



Bauingenieur-Praxis

Rolf Kindmann

Stahlbau

**Teil 2:
Stabilität und Theorie II. Ordnung**

5. Auflage



Ernst & Sohn
A Wiley Brand

Rolf Kindmann

Stahlbau

Rolf Kindmann

Stahlbau

Teil 2: Stabilität und Theorie II. Ordnung

5., überarbeitete und ergänzte Auflage

Autor**Rolf Kindmann**

Ingenieursozietät
Schürmann – Kindmann und Partner
Prinz-Friedrich-Karl-Str. 36
44135 Dortmund

Alle Bücher von Ernst & Sohn werden sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag in keinem Fall, einschließlich des vorliegenden Werkes, für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler irgendeine Haftung.

Titelbild: Parkhaus in Dortmund

Foto: SKP Dortmund

Bibliografische Information der**Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

© 2021 Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Rotherstraße 21, 10245 Berlin, Germany

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

Print ISBN 978-3-433-03219-0

Umschlaggestaltung Petra Franke/Ernst & Sohn unter Nutzung eines Entwurfs von Sophie Bleifuß, Berlin

Druck und Bindung

Gedruckt auf säurefreiem Papier.

Vorwort

Die Stabilitätsfälle Biegeknicken, Biegedrillknicken und Plattenbeulen sowie Berechnungen nach Theorie II. Ordnung sind zentrale Themen des Stahlbaus. Aus Gründen der Sicherheit und Wirtschaftlichkeit muss sie jeder in der Praxis tätige Ingenieur beherrschen und die zweckmäßigen Nachweisverfahren kennen.

Das vorliegende Buch ist als Lehrbuch für Studierende an Technischen Hochschulen, Universitäten und Fachhochschulen sowie für Ingenieure in der Baupraxis konzipiert. Im Vordergrund stehen das Verständnis für das Tragverhalten, der Zusammenhang mit den theoretischen Grundlagen und die Durchführung zweckmäßiger Tragfähigkeitsnachweise. Besonderer Wert wird auf die Vermittlung von Methoden, Verfahren und Vorgehensweisen gelegt, die mit zahlreichen Bildern und Berechnungsbeispielen veranschaulicht werden.

Die letzte Auflage aus dem Jahre 2008 wurde vollständig überarbeitet und dem Stand der Technik entsprechend aktualisiert. Dies betrifft sowohl die theoretischen Grundlagen als auch die normengerechte Bemessung von Tragwerken und Bauteilen. Alle Berechnungsbeispiele wurden an die Bemessungsregeln der europäischen Normen, d. h. an DIN EN 1993-1-1:2010 und DIN EN 1993-1-5:2010, angepasst. Darüber hinaus wurde der Umfang des Buches mit 150 Seiten beträchtlich erweitert. Die Erweiterungen betreffen im Wesentlichen Folgendes:

- In Kapitel 2 wird ein Zweigelenkrahmen als „baustatisches Lehrbeispiel“ für den Nachweis ausreichender Tragfähigkeit eines stabilitätsgefährdeten Tragwerks aus Baustahl behandelt. Dabei geht es um die Wahl sinnvoller Nachweisverfahren, die Vorgehensweisen bei der Nachweisführung und um Hinweise auf wissenswerte Details und Hintergrundinformationen, die zum Verständnis des Tragverhaltens und der Berechnungsmethoden beitragen. Die bewusst breit angelegten Ausführungen gehen weit über die üblichen Nachweise für einen Zweigelenkrahmen hinaus, weil sie auch die fachliche Basis für andere Tragwerke bilden sollen.
- Kapitel 7 „Theorie II. Ordnung mit Ersatzimperfektionen“ wurde im Hinblick auf die Art der Nachweisführung, den Ansatz der Ersatzimperfektionen und den Nachweis ausreichender Querschnittstragfähigkeit fast vollständig neu geschrieben. Darüber hinaus wurden weitere Berechnungsbeispiele ergänzt.
- In einem neuen Kapitel 11 werden Berechnungen nach der Fließzonentheorie und entsprechende Tragfähigkeitsnachweise behandelt. Damit kann das tatsächliche Tragverhalten sehr realitätsnah erfasst werden und die Ursachen für das Erreichen der Grenztragfähigkeit sind erkennbar, sodass das Verständnis für die Stabilität von Tragwerken gefördert wird. Vorteilhaft ist auch, dass bei vielen baupraktischen Anwendungsfällen höhere Tragfähigkeiten als mit allen anderen Verfahren nachgewiesen werden können.

Zurzeit liegt ein Norm-Entwurf DIN EN 1993-1-1:2020-08 vor. Abschnitt 1.9 enthält einige Erläuterungen und Kommentare, die Änderungen gegenüber der derzeit gültigen Norm betreffen. Mit der Einführung der Norm ist 2022 zu rechnen.

Aktuelle Hinweise zum Buch werden unter www.kindmann.de bekannt gegeben.

Dortmund, März 2021

R. Kindmann

Autor

Univ.-Prof. em. Dr.-Ing. Rolf Kindmann

studierte Bauingenieurwesen an der Ruhr-Universität Bochum. Von 1974 bis 1989 war er für sechs Jahre als Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Ruhr-Universität Bochum und für zehn Jahre in verschiedenen Positionen bei Thyssen Engineering tätig, zuletzt als Hauptabteilungsleiter aller technischen Büros. Im Jahre 1990 wurde er zum Ordinarius des Lehrstuhls für Stahl- und Verbundbau an der Ruhr-Universität Bochum ernannt und im Jahre 1991 gründete er die Ingenieursozietät Schürmann – Kindmann und Partner SKP in Dortmund, in der er als Beratender Ingenieur, Prüfingenieur für Baustatik (Fachrichtungen Metall- und Massivbau) sowie als Gutachter wirkte. Seit Beendigung seiner Tätigkeit als Gesellschafter ist Herr Prof. Kindmann der Ingenieursozietät SKP weiterhin eng verbunden.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Autor	VI
1 Einleitung und Übersicht	1
1.1 Einführung	1
1.2 Grundsätzliches	4
1.3 Bezeichnungen und Annahmen	8
1.4 Grundlegende Beziehungen nach Theorie I. Ordnung	13
1.5 Stabilität und Theorie II. Ordnung	15
1.6 Buchinhalt (Übersicht)	18
1.7 Berechnungsbeispiele (Übersicht)	21
1.8 Downloads/Software	25
1.9 Hinweise zum Norm-Entwurf DIN EN 1993-1-1:2020-08	26
2 Tragverhalten, Berechnungs- und Nachweisverfahren	31
2.1 Lineares und nichtlineares Tragverhalten	31
2.2 Nachweisverfahren	33
2.3 Werkstoff Stahl	36
2.4 Teilsicherheitsbeiwerte γ_M	38
2.5 Querschnittsklassen	39
2.6 Definition der Stabilitätsfälle	43
2.7 Nachweise für stabilitätsgefährdete Tragwerke	47
2.8 Weitere Erläuterungen zum Verständnis	53
2.8.1 Geometrische Imperfektionen	54
2.8.2 Lineare und nichtlineare Tragwerksverformungen	55
2.8.3 Beschränkte Superposition bei Theorie II. Ordnung	56
2.8.4 Entlastung durch Zugnormalkräfte	56
2.8.5 Fließzonen	57
2.8.6 Eigenspannungen	58
2.8.7 Nachweisschnittgrößen	60
2.9 Berechnungen nach der Fließzonentheorie	61
2.10 Geometrisch nichtlineare Berechnungen	63
2.10.1 Hinweise zur Notwendigkeit	63
2.10.2 Berechnungsbeispiel zum Biegeknicken	63
2.10.3 Berechnungsbeispiel zum Biegedrillknicken	65
2.11 Baustatisches Lehrbeispiel Zweigelenkrahmen	67
2.11.1 Einleitung	67

