

COLECCIÓN
INVESTIGACIÓN

HACIA LA TRANSFORMACIÓN DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS: ALGUNAS PERSPECTIVAS

AUTORES

Alfonso Jiménez Espinosa
alfonso.jimenez@uptc.edu.co
<http://orcid.org/0000-0001-9557-0396>

Vicenç Font Moll
vfont@ub.eu
<http://orcid.org/0000-0003-1405-0458>

Zagalo Enrique Suárez Aguilar
zagalo.suarez@uptc.edu.co
<http://orcid.org/0000-0002-1692-2240>

Miguel Arcángel Díaz Moreno
miguel.diaz@uptc.edu.co
<http://orcid.org/0000-0003-1795-8365>

José Francisco Leguizamón Romero
francisco.leguizamon@uptc.edu.co
<http://orcid.org/0000-0002-4131-9582>

Alfonso Jiménez Espinosa
Vicenc Font Moll
Zagalo Enrique Suárez Aguilar
Miguel Arcángel Díaz Moreno
José Francisco Leguizamón Romero
Andrés Fabián Álvarez Cipamocha
Eulalia Calle Palomeque
Alicia Sánchez Brualla
Adriana Breda
Luisa Morales Maure



$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

HACIA LA TRANSFORMACIÓN DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS: ALGUNAS PERSPECTIVAS

Alfonso Jiménez Espinosa
Vicenç Font Moll
Zagalo Enrique Suárez Aguilar
Miguel Arcángel Díaz Moreno
José Francisco Leguizamón Romero
Andrés Fabián Álvarez Cipamocha
Eulalia Calle Palomeque
Alicia Sánchez Brualla
Adriana Breda
Luisa Morales Maure

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

2022



Hacia la transformación de la clase de matemáticas. Algunas perspectivas / Towards the Transformation of the Mathematics Class. Some perspectives / Jiménez Espinosa, Alfonso; Font Moll, Vicenç; Suárez Aguilar, Zagalo Enrique; Díaz Moreno, Miguel Arcángel; Leguizamón Romero, José Francisco; Álvarez Cipamocha, Andrés Fabián; Calle Palomeque, Eulalia; Sánchez Brualla, Alicia; Breda, Adriana; Morales Maure, Luisa. Tunja: Editorial UPTC, 2022. 202 p.

ISBN (impreso) 978-958-660-660-8

ISBN (ePub) 978-958-660-661-5

Incluye referencias bibliográficas

1. Educación Matemática Crítica. 2. Clases investigativas. 3. Reflexión del Profesor. 4. Criterios de Idoneidad Didáctica. 5. Lógica Proposicional. 6. Teoría APOE. (Dewey 507 / 21) (Thema PBKQ – Cálculo de variaciones)



Primera Edición, 2022

50 ejemplares (impresos)

Hacia la transformación de la clase de matemáticas. Algunas perspectivas
Towards the Transformation of the Mathematics Class. Some perspectives

ISBN (impreso) 978-958-660-660-8

ISBN (ePub) 978-958-660-661-5

Colección de Investigación UPTC N.º 251

Proceso de arbitraje doble ciego

Recepción: mayo de 2021

Aprobación: septiembre de 2021

- © Alfonso Jiménez Espinosa, 2022
- © Vicenç Font Moll, 2022
- © Zagalo Enrique Suárez Aguilar, 2022
- © Miguel Arcángel Díaz Moreno, 2022
- © José Francisco Leguizamón Romero, 2022
- © Andrés Fabián Álvarez Cipamocha, 2022
- © Eulalia Calle Palomeque, 2022
- © Alicia Sánchez Brualla, 2022
- © Adriana Breda, 2022
- © Luisa Morales Maure, 2022
- © Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, 2022

Editorial UPTC
Edificio Administrativo – Piso 4
La Colina, Manzana 7, Casa 5
Avenida Central del Norte No. 39-115, Tunja,
Boyacá
comite.editorial@uptc.edu.co
www.uptc.edu.co

Rector, UPTC

Óscar Hernán Ramírez

Comité Editorial

Dr. Enrique Vera López
Dra. Zaida Zarely Ojeda Pérez
Mg. Yolima Bolívar Suárez
Dr. Carlos Mauricio Moreno Téllez
Mg. Pilar Jovanna Holguín Tovar
Dra. Nelsy Rocío González Gutiérrez
Dr. Manuel Humberto Restrepo Domínguez
Dr. Óscar Pulido Cortés
Mg. Edgar Nelson López López

Editor en Jefe:

Ph. D. Witton Becerra Mayorga

Coordinadora Editorial:

Mg. Andrea María Numpaque Acosta

Corrección de Estilo

Juan Carlos Álvarez Ayala

IMPRENTA.

