



KURT GÖDEL O SOBRE LAS PARADOJAS

Andrés Felipe López López

 UNIVERSIDAD
EL BOSQUE
Editorial

KURT GÖDEL
O SOBRE
LAS PARADOJAS

Kurt Gödel o sobre las paradojas

© Universidad El Bosque
© Editorial Universidad El Bosque
© Andrés Felipe López López

Rectora: María Clara Rangel Galvis
Vicerrector de Investigaciones: Gustavo Silva Carrero

Primera edición: marzo de 2023

ISBN: 978-958-739-326-2 (Impreso)
ISBN: 978-958-739-328-6 (Digital e-book)
ISBN: 978-958-739-327-9 (Digital pdf)

Editor Universidad El Bosque:
Miller Alejandro Gallego Cataño

Coordinación editorial: Mónica Roesel Maldonado
Corrección de estilo: Editorial Universidad El Bosque
Dirección gráfica y diseño: María Camila Prieto Abello

Vicerrectoría de Investigaciones
Editorial Universidad El Bosque
Av. Cra 9 n.º 131A-02, Bloque A, 6.º piso
+57 (601) 648 9000, ext. 1352
editorial@unbosque.edu.co
www.investigaciones.unbosque.edu.co/editorial

Impresión: Imageprinting Limitada
Marzo de 2023

Bogotá d.c., Colombia

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.

Universidad El Bosque | Vigilada Mineducación. Reconocimiento como universidad: Resolución 327 del 5 de febrero de 1997, MEN. Reconocimiento de personería jurídica: Resolución 11153 del 4 de agosto de 1978, MEN. Reacreditación institucional de alta calidad: Resolución 13172 del 17 de julio de 2020, MEN.

La Editorial agradece al Centro de Archivos Shelby White y Leon Levy del Instituto de Estudios Avanzados de Princeton por autorizar el uso de las fotografías de Kurt Gödel.

511.3 L66K

López López, Andrés Felipe

Kurt Gödel o sobre las paradojas / Andrés Felipe López López; edición Miller Alejandro Gallego Cataño, Mónica Roesel Maldonado; dirección gráfica y diseño María Camila Prieto Abello. -- Bogotá (Colombia); Universidad El Bosque, 2023.

170 páginas; ilustraciones, fotografías.
Incluye referencias bibliográficas.

ISBN: 978-958-739-326-2 (Impreso)
ISBN: 978-958-739-328-6 (Digital e-book)
ISBN: 978-958-739-327-9 (Digital pdf)

1. Gödel, Kurt, 1906-1978--Crítica e interpretación
2. Filosofía de las matemáticas 3. Paradojas 4. Lógica simbólica y matemática. -- I. López López, Andrés Felipe II. Gallego Cataño, Miller Alejandro III. Roesel Maldonado, Mónica IV. Prieto Abello, María Camila.

Fuente. NLM. – Universidad El Bosque. Biblioteca Juan Roa Vásquez (marzo de 2023) - GH

KURT GÖDEL
O SOBRE
LAS PARADOJAS

Andrés Felipe López López

A mis amigos, los búhos, lechuzas o mochuelos ateneos o minervinos:

*César Augusto Guerra, Rodrigo Varela, John Édgar Congote,
Miguel García-Baró, Ezequiel Quintero, Juan Pablo Cardona,
Carlos Humberto Monsalve, Sebastián Suárez, José Daniel Hoyos,
Carlos Gaviria, Nicolás Duque, Alejandro Molina,
Simón Ibarra y Andrés Felipe Palacio.*

A mis hermanos, Yovani Andrés y Leonardo;

a mi madre, Martha Lucía;

a mi padre, Helman (†),

y a Ana Catalina y Ana Celeste.

Yo escribo para que mis amigos me quieran más.

GABRIEL GARCÍA MÁRQUEZ

[...] voy aprendiendo con las palabras que digo.

JOSÉ SARAMAGO

O las matemáticas son demasiado grandes para la mente humana,
o la mente humana es más que una máquina.

KURT GÖDEL

El lógico matemático Kurt Gödel fue uno de los gigantes
intelectuales del siglo XX y, en el supuesto de que la especie
se conserve, probablemente será una de las pocas figuras
contemporáneas recordadas dentro de mil años [...].

No se trata de un caso de autocomplacencia por parte
de los matemáticos, a pesar de que en todas las disciplinas sea
corriente alentar una cierta miopía profesional.

Sencillamente es verdad.

JOHN ALLEN PAULOS

Un pensamiento llena la inmensidad.

WILLIAM BLAKE

Contenido

Prólogo _____ 14

Capítulo 1
Definiciones y reminiscencias _____ 22

§ 1 → Pág. 23

§ 2 → Pág. 24

Capítulo 2
Kurt Gödel y sus metateoremas
intuitivamente revisitados _____ 30

§ 3 → Pág. 31

§ 4 → Pág. 35

§ 5 → Pág. 42

§ 6 → Pág. 60

Capítulo 3
Mathesis Universalis _____ 80

§ 7 → Pág. 81

§ 8 → Pág. 89

§ 9 → Pág. 95

§ 10 → Pág. 97

§ 11 → Pág. 108

§ 12 → Pág. 124

Fuentes _____ 152

Prólogo

Como los tres dominios de ultratumba por los que viajó Dante Alighieri en la *Divina Comedia*, o las tres salidas de don Quijote, el maestro Miguel García-Baró ha identificado tres navegaciones de la filosofía –esta es una idea suya sobre la que me gusta volver–, tres investigaciones generales de la unidad total del conocimiento, como puede definirse a la filosofía. La primera consistió en el estudio de la naturaleza, y dentro de esta la búsqueda de un principio rector; esta navegación es palmaria en Anaximandro de Mileto, por ejemplo, quien fuera el primero en escribir un discurso en prosa sobre los temas que, avanzando los años, serían los de la filosofía y de la ciencia, además del primero en diseñar un *mappa mundi* (cartografía global del mundo). La segunda navegación, que se emprende con el aprendizaje doloroso de los malogros de la primera, consiste en la teoría de la verdad. La tercera se podría nombrar «teoría del conocimiento». Tres, como los días de caza a la Ballena Blanca (ese arquetipo) de los tripulantes del *Pequod* en *Moby Dick* del marinero mayor: Herman Melville.

