisch türkischer Ausdruck ist, der benutzt wird, um etwas zu bestätigen. Aus supportiver Sicht kann man diese Äußerung als *Bestätigung* verstehen, somit wird hier auch in der Interaktion die gemeinsame Deutung explizit. Inhaltlich bestätigt sie mit *drei* <225> die Anzahl der benötigten Bausteine und wiederholt dabei den inhaltlichen Kern aus Aleynas Äußerung. Dadurch agiert sie aus Sicht des Produktionsdesigns im Status eines *Imitierers*, wobei Aleyna als *Formulator* gesehen werden kann. Damit ist Aleyna sowohl für die syntaktische Form als auch für den semantischen Gehalt dieser Äußerung der Mutter verantwortlich. Die *verbale* Handlung der Mutter erfüllt somit lediglich die Lautsprecherfunktion.

Aleyna nimmt einen Holzquader (K1) und möchte diesen offensichtlich waagrecht auf den ‚Fünfersockel‘ legen <226–227>. Mit der *konkreten* Materialhandlung veranschaulicht Aleyna ihr gedankliches Vorgehen. Eine Interpretation ihrer Handlung könnte sein, dass Aleyna durch die Erstellung des ‚Fünfersockels‘ noch darauf fokussiert ist, Bausteine zu stapeln. Oder sie kann sich nicht vorstellen, wie das E nachgebaut werden soll und legt den Holzquader einfach auf dem Sockel. Raumgeometrisch betrachtet könnte es sich dabei um ein Problem bei ihrer räumlichen Visualisierung oder mentale Rotation handeln (Clements & Sarama, 2014, S. 124 ff.). Aus Sicht des Produktionsdesigns kann man Aleyna als *Kreator* bezeichnen; dabei trägt sie ihre eigene Idee durch eine konkrete Handlung vor.

Die Mutter unterbricht ihre Handlung und sagt *nein hier lang glaub-*, nimmt den Holzquader aus Aleynas Hand, legt K1 neben den ‚Fünfersockel‘ auf den Tisch und sagt *so. . jaa* <228–230>. Sie legt K1 neben den Sockelstein V (Abb. 4). Somit zeigt sie, wo ihrer Meinung nach der nächste Baustein gesetzt werden müsste und widerspricht dabei Aleynas Positionierung von K1 sowohl explizit verbal als auch durch die konkrete Handlung. Der Baustein K1 kann an dieser Stelle als Repräsentation des Holzquaders c auf der Karte interpretiert werden. Raumgeometrisch ist es tatsächlich eine optimale Positionierung, weil die Raum-Lage-Beziehung in der Gesamtkonfiguration von K1 mit der Raum-Lage-Beziehung des Holzquaders c auf der Karte übereinstimmt.

Nach einem *Hinweis auf einen Fehler* (*nein*) führt die Mutter ihre eigenen Ideen zur optimalen Positionierung für K1 konkret (Handlungsebene) aus. Mit der verbalen Äußerung *so. . jaa* <230> bestärkt sie diese Position von K1. Aus supportiver Sicht realisiert sie die Aktivität *Demonstration*. Aus Sicht des Produktionsdesigns führt die Mutter ihre Idee als *Kreator* aus.

Akustisch kündigt sie ihre *konkrete* Materialhandlung an, mit der sie ihre Idee zur Positionierung von K1 zum Ausdruck bringt. Dabei wird mit *hier lang* zwar eine Ausrichtung ausgedrückt, die angestrebte Positionierung in Relation zum ‚Fünfersockel‘ ist jedoch nur zusammen mit der konkreten Handlung nachvollziehbar. Somit

