

# Finite-Elemente- Methoden im Stahlbau

Matthias Kraus, Rolf Kindmann

**Bauingenieur-Praxis**





**Finite-Elemente-Methoden  
im Stahlbau**



# Finite-Elemente-Methoden im Stahlbau

*Matthias Kraus und Rolf Kindmann*

2., überarbeitete und erweiterte Auflage

## Autoren

### **Matthias Kraus**

Bauhaus-Universität Weimar  
Professur Stahl- und Hybridbau  
Marienstr. 13  
99423 Weimar

### **Rolf Kindmann**

Ingenieursozietät  
Schürmann – Kindmann und Partner  
Prinz-Friedrich-Karl-Str. 36  
44135 Dortmund

## Titelbild

Stahlkonstruktion der Flughalle 7  
am Flughafen Düsseldorf  
(Foto: Rolf Kindmann)

2. Auflage 2020

■ Alle Bücher von Ernst & Sohn werden sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag in keinem Fall, einschließlich des vorliegenden Werkes, für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler irgendeine Haftung.

## Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2020 Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Rotherstraße 21, 10245 Berlin, Germany

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikroverfilmung oder irgendein anderes Verfahren – reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere von Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, dass diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

**Print ISBN** 978-3-433-03149-0

**ePDF ISBN** 978-3-433-60717-6

**ePub ISBN** 978-3-433-60716-9

**oBook ISBN** 978-3-433-60718-3

**Umschlaggestaltung** stilvoll<sup>o</sup> | Werbe- und Projektagentur, Kappelrodeck

**Druck und Bindung**

Gedruckt auf säurefreiem Papier.

## Vorwort zur 2. Auflage

Die Erstauflage aus dem Jahre 2007 wurde vollständig überarbeitet und dem Stand der Technik entsprechend aktualisiert. Alle Berechnungsbeispiele wurden an die Bemessungsregeln der europäischen Normen, d. h. an DIN EN 1993-1-1 und DIN EN 1993-1-5, angepasst. Darüber hinaus wurde der Umfang des Buches mit über 100 Seiten beträchtlich erweitert. Die Erweiterungen betreffen im Wesentlichen Folgendes:

- Zusätzliche Berechnungsbeispiele in Kapitel 5 zur Stabilität von Stäben und Stabwerken mit ausführlichen Erläuterungen zum Nachweis ausreichender Querschnittstragfähigkeit im Abschnitt 5.1.2
- Erläuterungen zu den Nachweisen nach DIN EN 1993-1-5 zum Plattenbeulen mit zahlreichen Hinweisen zum Verständnis sowie Ergänzung und Vertiefung der Berechnungsbeispiele in Kapitel 6 zum Beulen von Platten
- Neues Kapitel 10 „FEM für nichtlineare Berechnungen von Stäben nach der Fließzonentheorie“ mit zahlreichen Berechnungsbeispielen zum Biegeknicken und Biegedrillknicken von Stützen und Trägern
- Neues Kapitel 11 „Grundlagen zur Beschreibung des plastischen Materialverhaltens“

Die Verfasser danken Herrn M. Sc. *Silvio Mämpel*, Frau M. Sc. *Christin Sirtl*, Herrn Dipl.-Ing. *Björn Wittor* und Frau Dipl.-Ing. *Idna Wudtke* der Professur Stahl- und Hybridbau für die wertvollen Anregungen, Vorschläge und Kontrollen. Aktuelle Hinweise zum Buch werden unter [www.kindmann.de](http://www.kindmann.de) und [www.uni-weimar.de/stahl-hybrid](http://www.uni-weimar.de/stahl-hybrid) bekannt gegeben.

Weimar/Dortmund, Oktober 2019

*M. Kraus, R. Kindmann*

## Vorwort zur 1. Auflage

Für die Untersuchung von Tragwerken des Bauwesens hat sich die Methode der finiten Elemente (FEM) in den letzten 30 Jahren allgemein durchgesetzt. Möglich wurde dies durch die stürmische Entwicklung der Computertechnologie und die gezielte Weiterentwicklung computerorientierter Berechnungsverfahren. Die FEM ist heutzutage eine universelle Berechnungsmethode, die jeder Statiker sicher beherrschen muss.

Das vorliegende Buch konzentriert sich auf **FE-Methoden** zur Ermittlung von Schnittgrößen, Verformungen, Verzweigungslasten (Eigenwerten) und Eigenformen für **Stahlkonstruktionen**. Neben linearen Berechnungen für **Tragwerke** bilden die Stabilitätsfälle Biegeknicken, Biegedrillknicken und Plattenbeulen im Hinblick auf Verzweigungslasten und Berechnungen nach Theorie II. Ordnung wichtige Schwerpunkte. Hinzu kommen FE-Methoden für die Untersuchung von Querschnitten, die zurzeit noch relativ selten zur Anwendung kommen, zukünftig aber sicherlich stark an Bedeutung gewinnen werden.

Das vorliegende Buch ist für Studierende an Fachhochschulen, Technischen Hochschulen und Universitäten sowie Ingenieure in der Baupraxis konzipiert. Es werden daher die Grundlagen der FEM behandelt, Finite Elemente für die Untersuchungen von Stahlkonstruktionen entwickelt und neben Erläuterungen zum Verständnis Anwendungshinweise gegeben. Darüber hinaus wird mit zahlreichen Berechnungsbeispielen die Lösung baupraktischer Aufgabenstellungen gezeigt und Folgendes vermittelt:

- Welche finiten Elemente eignen sich für die im Stahlbau vorkommenden Aufgabenstellungen?
- Was ist bei der Auswahl der Elemente und der FE-Modellierung im Hinblick auf normengerechte Nachweise zu beachten?
- Welche computerorientierten Verfahren eignen sich vorzugsweise für die Finite-Elemente-Methode zur Lösung von Gleichungen und zur Ermittlung von Eigenwerten und -formen?

Die Verfasser danken Herrn Dipl.-Ing. *Niebuhr* von der Ingenieursozietät Schürmann-Kindmann und Partner, Dortmund, sowie den Herren Dr.-Ing. *Wolf* und Dipl.-Ing. *Vette* für die wertvollen Anregungen und fachlichen Diskussionen. Ein besonderer Dank gilt Frau *Habel* für die druckfertige Erstellung des Manuskriptes und Herrn *Steinbach* für die Anfertigung der Bilder. Aktuelle Hinweise zum Buch werden unter [www.kindmann.de](http://www.kindmann.de), [www.rub.de/stahlbau](http://www.rub.de/stahlbau) und [www.skp-ing.de](http://www.skp-ing.de) veröffentlicht.

Bochum, Februar 2007

*R. Kindmann, M. Kraus*



# **Autoren**

## **Univ.-Prof. Dr.-Ing. Matthias Kraus**

studierte Bauingenieurwesen an der Technischen Universität Darmstadt. Von 2001 bis 2010 war er am Lehrstuhl für Stahl- und Verbundbau der Ruhr-Universität Bochum tätig, zunächst als Wissenschaftlicher Mitarbeiter und nach der Promotion in 2005 in der Funktion des Oberingenieurs. Im Jahre 2010 wechselte er als Oberingenieur und Abteilungsleiter Tragwerksplanung zur Ingenieursozietät Schürmann – Kindmann und Partner in Dortmund und übernahm Lehraufträge an der Ruhr-Universität Bochum und der Vietnamese-German University in Ho-Chi-Minh Stadt. Im Jahre 2015 folgte er dem Ruf an die Bauhaus-Universität Weimar zum Lehrstuhlinhaber der Professur Stahl- und Hybridbau.

