

Jan-Hendrik Bartels

**Anwendung von Methoden der ressourcenbeschränkten  
Projektplanung mit multiplen Ausführungsmodi in der  
betriebswirtschaftlichen Praxis**

# GABLER EDITION WISSENSCHAFT

## Produktion und Logistik

Herausgegeben von

Professor Dr. Wolfgang Domschke,

Technische Universität Darmstadt,

Professor Dr. Andreas Drexler,

Universität Kiel,

Professor Dr. Bernhard Fleischmann,

Universität Augsburg,

Professor Dr. Hans-Otto Günther,

Technische Universität Berlin,

Professor Dr. Stefan Helber,

Universität Hannover,

Professor Dr. Karl Inderfurth,

Universität Magdeburg,

Professor Dr. Thomas Spengler,

Universität Braunschweig,

Professor Dr. Hartmut Stadtler,

Technische Universität Darmstadt,

Professor Dr. Horst Tempelmeier,

Universität zu Köln,

Professor Dr. Gerhard Wäscher,

Universität Magdeburg

**Kontakt:** *Professor Dr. Hans-Otto Günther, Technische Universität Berlin,  
H 95, Straße des 17. Juni 135, 10623 Berlin*

Diese Reihe dient der Veröffentlichung neuer Forschungsergebnisse auf den Gebieten der Produktion und Logistik. Aufgenommen werden vor allem herausragende quantitativ orientierte Dissertationen und Habilitationsschriften. Die Publikationen vermitteln innovative Beiträge zur Lösung praktischer Anwendungsprobleme der Produktion und Logistik unter Einsatz quantitativer Methoden und moderner Informationstechnologie.

Jan-Hendrik Bartels

# **Anwendung von Methoden der ressourcenbeschränkten Projektplanung mit multiplen Ausführungsmodi in der betriebswirtschaftlichen Praxis**

Rückbauplanung für Kernkraftwerke  
und Versuchsträgerplanung  
in Automobilentwicklungsprojekten

Mit einem Geleitwort von Prof. Dr. Jürgen Zimmermann

GABLER EDITION WISSENSCHAFT

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

Dissertation Technische Universität Clausthal, 2008

D 104

1. Auflage 2009

Alle Rechte vorbehalten

© Gabler | GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2009

Lektorat: Frauke Schindler / Nicole Schweitzer

Gabler ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

[www.gabler.de](http://www.gabler.de)



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: Regine Zimmer, Dipl.-Designerin, Frankfurt/Main

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Printed in Germany

ISBN 978-3-8349-1696-9

# Geleitwort

Die Planung und Steuerung mittel- und langfristiger Projekte unter Berücksichtigung knapper Ressourcen mit dem Ziel, die Projektkosten oder die Projektdauer zu minimieren, gehört für viele Unternehmen zu den erfolgsrelevanten Aufgaben. Erst im letzten Jahrzehnt sind effiziente Modelle und Verfahren für die Projektplanung bei beschränkten Ressourcen entwickelt worden, die es erlauben, auch praxisrelevante Problemstellungen exakt oder näherungsweise zu lösen. Bei der Implementierung dieser Verfahren in der Praxis sind aber zumeist weitere Restriktionen wie beispielsweise beschränkte Lagerressourcen oder schwankende Ressourceninanspruchnahmen zu beachten. Ferner muss berücksichtigt werden, dass einige Ressourcen (wie z.B. Versuchsträger in Automobilentwicklungsprojekten) zunächst aufgebaut werden müssen, bevor sie verwendet werden können. Schließlich ist in Betracht zu ziehen, dass alternative Ressourcen für die Ausführung von Vorgängen eingesetzt werden können.

In der vorliegenden Arbeit gelingt es Herrn Bartels, zwei aus betriebswirtschaftlicher Sicht aktuelle und relevante Problemstellungen - die Rückbauplanung für Kernkraftwerke sowie die Versuchsträgerplanung in Automobilentwicklungsprojekten - als ressourcenbeschränkte Projektplanungsprobleme unter Berücksichtigung von erneuerbaren und kumulativen Ressourcen sowie mehreren Ausführungsmodi zu modellieren. Neben neuen theoretisch relevanten Erkenntnissen für das Mehr-Modus-Problem mit Ressourcen-Ressourcen-Tradeoff, besticht die Arbeit durch die Entwicklung überaus leistungsfähiger Lösungsverfahren. Dabei sind die entwickelten Modelle und Methoden so praxisnah, dass erzielte Lösungen direkt als Handlungsempfehlungen dienen können.

Prof. Dr. Jürgen Zimmermann

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meines Promotionsstudiums als externer Doktorand der Abteilung für Betriebswirtschaftslehre und Unternehmensforschung des wirtschaftswissenschaftlichen Instituts der Technischen Universität Clausthal.

Besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Jürgen Zimmermann für sein fortwährendes und tatkräftiges Engagement. Für die freundliche Übernahme des Korreferats bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr. Rainer Kolisch.

Parallel zu meinem Promotionsstudium war ich als Berater bei der Tiba Software Center GmbH tätig, die meine Arbeit finanziert und insbesondere die Kooperation mit Industriepartnern ermöglicht hat. Vor allem Herrn Roger Mähr, Herrn Martin Rudolph und Herrn Dr. Helmut Wagner bin ich für ihre freundschaftliche Unterstützung zu Dank verpflichtet.

Meinen Kolleginnen und Kollegen der Abteilung für Betriebswirtschaftslehre und Unternehmensforschung danke ich für die zu jeder Zeit angenehme und konstruktive Zusammenarbeit.

Schließlich möchte ich einen großen Dank an Herrn Thorsten Gather, Herrn Martin Gollub und Frau Dr. Frederike Neise für die kritische Durchsicht des Manuskripts und inspirierende fachliche Diskussionen richten.