2.11.2	Mögliche und sinnvolle Nachweismethoden	68
2.11.3	Biegeknicken in der Rahmenebene	71
2.11.4	Biegedrillknicken und Biegeknicken um die schwache Achse	76
2.11.5	Rahmenecken – Konstruktion und Tragfähigkeit	81
2.11.6	Gabellager und Wölbbehinderungen	85
2.11.7	Alternative Rahmennachweise mit Abminderungsfaktoren	90
2.11.8	Grenztragfähigkeit des Zweigelenkrahmens	94
2.12	Genauigkeit der Nachweisverfahren	99
2.12.1	Vorbemerkungen	99
2.12.2	Nachweise mit Abminderungsfaktoren	100
2.12.3	Ersatzimperfektionsverfahren	104
2.12.4	Fließzonentheorie	105
3	Nachweise zum Biegeknicken mit Abminderungsfaktoren χ	106
3.1	Übersicht	106
3.2	Druckstäbe – Abminderungsfaktoren χ	108
3.3	Druckstäbe mit Biegemomenten – Biegeknicken	117
3.4	Hinweise zum Nachweis von Stäben und Stabwerken	121
3.5	Knickzahlen ω nach DIN 4114	126
4	Stabilitätsproblem Biegeknicken	128
4.1	Ziele	128
4.2	Stabiles Gleichgewicht	129
4.3	Knickbedingungen	130
4.4	Eulerfälle I und IV	134
4.5	Knickbiegelinien und Knicklängen	137
4.6	Euler'sche Knickspannung	140
4.7	Hinweise zur Berechnung von N_{cr}	142
4.8	Ersatz von Tragwerksteilen durch Federn	147
4.9	Druckstäbe mit Federn an den Enden	151
4.10	Lösen von Knickbedingungen	159
4.11	Druckstab mit Wegfeder in Feldmitte	162
4.12	Elastisch gebettete Druckstäbe	164
4.13	Poltreue Normalkräfte/Pendelstützen	172
4.14	Knicklängen für ausgewählte Systeme	181

5	Nachweise zum Biegedrillknicken mit Abminderungsfaktoren	187
5.1	Übersicht	187
5.2	Planmäßige Biegemomente – Abminderungsfaktoren	189
5.3	Planmäßige Biegemomente und Druckkräfte	203
5.4	Allgemeines Nachweisverfahren für Bauteile	210
5.5	Nachweis von Druckgurten als Druckstab	213
5.6	Hinweise zur Nachweisführung	217
5.6.1	Prinzipielle Vorgehensweise	217
5.6.2	Stäbe ohne Biegedrillknickgefahr	217
5.6.3	Maßgebende Nachweisstellen	219
5.6.4	Aufteilung in Teilsysteme	221
6	Stabilitätsproblem Biegedrillknicken	223
6.1	Übersicht	223
6.2	Berechnung von $M_{cr,y}$	225
6.3	Aufteilung in Teilsysteme	228
6.4	Träger mit Randmomenten	230
6.5	Kragträger	235
6.6	Träger mit einfachsymmetrischen I-Querschnitten	237
6.7	Seitlich abgestützte Träger	239
6.8	Drill- und Biegedrillknicken bei Druckstäben	244
6.9	Herleitung von Berechnungsformeln	248
7	Theorie II. Ordnung mit Ersatzimperfektionen	254
7.1	Grundsätzliches	254
7.2	Nachweisführung	256
7.3	Ersatzimperfektionen	257
7.3.1	Grundlagen	257
7.3.2	Ersatzimperfektionen für Biegeknicken	257
7.3.3	Ersatzimperfektionen für Biegedrillknicken	260
7.3.4	Imperfektionen zur Berechnung aussteifender Systeme	261
7.3.5	Hinweise zum Ansatz der Ersatzimperfektionen	262
7.4	Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung	266
7.4.1	Berechnungen	266
7.4.2	Erläuterungen zum Verständnis	267
7.5	Nachweis ausreichender Querschnittstragfähigkeit	270
7.5.1	Allgemeines	270
7.5.2	Nachweise mit Normal- und Schubspannungen	271
7.5.3	Ermittlung von Spannungen (Elastizitätstheorie)	273
7.5.4	Lineare Interaktionsbeziehungen	276

7.5.5	Plastische Querschnittstragfähigkeit – I-Querschnitte	278
7.5.6	Plastische Querschnittstragfähigkeit – Weitere Querschnitte	288
7.6	Berechnungsbeispiele	290
7.6.1	Vorbemerkungen	290
7.6.2	Stütze HEB 200	290
7.6.3	Stütze HEA 140 mit planmäßiger Biegung	291
7.6.4	Am Fußpunkt eingespannte Stütze IPE 300	293
7.6.5	Einfeldträger IPE 400 mit planmäßiger Biegung	295
7.6.6	Zweifeldträger IPE 400 mit planmäßiger Biegung	298
7.6.7	Träger HEB 220 mit planmäßiger Torsion	301
7.6.8	Träger mit einfachsymmetrischem I-Querschnitt	302
7.6.9	Träger aus einem UPE-Profil	304
7.6.10	Kragträger mit planmäßiger Biegung	307
8	Theorie II. Ordnung für Biegung mit Normalkraft	310
8.1	Problemstellung und Ziele	310
8.2	Grundlegende Zusammenhänge	312
8.3	Prinzip der virtuellen Arbeit	316
8.4	Differentialgleichungen und Randbedingungen	321
8.5	Lösung der Differentialgleichungen	324
8.6	Weggrößenverfahren	333
8.7	Vergrößerungsfaktoren	339
8.8	Iterative Berechnungen	353
8.9	Tragverhalten nach Theorie II. Ordnung	355
8.9.1	Ziele	355
8.9.2	Biegebeanspruchte Stäbe mit Druck- oder Zugnormalkräften	355
8.9.3	Druckstab mit Randmomenten	357
8.9.4	Maßgebende Bemessungspunkte und Laststellungen	359
8.9.5	Seitlich verschiebliche Rahmen	361
8.9.6	Seitlich unverschiebliche Rahmen	364
8.9.7	Erhöhte Biegemomente in druckkraftfreien Teilen	368
8.10	Ersatzbelastungsverfahren für verschiebliche Rahmen	369
9	Theorie II. Ordnung für beliebige Beanspruchungen	380
9.1	Vorbemerkungen	380
9.2	Spannungen und Dehnungen	380
9.3	Verschiebungen u, v und w	383
9.4	Virtuelle Arbeit	388
9.5	Differentialgleichungen und Randbedingungen	394
9.6	Schnittgrößen	396

9.7	Berechnungsablauf und Lösungsmethoden	400
9.8	Hinweise zum Tragverhalten	403
9.8.1	Übersicht	403
9.8.2	Nachweis zum Biegedrillknicken mit Formeln	403
9.8.3	Einfluss der Querschnittsform	406
9.8.4	Biegedrillknicken mit planmäßiger Torsion	408
9.8.5	Realistische Lastangriffspunkte	409
9.8.6	Einfluss von Trägerüberständen	411
10	Aussteifung und Stabilisierung	412
10.1	Aussteifende Bauteile	412
10.2	Aussteifung von Gebäuden	413
10.3	Stabilisierung durch Abstützungen	417
10.3.1	Halle mit aussteifenden Verbänden	417
10.3.2	Ableitung planmäßiger Horizontallasten	418
10.3.3	Ableitung von Abtriebskräften	420
10.3.4	Abstützende Bauteile	420
10.3.5	Schubfelder	421
10.4	Stabilisierung durch Behinderung der Verdrehungen	424
10.5	Stabilisierung durch konstruktive Details	429
10.6	Ausführungsbeispiel Sporthalle	431
10.6.1	Konstruktion	431
10.6.2	Stabilität und Tragfähigkeit der inneren Dachbinder	432
10.6.3	Nachweis des Schubfeldes	435
10.6.4	Tragfähigkeit der Dachbinder in den Giebelwänden	437
10.7	Ausführungsbeispiel eingeschossige Halle	438
10.7.1	Vorbemerkungen	438
10.7.2	Zweigelenkrahmen in der Rahmenebene	438
10.7.3	Tragfähigkeit der Rahmenstile	444
10.7.4	Tragfähigkeit der Rahmenriegel	446
10.7.5	Dachverbände	454
10.7.6	Wandverbände	458
11	Fließzonentheorie – Berechnungen, Tragverhalten, Nachweise	459
11.1	Einführung	459
11.1.1	Vorbemerkungen	459
11.1.2	Grundlegende Einführungsbeispiele und Erläuterungen	460
11.1.3	Hinweise zu geometrisch nichtlinearen Berechnungen	462
11.2	Auswirkungen von Fließzonen auf die Tragfähigkeit	462
11.2.1	Vorbemerkungen	462