## **Univ.-Prof. em. Dr.-Ing. Rolf Kindmann**

studierte Bauingenieurwesen an der Ruhr-Universität Bochum. Von 1974 bis 1989 war er für sechs Jahre als Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Ruhr-Universität Bochum und für zehn Jahre in verschiedenen Positionen bei Thyssen Engineering tätig, zuletzt als Hauptabteilungsleiter aller technischen Büros. Im Jahre 1990 wurde er zum Ordinarius des Lehrstuhls für Stahl- und Verbundbau an der Ruhr-Universität Bochum ernannt und im Jahre 1991 gründete er die Ingenieursozietät Schürmann – Kindmann und Partner SKP in Dortmund, in der er als Beratender Ingenieur, Prüfingenieur für Baustatik (Fachrichtungen Metall- und Massivbau) sowie als Gutachter wirkte. Seit Beendigung seiner Tätigkeit als Gesellschafter ist Herr Prof. Kindmann der Ingenieursozietät SKP weiterhin eng verbunden



Advert not available in this digital edition

Advert not available in this digital edition

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>V</b>
<b>Autoren</b>	<b>VII</b>
<b>1 Einleitung und Übersicht</b>	<b>1</b>
1.1 Erforderliche Nachweise und Nachweisverfahren	1
1.2 Verfahren zur Schnittgrößenermittlung	2
1.3 Elementtypen und Anwendungsbereiche	4
1.4 Lineare und nichtlineare Berechnungen	6
1.5 Bezeichnungen und Annahmen	9
1.6 Grundlegende Beziehungen	15
1.7 Linearisierung	18
1.8 Software/Downloads	21
<b>2 Grundlagen der FEM</b>	<b>22</b>
2.1 Allgemeines	22
2.2 Grundideen und Methodik	22
2.3 Ablauf der Berechnungen	28
2.4 Gleichgewicht	30
2.4.1 Vorbemerkungen	30
2.4.2 Prinzip der virtuellen Arbeit	31
2.4.3 Prinzip vom Minimum der potentiellen Energie	33
2.4.4 Differentialgleichungen	35
2.5 Ansatzfunktionen für die Verformungen	37
2.5.1 Grundsätzliches	37
2.5.2 Polynomfunktionen für Stabelemente	38
2.5.3 Trigonometrische und Hyperbelfunktionen für Stabelemente	41
2.5.4 Ansatzfunktionen für das Plattenbeulen	46
2.5.5 Eindimensionale Funktionen für Querschnitte	50
2.5.6 Zweidimensionale Funktionen für Querschnitte	53
<b>3 FEM für lineare Berechnungen von Stabtragwerken</b>	<b>58</b>
3.1 Vorbemerkungen	58
3.2 Stabelemente für lineare Berechnungen	58
3.2.1 Verknüpfung der Verformungs- und Schnittgrößen	58
3.2.2 Normalkraftbeanspruchungen	60
3.2.3 Biegebeanspruchungen	63

3.2.4	Torsionsbeanspruchungen	66
3.2.5	Beliebige Beanspruchungen	70
3.3	Knotengleichgewicht im globalen Koordinatensystem	73
3.4	Bezugssysteme und Transformationen	76
3.4.1	Problemstellung	76
3.4.2	Stabelemente in der X-Z-Ebene	81
3.4.3	Stabelemente im räumlichen X-Y-Z-KOS	84
3.4.4	Lastgrößen	87
3.4.5	Verdrillung und Wölbbimoment	89
3.4.6	Finite Elemente für beliebige Bezugssysteme	95
3.5	Gleichungssystem	96
3.5.1	Ziel	96
3.5.2	Gesamtsteifigkeitsmatrix	96
3.5.3	Gesamtlastvektor	98
3.5.4	Geometrische Randbedingungen	100
3.6	Berechnung der Verformungsgrößen	102
3.7	Ermittlung der Schnittgrößen	103
3.8	Ermittlung der Auflagerreaktionen	105
3.9	Einwirkungen/Lastgrößen	106
3.9.1	Einzellasten	106
3.9.2	Streckenlasten	106
3.9.3	Stützensenkungen	107
3.9.4	Temperatureinwirkungen	108
3.10	Federn und Schubfelder	109
3.11	Gelenke und Gelenkfedern	113
3.12	Einflusslinien	117
3.13	Übertragungsmatrizenverfahren	121
3.14	Schubweiche Stabelemente	126
<b>4</b>	<b>FEM für nichtlineare Berechnungen von Stabtragwerken</b>	<b>133</b>
4.1	Allgemeines	133
4.2	Gleichgewicht am verformten System	133
4.3	Ergänzung der virtuellen Arbeit	137
4.4	Knotengleichgewicht unter Berücksichtigung von Verformungen	143
4.5	Geometrische Steifigkeitsmatrix	145
4.6	Sonderfall: Biegung mit Druck- bzw. Zugnormalkraft	150
4.7	Vorverformungen und geometrische Ersatzimperfektionen	154
4.8	Berechnungen nach Theorie II. Ordnung und Nachweisschnittgrößen	158
4.9	Stabilitätsuntersuchungen/Verzweigungslasten	165
4.10	Eigenformen/Knickbiegelinien	167
4.11	Fließgelenktheorie	171

---

<b>5</b>	<b>Anwendungsbeispiele für Stabtragwerke</b>	<b>175</b>
5.1	Übersicht	175
5.1.1	Allgemeines	175
5.1.2	Nachweis ausreichender Querschnittstragfähigkeit	176
5.1.3	Stabilitätsnachweise für Stäbe	183
5.1.4	Auswahl der Elementtypen und -matrizen	187
5.1.5	Tragfähigkeitsmindernde Einflüsse	189
5.2	Träger	190
5.2.1	Vorbemerkungen	190
5.2.2	Einfeldträger mit Kragarm	190
5.2.3	Traglast eines Zweifeldträgers	193
5.2.4	Zweifeldträger mit elastischem Mittelaufleger	197
5.2.5	Träger mit planmäßiger Torsion	199
5.2.6	Kranbahnträger	201
5.3	Stützen und andere Druckstäbe	205
5.3.1	Vorbemerkungen	205
5.3.2	Elastisch eingespannte Rohrstütze	205
5.3.3	Stütze mit planmäßiger Biegung und drei Stabilitätsfällen	207
5.3.4	Giebelwanddeckstütze	210
5.4	Fachwerke	214
5.4.1	Vorbemerkungen	214
5.4.2	Ebener Fachwerkbinder	214
5.4.3	Montagezustand des Torbinders einer Flugzeughalle	218
5.5	Rahmen und Stabwerke	220
5.5.1	Vorbemerkungen	220
5.5.2	Zweigelenkrahmen mit Zwischenbühne	221
5.5.3	Rahmen unter Berücksichtigung von Anschlusssteifigkeiten	225
5.5.4	Haupttragwerk einer Stabbogenbrücke	231
5.5.5	Silodachkonstruktion	235
5.6	Trägerroste	239
5.6.1	Vorbemerkungen	239
5.6.2	Fahrbahn einer Stabbogenbrücke	240
<b>6</b>	<b>FEM für ebene Flächentragwerke – Plattenbeulen</b>	<b>242</b>
6.1	Scheiben und Platten	242
6.2	Spannungen und Schnittgrößen	242
6.3	Verschiebungsgrößen	244
6.4	Grundlegende Beziehungen	245
6.5	Prinzip der virtuellen Arbeit	247
6.6	Scheiben und Platten im Stahlbau	249