Jan-Hendrik Bartels

# Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	XI
Einleitung	1
<b>1 Projektplanung – Grundlagen und Anwendungsbeispiele</b>	<b>7</b>
1.1 Projektplanung unter allgemeinen Zeitbeziehungen	8
1.2 Projektplanung unter knappen Ressourcen	11
1.2.1 Erneuerbare Ressourcen	12
1.2.2 Kumulative Ressourcen	15
1.3 Struktureigenschaften von Projektplanungsproblemen	20
1.4 Projektplanung im Mehr-Modus-Fall	27
1.5 Anwendungen in der betriebswirtschaftlichen Praxis	36
<b>2 Rückbauplanung für Kernkraftwerke</b>	<b>43</b>
2.1 Motivation	43
2.2 Problemstellung	50
2.3 Struktureigenschaften	59
2.3.1 Das Konzept verbotener Mengen für Problem ( <i>RBP</i> )	60
2.3.2 Eigenschaften von Moduzuweisungen für Problem ( <i>RBP</i> )	65
2.3.3 Eigenschaften einer optimalen Lösung	68
2.4 Lösungsverfahren	70
2.4.1 Ein Enumerationsschema	71
2.4.2 Ein Branch-and-Bound Algorithmus	88
2.4.3 Regeln zur Redundanzvermeidung	93
2.4.4 Alternative Enumerationsschemata	99
2.4.5 Ein $\varepsilon$ -approximativer Branch-and-Bound Algorithmus	102
2.5 Experimentelle Performanceanalyse	103
2.5.1 Generierung von Probleminstanzen und Durchführung der Analyse	104
2.5.2 Ergebnisse der Performanceanalyse	105
2.6 Zusammenfassung und Umsetzbarkeit in der Praxis	112

<b>3</b>	<b>Versuchsträgerplanung in Automobilentwicklungsprojekten</b>	<b>117</b>
3.1	Motivation . . . . .	118
3.2	Problemstellung . . . . .	127
3.3	Struktureigenschaften . . . . .	135
3.4	Lösungsverfahren . . . . .	139
3.4.1	Formulierung als gemischt-ganzzahliges lineares Programm . . . . .	141
3.4.2	Ein Prioritätsregelverfahren . . . . .	143
3.4.3	Ein Genetischer Algorithmus . . . . .	157
3.4.4	Untere und obere Schranken . . . . .	164
3.5	Experimentelle Performanceanalyse . . . . .	170
3.5.1	Generierung von Probleminstanzen und Durchführung der Analyse . . . . .	170
3.5.2	Ergebnisse der Performanceanalyse . . . . .	171
3.6	Zusammenfassung und Umsetzbarkeit in der Praxis . . . . .	178
<b>4</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>181</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>185</b>

# Symbolverzeichnis

$0$	Vorgang „Projektstart“
$0_0$	„fiktiver Versuchsträger“
$A(S,t)$	Menge der sich gemäß Schedule $S$ zum Zeitpunkt $t$ in Ausführung befindenden Vorgänge
$A^+(S,t)$	Menge der Demontagevorgänge, die das Pufferlager gemäß Schedule $S$ bis zum Zeitpunkt $t$ aufgefüllt haben
$A^-(S,t)$	Menge der Dekontaminationsvorgänge, die das Pufferlager gemäß Schedule $S$ bis zum Zeitpunkt $t$ entleert haben
$B^{\gamma}, (B^{\gamma*})$	(Minimale) Konfliktlösungsmenge zu einer verbotenen Menge bzgl. des Pufferlagers
$\mathcal{B}^{\gamma}$	Menge aller minimalen Konfliktlösungsmengen zu einer verbotenen Menge bzgl. des Pufferlagers
$B_k^{\rho}, (B_k^{\rho*})$	(Minimale) Konfliktlösungsmenge zu einer verbotenen Menge bzgl. der erneuerbaren Ressource $k$
$\mathcal{B}_k^{\rho}$	Menge aller minimalen Konfliktlösungsmengen zu einer verbotenen Menge bzgl. der erneuerbaren Ressource $k$
$\mathfrak{B}$	Menge aller Zweier-Partitionen einer minimalen Konfliktlösungsmenge $B_k^{\rho*}$ in eine Menge $B_M \subseteq B_k^{\rho*} \cap V_{mod}$ und eine Menge $B_{\prec} = B_k^{\rho*} \setminus B_M$
$B_{\prec}$	Menge aller Vorgänge, die zur Auflösung eines Konflikts mit einer erneuerbaren Ressource zeitlich verschoben werden
$B_M$	Menge aller Vorgänge, für die zur Auflösung eines Konflikts mit einer modusabhängigen erneuerbaren Ressource der externe Ausführungsmodus festgelegt wird
$C$	Menge der in einer Teillösung bereits eingeplanten Vorgänge
$c_{im}$	Auszahlung/Kosten von Vorgang $i$ bei Ausführung in Modus $m$
$\delta_{ij}$	Bewertung des Pfeils $\langle i,j \rangle$ im Projektnetzplan
$\bar{d}$	Vorgegebene maximale Projektdauer
$D$	Matrix der Länge längster Wege $d_{ij}$ im Projektnetzplan (Distanzmatrix)
$d_{ij}^{max}$	Zeitlicher Höchstabstand zwischen den Startzeitpunkten der Vorgänge $i$ und $j$
$d_{ij}^{min}$	Zeitlicher Mindestabstand zwischen den Startzeitpunkten der Vorgänge $i$ und $j$