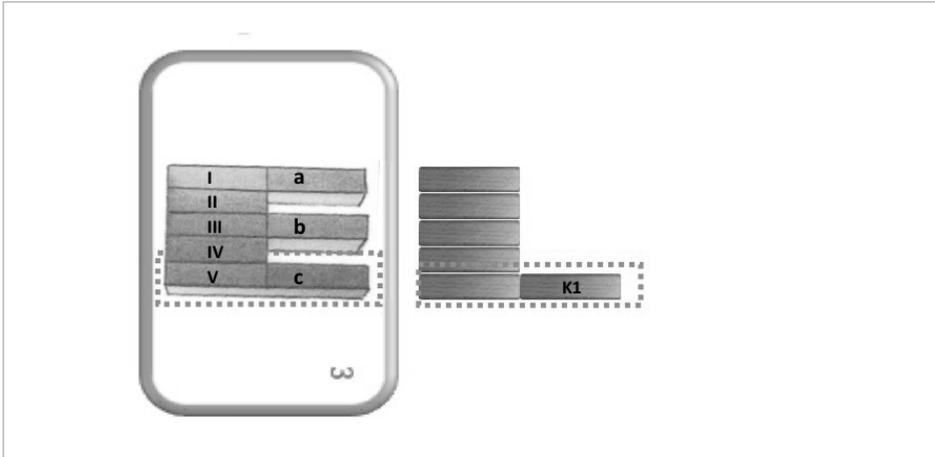


Abb. 4: Die Position des Bausteins K1 (Vorderansicht) im Vergleich zu Holzquader c auf der Karte

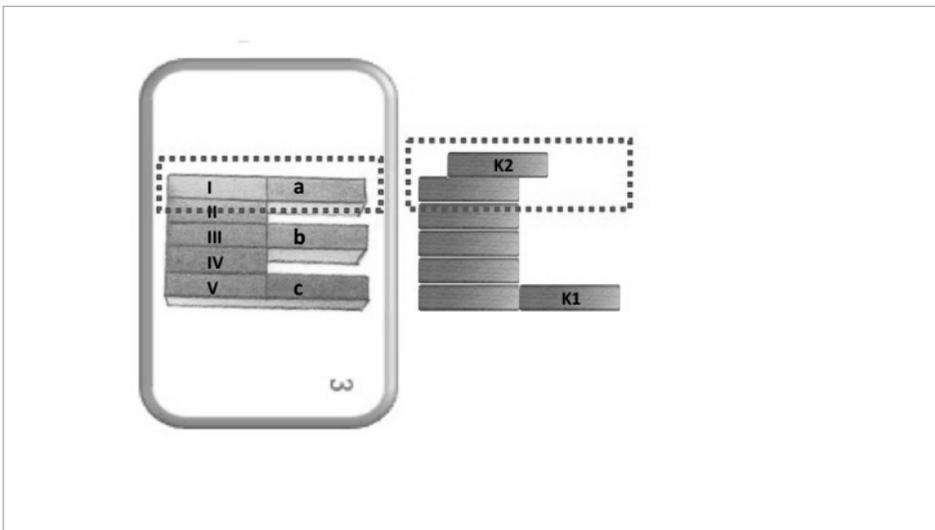


Abb. 5: Die Positionierung des Bausteins K2 in der Gesamtkonfiguration (Vorderansicht) stimmt nicht mit dem Holzquader a auf der Karte überein

ist dieser semantische Gehalt in der Materialhandlung zu sehen, während die verbale Äußerung die supportive Funktion ihrer konkreten Handlung bestärkt.

Aleyna bestätigt diese Aktivität der Mutter <231>. Die Mutter nimmt nun einen weiteren Holzquader zur Hand (K2). Um das vorgegebene Gebäude nachzubauen, müsste K2 wie Holzquader a oder b positioniert werden (Abb. 4). Dies ist aus statischer Sicht nicht möglich. Zunächst hält die Mutter K2 vermutlich als Repräsentant von b mittig an den ‚Fünfersockel‘, legt ihn schließlich leicht verschoben oben auf und sagt so <232–234> (Abb. 5). Damit positioniert sie K2 (aus ihrer Perspektive)

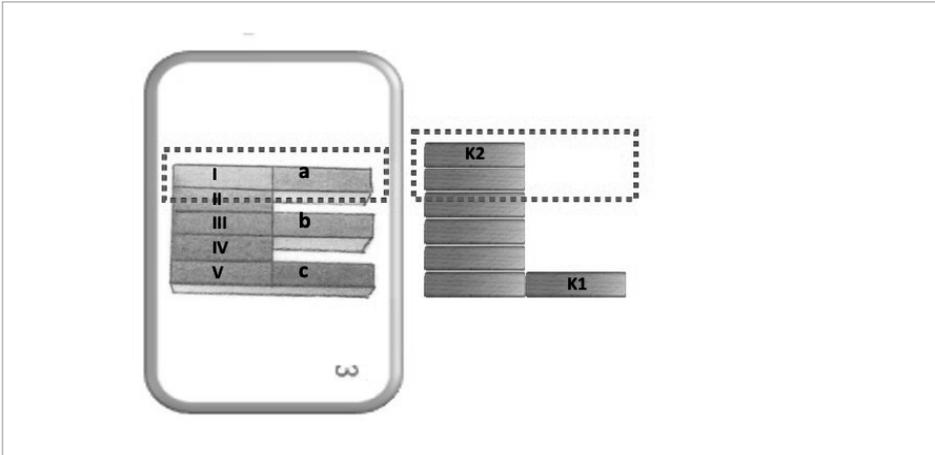


Abb. 6: Aleynas Positionsveränderung des Bausteins K2 (Vorderansicht)