6.7	Steifigkeitsmatrix für ein Plattenelement	251
6.8	Geometrische Steifigkeitsmatrix für das Plattenbeulen	255
6.9	Längs- und querausgesteifte Platten	256
6.10	Plattenbeulnachweise nach DIN EN 1993-1-5	258
6.11	Berechnung von Beulspannungen und Beulflächen	264
6.12	Anwendungsbeispiele zum Plattenbeulen	271
6.12.1	Vorbemerkungen	271
6.12.2	Einzel Feld mit konstantem $\sigma_x$	271
6.12.3	Ein- und zweiwellige Beulflächen, gleiche Beulspannungen	274
6.12.4	Stegblech einer Verbundbrücke mit Schubbeanspruchung	276
6.12.5	Stegblech mit Biegebeanspruchung	277
6.12.6	Bodenblech mit Längssteife	279
6.12.7	Vollwandträgersteg mit Längssteifen	283
6.12.8	Veränderte Anordnung der Längssteifen	292
<b>7</b>	<b>FEM für Stabquerschnitte</b>	<b>294</b>
7.1	Aufgabenstellungen	294
7.2	Normierte Bezugssysteme und Querschnittskennwerte	296
7.3	Prinzip der virtuellen Arbeit	299
7.4	Eindimensionale Elemente für dünnwandige Querschnitte	304
7.4.1	Virtuelle Arbeit	304
7.4.2	Elementsteifigkeitsbeziehungen	306
7.4.3	Gleichungssysteme	309
7.4.4	Berechnungen der Querschnittswerte und Spannungen	311
7.4.5	Zusammenstellung	314
7.5	Zweidimensionale Elemente für dickwandige Querschnitte	315
7.5.1	Vorbemerkungen	315
7.5.2	Virtuelle Arbeit für dickwandige Querschnittselemente	317
7.5.3	Elementgeometrie	318
7.5.4	Transformationsbeziehungen	321
7.5.5	Steifigkeitsbeziehungen	323
7.5.6	Numerische Integration	325
7.5.7	Querschnittswerte und Spannungen	328
7.5.8	Güte der Näherungslösungen	329
7.5.9	Sonderfall: Rechteckige Elemente	331
7.6	Berechnungsablauf	335
7.7	Anwendungsbeispiele	337
7.7.1	Vorbemerkungen	337
7.7.2	Einzelliger Hohlkastenquerschnitt	337
7.7.3	Brückenquerschnitt mit Trapezsteifen	342
7.7.4	Rechteckiger Vollquerschnitt	345



7.7.5	Doppelsymmetrischer I-Querschnitt	351
7.7.6	Kranschiene	358
7.7.7	Numerische Erfassung des Schubverzerrungseinflusses auf die Normalspannungsverteilung	360
7.8	Schubkorrekturfaktoren	362
<b>8</b>	<b>Gleichungssysteme</b>	<b>367</b>
8.1	Problemstellung	367
8.2	Lösungsverfahren	368
8.3	<i>Gaußscher</i> Algorithmus	369
8.4	<i>Cholesky</i> -Verfahren	370
8.5	<i>Gaucho</i> -Verfahren	370
8.6	Berechnungsbeispiel	372
8.7	Ergänzende Hinweise	374
<b>9</b>	<b>Lösung von Eigenwertproblemen</b>	<b>375</b>
9.1	Problemstellung	375
9.2	Erläuterungen zum Verständnis	376
9.3	Matrizenzerlegungsverfahren	381
9.4	Inverse Vektoriteration	386
9.5	Kombination der Lösungsverfahren	392
<b>10</b>	<b>FEM für nichtlineare Berechnungen von Stäben nach der Fließzonentheorie</b>	<b>395</b>
10.1	Einführung	395
10.1.1	Vorbemerkungen	395
10.1.2	Grundlegende Einführungsbeispiele	395
10.2	Hinweise zu geometrisch nichtlinearen Berechnungen	398
10.3	Berücksichtigung der physikalischen Nichtlinearität	402
10.3.1	Vorbemerkungen	402
10.3.2	Einführungsbeispiel	402
10.3.3	Dehnungsiteration für $\sigma_x$ -Schnittgrößen	406
10.4	Grundlagen und Annahmen für Berechnungen nach der Fließzonentheorie	413
10.4.1	Vorbemerkungen	413
10.4.2	Werkstoffgesetz	413
10.4.3	Imperfektionen	416
10.4.4	Zum Einfluss der Imperfektionen	420
10.5	Gleichgewicht	422
10.5.1	Inkrementelles Gleichungssystem nach Theorie II. Ordnung	422

10.5.2	Verallgemeinertes inkrementell-iteratives Verfahren	428
10.5.3	Bogenlängenverfahren	432
10.6	Steifigkeitsmatrix für Bauteile mit Fließzonen	434
10.7	Berechnungsbeispiele	438
10.7.1	Fließzonenberechnungen auf Grundlage von DIN EN 1993	438
10.7.2	Berechnungen mit dem Programm FE-STAB-FZ	439
10.7.3	Bauteile mit doppelsymmetrischen I-Querschnitten	440
10.7.4	Stütze HEA 140 mit Druckkraft und planmäßiger Biegung	443
10.7.5	Einfeldträger IPE 300 mit Druckkraft und planmäßiger Biegung	445
10.7.6	Stütze IPE 300 mit Einspannung am Stützenfuß	447
10.7.7	Einfeldträger IPE 450 mit Kragarm	449
10.7.8	Zweifeldriger Kranbahnträger HEB 300	451
10.7.9	Biegung und Torsion eines Versuchsträgers IPE 200	454
10.7.10	Zweiachsig außermittig belastete Versuchsstütze HEB 200	457
10.7.11	Auswirkungen von Fließzonen auf die Tragfähigkeit	461
<b>11</b>	<b>Grundlagen zur Beschreibung des plastischen Materialverhaltens</b>	<b>465</b>
11.1	Einleitung	465
11.2	Grundlegende mechanische Beziehungen	466
11.2.1	Spannungs- und Verzerrungstensor	466
11.2.2	Zusammenhang zwischen Spannungen und Verzerrungen	469
11.3	Beschreibung der Plastizität	472
11.3.1	Fließkriterium	472
11.3.2	Verfestigungsregel	476
11.3.3	Fließregel	480
11.4	Hinweise zur Berücksichtigung der Plastizität in numerischen Berechnungen	486
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>489</b>
	<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>495</b>

# 1 Einleitung und Übersicht

## 1.1 Erforderliche Nachweise und Nachweisverfahren

Für Tragwerke des Bauwesens sind die Tragfähigkeit, die Gebrauchstauglichkeit, die Dauerhaftigkeit bzw. die Ermüdungsfestigkeit und die Lagesicherheit nachzuweisen. Da die Bauteile im Stahlbau in der Regel schlank und dünnwandig sind, haben Tragfähigkeitsnachweise für stabilitätsgefährdete Konstruktionen bezüglich Biegeknicken, Biegedrillknicken und Plattenbeulen große Bedeutung und bilden daher einen wichtigen Schwerpunkt in statischen Berechnungen. In diesem Zusammenhang ist die Ermittlung von Schnittgrößen, Verformungen und Verzweigungslasten eine zentrale Aufgabe, deren Lösung in dem vorliegenden Buch mithilfe der Finiten-Elemente-Methode (FEM) behandelt wird.