$d_{ij}$	Länge eines längsten Weges von Knoten $i$ nach Knoten $j$ im Projektnetzplan
$\mathcal{D}_i^C$	Menge der Ausführungsalternativen für Vorgang $i$ unter Beachtung bereits eingeplanter Vorgänge $j \in C$
$E$	Menge der Pfeile des Projektnetzplans
$ES_i$	Frühester zeitzulässiger Startzeitpunkt von Vorgang $i$
$ES$	Schedule der frühesten zeitzulässigen Startzeitpunkte
$ES_i(O)$	Frühester zeitzulässiger Startzeitpunkt von Vorgang $i$ bei gegebener Ordnung $O$
$ES(O)$	Schedule der frühesten zeitzulässigen Startzeitpunkte bei gegebener Ordnung $O$ (Minimalpunkt von Ordnungspolytop $\mathcal{S}_T(O)$ )
$f$	Zielfunktion
$F^\gamma, (F^{\gamma*})$	(Minimale) verbotene Menge bzgl. des Pufferlagers
$\mathcal{F}^\gamma$	Menge aller minimalen verbotenen Mengen bzgl. des Pufferlagers
$F_k^p, (F_k^{p*})$	(Minimale) verbotene Menge bzgl. der erneuerbaren Ressource $k$
$\mathcal{F}_k^p$	Menge aller minimalen verbotenen Mengen bzgl. der erneuerbaren Ressource $k$
$I$	Kalkulationszinsfuß (pro Planungsperiode)
$LB$	Untere Schranke
$\mathcal{L}$	Menge der zulässigen Lösungen
$\mathcal{L}_T(O, \widetilde{\mathcal{M}})$	Moduspolytop von Ordnung $O$ und Modusteilmengenvektor $\widetilde{\mathcal{M}}$
$\mathcal{L}_L$	Menge der lagerzulässigen Lösungen
$\mathcal{L}_R$	Menge der ressourcenzulässigen Lösungen
$LS_i$	Spätester zeitzulässiger Startzeitpunkt von Vorgang $i$
$LS$	Schedule der spätesten zeitzulässigen Startzeitpunkte
$LS_i(O)$	Spätester zeitzulässiger Startzeitpunkt von Vorgang $i$ bei gegebener Ordnung $O$
$LS(O)$	Schedule der spätesten zeitzulässigen Startzeitpunkte bei gegebener Ordnung $O$ (Maximalpunkt von Ordnungspolytop $\mathcal{S}_T(O)$ )
$m$	Ausführungsmodus
$m_{iv_k}$	Binärvariable, die den Wert 1 annimmt, wenn Vorgang $i$ mit Versuchsträger $v_k$ ausgeführt wird, und 0 andernfalls
$M_i$	Vorgang $i$ zugewiesener Ausführungsmodus
$M$	Vektor von Ausführungsmodi (Moduszuweisung), $M = (M_0, M_1, \dots, M_n, M_{n+1})$
$M^C$	Teil-Moduszuweisung $M^C = (M_i)_{i \in C}$
$\mathcal{M}_i$	Menge der für Vorgang $i$ zulässigen Ausführungsmodi (Modusmenge)
$\mathcal{M}$	Vektor von Modusmengen (Modusmengenvektor), $\mathcal{M} = (\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_n, \mathcal{M}_{n+1})$
$\widetilde{\mathcal{M}}_i$	Modusteilmenge $\widetilde{\mathcal{M}}_i \subseteq \mathcal{M}_i$ der Modusmenge von Vorgang $i$

$\tilde{\mathcal{M}}$	Vektor von Modusteilmengen (Modusteilmengenvektor) $\tilde{\mathcal{M}} = (\tilde{\mathcal{M}}_0, \tilde{\mathcal{M}}_1, \dots, \tilde{\mathcal{M}}_n, \tilde{\mathcal{M}}_{n+1})$
$\min\{\tilde{\mathcal{M}}\}$	Komponentenweise minimale Moduszuweisung zu Modusteilmengenvektor $\tilde{\mathcal{M}}$
$\mathcal{M}$	Moduszuweisungsmenge $\mathcal{M} = \bigtimes_{i=0}^{n+1} \mathcal{M}_i = \{M \mid M_i \in \mathcal{M}_i, i \in V\}$
$\mathcal{M}(S)$	Menge der zulässigen Moduszuweisungen bei gegebenem Schedule $S$
$\mathcal{M}\tilde{\mathcal{M}}$	Partielle Moduszuweisungsmenge $\mathcal{M}\tilde{\mathcal{M}} = \bigtimes_{i=0}^{n+1} \tilde{\mathcal{M}}_i = \{M \mid M_i \in \tilde{\mathcal{M}}_i, i \in V\}$
$n$	Anzahl der Projektvorgänge (ohne Projektstart und -ende)
$n+1$	Vorgang „Projektende“
$n^A$	Obere Schranke für die Anzahl der Aufbauvorgänge (und der benötigten Versuchsträger) eines Erprobungsprojektes
$n^E$	Anzahl der Versuche eines Erprobungsprojektes
$N$	Vorgangs-Knoten-Netzwerk $N = (V, E; \delta)$ (Projektnetzplan)
$N(O)$	Ordnungsnetzplan der Ordnung $O$
$O$	Strenge Ordnung auf Knotenmenge $V$
$O(S)$	Durch Schedule $S$ induzierte Ordnung
$\pi(i)$	Prioritätsregelwert für Vorgang $i$
$P$	Menge der partiell geordnet zerstörenden Beziehungen
$p_i$	Ausführungsdauer von Vorgang $i$
$\rho$	Relation von Paaren (i,j) auf Knotenmenge $V$
$\mathcal{R}^Y$	Menge der (diskreten) kumulativen Ressourcen, Menge der Versuchsträger
$\mathcal{R}_C^Y$	Menge der in einer Teillösung ( $S^C, M^C$ ) eingeplanten Versuchsträger
$\tilde{\mathcal{R}}_C^Y$	Menge der in einer Teillösung ( $S^C, M^C$ ) eingeplanten Versuchsträger mit zugeordnetem Aufbauvorgang
$\mathcal{R}^P$	Menge der erneuerbaren Ressourcen
$\mathcal{R}_{\text{mod}}^P$	Menge der modusabhängigen erneuerbaren Ressourcen
$\bar{R}_l$	Lagerhöchstbestand der kumulativen Ressource $l$
$\underline{R}_l$	Lagermindestbestand der kumulativen Ressource $l$
$R_k(t)$	Kapazität der erneuerbaren Ressource $k$ zum Zeitpunkt $t$
$R_k$	Kapazität der erneuerbaren Ressource $k$ (sofern konstant über den Planungshorizont)
$r_{iml}^S, (r_{iml}^C)$	Bestandsveränderung der kumulativen Ressource $l$ zum Start (Ende) von Vorgang $i$ bei Ausführung in Modus $m$
$r_{il}^S, (r_{il}^C)$	Bestandsveränderung der kumulativen Ressource $l$ zum Start (Ende) von Vorgang $i$
$r_l^Y(S, M, t)$	Lagerbestand der kumulativen Ressource $l$ zum Zeitpunkt $t$ gemäß Schedule $S$ und Moduszuweisung $M$