11.2.2	Tragfähigkeit nach Theorie I. Ordnung – Fließzonen	463
11.2.3	Biegeknicken um die starke Achse – Tragverhalten	466
11.2.4	Biegeknicken um die schwache Achse – Tragverhalten	467
11.2.5	Biegedrillknicken – Tragverhalten	468
11.2.6	Biegung und Torsion eines Versuchsträgers IPE 200	470
11.2.7	Zweiachsig außermittig belastete Versuchsstütze HEB 200	473
11.2.8	Biegung und Torsion eines Versuchsträgers UPE 200	478
11.3	Berechnungen mit dem Programm FE-STAB-FZ	480
11.3.1	Anwendungsbereiche	480
11.3.2	Fließzonentheorie auf Grundlage der DIN EN 1993	481
11.3.3	Imperfektionen	483
11.3.4	Werkstoffgesetz	487
11.3.5	Querschnittskennwerte und Ermittlung von Fließzonen	487
11.3.6	Einfluss von Schubspannungen	492
11.3.7	Inkrementell-iterative Systemberechnung	492
11.3.8	Beurteilung der Ergebnisse/Kontrollen	495
11.4	Berechnungsbeispiele	496
11.4.1	Vorbemerkungen	496
11.4.2	Stütze HEA 140 mit Druckkraft und planmäßiger Biegung	497
11.4.3	Einfeldträger IPE 400 mit planmäßiger Biegung	499
11.4.4	Zweifeldträger IPE 400 mit planmäßiger Biegung	500
11.4.5	Einfeldträger IPE 300 mit Druckkraft und planmäßiger Biegung	503
11.4.6	Stütze IPE 300 mit Einspannung am Stützenfuß	505
11.4.7	Zweifeldrige Giebelwanddeckstütze	507
11.4.8	Zweifeldriger Kranbahnräger HEB 300	509
12	Stabilitätsproblem Plattenbeulen und Beulnachweise	513
12.1	Problemstellung	513
12.2	Grundlagen für Beulnachweise	516
12.2.1	Vergleich mit dem Biegeknicken	516
12.2.2	Beulfelder in Tragwerken	516
12.2.3	Linearisierte Beultheorie	519
12.3	Plattenbeulnachweise nach DIN EN 1993-1-5	522
12.4	Rechteckplatten ohne Steifen	529
12.4.1	Ideale Beulspannungen	529
12.4.2	Konstante Randspannungen σ_x	531
12.4.3	Linear veränderliche Randspannungen σ_x	533
12.4.4	Schubspannungen	535
12.4.5	Beulfelder mit unterschiedlichen Randbedingungen	536
12.5	Ausgesteifte Beulfelder	538
12.5.1	Steifentypen	538

12.5.2	Steifenanordnung	538
12.5.3	Beulwerte für ausgesteifte Beulfelder	540
12.6	Wichtige Konstruktionsdetails	545
12.7	Überkritisches Tragverhalten	547
12.8	Berechnungsbeispiele zum Plattenbeulen	550
12.8.1	Vorbemerkungen	550
12.8.2	Geschweißter Träger mit I-Querschnitt	550
12.8.3	Geschweißter Hohlkastenträger	552
12.8.4	Bodenblech einer Geh- und Radwegbrücke	555
12.8.5	Stegblech eines Vollwandträgers mit Längssteifen	558
Literaturverzeichnis		568
Stichwortverzeichnis		574

Advert not available in this digital edition

1 Einleitung und Übersicht

1.1 Einführung

Die Stabilitätsfälle Biegeknicken, Drillknicken, Biegedrillknicken und Plattenbeulen werden durch **Druckbeanspruchungen** verursacht. Hinzu kommt beim Biegedrillknicken ein exzentrischer Lastangriff, der die Stabilitätsgefahr erhöhen kann. Beim Plattenbeulen ergibt sich der Stabilitätsverlust infolge von **Druck-** und/oder **Schubspannungen**.

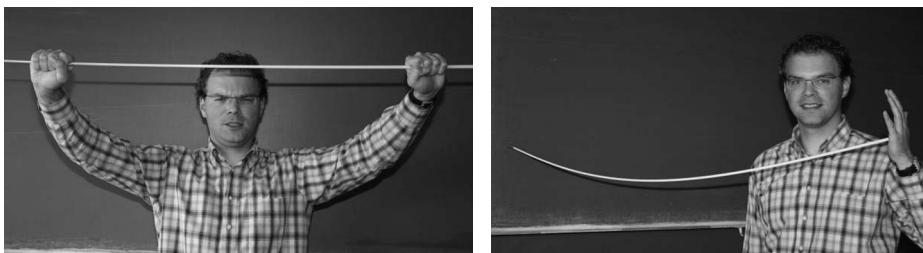


Bild 1.1 Zeigestock bei Zug- und Druckbeanspruchung

Mit einem kleinen Experiment lässt sich anschaulich nachweisen, dass **Druckbeanspruchungen** wesentlich kritischer als **Zugbeanspruchungen** sind. Man benötigt nur einen normalen Zeigestock, der jedoch wie allgemein üblich dünn und schlank sein sollte. Aus welchem Werkstoff er besteht, ist in diesem Zusammenhang zweitrangig. In Bild 1.1 links wird mit beiden Händen an den Enden des Zeigestocks **gezogen**. Trotz größter Anstrengungen gelingt es nicht, den Zeigestock sichtbar zu verlängern. Wenn dagegen, wie in Bild 1.1 rechts, der Zeigestock gegen die Wand **gedrückt** wird, können ohne große Kraftanstrengungen Verformungen erzeugt werden. Es soll nicht unerwähnt bleiben, dass man dem Zeigestock eine kleine Auslenkung geben muss, sofern er ideal gerade ist. Alternativ dazu kann man einen etwas krummen, d. h. „imperfekten“ Zeigestock verwenden. Was hier einführend am Beispiel des Zeigestocks anschaulich erläutert wird, kann beispielsweise mithilfe von Bild 11.1 vertieft werden. Das Bild und der begleitende Text enthalten grundlegende Erläuterungen zum Biegeknicken einer druckbeanspruchten Stütze, die an der Bauhaus-Universität Weimar experimentell untersucht wurde.

Damit sind die zentralen Themen des Buches bereits weitgehend umrissen: Die Stabilitätsfälle und die Berechnung von Verformungen und Beanspruchungen nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung von Imperfektionen. Das sind natürlich keine neuen Themen, schließlich hat die klassische Stabilitätstheorie schon eine lange Tradition! Was neu ist, betrifft die Berechnungsmethoden und die Denkweise, die sich im Laufe der Zeit grundsätzlich verändert hat und die in der Lehre und den Lehrbüchern entsprechend vermittelt werden muss. Bild 1.2 veranschaulicht wesentliche

Unterschiede. Beim Fall a, der Vorgehensweise nach der **klassischen Stabilitätstheorie**, geht man von einem ideal geraden Druckstab aus und nimmt an, dass die Kraft genau mittig eingeleitet wird. Mit Aufbringen und Erhöhen der Last wird der Stab zusammengedrückt und bleibt, da er sich im **stabilen Gleichgewicht** befindet, zunächst gerade. Bei $N = N_{cr}$, der Verzweigungslast, tritt indifferentes Gleichgewicht auf und der Druckstab ist „unschlüssig“, ob er gerade bleiben oder ausknicken soll. Fachlich präziser ausgedrückt, nennt man den Übergang zum labilen Gleichgewicht „indifferentes Gleichgewicht“ und spricht auch von der „Verzweigung des Gleichgewichts“. So weit die klassische Stabilitätstheorie.

