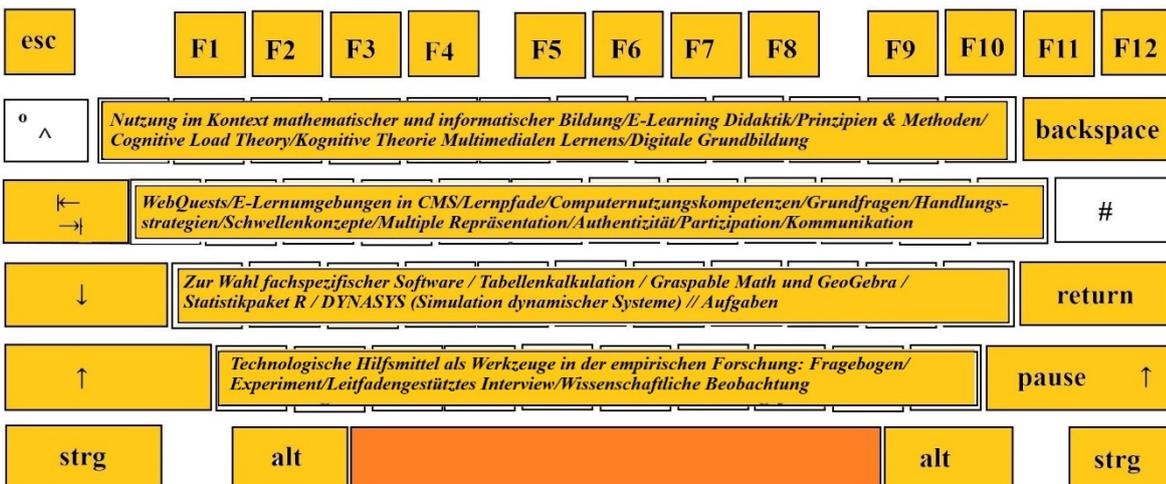


# LEHR- UND LERNMEDIUM COMPUTER



WTM  
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien  
Münster

# **Skripte zur Mathematik und ihrer Didaktik**

Herausgegeben von  
Gilbert Greefrath und Martin Stein

**Band 8**

KARL JOSEF FUCHS & SIMON PLANGG

**LEHR- & LERNMEDIUM COMPUTER**

WTM  
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien  
Münster

## **Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese  
Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;  
detaillierte Informationen sind im Internet über  
<http://dnb.de> abrufbar

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil des Werkes  
darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlags in  
irgendeiner Form reproduziert oder unter  
Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet,  
vervielfältigt oder verbreitet werden.

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und  
Medien, Münster 2022 – E-Book  
Ferdinand-Freiligrath-Str. 26, 48147 Münster  
ISBN 978-3-95987-242-3

## Vorwort

Das Buch basiert auf den Pflichtlehrveranstaltungen *Fachdidaktisches Projekt: Neue Medien im Mathematikunterricht* bzw. *Fachdidaktisches Projekt: Aktuelle Themen der Didaktik der Mathematik*, die im Diplomstudium LA Mathematik (2. Studienabschnitt) bis SS 2020 bzw. seit SS 2017 im Masterstudium LA Mathematik an der Paris Lodron-Universität Salzburg von den beiden Autoren gehalten wurden/ werden.

Mit diesem Buch wenden wir uns an Lehrende in der Ausbildung sowie in der Fort- und Weiterbildung an Universitäten und Pädagogischen Hochschulen. Computer sind in den letzten Jahren immer stärker in den Mittelpunkt zeitgemäßer Lehr-/Lernprozesse getreten.

Jedes Kapitel

Kapitel 1: KONZEPTE RUND UM DAS LEHR- UND LERNMEDIUM COMPUTER,

Kapitel 2: LEHREN UND LERNEN MIT COMPUTERN,

Kapitel 3: SOFTWARE IM MATHEMATIKUNTERRICHT,

Kapitel 4: TECHNOLOGISCHE HILFSMITTEL ALS WERKZEUGE IN DER EMPIRISCHEN FORSCHUNG

ist in gleicher Weise aufgebaut. Dabei werden im Theorieteil einzelne Themenbereiche unter Einbeziehung kontextrelevanter Literatur diskutiert oder im Fall der Präsentationen fachspezifischer Software Aufbau und Arbeitsweise der Produkte anhand von Beispielen demonstriert. Zum Abschluss einzelner Kapitel finden sich Aufgaben, in dem spezielle Themen diskutiert und praktische Übungen angeboten werden.