waagrecht zum ‚Fünfersockel‘ wie Holzquader a auf dem auf der Karte abgebildeten Gebäude. Demnach könnte sie mit der leicht verschobenen Positionierung auf das statische Problem reagieren und K2 könnte nun als Repräsentant von Holzquader a gesehen werden. Raumgeometrisch ist dies keine optimale Positionierung, weil die Raum-Lage-Beziehung in der Gesamtkonfiguration von K2 mit der Raum-Lage-Beziehung des Holzquaders a auf der Karte nicht übereinstimmt (Abb. 5).

Aus supportiver Sicht kann man dies wieder als *Demonstration* verstehen. Mit der Aussage s_{00} und der Positionierung des Holzquaders K2 <232–234> bestimmt sie auf der Handlungsebene die Position von K2. Sie führt ihre eigenen Ideen für die dreidimensionale Umsetzung aus. Sie erfüllt dabei alle Funktionen des Produktionsdesigns, ist somit *Kreator* dieser Aktivität. Mit Blick auf die Modalitätsschwerpunkte der Aktivität agiert sie wie folgt: Die raumgeometrische Idee der Umsetzung (trotz statischer Probleme) wird über die *konkrete* Materialhandlung realisiert. *Verbal* wird dabei die Aufmerksamkeit auf die *konkrete* Materialhandlung gelenkt und somit der supportive Gehalt markiert.

Aleynas verbale Äußerung $nicht\ s_{00}$ lässt sich als Ablehnung der Positionierung verstehen. Damit korrigiert sie hier ihre Mutter. Aus supportiver Sicht realisiert sie verbal zunächst einen *Hinweis auf einen Fehler* als *Kreator*. Sie nimmt den gerade von ihrer Mutter aufgelegten K2 in die Hand und legt ihn passend auf den Sockel <235–237>. Offensichtlich findet sie für den überstehenden K2 kein Äquivalent auf der Karte. Somit ordnet sie K2 der Sockelkonfiguration zu und nicht den drei Holzquadern für das E (Abb. 6). Mit dem Umlegen des Holzquaders K2 <232–234> (*konkret*) zeigt Aleyna auf der Handlungsebene eine alternative raumgeometrische Idee. Aleyna verstärkt mit dieser konkreten Handlung ihre schon verbal geäußerte Ablehnung der von der Mutter gewählten Positionierung für K2. Dadurch kann man, aus supportiver Sicht, sowohl von *Hinweis auf einen Fehler* als auch von *Demonstration* sprechen. Dabei agiert sie hier als *Kreator*.