Búhos Editores Ltda.

Impreso y hecho en Colombia
Printed and made in Colombia

Libro financiado por la Vicerrectoría de Investigación y Extensión – Dirección de Investigaciones de la UPTC. Se permite la reproducción parcial o total, con la autorización expresa de los titulares del derecho de autor. Este libro es registrado en Depósito Legal, según lo establecido en la Ley 44 de 1993, el Decreto 460 del 16 de marzo de 1995, el Decreto 2150 de 1995 y el Decreto 358 de 2000.

Libro resultado de Investigación con SGI: 1498; 2425; 2532 y PGC 2018-098603-B-1001

Citar este libro / Cite this book

Jiménez Espinosa, A. et al. (2022). *Hacia la Transformación de la Clase de Matemáticas. Algunas Perspectivas*. Editorial UPTC.

doi: <https://doi.org/10.19053/9789586606608>







Resumen



Esta investigación sobre el profesor de matemáticas y su acción en clase, responde a un esfuerzo conjunto entre grupos de investigación de Colombia, España, Ecuador y Panamá. Visibiliza aportes de investigación desde distintas perspectivas teóricas y metodológicas. Los focos desarrollados consideran al profesor como aprendiz, en un proceso continuo de mejoramiento de sus prácticas, muestra posibilidades para dinamizar las clases de matemáticas y propiciar el aprendizaje permanente del profesor. Señala resultados que destacan las rutinas de clase con exposición magistral de contenidos, presentación de ejercicios guía y realización de otros similares por los alumnos; identificando lo que Skovsmose (2000), llama paradigma del ejercicio. Hace un recorrido por tres tendencias de ver las matemáticas: estructuralista, pragmática y orientada al proceso y muestra cómo ir del estructuralismo a las matemáticas orientadas al proceso, a través de las clases investigativas, una forma que involucra más al estudiante para que desarrolle su pensamiento matemático. Destaca que ninguna de esas tendencias desarrolla pensamiento crítico en los estudiantes y muestra consideraciones para que la educación matemática, dada su trascendencia en el desarrollo tecnológico, se aproveche para generar reflexión y pensamiento crítico. Continúa con resultados de investigación centrados en el papel de la investigación y reflexión del profesor, como estrategia para el desarrollo profesional y el mejoramiento de la enseñanza



y el aprendizaje. El constructo criterios de idoneidad didáctica, con sus componentes, propuesto en el marco del EOS se utiliza como herramienta para organizar la reflexión del profesor en diferentes procesos de formación. Luego, muestra resultados de investigación que tuvo como objetivo promover la comprensión de la lógica proposicional, con fundamento en el marco teórico y metodológico APOE, se formula y refina una descomposición genética (DG) de la lógica proposicional, asumida como una ruta hipotética de aprendizaje, como referente para el diseño y desarrollo del ciclo de actividades, clases y ejercicios (ACE), y para el análisis de la comprensión. Por último, se busca comprender y explicar la enseñanza y el aprendizaje del objeto matemático función y la estrecha relación del significado como sistema de prácticas en la que dicho objeto emerge, frente a lo planteado en el currículo institucional, apoyados bajo las herramientas del EOS, a través de configuraciones epistémicas.

Palabras clave: Educación Matemática Crítica; Clases Investigativas; Reflexión del Profesor; Criterios de Idoneidad Didáctica; Lógica Proposicional; Teoría APOE.



Abstract



This research on the mathematics teacher and his action in class responds to a joint effort between research groups from Colombia, Spain, Ecuador and Panama. It makes visible research contributions from different theoretical and methodological perspectives. The focuses developed consider the teacher as a learner, in a continuous process of improving their practices, showing possibilities to stimulate mathematics classes and promote permanent teacher learning. It indicates results that highlight the class routines with a masterful presentation of content, presentation of guide exercises and the completion of similar exercises by the students; identifying what Skovsmose (2000), calls the exercise paradigm. It takes a tour of three tendencies of seeing mathematics: structuralist, pragmatic and process-oriented and shows how to go from structuralism to process-oriented mathematics, through investigative classes, a way that more involves the student to develop their thinking mathematical. He highlights that none of these trends develops critical thinking in students and shows considerations so that mathematics education, given its importance in technological development, is used to generate reflection and critical thinking. It continues with research results focused on the role of teacher research and reflection, as a strategy for professional development and the improvement of teaching and learning. The construct criteria of didactic suitability, with its components, proposed in the framework of the EOS



is used as a tool to organize the teacher's reflection in different training processes. Then, it shows research results that aimed to promote the understanding of propositional logic, based on the APOE theoretical and methodological framework, a genetic decomposition (DG) of propositional logic is formulated and refined, assumed as a hypothetical learning path, as a reference for the design and development of the cycle of activities, classes and exercises (ACE), and for the analysis of understanding. Finally, it seeks to understand and explain the teaching and learning of the mathematical object function and the close relationship of meaning as a system of practices in which said object emerges, compared to what is proposed in the institutional curriculum, supported by the tools of the EOS, through epistemic configurations.