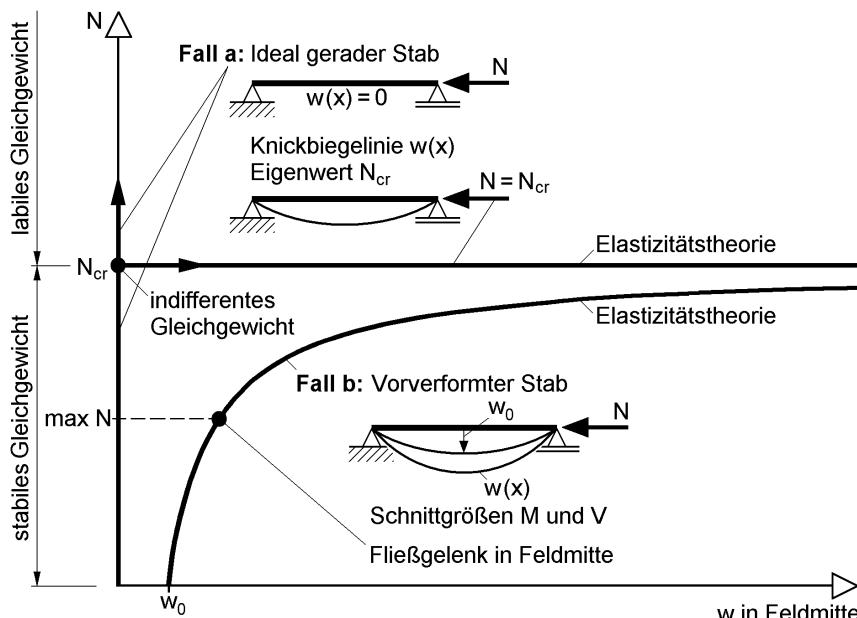


Bild 1.2 Stabilität (Verzweigung des Gleichgewichts) eines Druckstabes und Theorie II. Ordnung mit w_0

Mittlerweile hat sich die Denkweise geändert und man geht wie im Fall b von einem imperfekten (vorgekrümmten) Druckstab aus. Dabei weist der Druckstab von Anfang an gewisse Auslenkungen auf und **nach Theorie II. Ordnung** ergibt sich die dargestellte nichtlineare Last-Verformungs-Beziehung. Sofern die Imperfektionen klein sind und man unbegrenzt elastisches Tragverhalten voraussetzt, nähert sich die Kurve asymptotisch der horizontalen Geraden durch $N = N_{cr}$. Darüber hinaus zeigt die Kurve, dass die Auslenkungen mit wachsendem N überproportional größer werden, was auch für die Biegemomente und Querkräfte gilt.

Da der Werkstoff nicht unbegrenzt elastisch ist, wird die maximale Normalkraft erreicht, wenn in Feldmitte infolge N und M ein **Fließgelenk** entsteht. Bei dieser Vorgehensweise müssen mit der Vorverformung w_0 ersatzweise alle Imperfektionen erfasst werden, die im Hinblick auf die Tragfähigkeit von Bedeutung sind. Natürlich gilt dies

auch für den Fall, dass man die Verzweigungslast N_{cr} verwendet und die maximale Normalkraft $N = \chi \cdot N_{pl,Rd}$ mit dem Abminderungsfaktor χ bestimmt, s. Abschnitte 2.7 und 3.2.

Die in Bild 1.2 dargestellten Methoden (Fälle a und b) sind Näherungsverfahren zur Ermittlung der Tragfähigkeit. Realitätsnäher (genauer) sind Nachweise nach der Fließzonentheorie. Dabei werden als Imperfektionen Vorverformungen (Vorkrümmungen) und Eigenspannungen angesetzt und darüber hinaus Fließzonen berücksichtigt, die im Verlauf der schrittweisen Lasterhöhung entstehen. Abschnitt 2.7 enthält dazu ein einführendes Berechnungsbeispiel mit Erläuterungen zum Verständnis. Stabilitätsnachweise mit der FZT sind zurzeit in der Baupraxis noch nicht üblich, sie werden sich in den kommenden Jahren aber mehr und mehr verbreiten.

Die Veränderung der Denk- und Vorgehensweisen steht in engem Zusammenhang mit den alten und neuen Nachweismethoden. Früher, d. h. nach der alten Stabilitätsnorm DIN 4114 [6], hat man den Stabilitätsnachweis fast immer mit der Bedingung

$$\omega \cdot \frac{S}{F} \leq \sigma_{zul} \quad (1.1)$$

geführt (Druckkraft S , Fläche F) und für die Ermittlung der Knickzahlen ω wurde die Knicklänge, die sich aus der Verzweigungslast ergibt, verwendet. Natürlich waren in den Knickzahlen ω (s. Bild 3.13) die Einflüsse von Imperfektionen und infolge Theorie II. Ordnung enthalten. Dies war jedoch nicht in den Köpfen der Ingenieure verankert, sodass viele bei Einführung der DIN 18800 [4] glaubten, dass die Theorie II. Ordnung eine Erfindung der Normenmacher sei. Ein zu Gl. (1.1) vergleichbarer Nachweis ist mit

$$\frac{N}{\kappa \cdot N_{pl,d}} \leq 1 \quad (1.2)$$

auch in DIN 18800 Teil 2 enthalten. Der Unterschied zu früher besteht darin, dass heutzutage alle in der Praxis tätigen Ingenieure wissen, was die Abminderungsfaktoren χ (vergleichbar mit κ und $1/\omega$) abdecken. Darüber hinaus werden heutzutage häufig Nachweise geführt, bei denen die Berechnungen nach Theorie II. Ordnung unmittelbar erkennbar sind.

Aufgrund der über 40-jährigen Erfahrung im Stahlbau hat der Verfasser die o. g. Stabilitätsnormen häufig verwendet und darüber hinaus an der Erstellung der DIN 18800 Teil 2 als Mitglied des Normenausschusses mitgewirkt. Man sollte sich stets bewusst sein, dass Normen kein Lehrbuchwissen vermitteln und man daher auf gute Lehrbücher angewiesen ist. In diesem Zusammenhang hat der Autor zahlreiche Lehrbücher und Veröffentlichungen herangezogen und damit das entsprechende Wissen kontinuierlich erarbeitet. Einige Bücher hatten eine außergewöhnliche Bedeutung und sollen aufgrund der besonderen Wertschätzung nachfolgend genannt werden:

- Pflüger: Stabilitätsprobleme der Elastostatik [55]
- Roik/Carl/Lindner: Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger Stäbe [56]

- Roik: Vorlesungen über Stahlbau [60]
- Wlassow: Dünnwandige elastische Stäbe [71]
- Bürgermeister/Steup/Kretschmar: Stabilitätstheorie [3]
- Petersen: Stahlbau [53], Statik und Stabilität der Baukonstruktionen [54]

1.2 Grundsätzliches

Zentrales Thema des vorliegenden Buches sind die Stabilität von Stabtragwerken und Berechnungen nach Theorie II. Ordnung. Da dabei die lineare Stabtheorie die Basis bildet, sind einige grundlegende Erläuterungen zu den üblichen Annahmen, Methoden und Vorgehensweisen sowie Hinweise zu grundlegenden Aspekten der Stabilität und Theorie II. Ordnung sinnvoll.