$r_l^Y(S,t)$	Lagerbestand der kumulativen Ressource $l$ zum Zeitpunkt $t$ gemäß Schedule $S$
$r_{imk}$	Inanspruchnahme der erneuerbaren Ressource $k$ durch Vorgang $i$ bei Ausführung in Modus $m$
$r_{ik}$	Inanspruchnahme der erneuerbaren Ressource $k$ durch Vorgang $i$
$r_k^p(S,M,t)$	Bedarf an der erneuerbaren Ressource $k$ zum Zeitpunkt $t$ gemäß Schedule $S$ und Moduszuweisung $M$
$r_k^p(S,t)$	Bedarf an der erneuerbaren Ressource $k$ zum Zeitpunkt $t$ gemäß Schedule $S$
$S_i$	Startzeitpunkt von Vorgang $i$
$S$	Vektor von Startzeitpunkten (Schedule), $S = (S_0, S_1, \dots, S_n, S_{n+1})$
$S^C$	Teilschedule $S^C = (S_i)_{i \in C}$
$\mathcal{S}$	Menge der zulässigen Schedules $S$
$\mathcal{S}(M)$	Menge der zulässigen Schedules bei gegebener Moduszuweisung $M$
$\mathcal{S}_L$	Menge der lagerzulässigen Schedules
$\mathcal{S}_R$	Menge der ressourcenzulässigen Schedules
$\mathcal{S}_T$	Menge der zeitzulässigen Schedules
$\mathcal{S}_T(O)$	Ordnungspolytop der Ordnung $O$
$\mathcal{S}_T(O(S))$	Schedulepolytop von Schedule $S$
$(S,M)$	Lösung bestehend aus einem Schedule $S$ und einer Moduszuweisung $M$
$TF_i$	Gesamtpufferzeit von Vorgang $i$
$tr(\rho)$	Transitive Hülle von Relation $\rho$
$UB$	Obere Schranke
$V$	Menge der Projektvorgänge, Knotenmenge des Projektnetzplans
$V^+$	Menge der Demontagevorgänge, die das Pufferlager auffüllen
$V^-$	Menge der Dekontaminationsvorgänge, die das Pufferlager entleeren
$V_{mod}$	Menge der modusabhängigen Vorgänge
$V^A$	Menge der (potenziellen) Aufbauvorgänge eines Erprobungsprojektes
$V_C^A$	Menge der bei gegebener Teillösung $(S^C, M^C)$ zuweisbaren Aufbauvorgänge eines Erprobungsprojektes
$V^E$	Menge der Versuche eines Erprobungsprojektes
$V_{zer}^E$	Menge der zerstörenden Versuche eines Erprobungsprojektes
$\mathcal{V}_i$	Menge der Versuchsträgervarianten, die zur Ausführung von Versuch $i$ zulässig sind
$\mathcal{V}$	Menge der Versuchsträgervarianten
$v(v)$	Offener Bedarf an Versuchsträgervariante $v$

# Einleitung

Das Themengebiet der Projektplanung hat in den letzten Jahrzehnten sowohl in der Forschung als auch in der betriebswirtschaftlichen Praxis eine wachsende Bedeutung erfahren. Ihre Anfänge hat die Projektplanung Mitte der fünfziger Jahre in der sogenannten Netzplantechnik gefunden, die laut DOMSCHKE und DREXL (2005) „eines der für die Praxis wichtigsten Teilgebiete des Operations Research“ darstellt. So sind Verfahren der Netzplantechnik zur Ermittlung der kürzesten Dauer eines Projektes und zur Bestimmung „kritischer“ Projektvorgänge heute in nahezu allen am Markt angebotenen Projektmanagementsoftwaresystemen implementiert.

Zunächst standen Projektplanungsprobleme, bei deren Lösung lediglich Zeitbeziehungen zwischen den einzelnen Projektvorgängen zu beachten sind, im Fokus der Forschung. Die alleinige Berücksichtigung von Zeitbeziehungen bedeutet für viele praxisrelevante Anwendungsgebiete jedoch eine zu starke Vereinfachung der Realität, da vernachlässigt wird, dass zur Ausführung der einzelnen Projektvorgänge knappe Ressourcen benötigt werden. Gerade einer effizienten Allokation knapper Ressourcen kommt aber häufig eine große Bedeutung bei der erfolgreichen Durchführung eines Projektes zu. Seit den sechziger Jahren werden daher zunehmend ressourcenbeschränkte Projektplanungsprobleme betrachtet, die eine begrenzte Verfügbarkeit der im Rahmen eines Projektes beanspruchten Einsatzmittel berücksichtigen. Damit ist man in der Lage, eine Reihe von Problemstellungen aus der Industrie abzubilden, welche nicht unbedingt auf das Projektgeschäft eines Unternehmens begrenzt sein müssen. So können beispielsweise die Montageplanung bei der Kundenauftragsfertigung (vgl. KOLISCH, 2001b) und die Fabrikabholung von Neuwagen (vgl. MELLENTIEN ET AL., 2004) mit Hilfe von Konzepten und Methoden der ressourcenbeschränkten Projektplanung modelliert und gelöst werden.

Zur Modellierung vieler praxisrelevanter Problemstellungen ist es allerdings nicht ausreichend, ausschließlich die Knappheit von Ressourcen zu berücksichtigen. So ist zusätzlich abzubilden, dass alternative Ressourcen für die Ausführung eines Vorgangs eingesetzt werden können. Dadurch sind sogenannte Tradeoffs zwischen Ressourceninanspruchnahmen, Dauer und Kosten eines Vorgangs möglich (vgl. z.B. ELMAGHRABY, 1977), auf deren Basis Anfang der achtziger Jahre ressourcenbeschränkte Projektplanungsprobleme mit multiplen Ausführungsmodi (Mehr-Modus-Fall) eingeführt worden sind. Dabei wird für jeden Vorgang eine endliche Menge an Ausführungsmodi definiert, die beispielsweise jeweils einen alternativen Ressourcen-

einsatz repräsentieren können. Obwohl der Mehr-Modus-Fall in der Theorie bereits ausführlich behandelt worden ist (vgl. z.B. HEILMANN, 2000; HARTMANN, 2001), gibt es nur wenige Arbeiten, die sich mit praktischen Anwendungen befassen. Exemplarisch seien die operative Planung in der Prozessindustrie (vgl. z.B. SCHWINDT und TRAUTMANN, 2000; NEUMANN ET AL., 2002), die Projektselektion und -planung in der pharmazeutischen Leitstrukturoptimierung (vgl. KOLISCH und MEYER, 2006) und die Personaleinsatzplanung in Service-Centern (vgl. VALLS ET AL., 2008) genannt. Für den Mehr-Modus-Fall wird ein Theorietransfer in die betriebswirtschaftliche Praxis insbesondere dadurch erschwert, dass gute Lösungen für eine praxisrelevante Problemstellung häufig nur mit individuell zugeschnittenen Lösungsverfahren gefunden werden können, zu deren Entwicklung in der Regel eine aufwändige Analyse der spezifischen Struktureigenschaften des zugrunde liegenden Lösungsraums notwendig ist, welche sich häufig aufgrund spezieller Nebenbedingungen der jeweils betrachteten praktischen Problemstellung ergeben. Dennoch kann man sich bei der Analyse auf eine Systematik stützen, die sich aus einer existierenden Klassifizierung unterschiedlicher Projektplanungsprobleme ergibt.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind zwei Optimierungsprobleme aus der betriebswirtschaftlichen Praxis, die sich jeweils als ressourcenbeschränktes Projektplanungsproblem mit multiplen Ausführungsmodi formulieren lassen: die Rückbauplanung für Kernkraftwerke und die Versuchsträgerplanung in Automobilentwicklungsprojekten. Die betrachteten Problemstellungen sind charakteristisch für eine Reihe weiterer praxisrelevanter Projektplanungsprobleme, auf die sich die im Rahmen der Arbeit gewonnenen Erkenntnisse übertragen lassen.