Die Berechnungen und Nachweise müssen die gesetzlichen Anforderungen erfüllen und dem Stand der Technik entsprechen. Für Stahlkonstruktionen bilden die Normen DIN EN 1990, DIN EN 1991 und insbesondere DIN EN 1993 die wesentliche Grundlage. Tabelle 1.1 enthält eine Zusammenstellung der *Nachweise* zur Tragfähigkeit nach DIN EN 1993-1-1, [5].

**Tabelle 1.1** Nachweise nach DIN EN 1993-1-1 zur Tragfähigkeit mit  $E_d \leq R_d$

<b>Nachweis- methode</b>	<b>Tragwerksberechnung</b> ⇒ Beanspruchungen $E_d$	<b>Querschnittsausnutzung</b> ⇒ Beanspruchbarkeiten $R_d$
<b>NW 1</b> (sehr häufig) Querschnitte der Klassen 1 bis 3	nach der Elastizitätstheorie ⇒ Schnittgrößen $N, M_y$ usw.	nach der Elastizitätstheorie ⇒ Bemessungswert der Streckgrenze $f_{y,Rd}$
<b>NW 2</b> (häufig) Querschnitte der Klassen 1 und 2	nach der Elastizitätstheorie ⇒ Schnittgrößen $N, M_y$ usw.	nach der Plastizitätstheorie ⇒ Ausnutzung der plastischen Querschnittstragfähigkeit
<b>NW 3</b> (selten) Querschnitte der Klasse 1	nach der Plastizitätstheorie ⇒ Schnittgrößen nach der Fließ- gelenk- oder Fließzonentheorie	nach der Plastizitätstheorie ⇒ Ausnutzung der plastischen Querschnittstragfähigkeit
<b>NW 4</b> (selten) Querschnitte der Klasse 4	nach der Elastizitätstheorie ⇒ Schnittgrößen $N, M_y$ usw.	nach der Elastizitätstheorie unter Berücksichtigung des Beulens

Die Verwendung einer *Nachweismethode* setzt voraus, dass die einzelnen Querschnittsteile (Stege und Gurte) die Druckspannungen aufnehmen können, so dass kein Beulen auftritt und eine ausreichende Rotationskapazität vorhanden ist, s. Abschnitt 5.1.2. Hilfen für die Überprüfung der  $c/t$ -Verhältnisse finden sich in Profiltabellen, s. z. B. [15]. Vollplastische Schnittgrößen für Walzprofile finden sich in den Profilta-

bellen von [15], Interaktionsbeziehungen und Nachweise mit dem Teilschnittgrößenverfahren im Abschnitt 5.1.2 und in [15] und [12].

Der Index „d“ bei  $E_d$  und  $R_d$  in Tabelle 1.1 kennzeichnet, dass die **Beanspruchungen mit den Bemessungswerten** der Einwirkungen zu berechnen sind und es sich um die **Bemessungswerte der Beanspruchbarkeiten** handelt. Auf die Berechnung der Beanspruchungen und Beanspruchbarkeiten wird im Abschnitt 1.4 „Lineare und nichtlineare Berechnungen“ näher eingegangen. In Tabelle 1.2 wird erläutert, wie die Nachweise in der Regel geführt werden.

**Tabelle 1.2** Hinweise zur Durchführung der Tragfähigkeitsnachweise

Nachweismethode	Nachweise
NW 1 (QK 1 bis 3)	mit Spannungen und der Streckgrenze bzw. dem Fließkriterium
NW 2 (QK 1 und 2)	mit plastischen Grenzschnittgrößen bzw. Interaktionsbeziehungen
NW 3 (QK 1)	nach der Fließgelenktheorie mit kinematischen Ketten oder schrittweise elastischen Berechnungen; nach der Fließzonentheorie mit EDV-Programmen
NW 4 (QK 4)	mit Spannungen unter Berücksichtigung des Beulens

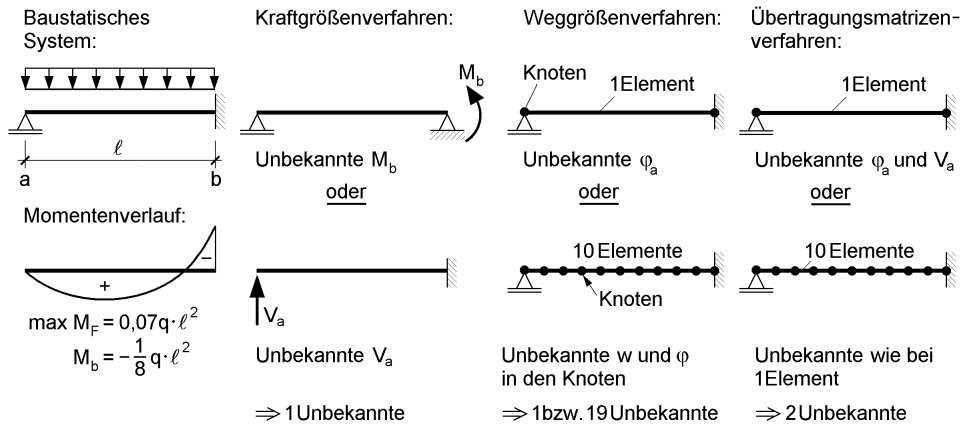
## 1.2 Verfahren zur Schnittgrößenermittlung

Bekanntlich können die Schnittgrößen in statisch bestimmten Systemen mithilfe von **Gleichgewichtsbedingungen** und Schnittprinzipien ermittelt werden. Dies ist bei statisch **unbestimmten** Systemen nicht möglich und man benötigt daher andere Lösungsverfahren, wie z. B. das **Kraftgrößenverfahren**, das das klassische Verfahren der Baustatik ist. Es ist für die Handrechnung gut geeignet und sehr anschaulich, da es dem ingenieurmäßigen Verständnis unmittelbar zugänglich ist. Der Nachteil ist jedoch, dass man für die unterschiedlichen baustatischen Systeme stets einen neuen Lösungsansatz entwickeln muss und es darüber hinaus für viele Aufgabenstellungen gänzlich ungeeignet ist.

Bild 1.1 zeigt als Beispiel einen **einfach** statisch unbestimmten Biegeträger. Beim Kraftgrößenverfahren muss daher **eine** unbekannte Kraftgröße bestimmt werden. Danach kann der Momentenverlauf unter Verwendung der Gleichgewichtsbedingungen bestimmt werden. Ausgangspunkt des Verfahrens ist stets die Wahl eines statisch bestimmten Hauptsystems. Da man dabei mehrere Möglichkeiten hat, sind die beiden Systeme in Bild 1.1 ausgewählte Beispiele. Allgemein werden drei Verfahren für die Schnittgrößenermittlung unterschieden:

- *Kraftgrößenverfahren*
- *Weggrößenverfahren* → FEM
- *Übertragungsmatrizenverfahren* → FEM

Während beim *Kraftgrößenverfahren* die **Kraftgrößen** die Unbekannten des entstehenden Gleichungssystems sind, sind es beim *Weggrößenverfahren* die **Weggrößen**, d. h. die Verschiebungen und Verdrehungen, weshalb es auch *Verformungsgrößenverfahren* genannt wird. Wenn man die baustatischen Systeme in finite Elemente (Stabelemente) einteilt, ist das Weggrößenverfahren in hervorragender Weise für eine verallgemeinerte Formulierung geeignet und daher universell in einem weiten Anwendungsbereich einsetzbar. Ingenieurmäßig anschaulich ist es nicht und es ist stark mathematisch-mechanisch ausgerichtet, weil häufig große Datenmengen zu verarbeiten und große Gleichungssysteme zu lösen sind. Dies hängt natürlich vom statischen System und der FE-Modellierung ab.