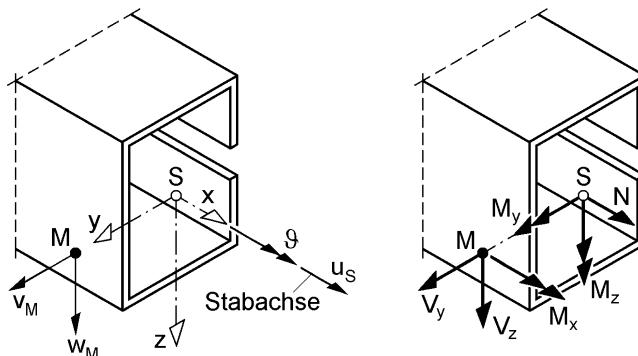


Bild 1.3 Stabquerschnitt im Koordinatensystem mit Verschiebungs- und Schnittgrößen

Stäbe werden in einem **x-y-z-Koordinatensystem** gemäß Bild 1.3 beschrieben, bei dem die **x-Achse die Stabachse** ist. Sie verläuft durch den **Schwerpunkt S** und **y und z sind die Hauptachsen** des Querschnitts. In diesem Koordinatensystem wird auch der **Schubmittelpunkt M(y_M, z_M)** angegeben. Bild 1.3 zeigt beispielhaft einen Sonderfall mit $y_M \neq 0$ und $z_M = 0$.

Zur Ermittlung der Punkte S und M sowie der Richtungen von y und z sind entsprechende Berechnungen durchzuführen. Sie werden in [21] ausführlich erläutert und die erforderlichen Vorgehensweisen hergeleitet. Bei **Querschnitten mit Symmetrieeigenschaften** vereinfachen sich die Berechnungen und bei Querschnitten mit mindestens zwei Symmetriechsen entfallen sie gänzlich, weil S und M im Schnittpunkt der Symmetriechsen liegen und die Richtungen von y und z den Symmetriechsen entsprechen. Bild 1.4 zeigt dazu einige Beispiele.

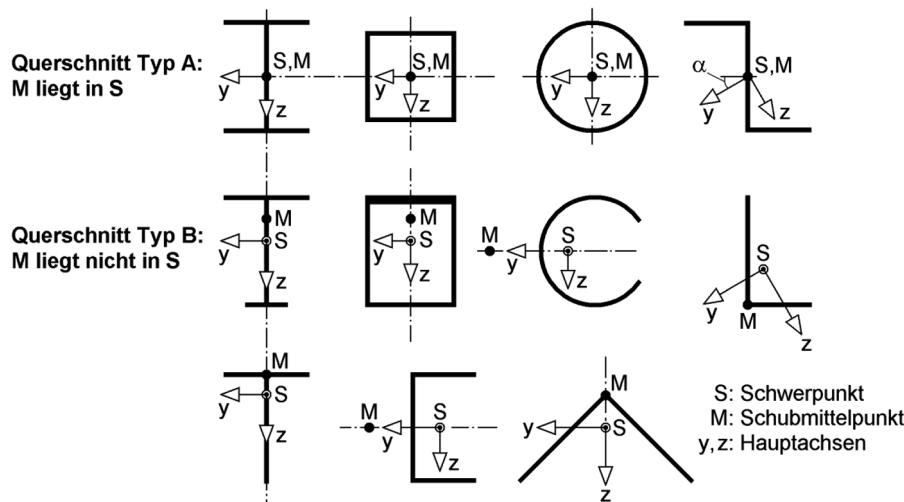


Bild 1.4 Richtung der Hauptachsen sowie Lage von S und M

Bei einigen Problemstellungen wird auch eine **Profilordinate s** und eine **normierte Wölbordinate ω** benötigt, siehe Bild 1.5 und [21].

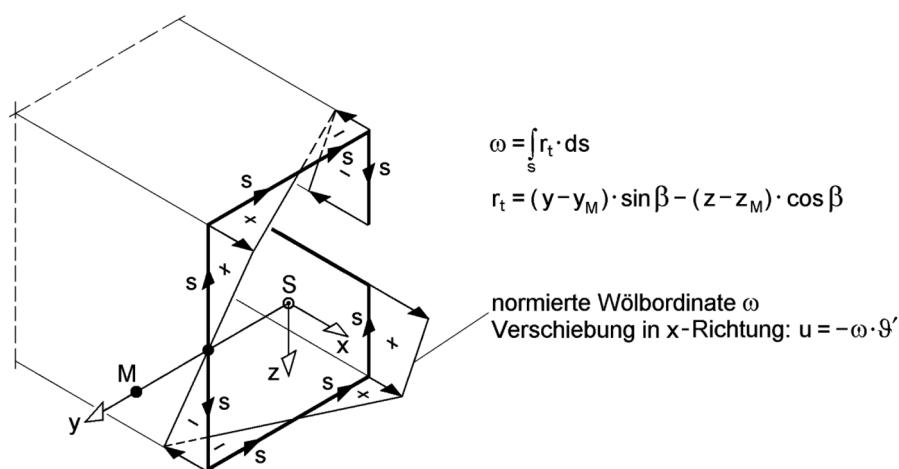


Bild 1.5 Profilordinate **s** und Wölbordinate **ω**

Zur Erläuterung weiterer Grundlagen und Prinzipien wird der Kragträger in Bild 1.6 betrachtet, der am freien Ende durch Einzellasten F_x , F_y und F_z belastet wird. Da F_y außermittig zum Schubmittelpunkt angreift, tritt auch Torsion auf, sodass hier der allgemeine Beanspruchungsfall „zweiachsig Biegung mit Normalkraft und Torsion“ vorliegt, s. Abschnitt 1.4.

Verformungen

Es versteht sich von selbst, dass die Verschiebungen u , v und w die Differenz zwischen der verformten Lage und der Ausgangslage sind. Die Richtungen von u , v und w entsprechen den Richtungen der Koordinaten x , y und z in der **unverformten Ausgangslage**. Wichtig ist, dass sich auch die Verdrehungen φ_x , φ_y und φ_z auf diese Richtungen beziehen, s. auch Bild 1.7. Dies gilt auch für die im Folgenden verwendeten Verdrehungen $\vartheta \equiv \varphi_x$, $w'_M \equiv -\varphi_y$ und $v'_M \equiv \varphi_z$. Der Index M bei w'_M und v'_M kennzeichnet, dass es sich um die Verdrehungen um den Schubmittelpunkt handelt, s. auch Bild 1.3.

Lasten

Es ist eine wesentliche Grundlage der Stabtheorie, dass Lasten bei der Verformung eines Tragwerks ihre Richtung beibehalten. Die Indizes x , y und z beziehen sich daher auf die **unverformte Ausgangslage**. Darüber hinaus wird angenommen, dass die Lasten mit dem Tragwerk **fest verbunden** sind und sie daher wie ihr Angriffspunkt verschoben werden (s. Bild 1.6). Daraus resultiert auch, dass sich am verformten System (Theorie II. Ordnung) zusätzliche Beanspruchungen ergeben.

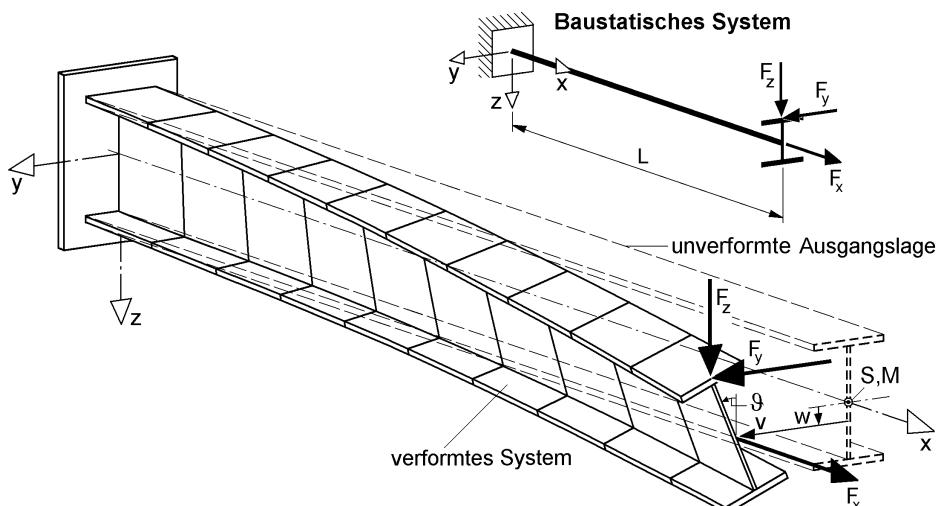


Bild 1.6 Grundsatzbeispiel Kragträger

Koordinatensysteme

Alle Verformungs- und Lastgrößen werden auf das x - y - z -System in der **unverformten Ausgangslage** des Stabes bezogen (siehe oben). Bei einer Verformung des Stabes geht das Koordinatensystem mit, weil es wie die Lasten fest mit dem Stab verbunden ist. Eigentlich müsste man das „mitgehende“ x - y - z -Koordinatensystem zwecks Unterscheidung anders bezeichnen. Dies hat sich aber nicht allgemein durchgesetzt, weil damit auch gewisse Nachteile verbunden sind.