Die Rückbauplanung für Kernkraftwerke ist insbesondere vor dem Hintergrund des am 26. April 2002 vom deutschen Bundestag beschlossenen „Ausstiegs aus der Kernenergienutzung“ eine äußerst aktuelle Problemstellung, mit der sich Betreiber von Kernkraftwerken auseinandersetzen müssen. Aber auch weltweit besitzt die Rückbau-Thematik in Anbetracht von mehr als 100 bereits stillgelegten Reaktorblöcken eine hohe Relevanz. Da der Rückbau eines Kernkraftwerks etwa 10 bis 20 Jahre dauert und Kosten in Höhe von 250 Millionen bis zu einer Milliarde Euro verursacht, erscheint eine Planung des Rückbaus unter Kapitalwertgesichtspunkten sinnvoll. Ferner gilt es aufgrund sozialer Aspekte bei einer solchen Planung darauf zu achten, dass die Mitarbeiter eines stillgelegten Kernkraftwerks möglichst weitgehend im jeweiligen Rückbauprojekt eingesetzt werden. Für sie bestünden – zumindest in Deutschland – wenige Möglichkeiten einer alternativen Erwerbstätigkeit. Der Rückbau eines Kernkraftwerks stellt ein komplexes Projekt dar, das in mehrere Teilaufgaben unterteilt werden kann. Für einige Teilaufgaben existieren zwei alternative Ausführungsmodi – Durchführung mit Hilfe internen Personals oder Beauftragung eines externen Dienstleisters. Entsprechend differieren die beiden Modi in der Inanspruchnahme der benötigten Ressourcen. Die Teilaufgaben führen zudem zu modusabhängigen Auszahlungen. Bei der Rückbauplanung für Kernkraftwerke geht es nun darum, jeder

Teilaufgabe einen Startzeitpunkt und einen Ausführungsmodus zuzuweisen, so dass zeitliche Mindest- und Höchstabstände zwischen den einzelnen Aufgaben eingehalten, die zur Ausführung notwendigen Ressourcen zu keiner Zeit überlastet und die diskontierten Auszahlungen des gesamten Rückbauprojektes minimiert werden. Zu beachten gilt es insbesondere auch, dass die Speicherkapazität eines Pufferlagers nicht überschritten wird, in dem die während des Rückbaus anfallenden radioaktiv kontaminierten Reaktorkomponenten bis zu ihrer Dekontamination aufzubewahren sind.

Automobilhersteller sind vor dem Hintergrund sich verkürzender Produktlebenszyklen sowie einer wachsenden Produktkomplexität und Variantenvielfalt dazu gezwungen, einem Trend steigender Fix- und Gemeinkostenanteile an den Herstellkosten eines Automobils entgegenzuwirken. Insbesondere Entwicklungskosten gilt es zu senken. Wichtiger Bestandteil der Entwicklung eines Fahrzeugs ist dessen Erprobung. Sie wird mit Hilfe von Versuchsträgern (z.B. Prototypen) durchgeführt und ist notwendig, um zum einen frühzeitig in der Entwicklungsphase mögliche Qualitätsmängel aufzudecken. Zum anderen fordert aber auch der Gesetzgeber den praktischen Nachweis bestimmter Produkteigenschaften, bevor ein Fahrzeug eine generelle Zulassung im Straßenverkehr erhält. Die meist handgefertigten Versuchsträger, die zur Ausführung der einzelnen Versuche der Erprobung benötigt werden, kosten bis zu anderthalb Million Euro pro Stück. Ziel der Versuchsträgerplanung in Automobilentwicklungsprojekten ist es daher, die durchzuführenden Versuche unter Beachtung einer Reihe von Restriktionen so einzuplanen, dass die Anzahl notwendiger Versuchsträger und damit die Erprobungskosten minimiert werden. Neben zahlreichen zeitlichen Beziehungen zwischen den einzelnen Versuchen gilt es zu berücksichtigen, dass manche Versuchsträger partiell oder sogar vollständig bei den Erprobungen zerstört werden und damit für einige oder alle weiteren Versuche nicht mehr zur Verfügung stehen. Ferner werden verschiedene Modellvarianten eines Fahrzeugs gleichzeitig entwickelt, so dass dementsprechend auch mehrere Versuchsträgervarianten existieren. Zur Ausführung eines Versuchs sind in der Regel unterschiedliche Fahrzeugvarianten geeignet, was durch alternative Ausführungsmodi für einen Versuch abgebildet werden kann. Schließlich muss beachtet werden, dass jeder Versuchsträger zunächst mit Hilfe knapper Ressourcen aufgebaut werden muss, bevor mit ihm Tests durchgeführt werden können. Letzteres und das Vorhandensein zerstörender bzw. partiell zerstörender Versuche stellt besondere, bisher in der Projektplanung noch nicht betrachtete Anforderungen an die Problemmodellierung und an geeignete Lösungsverfahren.

Im Einzelnen gliedert sich die Arbeit wie folgt.