Wir wünschen viel Freude beim Lesen des Textes und hoffen, dass wir Ihnen mit diesem Buch einige Anregungen für Ihren Unterricht mit Computern vermitteln können.

Karl Josef Fuchs & Simon Plangg

Salzburg, 2022



# Inhaltsverzeichnis

1.	KONZEPTE RUND UM DAS LEHR- UND LERNMEDIUM COMPUTER	
1.1	<i>Computernutzung im Kontext mathematischer und Informatischer Bildung</i> .....	5
1.2	<i>E-Learning Didaktik</i> .....	8
1.3	<i>Prinzipien und Methoden: Die Cognitive Load Theory Die kognitive Theorie Multimedialen Lernens</i> .....	10
1.4	<i>Aufgaben: Digitale Grundbildung</i> .....	17
2.	LEHREN UND LERNEN MIT COMPUTERN	
2.1	<i>WebQuests-Internetrecherche in naturwissenschaftlichen Fächern</i> .....	36
2.2	<i>E-Lernumgebungen und Content Management Systeme (CMS) im Lehr-/Lernprozess</i> .....	38
2.3	<i>Lernpfade</i> .....	41
2.4	<i>Computernutzungskompetenzen</i> .....	43
2.5	<i>Aufgaben</i>	
2.5.1	<i>Grundfragen an einen Unterricht mit Computern ...</i>	47
2.5.2	<i>Handlungsstrategien mit Computern in der Mathematik</i>	
2.5.2.1	<i>Modellbilden und Sprache</i> .....	51
2.5.2.2	<i>Schwellenkonzepte</i> .....	55
2.5.2.3	<i>Multiple Repräsentation, Analyse und Integration</i> .....	62
2.5.2.4	<i>Authentizität, Partizipation, Kommunikation- Drei wesentliche Parameter in einem Unterricht mit Computern</i> .....	67
3.	SOFTWARE IM MATHEMATIKUNTERRICHT	
3.1	<i>Zur Wahl fachspezifischer Software/Taxonomien</i> .....	69
3.2	<i>Ausgewählte Beispiele fachspezifischer Software</i>	
3.2.1	<i>Tabellenkalkulation</i> .....	75
3.2.2	<i>Graspable Math und GeoGebra</i> .....	82
3.2.3	<i>Statistikpaket R</i> .....	87
3.2.4	<i>DYNASYS-Software zur Simulation dynamischer Prozesse</i> .....	93

3.3	<i>Aufgaben</i> .....	98
4. TECHNOLOGISCHE HILFSMITTEL ALS WERKZEUGE IN DER EMPIRISCHEN FORSCHUNG		
4.1	<i>Forschungsmethoden</i> .....	104
4.2	<i>Fragebogen</i> .....	108
4.3	<i>Experiment</i> .....	111
4.4	<i>Leitfadengestütztes Interview</i> .....	115
4.5	<i>Wissenschaftliche Beobachtung</i> .....	125
LITERATURVERZEICHNIS .....		139

# 1. Konzepte rund um das Lehr- und Lernmedium Computer

## 1.1 Computernutzung im Kontext mathematischer und Informatischer Bildung

Bei der Diskussion um den Technologieeinsatz im naturwissenschaftlichen Unterricht stand sehr bald der Kompetenzbegriff im Mittelpunkt (Mitgutsch 2016; Fuchs 2022). Hans-Stefan Siller und Karl Josef Fuchs präsentierten in diesem Kontext zum Technologieeinsatz 2009 ein dreigliedriges Modell, das sich aus den Pfaden *Konstruktion/ Dekonstruktion*, *Funktion* und *Evaluation* aufbaut. (Siller & Fuchs 2009)