Por boca de Sócrates, en el *Fedón*, el patriarca Platón enseña que los pensadores navegaron la primera vez como si pudieran tratar las cosas directamente, conducirse entre y con las cosas derechamente, con el fin de conocerlas. Había en ello una inmadurez propia de la infancia de la filosofía, una confianza excesiva que no tuvo completo el resultado esperado. Hecho que derivó en una crisis de incertidumbre: el escepticismo, corolario de la multitud de doctrinas incompatibles que afirmaban todas «una» verdad. La segunda navegación, germinal en Anaxímenes de Mileto y más desarrollada en Parménides y en Heráclito, y como arreglo a las desventuras de la primera andanza, consistió en la búsqueda y la procura del espejo universal donde las cosas mismas se reflejen, para con esto liberarse de la multitud de opiniones o de un dogmatismo. Ese espejo es el *Logos*, el pensamiento, el intelecto o el juicio, el medio de la verdad en el que se hace formalmente intuitiva. Y si el ser es estable, eterno, correlativamente este *Logos*

nuestro debe serlo. Espejo porque en él se presentan las realidades y se contempla a sí mismo el sujeto lógico, el sujeto del entendimiento: nosotros.

Desde Anaxímenes de Mileto hasta René Descartes se cuentan dos milenios de la filosofía dirigidos al *Logos* como el lugar axiomático del conocimiento de la verdad. Sin embargo, cuando aparece la idea de una tercera navegación en virtud del trabajo de ese espíritu universal llamado Descartes, como auscultación de las formas hontanaras, más primitivas y esenciales del saber, todavía aquí, subrayo, el *Logos* o el juicio no perdió su lugar, más bien se robusteció. Y la tercera navegación no ha concluido, en realidad ninguna se clausura, la siguiente contiene a la anterior: ¿acaso podrían verse desgarradas la investigación de la naturaleza, la teoría de la verdad y el problema de la verdad que es el alma misma de la teoría del conocimiento? Entonces son más de dos milenios amando y soñando al *Logos*. Un *Logos* que es forma lógica, pero en el cual son hallables sus materiales primeros y prelógicas: la afección, la sensación, la percepción sensible, el sentimiento, el instinto.

Si se entienden las derivas filosóficas del trabajo lógico matemático de Kurt Gödel, valoramos que el proyecto de un sistema de fundamentos o de axiomas de justificación total del conocimiento no ha sido un mal sueño, aun cuando esas mismas derivas revelan que, si bien no fueron en vano esos más de dos milenios, todavía falta descubrir muchos fragmentos del puente lógico entre nuestras almas y la realidad. Si es que en efecto hay puente, no sea que, mejor aún, no exista puente lógico porque entre el hombre mental como totalidad de percepción y la realidad no hay ninguna separación, y la sustancia elemental de la realidad es la mente y no la materia, tal como lo reveló el poeta y pintor William Blake.

Puente lógico o nosotros mismos como mundo de mundos... la consigna de Platón, de René Descartes, de G. W. Leibniz o de

Edmund Husserl está tan viva y es cierta como que ahora alguno de ustedes lee este ensayo. Dicho mandato o consigna fue la constitución de la *Filosofía Perenne*. Para Thomas Taylor, «el platónico», la *Philosophia Perennis* tiene ser desde el mismo universo; ¡por supuesto!, el mundo de las leyes, de los fenómenos y los hechos determina el sistema teórico, y el conocimiento decide el sentido del mundo de las leyes, de los fenómenos y los hechos. Es lo que Leibniz llamó «armonía preestablecida»; «una feliz expresión», la califica Albert Einstein. El conocimiento constituye el sentido, pero ¿determinará también al universo en sí mismo, tal como sería creado y recreado por la mente y los poderes de Dios?

Una de las determinaciones del trabajo de Kurt Gödel, precisamente, es la necesidad de fundamentación y justificación de la matemática en principios filosóficos, no solo ni mayormente en la lógica. La lógica matemática es herramienta básica que define la estructura del pensamiento conceptual, y la filosofía, la reveladora de las ideas, los conceptos y la intuición y la predicación significativas. La lógica lleva a cabo ideas, la filosofía las debe encontrar. Pero no cualquier conjunto de certezas invocado como «esta» o «aquella» filosofía, sino la filosofía como *Mathesis Universalis*, integración de filosofía, lógica, ciencias formales, teoría del conocimiento y epistemología hacia una ciencia unificada.

El interés por los fundamentos de la matemática en Kurt Gödel proviene de sus años de juventud, cuando se matriculó en la Universidad de Viena en 1924, y de su contacto con el Círculo de Viena, como él mismo lo confiesa en una carta del 19 de agosto de 1975 (dirigida a Burke D. Grandjean, pero que no llegó a destino pues nunca la envió), aunque los efectos filosóficos de sus investigaciones lógico-matemáticas y sus resultados, así como los principios heurísticos que llevan a ellos, no son positivistas ni empiristas, como también lo aclara en la carta. Los intereses del Círculo –además de la filosofía de la ciencia