Das erste Kapitel legt die Grundlagen zum Verständnis der beiden in den nachfolgenden Kapiteln behandelten Problemstellungen. Dazu wird ein allgemeines ressourcenbeschränktes Projektplanungsmodell mit multiplen Ausführungsmodi vorgestellt, mit dessen Hilfe sich sowohl

die Rückbauplanung für Kernkraftwerke als auch die Versuchsträgerplanung in Automobilentwicklungsprojekten formal darstellen lassen. Das Modell berücksichtigt zeitliche Mindest- und Höchstabstände zwischen den einzelnen Projektvorgängen sowie erneuerbare Ressourcen (wie z.B. Maschinen oder Werkzeuge) und kumulative Ressourcen (Lagereinrichtungen). Im Sinne eines Resource-Resource-Tradeoffs werden die Ausführungsmodi eines Vorgangs dabei so definiert, dass sie sich in der Inanspruchnahme der einzelnen Ressourcen, nicht aber in der Vorgangsdauer unterscheiden. Eine allgemeine Beschreibung des zulässigen Bereiches für die vorgestellte Problemmodellierung bildet die Basis für die Entwicklung leistungsfähiger Lösungsverfahren im weiteren Verlauf der Arbeit. Mit Hilfe eines ordnungstheoretischen Ansatzes werden dabei insbesondere neuartige Strukturaussagen zu Projektplanungsproblemen mit Resource-Resource-Tradeoff getroffen. Das Kapitel schließt mit einer Betrachtung des Einsatzes von Methoden und Verfahren der ressourcenbeschränkten Projektplanung in der betriebswirtschaftlichen Praxis, wobei exemplarisch vier Anwendungen des Mehr-Modus-Falls diskutiert werden.

Im zweiten Kapitel wird die Rückbauplanung für Kernkraftwerke behandelt. Die Problemstellung wird zunächst hinsichtlich ihrer betriebswirtschaftlichen und gesellschaftspolitischen Relevanz erörtert und mit Hilfe des im ersten Kapitel eingeführten Projektplanungsmodells formal beschrieben. Eine anschließende Untersuchung der problemspezifischen Struktureigenschaften ermöglicht die Definition ausgezeichneter Punkte des zulässigen Bereiches, unter denen sich eine optimale Lösung finden lässt. Zur Bestimmung ausgezeichneter Punkte stellen wir drei alternative Enumerationsschemata vor, die eine Weiterentwicklung eines relaxationsbasierten Enumerationsansatzes von BARTUSCH ET AL. (1988) darstellen. Darauf aufbauend werden exakte und verkürzte Branch-and-Bound Algorithmen zur Lösung des Problems der Rückbauplanung beschrieben. Durch den Einsatz eines Preprocessings und Regeln zur Redundanzvermeidung gelingt es, die Effizienz der Branch-and-Bound Algorithmen zu steigern. In einer sich anschließenden experimentellen Performanceanalyse bewerten wir die einzelnen Lösungsverfahren hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit. Insbesondere zeigen wir, dass sich für eine reale Probleminstanz die beste unserem Praxispartner bislang bekannte Lösung durch unsere Verfahren deutlich verbessern lässt, wodurch sich Einsparungen in Höhe von über hundert Millionen Euro ergeben. Im letzten Abschnitt des Kapitels werden schließlich die wesentlichen Erkenntnisse zur Rückbauplanung für Kernkraftwerke zusammengefasst und die Ergebnisse einer Machbarkeitsanalyse zur praktischen Umsetzbarkeit der entwickelten Methoden und Verfahren präsentiert.

Das dritten Kapitel widmet sich der Versuchsträgerplanung in Automobilentwicklungsprojekten. Zunächst motivieren wir die Problemstellung, wobei die Versuchsträgerplanung in den Ablauf eines Automobilentwicklungsprojektes eingeordnet und ihre betriebswirtschaftliche Relevanz herausgestellt wird. Anschließend präsentieren wir eine Problemformulierung, die wie-

derum auf dem im ersten Kapitel vorgestellten Projektplanungsmodell basiert. Eine Strukturuntersuchung des zulässigen Bereiches bildet die Grundlage zur Entwicklung eines Generierungsschemas, mit dem sich – zurückgehend auf einen Ansatz von NEUMANN und ZIMMERMANN (2000) – iterativ eine „lokal optimale“ Einplanung der einzelnen Projektvorgänge vornehmen lässt. Auf Basis des Generierungsschemas entwerfen wir schließlich verschiedene Varianten einer prioritätsregelbasierten Heuristik sowie einen Genetischen Algorithmus zur Lösung des Problems der Versuchsträgerplanung. Im Anschluss stellen wir die Ergebnisse einer experimentellen Performanceanalyse vor, anhand derer wir die einzelnen Lösungsverfahren hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit beurteilen. Unter anderem zeigt sich für eine reale Problem Instanz, dass sich durch Anwendung des Genetischen Algorithmus der Versuchsträgerbedarf im Vergleich zu den derzeit in der Praxis angewandten Verfahren um fast ein Drittel reduzieren lässt. Nach einer Zusammenfassung der wichtigsten Resultate zur Versuchsträgerplanung in Automobilentwicklungsprojekten endet das Kapitel mit einer Beschreibung, wie sich die entwickelten Verfahren und Methoden in die betriebswirtschaftliche Praxis überführen lassen.

Ein Überblick zu den wesentlichen Ergebnissen und ein Ausblick auf weiterführende Forschungsmöglichkeiten schließen die Arbeit ab.

# 1 Projektplanung – Grundlagen und Anwendungsbeispiele

Wie einleitend dargestellt, werden wir sowohl die Rückbauplanung für Kernkraftwerke als auch die Versuchsträgerplanung in Automobilentwicklungsprojekten als ressourcenbeschränkte Projektplanungsprobleme mit multiplen Ausführungsmodi beschreiben. Modellierung und Lösung der beiden betrachteten Planungsprobleme machen dementsprechend größtenteils von denselben Begriffen und Konzepten der ressourcenbeschränkten Projektplanung Gebrauch. Im Folgenden werden die zum Verständnis der vorliegenden Arbeit notwendigen Grundlagen erläutert. Eine ausführliche Einführung in die ressourcenbeschränkte Projektplanung geben ZIMMERMANN ET AL. (2006), während der aktuelle Stand der Forschung weitestgehend in DEMEULEMEESTER und HERROELEN (2002), NEUMANN ET AL. (2003) sowie JOZEFOWSKA und WĘGLARZ (2006) dokumentiert ist.