**Bild 1.1** Unbekannte Größen beim Kraftgrößen-, Weggrößen- und Übertragungsmatrizenverfahren für ein ausgewähltes Beispiel

Bild 1.1 zeigt beispielhaft die Anwendung des *Weggrößenverfahrens*. Unbekannte Größen sind bei diesem Verfahren die Verformungsgrößen in den Knoten, d. h. beim untersuchten Biegeträger die Verschiebung  $w$  und die Verdrehung  $\varphi$ . Pro Knoten treten also zwei Unbekannte auf. Für das Beispiel ergeben sich dann unter Berücksichtigung der geometrischen Randbedingungen **eine** bzw. 19 Unbekannte. Bei der FE-Modellierung mit zehn Elementen treten relativ viele Unbekannte auf (19). Vorteilhaft ist dabei aber, dass keine weiteren Handrechnungen erforderlich sind, weil verfahrensbedingt alle Zustandsgrößen (Biegemomente, Querkräfte, Durchbiegungen, Verdrehungen) in den Knoten, d. h. praktisch im gesamten Träger, berechnet werden.

Aufgrund des numerischen Aufwandes ist die weite Verbreitung der FEM unter Verwendung des *Weggrößenverfahrens* eng mit der stürmischen Entwicklung leistungsfähiger Computer verbunden. Noch bis etwa 1985 war es eine wichtige Aufgabe, Tragwerke so durch finite Elemente zu modellieren, dass der begrenzte Speicherplatz ausreichte und Rechenzeiten nicht ausufernten. Heutzutage sind derartige Überlegungen nur noch bei außergewöhnlichen Tragwerken und Berechnungen von Bedeutung. Andererseits stellt man häufig bei statischen Berechnungen fest, dass mit übertrieben feinen FE-Modellierungen oder ungeeigneten finiten Elementen „überflüssig viel Pa-

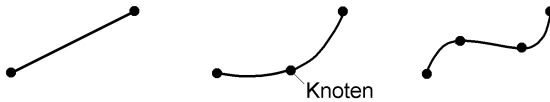
pier erzeugt wird“. Wie Bild 1.1 zeigt, kann es durchaus sinnvoll sein, Einfeldträger mit einem FEM-Programm zu berechnen, weil vom Programm direkt alle Größen für die erforderlichen Nachweise ermittelt werden und man mit geringem Aufwand die entsprechenden Seiten für die statische Berechnung ausdrucken kann.

Als drittes Verfahren ist in der obigen Aufzählung das **Übertragungsmatrizenverfahren** aufgeführt. Es wird auch *Reduktionsverfahren* genannt und eignet sich für durchgehende Stabzüge, wie z. B. Durchlaufträger. Unbekannte des entstehenden Gleichungssystems sind die unbekanntes Schnitt- und Weggrößen **am Beginn** des Stababzuges (siehe auch Bild 1.1), so dass sich bei Stäben maximal sieben Unbekannte ergeben. Entsprechend gering ist der Bedarf an Speicherplatz und Rechenzeit. Man hat mit dem *Übertragungsmatrizenverfahren* früher häufig Vollwandträgerbrücken bemessen, da sich selbst bei Durchlaufträgern über mehrere Felder nur zwei Unbekannte ergeben (Hauptträger, Abtragung der Vertikallasten). EDV-Programme, die dieses Verfahren verwenden, sind heutzutage selten. Es findet sich aber teilweise in aktuellen FEM-Programmen für Stäbe und Stabwerke, wobei jedoch zuerst mit einer relativ groben Einteilung in finite Elemente nach dem *Weggrößenverfahren* gerechnet wird. Anschließend werden die einzelnen Stäbe meist in fünf bis zehn Elemente aufgeteilt und detaillierter mit dem *Übertragungsmatrizenverfahren* untersucht. Weitere Einzelheiten zu diesem Verfahren finden sich in Abschnitt 3.13.

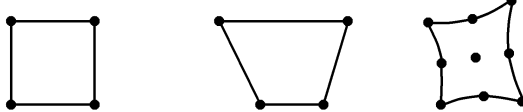
### 1.3 Elementtypen und Anwendungsbereiche

Bei Berechnungen mit der FEM werden Tragwerke durch möglichst zutreffende **baustatische Systeme** (Stabwerke, Platten, Scheiben usw.) idealisiert und dann in geeigneter Weise in finite Elemente eingeteilt, s. Bild 1.3. Man unterscheidet:

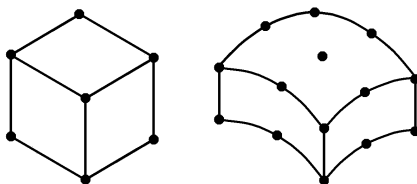
Linienelemente (Stabelemente)



Flächenelemente

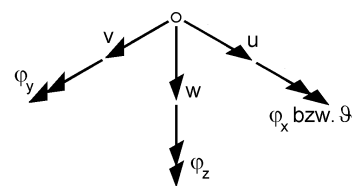


Volumenelement



Mögliche Knotenfreiwerte:

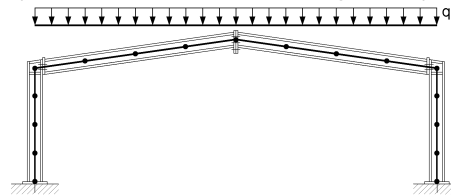
- Verschiebungen  $u, v$  und  $w$
- Verdrehungen  $\varphi_x$  bzw.  $\vartheta, \varphi_y$  und  $\varphi_z$



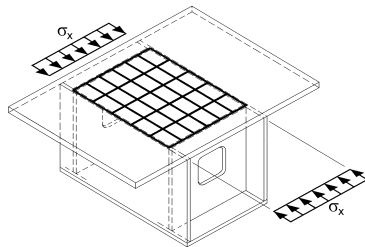
- Verdrillung  $\vartheta'$  bzw.  $w''$

**Bild 1.2** Elementtypen und mögliche Knotenfreiwerte

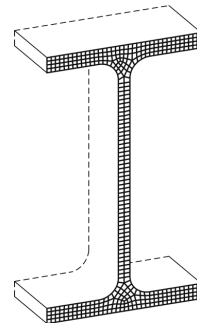
a) Stabelemente für Rahmentragwerke (Stabtragwerke)



b) Rechteckige Flächenelemente für das Plattenbeulen



c) Krummlinig berandete Flächenelemente für Stabquerschnitte



**Bild 1.3** Beispiele zur Diskretisierung unterschiedlicher Problemstellungen des Stahlbaus mit finiten Elementen

- *Linielemente* (gerade oder gekrümmt)
- *Flächenelemente* (eben oder gekrümmt)
- *Volumenelemente* (quaderförmig oder mit gekrümmten Oberflächen)

In Bild 1.2 sind entsprechende Elemente beispielhaft dargestellt. Sofern Stäbe oder Stabwerke untersucht werden, kann es in einigen Anwendungsfällen sinnvoll sein, die **Stabquerschnitte** mithilfe der FEM zu untersuchen.