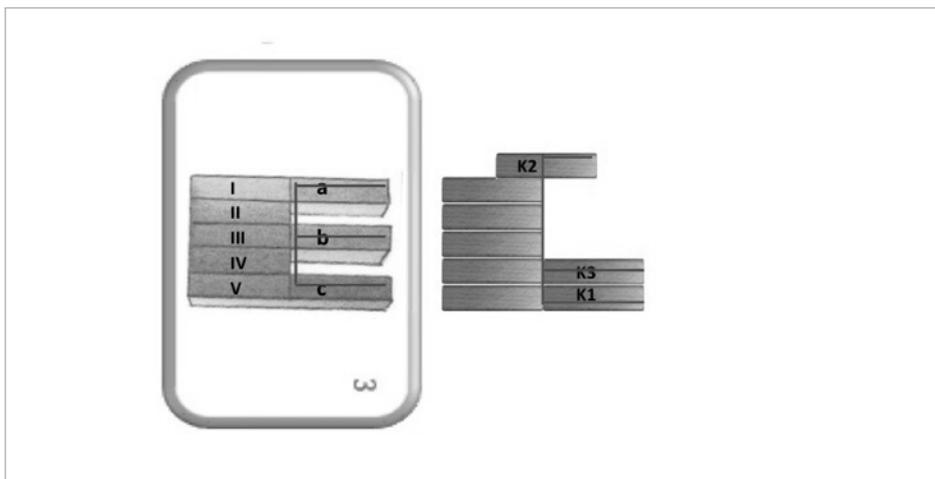


Abb. 7: Das E und der Nachbau aus der Vorderansicht

Die Mutter äußert ihre Zustimmung und erzeugt auf interaktionaler Ebene eine Einigung für die Positionierung von K2 <238>. Aus *supportiver* Sicht kann dies als *Bestätigung* gesehen werden – interaktional wird damit eine gemeinsam geteilte Deutung zur Positionierung des Bausteins K2 erzeugt. Raumgeometrisch ist diese Positionierung nicht optimal. Denkbar ist, dass die Mutter dies nicht erkennen kann bzw. keine Lösung dafür sieht⁸ oder dass sie die Spannung zwischen der statischen Umsetzbarkeit und Übereinstimmung der Konfigurationen auf der Karte an dieser Stelle nicht weiter thematisieren möchte.

Nun nimmt die Mutter den dritten Baustein K3 und hält ihn kurz passend zur Positionierung des Holzquaders b an den ‚Fünfersockel‘, legt ihn dann auf den Baustein K1 und sagt *und so* <238–240> (Abb. 7).

Das bei der Interpretation <232–234> dargestellte statische Problem wiederholt sich hier. Die Mutter scheint dies zu bemerken und legt K3 auf K1 neben dem ‚Fünfersockel‘ ab, so dass der Baustein K3 in Höhe des Holzquaders IV der Abbildung auf der Karte liegt (Abb. 7). Raumgeometrisch ist es erneut keine optimale Positionierung, weil die Raum-Lage-Beziehung in der Gesamtkonfiguration von K3 mit der Raum-Lage-Beziehung des Holzquaders b auf der Karte nicht übereinstimmt.

Anschließend schiebt die Mutter K2 wieder so auf den Sockel, dass der Baustein nicht mehr genau auf dem ‚Fünfersockel‘ liegt, sondern wieder etwas darüber hinaus ragt <241–244>. Die Mutter setzt ihre Idee, den Baustein überstehen zu lassen, nochmals um (vgl. <232–234>), obwohl sie in <238> der Zuordnung des Bausteins zum Sockel zugestimmt hat. Dabei ist anzunehmen, da K2 nun den Holzquader a im E repräsentiert (Abb. 7). Jedoch stimmt der Nachbau mit der Figur auf der Karte immer noch nicht überein. Mit ihren sprachlichen Äußerungen und den Platzierungen von

8 Mögliche Lösungen wären, entweder das Gebilde wie auf der Karte nachzubauen oder das gewünschte E flach auf den Tisch zu legen.

K2 und K3 führt sie ihre eigenen Ideen aus. Aus supportiver Sicht kann dies als *Demonstration* verstanden werden. Aus Sicht des Produktionsdesigns führt die Mutter als *Kreator* ihre Idee aus, wobei sie teilweise eigene vorhergehende Handlungen bzw. Umsetzungsideen wiederholt. Ihre *konkrete* Materialhandlung folgt einer *akustischen* Realisierung; dies kann dahingehend interpretiert werden, dass sie die Aufmerksamkeit auf ihre konkrete Handlung lenken möchte. Auch hier ist der raumgeometrische Gehalt in den konkreten Handlungen verortet, während die verbale Äußerung den supportiven Gehalt markiert. Sie erfüllt als *Kreator* die Lautsprecher-, Formulierungs- und Inhaltsfunktion für ihren Beitrag. Zeitgleich richtet Aleyna K3 genau passend zu K1 <245–246> aus. Mit dieser Handlung ändert sie die Gesamtkonfiguration nicht grundlegend; raumgeometrisch wird somit keine neue Idee ausgedrückt. Dies lässt sich als Bestätigung der Positionierung dieser beiden Holzquader K1 und K3 verstehen; daher kann diese konkrete Handlung trotz korrekativer Momente als *Bestätigung* gesehen werden, die Aleyna als Imitierer ausführt.