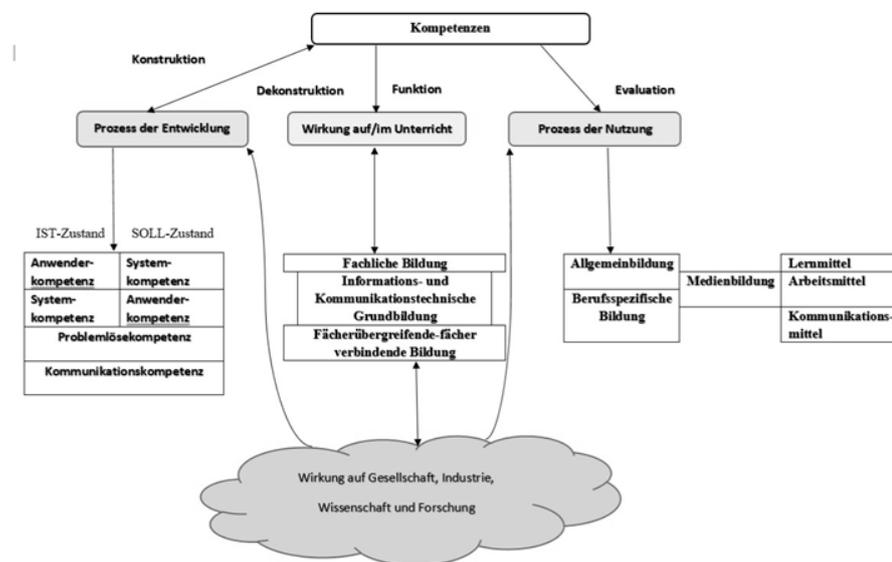


Abbildung 1.1.1: Siller & Fuchs (2009, S. 4)

Das Kompetenzmodell aus der Informatik (Fuchs & Landerer 2005) mit den informatischen Kompetenzen *System-*, *Anwendungs-*, *Kommunikations-* und *Problemlöse-/Modellierungskompetenz* sind in diesem Modell als **Prozess der Entwicklung** integriert. Die einzelnen informatischen Kompetenzen werden dabei wie folgt beschrieben werden:

- Die *Systemkompetenz* umfasst die Fähigkeiten Aufbau, Funktionsweise und Grenzen von Informatiksystemen (ISn) (Baumann 1996, S. 287) einschließlich der Fragen nach Sicherheit und Auswirkungen von ISn.
- Die *Anwendungskompetenz* umfasst die Fähigkeiten zum Dokumentieren/Publizieren, Rechnen, Kommunizieren sowie der Wissensorganisation mit Computern.
- Die *Kommunikationskompetenz* beschreibt die Fähigkeiten Informatische Anliegen zu artikulieren, informatisch zu argu-

mentieren (vgl. Kapitel 2.5.2.4) sowie die Arbeit in Gruppen zu organisieren, die Ergebnisse zu dokumentieren und schließlich zu präsentieren.

- Die *Problemlöse-/Modellierungskompetenz* umfasst die Beherrschung informatischer Abstraktions-, Modellierungs- und Entwurfstechniken sowie die Anwendung sämtlicher zuvor genannter Kompetenzen zur Lösung (vorwiegend) lebensweltlicher Probleme.

Mit **Wirkung auf/im Unterricht** werden die Anforderungen an die Lehrenden und Lernenden von der fachlichen Bildung über die Informations- und Kommunikationstechnische Grundbildung bis hin zur jeweils fächerspezifischen Bildung formuliert.

Mit **Prozess der Nutzung** wird die Implementierung in den Unterricht, die als typenspezifische Lehrstoffe der Mathematik sowie der Informatik/Angewandten Informatik oder einer allgemeinen Medienbildung erfolgt, angesprochen. Die sich mit der Implementierung unmittelbar stellende Diskussion der Lehr-/Lernmaterialien wird ebenfalls in diesem **Prozess der Nutzung** angedacht.

Die Verbindung der **Kompetenzen** mit den drei Subkategorien erfolgt über die Tätigkeit der Konstruktion bzw. Dekonstruktion im **Prozess der Entwicklung**, über die Auswirkung (Funktion) der Kompetenzen als **Wirkung auf/im Unterricht** sowie als Evaluation im **Prozess der Nutzung**.

Die Kategorie Bildung steht in ständiger Wechselwirkung mit dem Bereich **Gesellschaft, Industrie, Wissenschaft und Forschung**. Dieser wiederum beeinflusst den Prozess der Entwicklung von Kompetenzen und den Prozess der Nutzung von Computern.