Dabei werden je nach Aufgabenstellung

- *Linielemente* (gerade oder gekrümmt) oder
- *Flächenelemente* (viereckig oder dreieckig, gerade oder gekrümmte Ränder)

verwendet.

Für die Berechnung von Tragwerken aus Baustahl werden fast ausschließlich **Stabelemente** verwendet (s. Bild 1.3a), die häufig Bestandteil der folgenden baustatischen Systeme sind:

- einfeldrige und durchlaufende Biegeträger
- Stützen und ebene Rahmen
- ebene und räumliche Fachwerke
- räumliche Stabtragwerke
- Trägerroste

Die hier aufgeführten baustatischen Systeme kommen vornehmlich im **Hoch-, Industrie- und Anlagenbau** vor. Sie erfordern aufgrund unterschiedlicher Beanspruchungen Stabelemente mit bis zu sieben Verformungsgrößen in den Knoten (Knotenfrei-

werte). Auf die Anzahl der erforderlichen Verformungsgrößen pro Knoten wird in den Kapiteln 3 und 5 näher eingegangen.

**Stabelemente** sind auch für die Berechnung von **Brücken** die üblichen finiten Elemente. Ob Vollwandträger-, Fachwerkbalken-, Stabbogen- oder Schrägseilbrücken, Flächenelemente (Scheiben, Platten, Schalen) werden nur selten verwendet. Ein wesentlicher Hintergrund dazu ist, dass die aktuellen Vorschriften fast ausschließlich auf die Berechnung mit Stabtragwerken abgestimmt sind. Hinzu kommt, dass die Genauigkeit dieser Berechnungen von Ausnahmen abgesehen völlig ausreichend ist.

Ein durchaus interessanter Anwendungsbereich von finiten **Flächenelementen** im Stahlbau ist das Plattenbeulen. Bild 1.3b zeigt beispielhaft den Obergurt eines Stabes, der für die Untersuchung des Plattenbeulens in finite Elemente eingeteilt worden ist. Das Thema wird in Kapitel 5 behandelt und dort ein rechteckiges Plattenelement für die Berechnung von Eigenwerten und Eigenformen hergeleitet. Ansonsten werden Flächenelemente bei wissenschaftlichen Untersuchungen und Entwicklungen gezielt eingesetzt. Da, wie erwähnt, Flächenelemente nur selten und **Volumenelemente** praktisch gar nicht im Stahlbau zum Einsatz kommen, soll hier zusammenfassend Folgendes festgehalten werden:

- **Tragwerke des Stahlbaus** werden fast ausschließlich mithilfe von **Stabelementen** berechnet.
- Es werden unterschiedliche Stabelemente benötigt, damit alle vorkommenden Tragwerks- und Beanspruchungsarten zutreffend untersucht werden können.

Finite Elemente für die Untersuchung von **Stabquerschnitten** werden in Kapitel 7 behandelt. Als Beispiel dazu ist in Bild 1.3c die FE-Modellierung eines gewalzten I-Querschnitts durch krummlinig berandete Flächenelemente dargestellt.

## 1.4 Lineare und nichtlineare Berechnungen

Lineare Berechnungen (Theorie I. Ordnung) bilden in der Regel gedanklich und rechnerisch den Ausgangspunkt. Grundlage sind dabei folgende Annahmen:

- Der Werkstoff verhält sich im gesamten Tragwerk linearelastisch, d. h., es gilt uneingeschränkt das *Hookesche* Gesetz.
- Der Einfluss von Tragwerksverformungen ist so gering, dass sie vernachlässigt werden können und die Gleichgewichtsbeziehungen am **unverformten** System formuliert werden dürfen.
- Strukturelle und geometrische Imperfektionen, d. h. Eigenspannungen, Vorkrümmungen und Vorverdrehungen, können vernachlässigt werden.

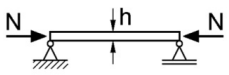
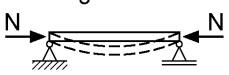
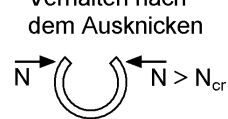
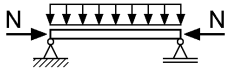


Nichtlineare Berechnungen erfordern in der Regel einen höheren Aufwand als lineare. Man unterscheidet **physikalische und geometrische Nichtlinearitäten**. Bei der **physikalischen Nichtlinearität** wird die Annahme „linearelastisches Werkstoffver-



halten“ aufgegeben und das Plastizieren von Tragwerksteilen berücksichtigt, weil dann wirtschaftlichere, d. h. leichtere Konstruktionen ausgeführt werden können. Sofern das Plastizieren nur bei der Tragfähigkeit der Querschnitte ausgenutzt wird, ist diese Vorgehensweise der **Nachweismethode 2** in Tabelle 1.1 zuzuordnen. Die Schnittgrößen werden nach der Elastizitätstheorie berechnet („elastische“ Tragwerksberechnung) und maximal ein Lastzustand zugelassen, bei dem sich ein Fließgelenk bildet. Im Gegensatz dazu werden bei der **Nachweismethode 3** plastische Tragfähigkeiten der Querschnitte und des Systems ausgenutzt, d. h. es wird die Ausbreitung von Fließzonen oder die Ausbildung mehrerer Fließgelenke zugelassen.

Während das physikalisch nichtlineare Werkstoffverhalten überwiegend aus wirtschaftlichen Gründen berücksichtigt wird, muss die **geometrische Nichtlinearität** bei stabilitätsgefährdeten Stahlkonstruktionen unter Sicherheitsaspekten unabdingbar erfasst werden. Relativ große Verformungen führen dabei zu größeren Schnittgrößen und höheren Beanspruchungen im Vergleich zu linearen Berechnungen, so dass entsprechende Nachweise zum Biegeknicken, Biegedrillknicken oder Plattenbeulen geführt werden müssen.