Unmittelbar anschließend schiebt Aleyna den obersten Holzquader (K2) mit ihrer rechten Hand zunächst etwas nach rechts <249–250>, so dass wieder die Sockelkonfiguration mit sechs Holzquadern entsteht (Abb. 6). Aus supportiver Sicht kann man dies als *Demonstration* eines alternativen Lösungsangebotes für die Positionierung des K2 verstehen, was einen *Hinweis auf einen Fehler* impliziert (falls nicht zwei Lösungen als gleichberechtigt gelten sollen). Sie wiederholt somit ihre eigene Idee, die sie in der Rolle als *Kreator* eingebracht hat; somit ‚imitiert‘ sie sich selbst und kann damit weiter in dieser aktuellen Hervorbringung als *Kreator* gesehen werden. Sie verschiebt den Stein dann wieder etwas nach links und rekonstruiert so wieder die von der Mutter erstellte Konfiguration (Abb. 7), in der der Baustein K2 leicht übersteht <250–252>. Zeitgleich klatscht die Mutter und sagt *rischdiiiiisch* <247–248>. Aufgrund der Parallelität der Handlungen ist es unklar, auf welche der Konfigurationen sie sich hier bezieht, vermutlich jedoch auf die überhängende Position des Bausteins K2 (Abb. 7). Jedoch bildet weder diese Konfiguration noch die wiederholt von Aleyna erstellte Sockel-Konfiguration (Abb. 8) das geforderte Gebäude korrekt ab. Diese sehr emotionale Bestätigung könnte darauf hinweisen, dass die Mutter für das aufgetretene raumgeometrische Problem in der Situation keine Lösung erkennt oder diese hier nicht weiter thematisieren möchte. Ihr Schwerpunkt kann auch darauf liegen, Aleyna eine positive Rückmeldung zu geben und sie so in ihrem Handeln zu ermutigen. Deshalb kann man dies als supportive Aktivität *Motivation* verstehen. Aus Sicht des Produktionsdesigns kann man sie als *Kreator* bezeichnen; dabei trägt sie ihre eigene Idee in einer eigenen Formulierung *gestisch* und *verbal* vor.

Die nachfolgende Passage zeichnet sich durch einen sehr dichten Wechsel der sprechenden bzw. handelnden Person aus; teilweise agieren Mutter und Tochter auch unmittelbar gleichzeitig. Die Mutter nimmt die Karte hoch und dreht sie um, drückt damit wohl aus, dass der Spielzug für sie beendet ist <254–256>. Zeitgleich reagiert Aleyna mit *aber- aber-* <253> und führt anschließend aus, dass *aber* irgendwas fehlt <257>. Die Mutter weist Aleyna darauf hin, dass eine neue Runde beginnt und legt alle acht für den Nachbau verwendeten Holzquader zurück in die Kiste <258–260>. Damit

steht das kollektiv erstellte Gebilde nicht mehr für einen Vergleich mit der Abbildung auf der Karte zur Verfügung. Die Mutter scheint somit an dieser Stelle Aleynas Einwand zu übergehen und weiter ihrer eigenen Idee zu folgen, diesen Spielzug als beendet zu erklären. Aleyna fordert von ihrer Mutter die Karte zurück <261–265>, scheint also hingegen ihrerseits weiterhin darauf zu bestehen, dass der Spielzug für sie in dieser Form noch nicht als beendet gilt. Während ihre Gestik dieser Aufforderung Nachdruck verleiht, scheint sie mit ihrer verbalen Äußerung *gib mir ma ganz kurz deine Karte* <262> ihren Wunsch zu relativieren. Die Mutter schaut die Karte nochmals kurz an und gibt sie dann Aleyna <266–268>. Die Mutter kommt somit dem Einwand nach und lässt sich nochmals auf den von ihr schon als beendet erklärten Spielzug ein. Aleyna legt die Karte wieder vor sich ab <269> und erklärt *das muss doch so sein- Du hast falsch gemacht* <271>. Dabei kann sie für den Hinweis auf einen Fehler (*falsch gemacht*) an dieser Stelle nur noch auf ein inneres Bild des kollektiven Bauwerkes zurückgreifen. Zudem weist sie den ‚Fehler‘ der Mutter zu. Dies könnte als Hinweis gewertet werden, dass der Spielzug – wie auch die Karte <262> – der Mutter zugeordnet wird. Dann dreht sie die Karte um 90°, so dass nun aus ihrer Perspektive in der Abbildung ein E erkennbar wird und spurt den oberen Teil der dargestellten Figur mit dem rechten Zeigefinger (Abb. 8).