Im Sinne der Projektplanung besteht ein Projekt aus  $n \in \mathbb{N}_0$  Vorgängen  $i = 1, \dots, n$ , die für ihre Ausführung in der Regel Zeit und Ressourcen benötigen. Ferner besitzt jedes Projekt ein Start- und ein Endereignis. Projektstart und -ende lassen sich durch zwei *fiktive Vorgänge* 0 und  $n + 1$  ohne Zeit- und Ressourcenbeanspruchung modellieren. Mit  $V := \{0, 1, \dots, n, n + 1\}$  bezeichnen wir die endliche Menge aller Vorgänge eines Projektes. Jeder Vorgang  $i \in V$  ist für  $p_i \in \mathbb{N}_0$  Zeiteinheiten ohne Unterbrechung auszuführen. Wie bereits erwähnt, gilt  $p_0 := p_{n+1} := 0$ . Sei nun  $S_i \in \mathbb{R}_{\geq 0}$  der Startzeitpunkt eines Vorgangs  $i$ . Dann können wir den Begriff eines *Schedules* wie folgt definieren:

**Definition 1.1 (Schedule)** *Ein Vektor von Startzeitpunkten  $S := (S_0, S_1, \dots, S_n, S_{n+1})$ , mit  $S_i \in \mathbb{R}_{\geq 0}$  für alle  $i \in V$  und  $S_0 := 0$  wird Schedule genannt.*

Grundlegend besteht ein Projektplanungsproblem nun darin, einen Schedule  $S$  zu bestimmen, so dass ein gegebenes Zielkriterium  $f(S)$  optimiert und eine Menge von Restriktionen erfüllt wird.

Abschnitt 1.1 beschreibt zunächst Projektplanungsprobleme, bei denen ausschließlich Zeitbeziehungen zwischen den einzelnen Projektvorgängen einzuhalten sind. Darauf aufbauend führt Abschnitt 1.2 ressourcenbeschränkte Projektplanungsprobleme ein, bei denen berücksichtigt

wird, dass die zur Ausführung der einzelnen Projektvorgänge benötigten Ressourcen knapp sind. In Abschnitt 1.3 werden die Struktureigenschaften des Lösungsraums ressourcenbeschränkter Projektplanungsprobleme dargestellt, die zur Erläuterung unserer Lösungsverfahren relevant sind. Abschnitt 1.4 ergänzt unsere Überlegungen zu ressourcenbeschränkten Projektplanungsproblemen um den Mehr-Modus-Fall, bei dem in Betracht gezogen wird, dass einige Projektvorgänge in alternativen Modi ausgeführt werden können. Abschließend werden wir in Abschnitt 1.5 auf eine Reihe von Anwendungen der ressourcenbeschränkten Projektplanung mit multiplen Ausführungsmodi in der betriebswirtschaftlichen Praxis eingehen.

## 1.1 Projektplanung unter allgemeinen Zeitbeziehungen

Bei einem Projekt bestehen zwischen den einzelnen Vorgängen Abhängigkeiten in Form von Zeitbeziehungen, die in Gestalt *zeitlicher Mindest- und Höchstabstände* modelliert werden können. Ein Beispiel für einen zeitlichen Mindestabstand ist die *Vorrangbeziehung* zwischen zwei Vorgängen  $i$  und  $j$ , bei der Vorgang  $j$  erst beginnen darf, wenn Vorgang  $i$  abgeschlossen worden ist. Bestehen bei einem Projektplanungsproblem Zeitbeziehungen ausschließlich in Form von Vorrangbeziehungen, so sprechen wir auch von *Projektplanung unter Vorrangbeziehungen*. Demgegenüber können bei der *Projektplanung unter allgemeinen Zeitbeziehungen*, auf die sich die weiteren Ausführungen beziehen, beliebige zeitliche Mindest- und Höchstabstände zwischen den einzelnen Projektvorgängen existieren.

Da die einzelnen Projektvorgänge eine feste Dauer besitzen und nicht unterbrochen werden dürfen, können wir o.B.d.A. annehmen, dass sich ein zeitlicher Mindest- oder Höchstabstand immer auf die Startzeitpunkte  $S_i$  und  $S_j$  zweier Vorgänge  $i, j \in V$  mit  $i \neq j$  bezieht (vgl. BARTUSCH ET AL., 1988). Ein zeitlicher Mindestabstand  $d_{ij}^{min} \in \mathbb{N}_0$  besagt dann, dass Vorgang  $j$  frühestens  $d_{ij}^{min}$  Zeiteinheiten nach dem Start von Vorgang  $i$  beginnen darf, d.h. es gilt  $S_j - S_i \geq d_{ij}^{min}$ . Besteht ein zeitlicher Höchstabstand  $d_{ij}^{max} \in \mathbb{N}_0$ , so darf Vorgang  $j$  höchstens  $d_{ij}^{max}$  Zeiteinheiten nach dem Beginn von Vorgang  $i$  starten und es gilt  $S_j - S_i \leq d_{ij}^{max}$ .

Zur Darstellung von Zeitbeziehungen innerhalb eines Projektes ist ein *Vorgangs-Knoten-Netzwerk*  $N := (V, E; \delta)$  mit Knotenmenge  $V$ , Pfeilmenge  $E$  und Pfeilbewertung  $\delta : E \rightarrow \mathbb{Z}$  geeignet (vgl. ROY, 1964; MODER ET AL., 1983). In einem solchen Vorgangs-Knoten-Netzwerk, das wir im Folgenden auch *Projektnetzplan* nennen, entspricht jeder Knoten genau einem Vorgang  $i \in V$ . Die Begriffe Knoten und Vorgang werden wir daher synonym verwenden. Besteht zwischen den Startzeitpunkten eines Vorgangs  $i$  und eines Vorgangs  $j$  ein zeitlicher Mindestabstand  $d_{ij}^{min}$ , so enthält Projektnetzplan  $N$  einen Pfeil  $(i, j)$  von Knoten  $i$  nach Knoten  $j$  mit Bewertung  $\delta_{ij} := d_{ij}^{min}$ . Ein zeitlicher Höchstabstand  $d_{ij}^{max}$  zwischen einem Knoten  $i$  und einem Knoten  $j$  wird als Rückwärtspfeil  $(j, i)$  mit negativer Bewertung  $\delta_{ji} := -d_{ij}^{max}$  im Projektnetz-

plan dargestellt. Insbesondere gehen wir im Folgenden davon aus, dass für ein Projekt immer eine *Projekthöchstdauer*  $\bar{d} \in \mathbb{N}_0$  vorgegeben ist. Legen wir fest, dass der Projektstart  $S_0$  immer zum Zeitpunkt 0 erfolgen muss, so kann die vorgegebene Projekthöchstdauer durch einen Höchstabstand  $d_{0,n+1}^{max} := \bar{d}$  zwischen Projektstart und -ende, also durch einen Pfeil  $\langle n+1, 0 \rangle$  mit Bewertung  $\delta_{n+1,0} := -\bar{d}$ , modelliert werden.