Keywords: Critical Mathematics Education; Investigative Classes; Reflection of the Teacher; Didactic Suitability Criteria; Propositional logic; APOE theory.

Contenido

Prólogo.....	13
Capítulo 1: De las clases centradas en los ejercicios a la educación matemática crítica.....	19
La investigación en aspectos de la problemática de los salones de clase.....	22
La dinamización y transformación de la clase.....	25
Tres posibilidades de la matemática, vistas en la educación matemática.....	26
Tendencia estructuralista.....	26
Tendencia pragmática.....	27
Tendencia de la matemática orientada al proceso.....	28
Del estructuralismo a la matemática orientada al proceso.....	28
La matematización horizontal.....	30
La matematización vertical.....	35
Las actividades exploratorio-investigativas y las clases investigativas: una posibilidad de la matemática orientada al proceso.....	38
La educación matemática en un paradigma crítico.....	40
La educación matemática como práctica social.....	45
La necesidad de integración de la educación matemática con la educación crítica.....	46
Consideraciones finales.....	50



Referencias Bibliográficas	51
Capítulo 2: La idoneidad didáctica, una herramienta para orientar la transformación de la práctica del profesor	59
Criterios de idoneidad didáctica.....	60
Módulos formativos para enseñar el constructo criterios de idoneidad didáctica	65
Aspectos metodológicos	70
Ejemplo de cómo los futuros profesores de secundaria de matemáticas usan los CID para organizar la reflexión sobre su práctica	70
Resumen de la unidad didáctica diseñada e implementada por la futura profesora	72
Análisis de la futura profesora sobre su propia práctica	73
Idoneidad epistémica.....	73
Idoneidad cognitiva	75
Idoneidad afectiva	76
Idoneidad interaccional	77
Idoneidad mediacional.....	78
Idoneidad ecológica	79
Valoración global de la idoneidad didáctica de la implementación de la secuencia de tareas.....	79
Propuesta de rediseño de su unidad didáctica.....	82
Consideraciones finales	83
Referencias Bibliográficas.....	85
Capítulo 3: La comprensión de la lógica proposicional desde la teoría APOE	91
Primera Sección Enfoque APOE	92
Segunda Sección Análisis teórico	94
Descomposición genética.....	98
Tercera Sección Diseño e implementación de la instrucción	102
Ingeniera de software educativo.....	103
Base de datos	120
Cuarta Sección. Resultados	133
Estructura mental de acción	134
Estructura mental de proceso.....	135
Estructura mental de objeto	136
Estructura mental de esquema.....	137
Consideraciones finales.....	138





Referencias bibliográficas	140
Capítulo 4: Significados institucionales pretendidos por un currículo sobre la noción del objeto función	141
Referentes Teóricos.....	142
Configuraciones de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas.....	147
Aspectos Metodológicos.....	155
Análisis de Resultados.....	157
Análisis de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas	158
Análisis de libros de texto	164
Tipos de representaciones activadas en el libro de texto Tx-1	173
Consideraciones finales	195
Referencias Bibliográficas	197







Prólogo

El trabajo de cooperación entre la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia y la Universidad de Barcelona, se remonta a diez años atrás y se consolidó en un Convenio de Cooperación Interinstitucional firmado entre las dos instituciones, el cual contempla pasantías de profesores investigadores y cooperación para el desarrollo conjunto de investigación y publicaciones.

En este marco de trabajo académico, este libro de investigación sobre el profesor de matemáticas, bajo el título “Hacia la Transformación de la Clase de Matemáticas: Algunas Perspectivas” responde a una acción y esfuerzo conjunto entre los grupos de investigación Pirámide, y Álgebra y Análisis de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, y el Grupo de Investigación en Educación Matemática – GIEM21 que agrupa investigadores de las universidades de Barcelona (España), Panamá y Cuenca (Ecuador), quienes conformaron el equipo de investigación del proyecto de PGC2018-098603-B-I00 (Convocatoria 2018 de Proyectos I+D+i «Generación de Conocimiento») del Programa Estatal de Generación de Conocimiento y Fortalecimiento Científico y Tecnológico del Sistema de I+D+I Del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades del Gobierno de España.