Spannungen

Natürlich kann man Spannungen in beliebigen Koordinatensystemen angeben. Sinnvoll ist das aber nicht, weil damit die Tragfähigkeit von Querschnitten beurteilt werden soll. Es ist daher offensichtlich, dass sich die Richtungen der Spannungen auf das **mitgehende** x-y-z-Koordinatensystem beziehen. Die Normalspannung σ_x , die wichtigste Spannung bei Stäben, hat daher die gleiche Richtung wie die **verformte** Stabachse. Bei der Spannungsermittlung bestehen zwischen Theorie I. und II. Ordnung keine Unterschiede und man kann daher die üblichen Berechnungsformeln verwenden. Es kommt nur darauf an, den Einfluss der Theorie II. Ordnung bei den Schnittgrößen zu berücksichtigen und die Spannungen mit den „richtigen“ **Schnittgrößen**, den sogenannten Nachweisschnittgrößen, zu berechnen.

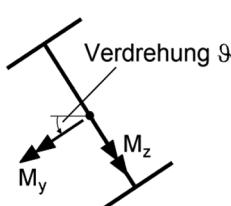
Schnittgrößen

Schnittgrößen werden in englischsprachigen Ländern häufig „stress resultants“, also Spannungsresultierende, genannt. Bei Stäben werden Spannungen σ_x , τ_{xy} und τ_{xz} in der Querschnittsebene gemäß Tabelle 1.1 zu „resultierenden“ Normalkräften, Querkräften, Biegemomenten, Torsionsmomenten und Wölbmomenten, also

N , V_y , V_z , M_y , M_z , M_x und M_{ω} ,

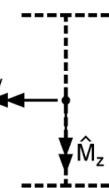
zusammengefasst. Da sie sich aus den Spannungen ergeben, beziehen sich die Schnittgrößen auf das „**mitgehende**“ x-y-z-Koordinatensystem, d. h. auf Querschnitte in der **verformten Lage**. Diese Schnittgrößen werden im Folgenden **Nachweisschnittgrößen** genannt, wenn eine Klarstellung zweckmäßig ist. Teilweise ist es sinnvoll, die Schnittgrößen auf andere Richtungen zu beziehen, beispielsweise auf das x-y-z-Koordinatensystem in der **unverformten Ausgangslage**. Zwecks Unterscheidung werden sie **Gleichgewichtsschnittgrößen** genannt. Zur Erläuterung ist in Bild 1.7 die Ermittlung der Nachweisschnittgrößen M_y und M_z aus den Gleichgewichtsschnittgrößen dargestellt, wenn sich der Querschnitt um den Winkel ϑ verdreht hat (Torsion). Für die Beurteilung der Querschnittstragfähigkeit müssen die Nachweisschnittgrößen verwendet werden.

Querschnitt nach Verformung des Stabes:



Ausgangslage:

Transformationsbeziehungen:



$$M_y = \hat{M}_y \cdot \cos \vartheta + \hat{M}_z \cdot \sin \vartheta$$

$$M_z = \hat{M}_z \cdot \cos \vartheta - \hat{M}_y \cdot \sin \vartheta$$

Näherung für kleine Winkel:

$$\cos \vartheta \approx 1, \sin \vartheta \approx \vartheta$$

$$M_y \approx \hat{M}_y + \hat{M}_z \cdot \vartheta$$

$$M_z \approx \hat{M}_z - \hat{M}_y \cdot \vartheta$$

Bild 1.7 Nachweisschnittgrößen M_y und M_z

Stabilitätsuntersuchungen und Tragfähigkeit

Bei Stabilitätsuntersuchungen sind gemäß Abschnitt 1.5 homogene Gleichungssysteme der Ausgangspunkt der Berechnungen und es werden Eigenwerte (Verzweigungslasten N_{cr} , M_{cr}) sowie bei Bedarf Eigenformen (Knickbiegelinien) ermittelt. Wie bei den Berechnungen nach Theorie II. Ordnung müssen in einem ersten Rechenschritt die Schnittgrößen N , M_y , M_z und M_{ω} bestimmt werden. Die Tragfähigkeit stabilitätsgefährdeter Tragwerke kann gemäß Kapitel 2 mit den folgenden Verfahren nachgewiesen werden (s. Tabelle 2.10):

- Ersatzstabverfahren (ESV) mit Abminderungsfaktoren χ bzw. χ_{LT}
- Ersatzimperfektionsverfahren (EIV) mit w_0 oder v_0
- Fließzonentheorie (FZT) mit w_0 oder v_0 und Eigenspannungen

1.3 Bezeichnungen und Annahmen

Koordinaten, Ordinaten und Bezugspunkte, s. Bild 1.8

x	Stablängsrichtung
y, z	Hauptachsen in der Querschnittsebene
ω	normierte Wölbordinate
s	Profilordinate
S	Schwerpunkt
M	Schubmittelpunkt

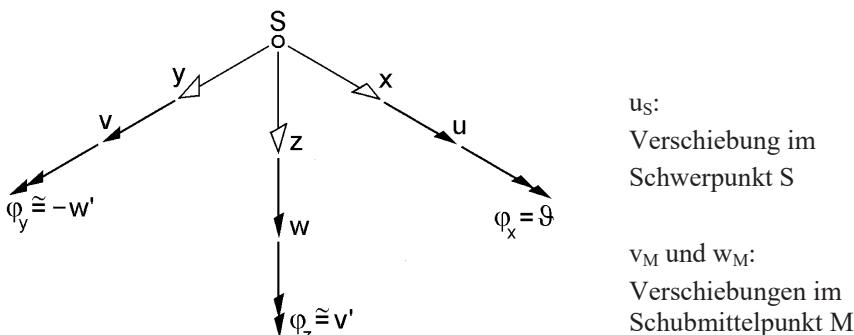


Bild 1.8 x-y-z-KOS und Definition der positiven Verschiebungsgrößen

Bei Stäben ist die x-Achse stets die **Stabachse** und die Achsen y und z bilden die Querschnittsebene, s. Bilder 1.3 bis 1.5. In Bild 1.4 sind einige Querschnitte dargestellt. Dort werden beispielhaft die Lage der Bezugspunkte S und M sowie die Richtung der **Hauptachsen y und z** gezeigt. Die Profilordinate s und die Wölbordinate ω werden in Bild 1.5 an einem Beispiel erläutert.