**Tabelle 1.3** Unterschiede zwischen Theorie I. und II. Ordnung sowie der geometrisch nichtlinearen Theorie nach [31]

	Theorie I. Ordnung (geometrisch lineare Theorie)	Theorie II. Ordnung	Geometrisch nichtlineare Theorie
Gleichgewicht	am unverformten System	am schwach verformten System	am stark verformten System
Stab unter Druckbelastung	 $N$	Biegeknicken  $N \leq N_{cr}$	Verhalten nach dem Ausknicken  $N > N_{cr}$
Stab unter Druck- und Querbeltung	 $N \ll N_{cr}$ $w < h$	 $N < N_{cr}$ $w \cong h$	 $N \cong N_{cr}$ $w \gg h$
Wirkliche Verzerrungen	Lineare kinematische Beziehungen		Nichtlineare kinematische Beziehungen
Virtuelle Verzerrungen	Aus linearen kinematischen Beziehungen	Aus nichtlinearen kinematischen Beziehungen - linearisiert -                      - nichtlinear -	

Die Unterschiede zwischen der geometrisch linearen und nichtlinearen Theorie werden mithilfe von Tabelle 1.3 erläutert. Bei der geometrisch nichtlinearen Theorie wird das Gleichgewicht am **verformten** System formuliert und es werden dabei große Verformungen berücksichtigt. Mit dieser Theorie erhält man genaue Lösungen, die

aber auch einen hohen Rechenaufwand erfordern. Mit der geometrisch nichtlinearen Theorie können sehr große Verformungen zutreffend berechnet und beschrieben werden, die jedoch im Zusammenhang mit Baukonstruktionen schon aus Gründen der Gebrauchstauglichkeit i. A. nicht auftreten und daher in der Regel ohne Bedeutung sind. Im Stahlbau wird daher eine „Theorie II. Ordnung“ eingesetzt, die eine Näherung der geometrisch nichtlinearen Theorie darstellt. Dabei werden das Gleichgewicht am **verformten** System formuliert und aufgrund von Linearisierungen näherungsweise nur mäßige Verformungen berücksichtigt. Die Skizzen in Tabelle 1.3 vermitteln anschaulich die Unterschiede bei den Verformungen. Darüber hinaus werden mit den letzten Zeilen Hinweise für theoretische Grundlagen gegeben. Sie beschreiben, wie die Verzerrungen bestimmt werden, wobei Spannungen mit den „wirklichen Verzerrungen“ ermittelt werden und die „virtuellen Verzerrungen“ zur Formulierung der virtuellen Arbeit in den Abschnitten 2.4.2 und 4.3 dienen. Die Zusammenhänge zwischen linearen, linearisierten und nichtlinearen Beziehungen werden in Abschnitt 1.7 veranschaulicht.

Im Zusammenhang mit geometrisch nichtlinearen Berechnungen ist zu erwähnen, dass die Nachweise in den geltenden Vorschriften, wie z. B. DIN EN 1993-1-1, auf einer Linearisierung nach Theorie II. Ordnung basieren. Diese Näherung ist daher die Grundlage für die vorschriftengerechte Ermittlung von Verformungen, Schnittgrößen und Verzweigungslasten (Eigenwerten). In der Regel sind Berechnungen nach Theorie II. Ordnung im Hinblick auf baupraktische Anwendungsfälle ausreichend genau, da die Verformungen bei Tragwerken aus Stahl normalerweise relativ klein sind. In seltenen Ausnahmefällen können jedoch auch geometrisch nichtlineare Berechnungen erforderlich sein. Dies ist immer dann der Fall, wenn große oder sogar sehr große Verformungen auftreten. Beispiele dazu sind Kunstwerke, die sich im Wind bewegen und bei denen sich die Einzelteile stark verformen.

Zusammenfassend soll hier Folgendes festgehalten werden:

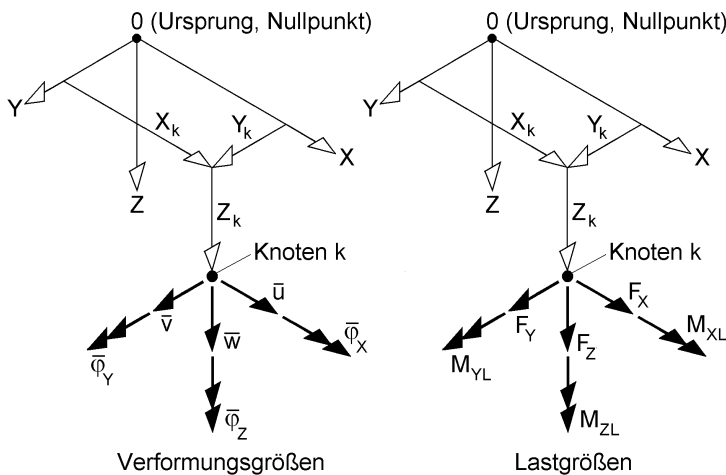
- Nach wie vor wird die **Nachweismethode 1** gemäß Tabelle 1.1 am häufigsten verwendet. Für die Systemberechnungen wird dabei linearelastisches Werkstoffverhalten angenommen, auf dieser Grundlage Schnittgrößen und Spannungen ermittelt und dann Spannungsnachweise geführt.
- Vermehrt kommt auch **Nachweismethode 2** zum Einsatz, bei der die Tragfähigkeit bis zum Erreichen des ersten Fließgelenkes gesteigert werden kann.
- Bei stabilitätsgefährdeten Stahlkonstruktionen werden das geometrisch nichtlineare Problem linearisiert und die Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung berechnet. Diese Linearisierung wird auch bei der Ermittlung von Verzweigungslasten (Eigenwerten) verwendet.

## 1.5 Bezeichnungen und Annahmen

Im Folgenden werden Bezeichnungen und Annahmen zusammengestellt, die für **Stabtragwerke** benötigt werden. Teilweise gelten sie auch für Flächentragwerke und die FE-Untersuchung von Querschnitten. Zu diesen Themen werden in den Kapiteln 6 und 7 weitere Bezeichnungen und Annahmen ergänzt. Grundlage für die Bezeichnungen sind DIN 1080 und DIN EN 1993.

### Größen im globalen X-Y-Z-Koordinatensystem

Stabtragwerke werden in Stabelemente eingeteilt, die in den **Knoten** miteinander verbunden sind. Gemäß Bild 1.2 können auch innerhalb der Stabelemente Knoten angeordnet werden (Zwischenknoten). Knoten werden im globalen X-Y-Z-Koordinatensystem (KOS) durch ihre Koordinaten  $X_k$ ,  $Y_k$  und  $Z_k$  gemäß Bild 1.4 definiert. Darüber hinaus werden auf dieses KOS alle globalen Verformungs- und Lastgrößen in den Knoten bezogen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist der Index  $k$  bei diesen Größen in Bild 1.4 weggelassen worden.



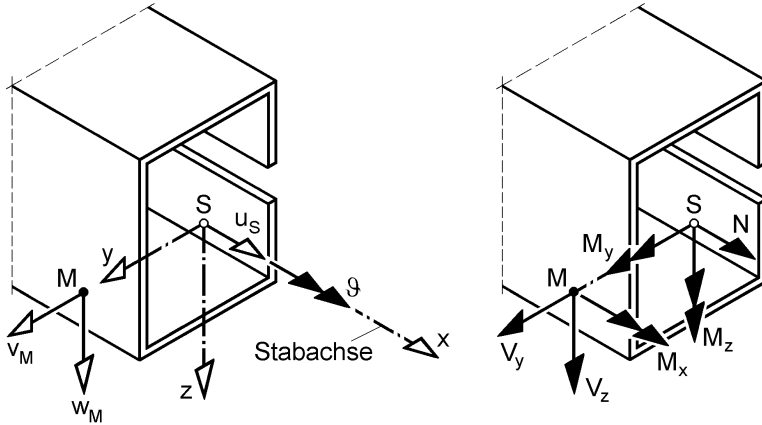
**Bild 1.4** Definition von Verformungs- und Lastgrößen im globalen X-Y-Z-Koordinatensystem

Die Verformungsgrößen im **globalen KOS** werden durch einen **Querstrich** gekennzeichnet, der über den Größen steht. Dieser Querstrich wird auch bei Vektoren und Matrizen verwendet, sofern sie für das globale KOS gelten.

