

# }essentials{

Susanne Schindler-Tschirner  
Werner Schindler

## Mathematische Geschichten VII – Extremwerte, Modulo und Beweise

Für begabte Schülerinnen und  
Schüler in der Oberstufe



Springer Spektrum

---

**essentials**

*essentials* liefern aktuelles Wissen in konzentrierter Form. Die Essenz dessen, worauf es als „State-of-the-Art“ in der gegenwärtigen Fachdiskussion oder in der Praxis ankommt. *essentials* informieren schnell, unkompliziert und verständlich

- als Einführung in ein aktuelles Thema aus Ihrem Fachgebiet
- als Einstieg in ein für Sie noch unbekanntes Themenfeld
- als Einblick, um zum Thema mitreden zu können

Die Bücher in elektronischer und gedruckter Form bringen das Fachwissen von Springerautor\*innen kompakt zur Darstellung. Sie sind besonders für die Nutzung als eBook auf Tablet-PCs, eBook-Readern und Smartphones geeignet. *essentials* sind Wissensbausteine aus den Wirtschafts-, Sozial- und Geisteswissenschaften, aus Technik und Naturwissenschaften sowie aus Medizin, Psychologie und Gesundheitsberufen. Von renommierten Autor\*innen aller Springer-Verlagsmarken.

---

Susanne Schindler-Tschirner ·  
Werner Schindler

# Mathematische Geschichten VII – Extremwerte, Modulo und Beweise

Für begabte Schülerinnen und  
Schüler in der Oberstufe

 Springer Spektrum

Susanne Schindler-Tschirner  
Sinzig, Deutschland

Werner Schindler  
Sinzig, Deutschland

ISSN 2197-6708

ISSN 2197-6716 (electronic)

essentials

ISBN 978-3-662-67847-3

ISBN 978-3-662-67848-0 (eBook)

<https://doi.org/10.1007/978-3-662-67848-0>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert an Springer-Verlag GmbH, DE, ein Teil von Springer Nature 2023

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Iris Ruhmann

Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

---

## Was Sie in diesem *essential* finden können

- Lerneinheiten in Geschichten
- Vollständige Induktion, Schubfachprinzip
- Invarianzprinzip, Extremalprinzip
- lineare Kongruenzen, square & multiply-Algorithmus
- Satz von Euler, Eulersche  $\varphi$ -Funktion
- Ungleichungen, Extremwertaufgaben
- Beweise
- Musterlösungen

---

# Vorwort

Die Bände I bis VI der „Mathematischen Geschichten“ (Schindler-Tschirner & Schindler, 2019a, b, 2021a, b, 2022a, b) waren auf mathematisch begabte Schülerinnen und Schüler der Grundschule (Klassenstufen 3 und 4), der Unterstufe (Klassenstufen 5 bis 7) und der Mittelstufe (Klassenstufen 8 bis 10) zugeschnitten. Nicht nur der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben, sondern auch der Erzählkontext hat sich dabei stetig weiterentwickelt und der Reife der Schülerinnen und Schüler angepasst. Die „Mathematischen Geschichten“ I–VI können auch von Schülerinnen und Schülern mit Gewinn bearbeitet werden, die älter als die jeweils avisierte Zielgruppe sind.

Dieses *essential* und Band VIII der „Mathematischen Geschichten“ (Schindler-Tschirner & Schindler, 2023b) bilden den Abschluss der „Mathematischen Geschichten“. Sie sprechen folgerichtig mathematisch begabte Schülerinnen und Schüler in der Oberstufe an.

Wir haben uns entschieden, die Konzeption und Ausgestaltung der bisher erschienenen Bände fortzuführen. In sechs Aufgabenkapiteln werden mathematische Techniken motiviert und erarbeitet und zum Lösen einfacher wie anspruchsvoller Aufgaben angewandt. Weitere sechs Kapitel enthalten vollständige Musterlösungen und Ausblicke über den Tellerrand.

Auch mit diesem *essential* möchten wir einen Beitrag leisten, Interesse und Freude an der Mathematik zu wecken und mathematische Begabungen zu fördern.

Sinzig  
im September 2023

Susanne Schindler-Tschirner  
Werner Schindler