En la situación actual, donde la característica primordial del contexto académico es el cambio permanente, la investigación en didáctica y en educación matemática debe no solo adaptarse, sino entender, también, esos cambios, y trabajar por favorecer la formación de profesores, la dinamización de la clase y el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, como un inicio para tratar de interpretar la influencia de la matemática en la cada vez mayor tecnologización de la cultura y los resultados que de esto se deriva.

Este libro visibiliza diferentes aportes en relación con la investigación sobre la formación de profesores de Matemáticas, con panorámicas de investigación desde distintas perspectivas teóricas y metodológicas. Los focos desarrollados en los diferentes capítulos consideran al profesor como aprendiz en el desarrollo de sus competencias, en un proceso continuo de mejoramientos de las prácticas de aula. Atendiendo a este desafío, el libro está organizado en cuatro capítulos, que apuntan a buscar posibilidades y alternativas para dinamizar las clases de matemáticas y propiciar el aprendizaje permanente del profesor de matemática; al mostrar una amplia gama de investigación sobre el profesor de matemáticas, puede ser de interés para profesores e investigadores.

En el primer capítulo se presentan resultados de investigación, y se centró en examinar clases de matemáticas en educación básica y media en busca de elementos para su transformación; relaciona una visión absolutista de la matemática con lo observado en los salones de clase y en la forma de cambiar su dinámica. Con la observación y acompañamiento a profesores, se pudo intuir que el patrón de la clase sigue las mismas rutinas de exposición magistral de contenidos, presentación de un ejercicio guía y realización de otros similares por parte de los alumnos; así, se identifica, en estas rutinas, lo que Skovsmose (2000) llama “paradigma del ejercicio”. El autor hace un recorrido por tres tendencias, para ver la matemática desde la educación matemática: tendencia estructuralista, tendencia pragmática y tendencia orientada al proceso. Muestra cómo ir del estructuralismo a la matemática orientada al proceso, especialmente a través del desarrollo de clases investigativas, pues de esta forma se puede involucrar más al estudiante para que matemate y desarrolle su pensamiento matemático; si bien no es todo lo que el profesor debe perseguir con su enseñanza. Describe

cómo, ninguna de esas tres tendencias de la matemática, desarrolla un pensamiento crítico en los estudiantes y muestra consideraciones para que la educación matemática, dada la importancia y trascendencia de la matemática en el desarrollo tecnológico, sea aprovechada para generar reflexión, pensamiento crítico y acción, dado que la matemática es un producto de la cultura. Entiende el aprendizaje como la participación plena en una práctica sociocultural donde se hace matemática; donde el profesor, la clase y la escuela ya no son bancos de información, donde el profesor es apenas un experto y la clase y la escuela son lugares en los cuales se realiza una práctica social de una comunidad democrática de conocimiento.

En el segundo capítulo se muestran resultados de investigación centrados en el papel de la reflexión del profesor en el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; dado que diversas tendencias sobre la formación de profesores, tanto inicial como continua, proponen la investigación del profesorado y la reflexión sobre la práctica docente como una estrategia clave para el desarrollo profesional y el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje. En la dirección de potenciar la reflexión del profesor sobre su propia práctica, el constructo “criterios de idoneidad didáctica”, con sus componentes e indicadores, propuesto en el marco del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática, se está utilizando como una herramienta para organizar la reflexión del profesor en diferentes procesos de formación en muchos países. Se presenta el constructo “criterios de idoneidad didáctica”, situándolo desde el papel que deben jugar las valoraciones y los principios normativos en la práctica del profesor y, por otra parte, muestran cómo se usan estos criterios para guiar la práctica del profesor cuando esta se orienta a su mejoramiento en un proceso de formación de futuros docentes de matemáticas de secundaria.