Verschiebungsgrößen, s. Bild 1.8

- u, v, w Verschiebungen in x-, y- und z-Richtung
 $\varphi_x = \vartheta$ Verdrehung um die x-Achse
 $\varphi_y \cong -w'$ Verdrehung um die y-Achse
 $\varphi_z \cong v'$ Verdrehung um die z-Achse
 $\psi \cong \vartheta'$ Verdrillung der x-Achse

Einwirkungen, Lastgrößen, s. Bild 1.9

- q_x, q_y, q_z Streckenlasten
 F_x, F_y, F_z Einzellasten
 m_x Streckentorsionsmoment
 M_{xL} Lasttorsionsmoment
 M_{yL}, M_{zL} Lastbiegemomente
 $M_{\omega L}$ Lastwölbimoment

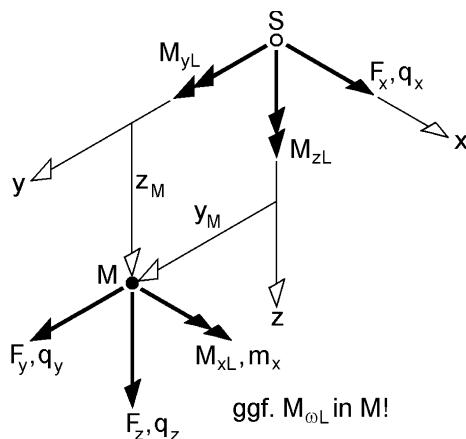


Bild 1.9 Positive Wirkungsrichtungen und Angriffspunkte der Lastgrößen

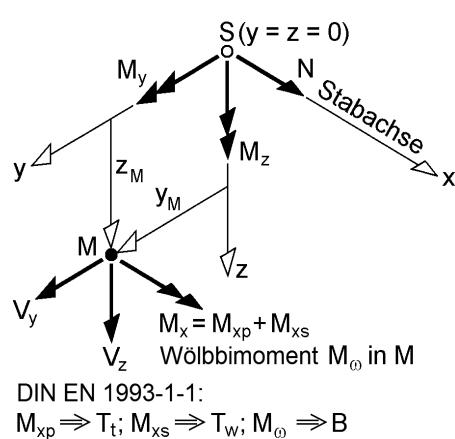


Bild 1.10 Schnittgrößen an der positiven Schnittfläche eines Stabes

Schnittgrößen, s. Bild 1.10

- N Längskraft, Normalkraft
 V_y, V_z Querkräfte
 M_y, M_z Biegemomente
 M_x Torsionsmoment
 M_{xp} primäres Torsionsmoment

DIN EN 1993-1-1:
 T
 T_t

M_{xs}	sekundäres Torsionsmoment	T_w
M_ω	Wölbmoment	B
Index el	Grenzschnittgrößen nach der Elastizitätstheorie	
Index pl	Grenzschnittgrößen nach der Plastizitätstheorie	
Index Rd	Bemessungswert der Beanspruchbarkeit	
Index Ed	Bemessungswert der Beanspruchung	

Spannungen, s. Bild 1.11

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Normalspannungen
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Schubspannungen
σ_v	Vergleichsspannung

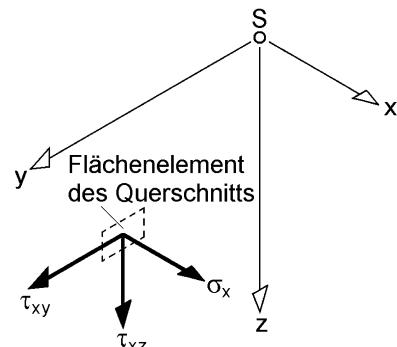


Bild 1.11 Spannungen an der positiven Schnittfläche eines Stabes

Die Spannungen werden gemäß Tabelle 1.1 zu resultierenden Schnittgrößen zusammengefasst. Dabei ist zu beachten, dass die Normalkraft und die Biegemomente im Schwerpunkt wirken, die Querkräfte, die Torsionsmomente und das Wölbmoment dagegen im Schubmittelpunkt, vgl. Bild 1.10.

Tabelle 1.1 Schnittgrößen als Resultierende der Spannungen

Bedingung	Schnittgröße	Definition
$\sum F_x = 0:$	Normalkraft	$N = \int_A \sigma_x \cdot dA$
$\sum V_y = 0:$	Querkraft	$V_y = \int_A \tau_{xy} \cdot dA$
$\sum V_z = 0:$	Querkraft	$V_z = \int_A \tau_{xz} \cdot dA$
$\sum M_x = 0:$	Torsionsmoment	$M_x = \int_A [\tau_{xz} \cdot (y - y_M) - \tau_{xy} \cdot (z - z_M)] \cdot dA = M_{xp} + M_{xs}$
$\sum M_y = 0:$	Biegemoment	$M_y = \int_A \sigma_x \cdot z \cdot dA$
$\sum M_z = 0:$	Biegemoment	$M_z = - \int_A \sigma_x \cdot y \cdot dA$
	Wölbmoment	$M_\omega = \int_A \sigma_x \cdot \omega \cdot dA$

Querschnittskennwerte

A	Fläche
I_y, I_z	Hauptträgheitsmomente
I_{ω}, I_T	Wölbwiderstand, Torsionsträgheitsmoment
W_y, W_z	Widerstandsmomente
S_y, S_z	statische Momente
$i_M, r_y, r_z, r_{\omega}$	Größen für Theorie II. Ordnung und Stabilität, s. Tabelle 9.2

$$i_p = \sqrt{\frac{I_y + I_z}{A}} \quad \text{polarer Trägheitsradius}$$

Biegeknicken (BK) und Biegendrillknicken (BDK)

N_{cr}	ideale Drucknormalkraft (Verzweigungslast, Eigenwert)
L_{cr}	Knicklänge für Biegeknicken
α_{cr}	Verzweigungslastfaktor des Systems (Eigenwert)
$M_{cr,y}$	ideales Biegendrillknickmoment (Eigenwert)
$\bar{\lambda}, \bar{\lambda}_{LT}$	bezogene Schlankheitsgrade
χ, χ_{LT}	Abminderungsfaktoren (LT: lateral torsional buckling)
λ_1	Bezugsschlankheitsgrad
w_0, v_0	Vorkrümmungen (Imperfektionen)
φ_0	Vorverdrehung, Schiefstellung (Imperfektion)
ε	Stabkennzahl für Biegeknicken

Plattenbeulen

σ_E	Bezugsspannung
k_{σ}, k_{τ}	Beulwerte
σ_{cr}, τ_{cr}	ideale Beulspannungen (Eigenwerte)
$\bar{\lambda}_P$	bezogener Schlankheitsgrad
ρ, χ	Abminderungsfaktoren

Werkstoffkennwerte für Stahl, s. Bild 2.1 und Abschnitt 2.3

E	Elastizitätsmodul	$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$
G	Schubmodul	$G = E/(2 \cdot (1 + \nu)) \approx 8100 \text{ kN/cm}^2$
ν	Poissonsche Zahl	$\nu = 0,3$ (Querkontraktion)
ρ	Dichte	$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$
f_y	Streckgrenze	
τ_R	$= f_y / \sqrt{3}$	
f_u, ε_u	Zugfestigkeit, Bruchdehnung	

Teilsicherheitsbeiwerte/Bemessungswerte

γ_M	Teilsicherheitsbeiwert für die Widerstandsgrößen (Material)
γ_F	Teilsicherheitsbeiwert für die Einwirkungen (Force)
Ψ	Kombinationsbeiwert
E_d, R_d	Bemessungswerte der Beanspruchungen bzw. der Beanspruchbarkeiten

Abkürzungen

BDK	Biegedrillknicken
DGL	Differentialgleichung
ESV	Ersatzstabverfahren mit Abminderungsfaktoren χ bzw. χ_{LT} , s. Kapitel 3 bis 6
EIV	Ersatzimperfektionsverfahren mit w_0, v_0 bzw. ϕ_0 , s. Kapitel 7
FEM	Finite Elemente Methode
FZT	Fließzonentheorie mit w_0, v_0 bzw. ϕ_0 und Eigenspannungen, s. Kapitel 11
GMNIA	Geometrically and Materially Nonlinear Analysis with Imperfections
TSV	Teilschnittgrößenverfahren, s. Abschnitt 7.5.5

Fließkriterium

$$\frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - (\sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_x \cdot \sigma_z + \sigma_y \cdot \sigma_z) + 3 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}{f_y^2} \leq 1$$

Vergleichsspannung

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - (\sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_x \cdot \sigma_z + \sigma_y \cdot \sigma_z) + 3 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)} \leq f_y$$

Sofern nicht anders angegeben, gelten folgende **Annahmen** und **Voraussetzungen**:

- Es wird linearelastisches-idealplastisches Werkstoffverhalten gemäß Bild 2.1 vorausgesetzt.
- Verformungen sind so klein, dass geometrische Beziehungen linearisiert werden können, s. Tabelle 2.1.
- Die Querschnittsform eines Stabes bleibt bei Belastung und Verformung erhalten.
- Für zweiachsige Biegung mit Normalkraft wird die Bernoulli-Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte vorausgesetzt und der Einfluss von Schubspannungen infolge von Querkräften auf die Verformungen vernachlässigt (schubstarre Stäbe).
- Bei der Wölbkrafttorsion wird die Wagner-Hypothese vorausgesetzt und der Einfluss von Schubspannungen infolge des sekundären Torsionsmomentes auf die Verdrehung vernachlässigt.