**Beispiel 1.2** Abbildung 1.1 zeigt ein Vorgangs-Knoten-Netzwerk für ein Projekt mit  $n = 5$  Vorgängen sowie zeitlichen Mindest- und Höchstabständen. Zwischen den Vorgängen 2 und 4 existiert beispielsweise ein Höchstabstand von 3 Zeiteinheiten, während zwischen den Vorgängen 3 und 4 ein zeitlicher Mindestabstand von 4 Zeiteinheiten einzuhalten ist. Eine vorgegebene Projekthöchstdauer von  $\bar{d} = 10$  Zeiteinheiten wird durch den Pfeil  $\langle 6, 0 \rangle$  modelliert. Die Dauer  $p_i$  eines Vorgangs  $i \in V$  wird im Projektnetzplan durch ein Gewicht am zugehörigen Knoten dargestellt.

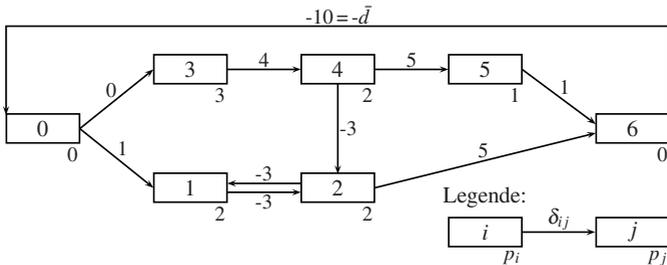


Abbildung 1.1: Vorgangs-Knoten-Netzwerk

Sowohl zeitliche Mindest- als auch zeitliche Höchstabstände zwischen zwei Vorgängen  $i$  und  $j$  führen zu Restriktionen der Form  $S_j - S_i \geq \delta_{ij}$  (vgl. z.B. NEUMANN ET AL., 2003). Für die zuvor eingeführte Vorrangbeziehung gilt beispielsweise  $S_j - S_i \geq p_i$ . Allgemein bezeichnen wir die Ungleichungen

$$S_j - S_i \geq \delta_{ij} \quad ((i, j) \in E) \tag{1.1}$$

als *Zeitrestriktionen*.

**Definition 1.3 (zeitulässiger Schedule)** Ein Schedule  $S$ , für den alle Mindest- und Höchstabstände zwischen den Startzeitpunkten der Vorgänge  $i \in V$  eingehalten werden, d.h. für den die Ungleichungen (1.1) erfüllt sind, nennen wir einen *zeitulässigen Schedule*. Die Menge aller zeitulässigen Schedules bezeichnen wir mit  $\mathcal{S}_T$ .

Generell unterscheiden wir zwischen *direkten* und *induzierten* Zeitbeziehungen. Jeder Pfeil  $\langle i, j \rangle \in E$  repräsentiert einen direkten Zeitabstand. Mehrere direkte Zeitabstände können zusammen weitere Zeitbeziehungen induzieren. Über die Ermittlung längster Wege im Projektnetzplan  $N$  lassen sich diese induzierten Zeitabstände berechnen. Angenommen es existiere mindestens ein Weg von Knoten  $i$  zu Knoten  $j \neq i$  im Projektnetzplan  $N$ . Dann bezeichnet  $d_{ij} \in \mathbb{Z}$  die Länge eines längsten Weges von Knoten  $i$  zu Knoten  $j$ . Existiert ein solcher Weg nicht, setzen wir  $d_{ij} := -(\bar{d} + 1)$ . Schließlich legen wir noch  $d_{ii} := 0$  für alle  $i \in V$  fest. Die zugehörige Matrix  $D := (d_{ij})_{i,j \in V}$  wird *Distanzmatrix* genannt.

Sofern Projektnetzplan  $N$  keine Zyklen positiver Länge besitzt und damit die Menge der zeit zulässigen Schedules nicht leer ist, lässt sich die Distanzmatrix  $D$  zu  $N$  berechnen. Dazu kann man beispielsweise den sogenannten Tripel-Algorithmus von Floyd & Warshall (vgl. LAWLER, 1976), der eine Zeitkomplexität von  $\mathcal{O}(|V|^3)$  besitzt und Zyklen positiver Länge erkennt, verwenden. Die Berechnung längster Wege in Projektnetzplänen wird häufig auch als *Netzplantechnik* bezeichnet.

Einen Projektnetzplan  $N$  nennen wir *wohldefiniert*, falls  $d_{0i} \geq 0$  für alle  $i \in V \setminus \{0\}$  und  $d_{i,n+1} \geq p_i$  für alle  $i \in V \setminus \{n+1\}$  gilt, d.h. kein Vorgang  $0 < i < n+1$  beginnt vor dem Projektstart oder befindet sich nach dem Projektende in Ausführung. In NEUMANN und SCHWINDT (1997) findet sich ein Algorithmus, der Projektnetzpläne so transformiert, dass sie wohldefiniert sind. Wir gehen daher im Folgenden davon aus, dass einer Problem Instanz immer ein wohldefinierter Projektnetzplan zugrunde liegt.

Der Distanzmatrix  $D$  lassen sich zudem die bezüglich der vorgegebenen Zeitbeziehungen *frühesten Startzeitpunkte*  $ES_i$  und die *spätesten Startzeitpunkte*  $LS_i$  für jeden Vorgang  $i \in V$  entnehmen, wobei  $ES_i := d_{0i}$  und  $LS_i := -d_{i0}$  gilt. Einen Vorgang  $i$  mit  $ES_i = LS_i$  bezeichnen wir als *kritisch*. Für den Projektnetzplan aus Abbildung 1.1 ergeben sich die in Tabelle 1.1 dargestellten frühesten und spätesten Startzeitpunkte, wobei die realen Vorgänge 3, 4 und 5 kritisch sind. Es besteht also nur für die Vorgänge  $i = 1, 2$  ein Planungsspielraum. Dieser Planungsspielraum, innerhalb dessen ein Vorgang  $i$  unter Berücksichtigung aller Zeitbeziehungen eingeplant werden kann, ohne zu einer Überschreitung der vorgegebenen Projekthöchstdauer  $\bar{d}$  zu führen, wird allgemein auch als *Gesamtpufferzeit*  $TF_i := LS_i - ES_i > 0$  bezeichnet.

Tabelle 1.1: Früheste und späteste Startzeitpunkte der Vorgänge aus Beispiel 1.2

$i$	0	1	2	3	4	5	6
$ES_i$	0	1	1	0	4	9	10
$LS_i$	0	8	5	0	4	9	10