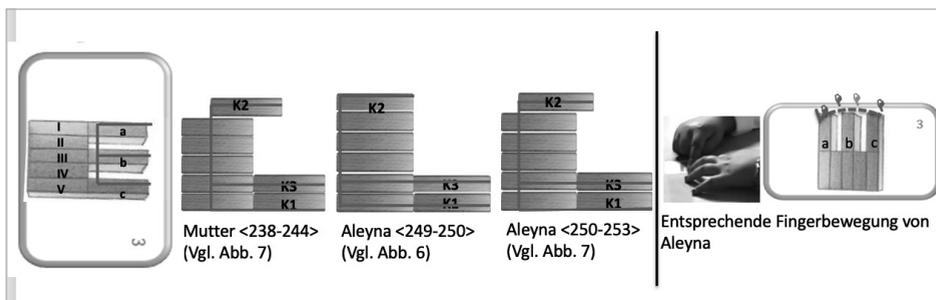


Abb. 8: Das E, Positionsveränderungen von Mutter und Aleyna, der Nachbau aus der Vorderansicht und Entsprechende Fingerbewegung von Aleyna

Wie schon in <235f.> widerspricht Aleyna in der gerade dargelegten Sequenz <253–274>. Zunächst scheint sie die Konfiguration der Mutter zu imitieren <250–253>, merkt dabei aber an, dass *irgendwas fehlt* <254>. Damit rekurriert sie jedoch vermutlich nicht auf die Anzahl der Bausteine insgesamt, sondern auf ein raumgeometrisches Element, das im Nachbau im Vergleich zu Abbildung auf der Karte fehlt bzw. umgekehrt. Höchstwahrscheinlich adressiert sie den oberen Teil der Abbildung auf der Karte, den die Mutter als E bezeichnet hat (Abb. 8). Da der Baustein K2 von Aleyna im Sockel verortet wurde (Abb. 6; Abb. 8), fehlt ein Gegenstück für den Holzquader a, das sie wohl auch nicht durch die überhängende Positionierung von K2 umgesetzt sieht, die in der letzten Konfiguration realisiert ist. Schließlich zeigt sie in der Abbildung der um 90° gedrehten Karte erstmal das E auf dem Bild <272> und konkretisiert, was aus ihrer Sicht falsch ist, indem sie den oberen Teil der dargestellten Figur mit dem rechten Zeigefinger als ein E nachspurt (Abb. 8) – allerdings ist der

konkrete Nachbau nun nicht mehr präsent, da die Mutter alle Holzquadern in die Kiste gelegt hat <258–260>. Eigentlich hätten die Bausteine K1, K2, K3 aus ihrer Sicht wohl waagrecht neben die drei Bausteinen gelegt werden müssen, die den Holzquadern I, III, V auf der Karte entsprechen. Während sie eventuell mit der Lage der Bausteine K1 und K3 als Repräsentanten für die Holzquadern c und b einverstanden ist <245–246>, scheint der Baustein K2 für sie nicht als Repräsentant für den Holzquader a zu gelten. Aleya trägt ihre Idee sowohl *verbal* als auch *gestisch* vor. Sie erfüllt für ihren Beitrag alle drei Funktionen des Produktionsdesigns und agiert somit im Status eines *Kreators*. Aus supportiver Sicht kann man ihre Aktivitäten in dieser Sequenz als eine supportive Aktivität *Hinweis auf einen Fehler* verstehen, den sie verbal mit *aber-aber-aber irgendwas fehlt* einleitet und somit eine Orientierung auf die Qualität des Fehlers gibt. Zudem könnte ihre konkrete Handlung in <250–253> für sie somit als Vorbereitung gedient haben, um an der Konfiguration mit dem überstehenden Baustein K2 anzuzeigen, was aus ihrer Sicht fehlt. Durch das Wegräumen der Holzquadern ist dies jedoch nicht mehr umsetzbar. Damit hätte die imitierende Rekonstruktion in Verbindung mit einem Hinweis auf einen Fehler funktional einen traduzierenden Charakter. In Verbindung mit ihrer Zeigegeste auf der Karte lässt sich dabei *das muss doch so sein-* zusätzlich als ein Strategievorschlag verstehen, wie der Fehler behoben werden könnte; dieser Teil der Aktivität könnte somit auch als eine (implizite) Instruktion gesehen werden. Entsprechend lässt sich *du hast falsch gemacht* als ein Fazit verstehen, das aus diesem Fehler zu ziehen ist. Damit fordert Aleya eine (erneute) Überprüfung und bzw. Korrektur ein, bevor der Spielzug als beendet gelten kann. Die Mutter reagiert lächelnd dann *hab ich verloren-ok* <275–276>, gesteht somit den Fehler ein und beendet die Auseinandersetzung über die mangelhafte Übereinstimmung, indem sie die Runde für sich als verloren wertet. Damit signalisiert die Mutter erneut, dass für sie diese Spielrunde als beendet gilt, ändert dabei jedoch die Wertung des Spielzuges. Insgesamt werden hier die verbalen Äußerungen zur Beendigung der Spielrunde durch konkrete Materialhandlungen (das Wegräumen der Bausteine) und Gestik (Kopfbewegung) bestärkt. Sie gibt einen Überblick über die aktuelle Situation, dass diese Spielrunde beendet ist. Aus supportiver Sicht kann dieser Handlungsvollzug ein *Fazit* darstellen. Aleya schiebt die Karte weg und folgt damit der Idee, die Runde als beendet zu werten <277–278>. Offensichtlich gibt sie sich mit dem Eingeständnis der Mutter, die Karte nicht korrekt in ein konkretes Bauwerk übertragen zu haben, zufrieden und besteht nicht auf eine Korrektur des Bauwerkes, sondern bestätigt mit ihrer ergänzenden Handlung das *Fazit* der Mutter. Somit wird hier auch der Spielcharakter der Situation deutlich.