1.4 Grundlegende Beziehungen nach Theorie I. Ordnung

Bei der Stabtheorie wird in der Regel von den folgenden Voraussetzungen ausgegangen:

- y und z sind die Hauptachsen des Querschnitts.
- Die Stabachse verläuft durch den Schwerpunkt S.
- Einige Lasten, Verformungen und Schnittgrößen werden auf den Schwerpunkt S bezogen, andere auf den Schubmittelpunkt M (s. Bilder 1.3, 1.4, 1.9 und 1.10).
- ω ist die normierte Wölbordinate.
- Die Querschnittskennwerte beziehen sich auf die Hauptachsen und die Punkte S bzw. M.

Aufgrund dieser Vorgehensweise können bei der linearen Stabtheorie (Theorie I. Ordnung) beliebige Beanspruchungsfälle in vier voneinander entkoppelte Teilprobleme aufgeteilt werden:

Normalkraft, Biegung um die z-Achse, Biegung um die y-Achse und Torsion

In Tabelle 1.2 sind die grundlegenden Beziehungen für die vier Teilprobleme der linearen Theorie schubstarrer Stäbe zusammengestellt. Die Tabelle enthält eine Zuordnung der Lastgrößen, Verformungen und Schnittgrößen sowie Angaben zum Gleichgewicht am Stabelement und zur Normalspannung σ_x .

Tabelle 1.2 Vier Teilprobleme bei der linearen Stabtheorie nach [21]

	„Normalkraft“	„Biegung um die z-Achse“	„Biegung um die y-Achse“	„Torsion“
Lastgrößen	$q_x; F_x$	$q_y; F_y; M_{zL}$	$q_z; F_z; M_{yL}$	$m_x; M_{xL}; M_{\omega L}$
Verformungen	$u = u_S$	$v = v_M$ $u = -y \cdot v'_M$	$w = w_M$ $u = -z \cdot w'_M$	ϑ $u = -\omega \cdot \vartheta'$ $v = -(z - z_M) \cdot \vartheta$ $w = (y - y_M) \cdot \vartheta$
Schnittgrößen	N	M_z V_y	M_y V_z	M_ω $M_x = M_{xp} + M_{xs}$
Gleichgewicht	$N' = -q_x$	$M'_z = -V_y$ $V'_y = -q_y$	$M'_y = V_z$ $V'_z = -q_z$	$M'_{\omega} = M_{xs}$ $M'_{x} = -m_x$
Spannung $\sigma_x =$	$\frac{N}{A}$ $= E \cdot u'_S$	$-\frac{M_z}{I_z} \cdot y$ $= -E \cdot y \cdot v''_M$	$\frac{M_y}{I_y} \cdot z$ $= -E \cdot z \cdot w''_M$	$\frac{M_\omega}{I_\omega} \cdot \omega$ $= -E \cdot \omega \cdot \vartheta''$

Als Beispiel für die Aufteilung in die vier Teilprobleme wird in Bild 1.12 ein Einfeldträger untersucht, der durch F_x , F_y , q_z und m_x belastet wird. Bei der **linearen Stabtheorie** (Theorie I. Ordnung) können die vier Teilprobleme getrennt voneinander untersucht werden. Bild 1.12 zeigt, welche Beanspruchungsfälle durch die einzelnen Lastgrößen entstehen und welche Verformungen und Schnittgrößen auftreten. Darüber hinaus verdeutlicht das Bild, welche Knotenfreiwerthe bei der FEM zu dem jeweiligen Beanspruchungsfall gehören.

Für das Beispiel in Bild 1.12 wurden Berechnungen mit dem Programm FE-STAB durchgeführt und dabei der Träger in zehn gleich lange Stabelemente eingeteilt. Damit ist die Modellierung fein genug, dass die Funktionsverläufe für die Verformungen und Schnittgrößen vom Programm in zutreffender Weise dargestellt werden können. Im Hinblick auf die Rechengenauigkeit sind bei der Wölbkrafttorsion mindestens fünf Stabelemente erforderlich, s. Bild 3.9 in [29].

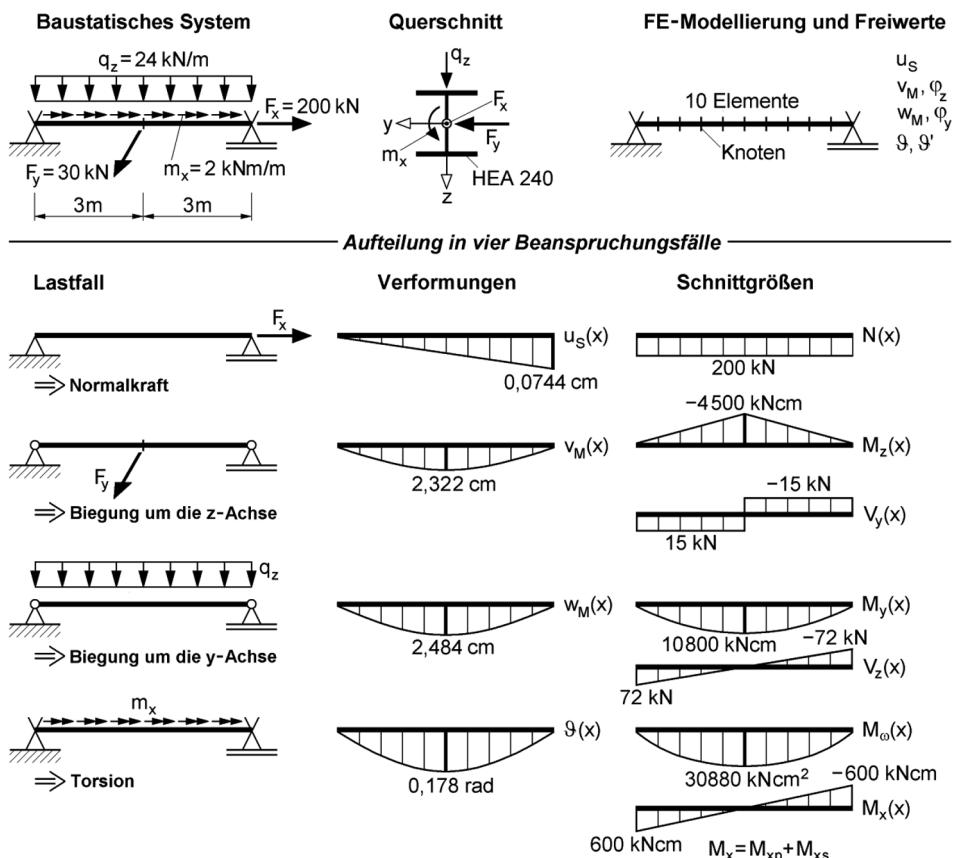


Bild 1.12 Beispiel zur Aufteilung in vier Beanspruchungsfälle und Ergebnisse bei der **linearen** Stabtheorie