Das Modell von Siller und Fuchs mit seinen drei Subkategorien besitzt in seiner Struktur Ähnlichkeiten mit dem Konzept einer umfassenden informatischen Bildung von Peter Hubwieser (2007). Dieses Modell beschreibt die Rolle des Computers als *Verflechtung von Unterrichtshilfen, Bedienschulung und Vermittlung grundlegender Konzepte*. Die Ecken eines daraus gebildeten Dreiecks, in der fachdidaktischen Literatur vielfach auch gerne liebevoll als *Hubwiesersches Dreieck* bezeichnet, werden mit **Einsatz als Medium oder als Lernhilfe, Schulung von Bedienerfertigkeiten** und **Beherrschung grundlegender Konzepte** bezeichnet.

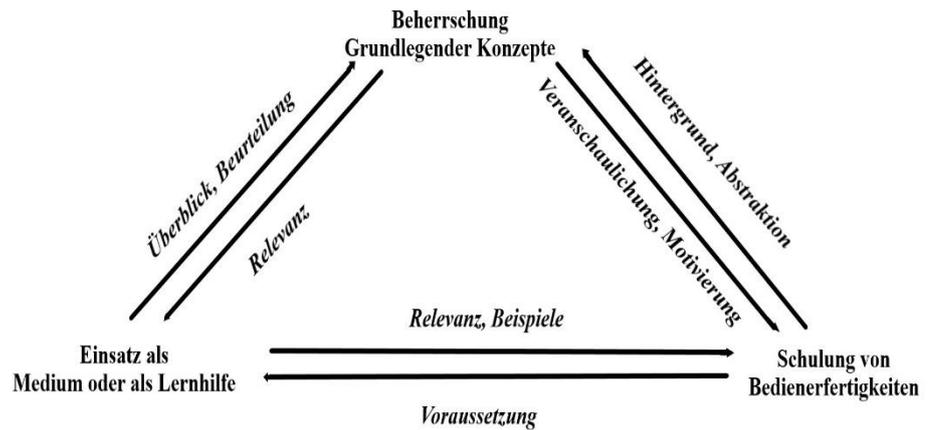


Abbildung 1.1.2: Hubwieser (2007, S. 49)

Nicht zuletzt zeigt diese Diskussion über die Rolle des Computers im naturwissenschaftlichen Unterricht auch die Grenzen überschreitende Charakteristik dieser Diskussion auf. Fuchs weist in seinem Modell einer Didaktik der Informatik auf diesen Umstand hin und betont, dass die Grenzen zwischen den einzelnen naturwissenschaftlichen Disziplinen keinesfalls zu strikt gezogen werden dürfen (Fuchs 2005).

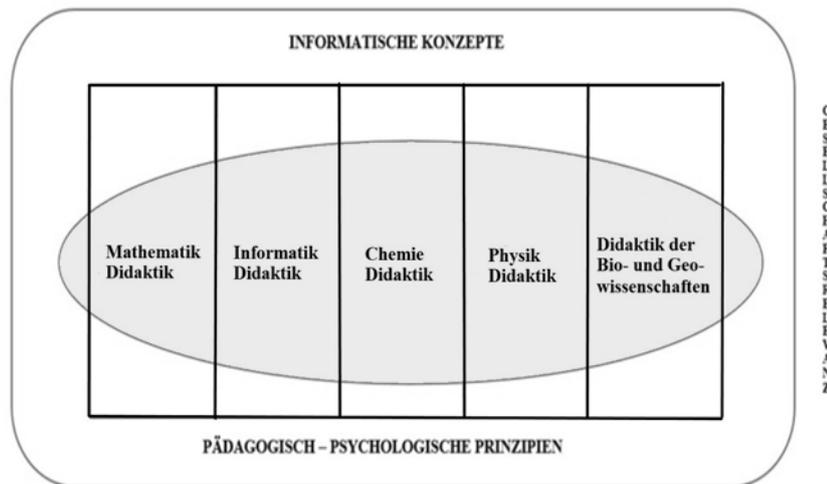


Abbildung 1.1.3: Fuchs (2005a S. 7 & 2005b, S. 9)

## 1.2 E-Learning Didaktik

Christian Schrack beschreibt in seinem Manifest eLearning wie folgt:

Unter eLearning versteht man Computer-begleitete Lernprozesse unter Verwendung von Lernplattformen, Internet und Online-Diensten. ELearning kann sowohl als Unterricht im Klassenzimmer (z.B. als Laptopklasse oder im EDV-Saal verwendet werden) als auch in unterrichtsfreien Zeiten eingesetzt werden.

Dabei werden Lernplattformen (Learning Management Systeme) und Content-Bausteine eingesetzt und genutzt. Die Definition von eLearning geht also davon aus, dass örtliche und zeitliche Räume („Entmaterialisierung des Lernens“) überbrückt werden können.

... Immer mehr erweist es sich ... als sinnvoll, eLearning sehr viel weiter zu sehen: als eine Methode, um jederzeit notwendiges Wissen nachschlagen bzw. erwerben zu können (Schrack 2006, S. 12, 13)

Konsequenter Weise entwirft Schrack ein drei-Stufen-Modell für eine eLearning Didaktik.

Die **Didaktik I (mobiles eLearning)** beschreibt den Einsatz des Computers als Lernmaschine. Der Computer wird als Werkzeug zum Dokumentieren, Rechnen und Präsentieren eingesetzt. Die Verteilung der Rollen in diesem Konzept entspricht dem klassischen Modell von Expert(inn)en und Rezipient(inn)en. Das lernpsychologische Konzept, welches hinter der Didaktik I steht, ist jenes des *Behaviorismus*. Lernen wird in diesem Konzept als reines Wechselspiel von Reiz (Stimulus) und Reaktion (Response) gesehen (Watson 2018). Ziel ist eine Erhöhung von Kenntnissen und Fertigkeiten im Umgang mit Computern. Die Didaktik I ist somit auch sehr gut mit der „Ecke“ **Schulung von Bedienerfertigkeiten** im *Hubwieserschen Dreieck* vergleichbar.

Die **Didaktik II (kooperatives eLearning)** nutzt die „kommunikativen Talente“ des neuen Mediums Computer. Selbstständiges Recherchieren und Bewerten von Materialien im Sinne der lernpsychologischen Paradigmen eines *Kognitivismus* (Kunert 2011) bzw. *Konstruktionismus* (Papert & Harel 1991) werden zu zentralen Handlungen in diesem Modell. Der Grad an Selbstorganisation bei den Schüler(inne)n nimmt bei der Didaktik II wesentlich zu. Zudem kommt es bei Schüler(inne)n zu einer Erweiterung der kommunikativen Kompetenzen (vgl. Modell der Informatischen Kompetenzen bei Fuchs und Landerer). Dem kooperativen Arbeiten, d.h. dem Austausch von Informationen mit anderen Schüler(inne)n vor allem dem Aspekt des Recherchierens und Bewertens von Materialien werden wir in Kapitel 2 im Zusammenhang mit sogenannten *WebQuests* noch besondere Beachtung schenken.

Bei der **Didaktik III (kollaboratives eLearning)** steht die Arbeitsteilung bei der Problemlösung im Mittelpunkt. Die Schüler(innen) nehmen in diesem Konzept abwechselnd verschiedene Rollen ein, d.h. Moderator(innen), Teamleiter(innen), Teammitglied, Feedbackgeber(jn) und Präsentator(in). Das lernpsychologische Konzept, welches hinter der Didaktik III steht, ist jenes des *Konstruktivismus* (Foerster von et al 1992). Ziel dieses Konzepts ist eine Anleitung zu selbstständigem, lebensbegleitendem Lernen. Bevorzugte Unterrichtsformen sind Projekt- und fächerübergreifender Unterricht.

### 1.3 Prinzipien und Methoden

Mit dem Einsatz von Computern im Unterricht haben zahlreiche neue fachdidaktische Prinzipien Einzug in die Fachdidaktik der Naturwissenschaften gehalten.

#### Das White Box/Black Box – Black Box/White Box Prinzip

Das Prinzip wurde erstmals von Bruno Buchberger (1989) im Kontext der Fragestellung „Sollten Studierende Integrationsregeln lernen?“ vorgestellt. Beim Unterrichten nach dem *Black-Box-Prinzip (BBP)*, also nach der *Black Box Methode (BBM)* wird der Computer als reiner ‚Erfüllungs-gehilfe‘ eingesetzt, d.h. die eigentlichen Algorithmen, die der Computer anwendet, interessieren die/den Anwender(in) nicht.

Das Augenmerk gilt ausschließlich dem Ergebnis, z.B. Lösen Sie die Ungleichung  $|x + 3| \leq 4 \forall x \in \mathbb{R}$  mit GeoGebra<sup>1</sup> nach der *Black Box Methode (BBM)*. Das Ergebnis lautet  $\{-7 \leq x \leq 1\}$ .

Beim Unterrichten nach dem *White Box Prinzip (WBP)*, also nach der *White Box Methode (WBM)*, vollzieht die/der Schüler(in) selbst die einzelnen Problemlöseschritte. Ob das System bei der Lösung des Problems ebenso arbeitet, interessiert die/den Anwender(in) wiederum nicht. Die Problemlöseschritte werden einfach in Analogie zur handschriftlichen Bearbeitung eingegeben. Z. B. Lösen Sie das nachfolgende lineare Gleichungssystem mit zwei Gleichungen in zwei Variablen mit GeoGebra schrittweise nach der *White Box Methode (WBM)* im Gleichsetzungsverfahren (Abbildung 1.3.1):

CAS	
1	$ 2x+4y=2$ → $- 2x + 4y = 2$
2	$ 5x+0y=1$ → $5x + 6y = 1$
3	Löse( $2x + 4y = 2$ ) → $\left\{ y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \right\}$
4	Löse( $5x + 0y = 1$ ) → $\left\{ y = -\frac{5}{6}x + \frac{1}{6} \right\}$
5	Löse( $(-1)/2x + 1/2 = (-5)/6x + 1/6$ ) → $\{x = -1\}$
6	Vereinfache(Ersetze( $y = (-1)/2x + 1/2$ )) → $y = 1$
7	Vereinfache(Ersetze( $y = (-5)/6x + 1/6$ )) → $y = 1$

Abbildung 1.3.1: Lösen eines linearen Gleichungssystems in zwei Variablen nach dem Gleichsetzungsverfahren mit GeoGebra (s. Kap. 3.2.1)

<sup>1</sup> GeoGebra - die beliebtesten, frei verfügbaren Werkzeuge für den Mathematikunterricht, genutzt von über 100 Millionen Schüler\*innen und Lehrer\*innen weltweit (Aufruf: 28.11.2021)

Die beiden Methoden (*WBM* und *BBM*) können als *WBBBM*, aber auch als *BBWBM* sinnstiftend im Unterricht als Abfolge verwendet werden. Im Falle von *WBBBM* zur Übernahme von Routinetätigkeiten durch das System (Pinkernell 2006), im Falle von *BBWBM* als motivierender Faktor für die Behandlung eines Themas (Fuchs 2003, S.22; 2022).

### *Mehrfensterertechnik und Hand Held Technologie*

Die *Mehrfensterertechnik* benennt ein Unterrichtsprinzip bei dem der koinzidente Wechsel der Darstellungsformen (grafisch, numerisch, symbolisch) bei der Lösung eines Problems genutzt wird.

Als Beispiel führen wir die Lösung des linearen Gleichungssystems aus Abbildung 1.3.1 durch koinzidente Übertragung des algebraischen Problems in eine stimmige grafische Darstellung an.

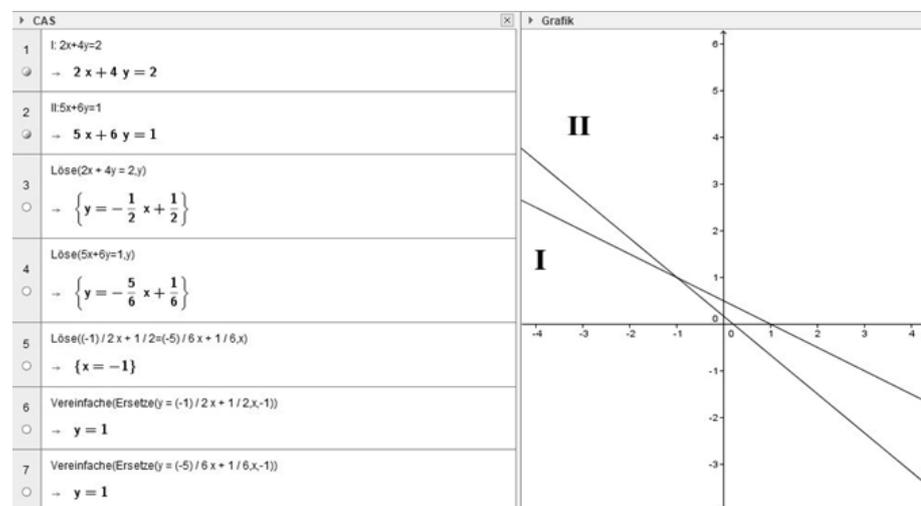


Abbildung 1.3.2: Lösen eines linearen Gleichungssystems in zwei Variablen nach dem Gleichsetzungsverfahren in Mehrfenstertechnik mit GeoGebra (s. Kap. 3.2.2)

Die *Hand Held Technologie* beschreibt die leichte Handhabbarkeit der Softwaretechnologie durch Computer im Taschenrechnerformat. Zu nennen wären hier der TI-Nspire von Texas Instruments<sup>2</sup> sowie der Casio ClassPad II von CASIO<sup>3</sup> (Fuchs & Plangg 2018; Fuchs, 2022).

### *Konzepte aus den Bezugsdisziplinen Psychologie und Erziehungswissenschaft im Kontext der Technologienutzung*

<sup>2</sup> TI-Nspire™ CX CAS Graphikrechner | Texas Instruments Deutschland (Aufruf: 28.11.2021)

<sup>3</sup> ClassPad II (FX-CP400) | CAS-Grafikrechner | Schul- und Grafikrechner | Produkte | CASIO (casio-europe.com) (Aufruf: 28.11.2021)

### Die Cognitive Load Theory (CLT)

Dem Arbeitsgedächtnis der Schüler(innen) kommt beim Arbeiten mit Computern eine aktive, organisatorische Funktion zu. John Sweller (2011 & Paas, Renkl & Sweller 2003) unterteilt in seiner Cognitive Load Theory (CLT) die kognitive Belastung des Lernenden in drei Bereiche ein:

- Der Bereich des *intrinsic load* beschreibt die lernthemenbezogene Belastung. Die kognitive Belastung ergibt sich aus dem intellektuellen Anspruchsniveau des Lehr- und Lernmaterials.
- Der Bereich des *extraneous load* beschreibt die lernumgebungsbezogene kognitive Belastung, also jene Belastung, die von der Gestaltung des Lehr- und Lernmaterials bedingt ist (vgl. Kriterien für die Aufbereitung von Lehr- und Lernmaterialien (Maresch 2006)).
- Die Wissensrepräsentation des Lernenden, der eigentliche aktive Lernprozess, ist *schematabasiert*, d.h. erfolgt durch Konstruktion neuer Schemata sowie durch Verknüpfung bestehender Schemata. Dieser Bereich der kognitiven Belastung wird in der CLT mit *germane load* bezeichnet.

Sind die vom Lernenden verfügbaren kognitiven Ressourcen größer als die Summe der kognitiven Belastungen aus den drei Bereichen, so verbleiben freie Kapazitäten im Arbeitsgedächtnis.

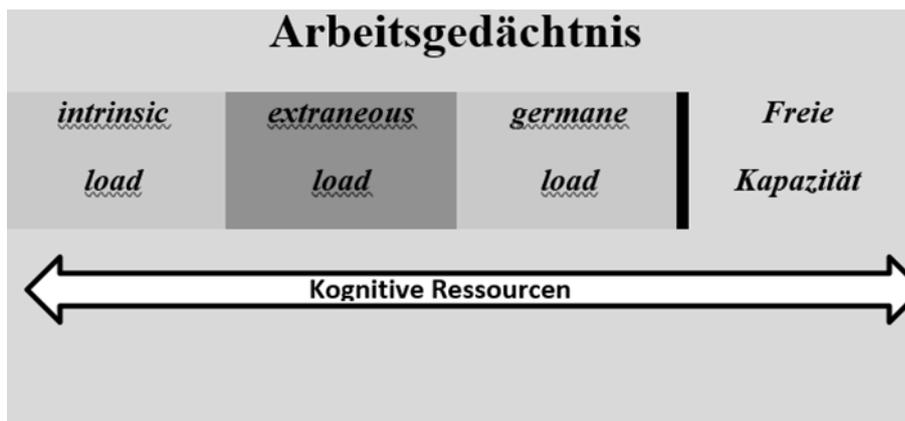


Abbildung 1.3.3: Darstellung der CLT Bereiche nach Maresch (2006)

Günter Maresch beschreibt in seinem Beitrag auch die Aufteilung der einzelnen Bereiche im Arbeitsgedächtnis in drei typischen Lernsituationen. In der nachfolgenden Abbildung stellt lediglich die erste Reihe eine gelungene Aufteilung der einzelnen kognitiven Bereiche dar. Erwähnenswert ist vor allem die Tatsache, dass der *extraneous load*, also jener Bereich, der die lernumgebungsbezogene kognitive Belastung re-

präsentiert, minimiert ist. Ganz gegenteilig verhält es sich mit der zweiten Reihe, wo der *extraneous load* die gesamten verfügbaren kognitiven Ressourcen aufbraucht. Für den eigentlichen Lernprozess bleibt damit keinerlei Raum übrig. Die dritte Reihe stellt einen ebenfalls völlig misslungene Aufteilung der Bereiche dar. Der Bereich der ungenützten kognitiven Ressourcen ist viel zu groß.

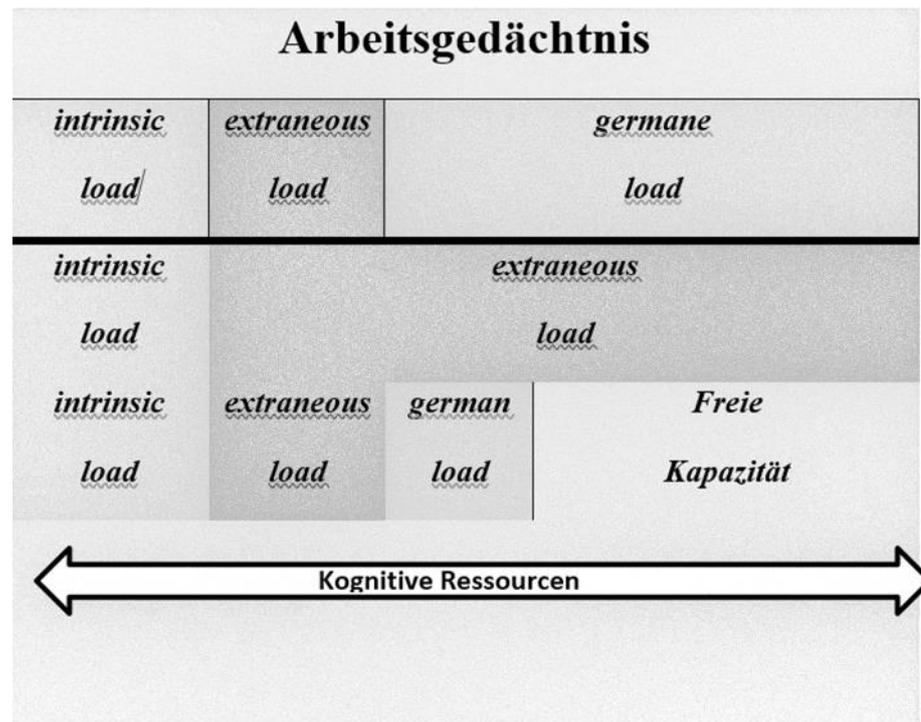


Abbildung 1.3.4: Darstellung der CLT Bereiche nach Maresch (2006)

### Die Kognitive Theorie Multimedialen Lernens

Zum Abschluss der Auseinandersetzung mit psychologischen und erziehungswissenschaftlichen Konzepten im Kontext eines Technologieeinsatzes setzen wir uns mit der Kognitiven Theorie Multimedialen Lernens von Richard E. Mayer auseinander (Mayer 2001 & 2005).

Für bedeutungsvolles Lernen sind nach Mayer in der Kognitiven Theorie Multimedialen Lernens fünf Prozesse maßgebend:

- Die Auswahl relevanter Wörter zur Verarbeitung im verbalen Arbeitsgedächtnis,
- Die Auswahl relevanter Bilder zur Verarbeitung im visuellen Arbeitsgedächtnis,