3.2.2 Zusammenfassung der Spielsequenz

Im dargestellten Beispiel wurden Aleya und ihre Mutter beim Spiel „Bauherr01“ beobachtet. Im Spiel versuchen sie, eine zweidimensional dargestellte Figur auf einer Spielkarte als dreidimensionalen Korpus mit passenden Bausteinen nachzubauen. In der hier analysierten Sequenz liegt die Karte in Leserichtung vor Aleya, die Mutter sieht die Karte um 90° gedreht. Die Mutter bezeichnet den oberen Teil der Figur als ein

E und bietet damit Aleyna eine figurative Deutung der Konfiguration aus ihrer eigenen Perspektive an. Dadurch findet eine Auseinandersetzung über den dreidimensionalen Korpus mit der zweidimensionalen Figur auf der Spielkarte statt. In der Analyse ist eine spezifisch statische und raumgeometrische Problematik ersichtlich. Typischerweise wird in sozial-konstruktivistischen und psychologisch-kognitiven Ansätzen die erwachsene Person in elementarpädagogischen Bereichen als kompetent gesehen (Bruner, 1986) und hat die Rolle, das Kind zu unterstützen und zu beraten. Im Hinblick auf mathematische Aspekte, respektive die raumgeometrischen Aktivitäten, geschieht dies in der analysierten Situation nicht. Die raumgeometrischen Kompetenzen der Mutter erscheinen unzureichend. Offensichtlich zeigt die Mutter in der Situation Schwierigkeiten bei der Visualisierung und der mentalen Rotation, so dass sie

1. Rotationen von zwei- oder dreidimensionalen Objekten nicht erkennen kann (siehe <222–223>) und
2. gedankliche Vorstellungen von Aktivitäten wie Verschiebungen von räumlichen Objekten oder Objektteilen nicht ausführen kann (siehe <238–240>, <247>).

Aleyna bemerkt, dass der von ihnen nachgebaute Korpus räumlich nicht mit der Figur auf der Karte übereinstimmt. Obgleich Aleyna mit 4,8 Jahre aus entwicklungspsychologischer Sicht erst am Anfang eines Prozesses ihrer raumgeometrischen Entwicklung steht (vgl. Franke & Reinhold, 2016, S. 89 ff.), kann sie die Beziehung zwischen einem dreidimensionalen Korpus und dessen Projektionen und Rotationen herstellen (Newcombe & Huttenlocher, 2003, S. 179 ff.). Trotz der fehlerhaften Ausführungen ihrer Mutter kann sie das Problem erkennen, zeigt auf der Karte die richtige Lage der drei Holzquader und verbalisiert dies, wobei die sprachliche Äußerung jedoch ohne die Gestik keine konkrete Raum-Lage-Beziehung erkennen lässt. Sie profitiert von der Rahmung⁹ ihrer Mutter in der Weise, dass sie fehlerhafte Momente im Nachbau erkennen und hierbei auch raumgeometrische Erfahrungen machen kann. Dadurch entwickelt sie auch eine zunehmende Autonomie und greift mehrfach korrigierend in den gemeinsamen Bauvollzug ein. Dabei widerspricht sie auch ihrer Mutter und bringt insbesondere in der raumgeometrischen Auseinandersetzung eigene Ideen ein.