En el capítulo tercero se presenta el desarrollo y los resultados de la investigación que tuvo como objetivo promover la comprensión de la lógica proposicional, con fundamento en el marco teórico y metodológico APOE, siguiendo el ciclo de sus componentes mutuamente influyentes: análisis teórico, diseño e implementación de la instrucción y recolección y análisis de la información. Se trabaja en la construcción y comprensión de elementos de lógica, como proposiciones simples, operación unaria, negación, proposiciones compuestas, conjunción y disyunción, condicional

simple, bicondicional, polinomios booleanos y enunciados representados por funciones que dependen de proposiciones simples o compuestas, tautologías y contradicciones, equivalencias lógicas y álgebra de proposiciones. Se formula y refina una descomposición genética (DG) de la lógica proposicional, asumida como una ruta hipotética de aprendizaje, como referente para el diseño y desarrollo del ciclo de actividades, clases y ejercicios (ACE), y para el análisis de la comprensión. El ciclo ACE se organizó en dos apartados; uno, la ingeniería del software educativo de un recurso virtual interactivo en matemáticas denominado por sus siglas como REVIMA, implementado a través de la plataforma Moodle, que comprendió cuatro fases: exploración, construcción, afianzamiento y evaluación; y otro, la elaboración de una base de datos fundamentada en la DG con ejercicios y situaciones para evidenciar las construcciones mentales. La construcción del software REVIMA se basó en las etapas de análisis, diseño, desarrollo e implementación. Cada etapa muestra la interacción de los estudiantes participantes en la investigación con el REVIMA que cursaban primer semestre de Licenciatura en Matemáticas. El rol de los docentes fue coordinar y dirigir la investigación de corte transversal, haciendo seguimiento durante tres semestres consecutivos con grupos diferentes cada semestre y realizando los ajustes necesarios y actualización junto con un equipo del Departamento de Innovación Académica de la UPTC, encargado del componente informático del recurso. En los resultados, se describe la evolución de la comprensión de la lógica proposicional demostrada por los estudiantes, que interactuaron de forma autónoma con el REVIMA, desde las estructuras y mecanismos mentales expresados en la DG. Se destaca que la conformación de un grupo de trabajo interdisciplinario permitió abordar de manera integral el complejo problema del aprendizaje de la lógica proposicional desde las miradas disciplinar, didáctica e informática, diseñando y desarrollando el REVIMA y que esta clase de recursos adquiere mayor importancia en tiempos como el actual, de confinamiento obligatorio, promoviendo el aprendizaje autónomo mediado por las TIC.

En el cuarto capítulo, la investigación atiende a una de las demandas de la didáctica de las matemáticas, la cual busca comprender y explicar los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como guiar el mejoramiento de dichos procesos, donde entra en juego la importancia de los significados

de los objetos matemáticos y la estrecha relación del significado como un sistema de prácticas en la que dicho objeto emerge e interviene. Se establece los significados pretendidos del objeto función, planteados en el currículo institucional y los Estándares Básicos de Competencias del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, apoyados bajo algunas de las herramientas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, que promueve la reflexión sobre la emergencia de los objetos matemáticos y su significado, a través de configuraciones epistémicas. Se usa el análisis de texto dentro del enfoque, como una herramienta que permite identificar los significados pretendidos por los libros de texto y el currículo, como documentos base y de apoyo para el docente dentro del aula de clase. Uno de los resultados, en cuanto a las representaciones que se movilizan en los libros de texto, muestra que algunas son coherentes con las propuestas en el significado global de referencia, registros de representación verbal, gráfico, simbólico, icónico y tabular; evidencian que las situaciones, referentes a casos cotidianos, son implementados para enunciar la existencia de una función, más no para movilizar los distintos significados parciales del objeto.

El libro solo muestra algunas posibilidades para tener en cuenta en la formación de profesores de matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje. Nos parece claro que cualquier tarea que se haga en interpretar la clase para transformarla dará nuevas posibilidades, con el fin de desvendar esa caja negra que es la clase, donde aparentemente todos sabemos lo que allí ocurre, pero que realmente sigue siendo algo desconocido, a pesar de ser algo que afirmara Laurence Stenhouse hace cerca de cincuenta años.





Capítulo 1:

De las clases centradas en los ejercicios a la educación matemática crítica

Es conocido que muchos estudiantes tienen dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y que la mayoría la perciben como algo con poco sentido, que es compleja, difícil e inaccesible. De la misma manera que enseñar matemáticas consiste en explicarlas bien, en transmitir las. Esto puede deberse a razones culturales y a que la dinámica de la clase y la explicación sigue linealmente la estructura disciplinar, lo que viene de concepciones epistemológicas positivistas platónicas y estructuralistas-formalistas cerradas, que ven el conocimiento como previamente elaborado, ya acabado, que solo resta transmitirlo; y así, unos producen la matemática y otros la consumen, la intentan explicar y entender, la mecanizan. De igual forma ocurre con concepciones estructuralistas-formalistas cerradas que enfatizan en que las matemáticas son un lenguaje con sentido solo dentro de la propia matemática; por tanto, para los alumnos puede no tener ningún significado (Jiménez, 2010).