### Größen in lokalen x-y-z-Koordinatensystemen

Stabelemente werden auf lokale x-y-z-KOS bezogen und als Stabachse die x-Achse durch den Schwerpunkt  $S$  definiert. Die Achsen  $y$  und  $z$  sind die Hauptachsen des Querschnitts. Gemäß Bild 1.5 werden einige Verschiebungs- und Schnittgrößen auf

den Schwerpunkt S und andere auf den Schubmittelpunkt M ( $y = y_M, z = z_M$ ) bezogen. Für die Wölbkrafttorsion wird eine normierte Wölbordinate  $\omega$  verwendet.



Stabachse x, Hauptachsen y und z, Schwerpunkt S, Schubmittelpunkt M

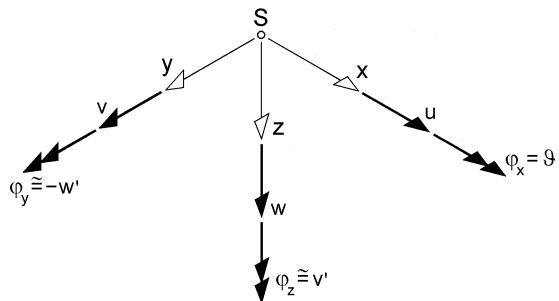
**Bild 1.5** Stab im lokalen Koordinatensystem mit Verschiebungs- und Schnittgrößen

**Koordinaten, Ordinaten und Bezugspunkte**

- x Stablängsrichtung im lokalen KOS
- y, z Hauptachsen in der Querschnittsebene (lokales KOS)
- $\omega$  normierte Wölbordinate
- S Schwerpunkt
- M Schubmittelpunkt

**Verschiebungsgrößen**

- u, v, w Verschiebungen in x-, y- und z-Richtung (lokales KOS)
- $\varphi_x = \vartheta$  Verdrehung um die x-Achse
- $\varphi_y \cong -w'$  Verdrehung um die y-Achse
- $\varphi_z \cong v'$  Verdrehung um die z-Achse
- $\psi \cong \vartheta'$  Verdrillung der x-Achse

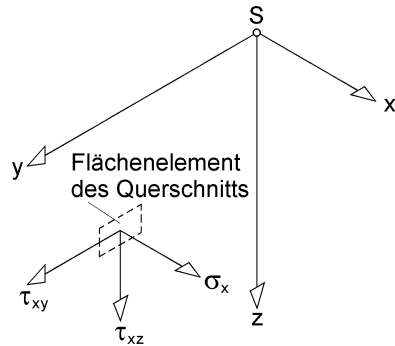


**Bild 1.6** Definition positiver Verschiebungsgrößen im lokalen KOS

$w', v'$  und  $\vartheta'$  sind Ableitungen der Verschiebungsfunktionen nach x, s. Bild 1.6.

**Spannungen**

- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  Normalspannungen
- $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  Schubspannungen
- $\sigma_v$  Vergleichsspannung

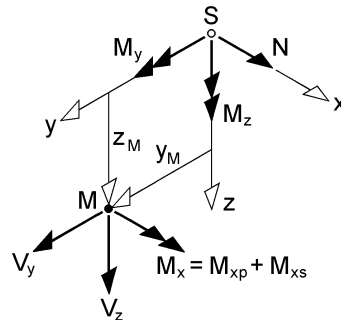


**Bild 1.7** Positive Spannungen

**Schnittgrößen**

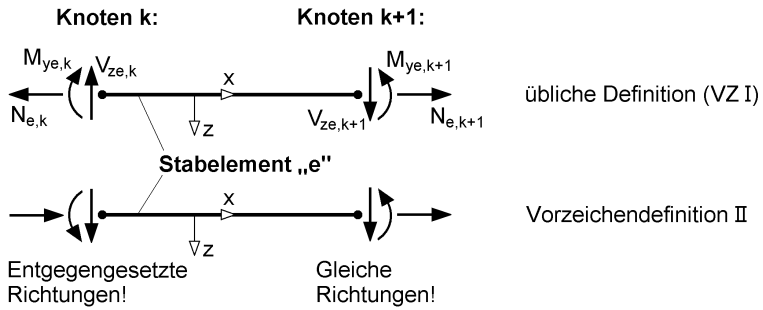
Bei der üblichen Definition positiver Schnittgrößen (*Schnittgrößendefinition I*) haben die Schnittgrößen an der **negativen Schnittfläche** Wirkungsrichtungen, die zu den in Bild 1.8 festgelegten Richtungen entgegengesetzt sind. Bei der **Schnittgrößendefinition II** sind die Wirkungsrichtungen an **beiden Schnittflächen** wie in Bild 1.8 definiert. Die beiden Schnittgrößendefinitionen sind in Bild 1.9 für einachsige Biegung mit Normalkraft an einem Stabelement dargestellt. Dabei werden, wie bei der FEM üblich, zur Unterscheidung der Stabelemente und Knoten weitere Indizes verwendet.

- N Längskraft, Normalkraft
- $V_y, V_z$  Querkräfte
- $M_y, M_z$  Biegemomente
- $M_x$  Torsionsmoment  
DIN EN 1993: T
- $M_{xp}, M_{xs}$  primäres und sekundäres  
Torsionsmoment  
DIN EN 1993:  $T_t, T_w$
- $M_\omega$  Wölbbimoment  
DIN EN 1993: B
- $M_{rr}$  siehe Tabelle 4.1
- Index el: Grenzschnittgröße nach  
der Elastizitätstheorie
- Index pl: Grenzschnittgröße nach  
der Plastizitätstheorie
- Index d: Bemessungswert (**design**)



zusätzliche Schnittgröße  $M_\omega$  in  $M$ !

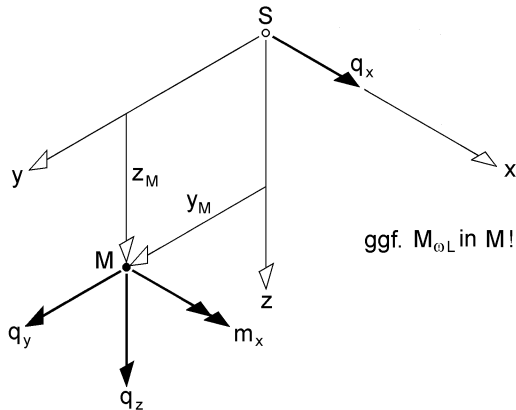
**Bild 1.8** Schnittgrößen an der positiven Schnittfläche eines Stabes



**Bild 1.9** Schnittgrößen am Stabelement „e“ für einachsige Biegung mit Normalkraft, Schnittgrößendefinitionen I und II

### Lastgrößen

$q_x, q_y, q_z$	Gleichstreckenlasten im lokalen KOS
$F_X, F_Y, F_Z$	Einzellasten im globalen KOS
$m_x$	Streckentorsionsmoment (konstant)
$M_{\omega L}$	Lastwölbbimoment



**Bild 1.10** Positive Wirkungsrichtungen und Angriffspunkte der lokalen Lastgrößen

### Querschnittskennwerte

$A$	Fläche
$I_y, I_z$	Hauptträgheitsmomente
$I_{\omega}$	Wölbwiderstand, DIN EN 1993: $I_w$
$I_T$	Torsionsträgheitsmoment
$W_y, W_z$	Widerstandsmomente