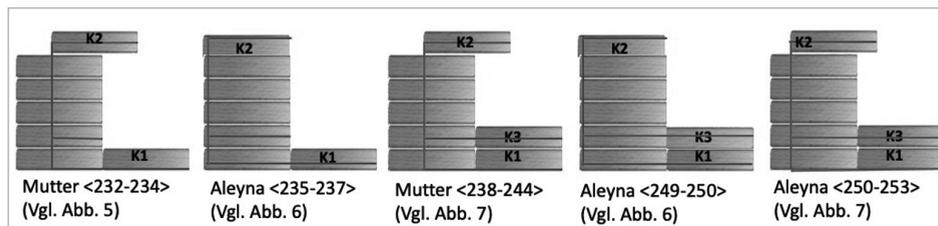


Abb. 9: Positionsveränderungen des Bausteins K2 (Vorderansicht) im Lauf der Interaktion

9 Wir beziehen uns hier auf den Rahmungsbegriff als stabilisierte Deutungsprozesse, der auf Goffman (1974) zurückgeht (vgl. Krummheuer 2011, S. 77; s.a. Acar-Bayraktar & Krummheuer, 2011; Gellert, 2010).

Insgesamt ist der Spielzug in dieser Sequenz als kollektiver Problemlöseprozess gerahmt. Dabei zeigt sich, dass sowohl Mutter als auch Tochter jeweils überwiegend im Status des Kreators agieren, womit sich auch Aleynas autonomer Partizipationsstatus ausdrückt. Weiter wird deutlich, dass vor allem der raumgeometrische Aushandlungsprozess nicht verbal gestaltet ist. Insbesondere kommt es im Verlauf der Interaktion zu unterschiedlichen Vorstellungen, wie K2 zu positionieren ist (Abb. 6 und Abb. 7). Dieser Meinungsunterschied kommt durch ein wechselseitiges Verschieben dieses Bausteins <232–248> zum Ausdruck (Abb. 9), ohne dass die Relation zu den Bausteinen im eigenen Nachbau („Fünfersockel“) verbal angesprochen wird noch der Baustein K2 explizit mit einem Holzquader auf der Karte in Beziehung gesetzt wird. Somit wird eine Überarbeitung des Produktionsdesigns notwendig, die wir im folgenden Abschnitt darstellen.

4 Theoretische Erweiterung

Am Spiel führen die Mutter und Aleyna kollektive Lösungen (Miller, 1986, S. 23) aus, um einen richtigen Nachbau zu erreichen. Ein solcher Prozess ermöglicht ihnen auch verschiedene Partizipationsstrukturen und -status einzunehmen. Dabei wird der argumentative Austausch nicht nur verbal, sondern auch mit *gestischen* und besonders mit *konkreten* Mitteln umgesetzt. Während in Krummheuer und Brandt (2001) das Produktionsdesign nur akustische Realisierungen für die Lautsprecherfunktion vorsieht (siehe Tab. 1), wird deutlich, dass bei der hier analysierten kollektiven Bearbeitung einer raumgeometrischen Aufgabenstellung nonverbale gestische und konkrete Realisierungen eine bedeutende Rolle spielen. Im Folgenden nehmen wir zunächst eine Modifikation am Produktionsdesign vor und wenden dann diese Modifikation nachfolgend auf die dargelegte Spielsituation an.

4.1 Modifikation des Produktionsdesigns

Für ihren Beitrag können die Beteiligten die Formulierungs- und Inhaltsfunktion erfüllen, während ihre Handlungen verbal, gestisch oder konkret realisiert werden. Somit sollten folgende Modifikationen am Modell vorgenommen werden:

1. Um die unterschiedlichen Realisierungsmodi anzusprechen, sollte die Lautsprecherfunktion als *Realisierungsfunktion* bezeichnet werden.
2. Zudem sollte in der Formulierungsfunktion der *Realisierungsmodus* unterschieden werden: *verbal*, *gestisch*, *konkrete (Material)Handlung*.

Diese Modifikation wird in der Tabelle 2 umgesetzt: