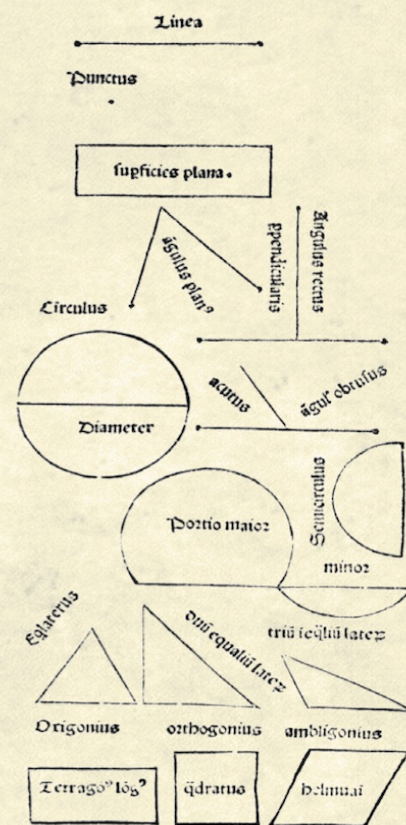


Benjamin Wardhaugh

Las infinitas vidas de Euclides

Historia del libro que forjó nuestro mundo

De principijs p se notis: & pmo de defini-
tionibus eorundem.



LAS INFINITAS VIDAS DE EUCLIDES

LAS INFINITAS VIDAS DE EUCLIDES

Historia del libro que forjó
nuestro mundo

BENJAMIN WARDHAUGH

Traducción de Marc Figueras

Shackleton
— b o o k s —

Las infinitas vidas de Euclides

Título original: *The Book of Wonders. The Many Lives of Euclid's Elements*

© Benjamin Wardhaugh 2020

Originally published in English by HarperCollinsPublishers Ltd, The News Building, 1 London Bridge St, London, SE1 9GF

«The author asserts the moral right to be acknowledged as the author of this work»

© Traducción: Marc Figueras (La Letra, SL)

© 2022, de esta edición, Shackleton Books, S. L.

Shackleton
— b o o k s —



@Shackletonbooks

www.shackletonbooks.com

Realización editorial: La Letra, S. L.

Diseño de cubierta: Pau Taverna

Conversión a ebook: Iglú ebooks

Icons by Icons8

ISBN: 978-84-1361-144-0

Reservados todos los derechos. Queda rigurosamente prohibida la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento y su distribución mediante alquiler o préstamo públicos.

ÍNDICE

Prólogo

I EL AUTOR

Alejandro

El geómetra y el rey

Elefantina

Cascotes de cerámica

Hipsicles

El decimocuarto libro

Teón de Alejandro

La edición de los Elementos

Esteban el escriba

Euclides en Bizancio

Al-Hayyay

Euclides en Bagdad

Adelardo

Euclides en latín

Erhard Ratdolt

La impresión de los Elementos

Margaret Seymer de su puño y letra

La posesión de los Elementos

Edward Bernard

Minerva en Oxford

Interludio

II EL SABIO

Platón

El filósofo y el esclavo

Proclo Diádoco

[Minerva en Atenas](#)
[Hroswitha de Gandersheim](#)
[La Sabiduría y sus hijas](#)
[Leví ben Gershon](#)
[Euclides en hebreo](#)
[Christopher Clavius](#)
[Los Elementos jesuíticos](#)
[Xu Guangqi](#)
[Euclides en China](#)
[No culpéis a nuestro autor](#)
[Geometría en escena](#)
[Baruch Spinoza](#)
[El modo geométrico](#)
[Anne Lister](#)
[La mejora del intelecto](#)
[Interludio](#)
[III EL HÉROE](#)
[Peteconsis](#)
[Impuestos y abusos](#)
[La división del monocordio](#)
[Higino](#)
[La agrimensura](#)
[Muhammad Abú al-Wafá al-Buzjani](#)
[La división del cuadrado](#)
[Señora Geometría](#)
[Las artes liberales](#)
[Piero della Francesca](#)
[Cuestión de perspectiva](#)
[Euclid Speidell](#)
[Enseñar y aprender](#)
[Isaac Newton](#)
[Principios matemáticos](#)
[Interludio](#)
[IV LA SOMBRA Y LA MÁSCARA](#)
[Mary Fairfax](#)
[Euclides y la camisa de fuerza](#)

[François Peyrard](#)

[El manuscrito 190](#)

[Nikolái Ivánovich Lobachevski](#)

[Paralelas](#)

[Maggie y Tom](#)

[La tortura de la mente](#)

[Simson en urdú](#)

[El imperio euclidiano](#)

[Sus rivales modernos](#)

[Thomas Little Heath](#)

[Con verdadero amor](#)

[Max Ernst](#)

[La máscara de Euclides](#)

[Diseños euclidianos](#)

[Lambda](#)

[Espacio curvo y energía oscura](#)

[Epílogo](#)

[Agradecimientos](#)

[Comentarios sobre las fuentes](#)

[Bibliografía](#)

[Nota a esta edición](#)

[Créditos de las ilustraciones](#)

[Sobre el autor](#)

[Notas](#)

Para mis padres

Prólogo

Lugar: Alejandría, *Alexándreia*. Época: durante el reinado de Ptolomeo, el primero de los alejandrinos; pongamos por caso el décimo año de su gobierno, poco después del 300 a. C.

Llegamos por mar, con el sol egipcio reflejándose sobre el agua. Atravesamos el puerto y entramos en la ciudad. Pasamos la Puerta de la Luna y, edificio tras edificio, seguimos por la vía Canopa, rodeados de mármol blanco, polvo y martillazos; obras por doquier. Estamos en la más magnífica de las ciudades; si quisiéramos podríamos ir en carro por todas esas calles, pavimentadas y enmarcadas por fachadas blancas. Aún podemos oír el murmullo del mar. En un cruce giramos a la izquierda, por la calle del Soma, larga y refrescada por la brisa. Nos adentramos en el barrio del palacio: los templos, el museo, la biblioteca.

Una de las personas que trabaja en el famoso barrio cultural es un hombre llamado Euclides; uno de sus libros, los *Elementos de geometría*. Cuando la magnífica Alejandría de Ptolomeo quede reducida a polvo, este libro seguirá con vida.



A lo largo de veintitrés siglos, los *Elementos de geometría* han ido cambiando el mundo. Se trata de un conjunto de afirmaciones sobre el espacio y sus propiedades (líneas y formas, números y proporciones) que ha atrapado a incontables lectores en su inacabable mundo de belleza abstracta e ideas puras. Y su viaje durante estos veintitrés

siglos ha sido fascinante. Pocos objetos sobreviven al hundimiento de la cultura que los ha generado; pocos textos superan la desaparición de la lengua en que están escritos. Los *Elementos* han sobrevivido a ambas cosas; de hecho, podemos decir que no solo han sobrevivido, sino que han prosperado mientras iba pasando por una serie de situaciones increíblemente diversas. Los lectores parecen haber encontrado en su austeridad las cualidades que lo han hecho interesante y valioso en cada lugar y en cada momento.

Los escultores de la fachada occidental de la catedral de Chartres representaron a Euclides, los sabios del Bagdad abasí tradujeron su libro; un artista estadounidense convirtió sus diagramas en obras de arte, un filósofo ateniense escribió un comentario sobre el libro. Los *Elementos* tuvieron su papel relevante en la revolución científica, cuyo fundamento fue la decisión de leer el libro de la naturaleza como si estuviera escrito en el lenguaje de las matemáticas.

En Pequín, entre agosto de 1606 y abril del siguiente año, el académico Xu Guangqi y el jesuita italiano Matteo Ricci se esforzaron en traducir los *Elementos*, uno de los libros que Ricci había llevado consigo desde el Lejano Oeste, al idioma del sabio mandarín. Lucharon con la terminología, con la estructura del texto y con las muy diferentes presunciones que cada uno de ellos asumía sobre el contenido del libro. Revisaron el texto tres veces antes de quedar satisfechos y decidir publicarlo.

Entre mayo y noviembre de 1817, en la otra punta del mundo, Anne Lister se reservó sus mañanas para la aritmética y Euclides, a partes iguales. Llegado el otoño, se había peleado con los *Elementos* más que la mayoría de los licenciados universitarios.

Mil años antes, en la abadía de Gandersheim, en la Baja Sajonia, la canonesa Hroswitha incluyó en una de sus obras de teatro la definición de Euclides de número perfecto,

como parte de la burla que lanzaba la Sabiduría contra el emperador Adriano, que intentaba torturarla junto a sus hijas.



Una y otra vez, cada generación se ha topado con los *Elementos* en nuevos lugares y ha construido nuevas cosas a partir de ellos. Los *Elementos* han viajado por mundos que los griegos que escribieron y leyeron el texto por primera vez ni tan siquiera podían imaginar.

¿Qué implica que un libro viva más de dos mil años? ¿Qué significa sobrevivir al hundimiento de la civilización que lo creó? ¿Qué significa hallar lectores una y otra vez, por todas partes y en todas las épocas? ¿Qué significados pueden encontrar en él esos lectores? ¿Cuáles son estos lectores que el libro tiene que encontrar?

Acompañadnos en este viaje y lo descubriréis.

I
EL AUTOR

Alejandría

El geómetra y el rey

Alejandría, hacia el 300 a. C.

Una cena, pongamos por caso un simposio en el barrio del palacio, tal vez en el Museo. Con la presencia del mismísimo Ptolomeo, general, héroe, rey y divinidad. La charla deriva hacia la geometría: ¿por qué es tan difícil?, ¿por qué no hay un camino más sencillo? El geómetra, un hombre desaliñado pero vivaz, responde: «No hay Camino Real hacia la geometría».¹



Este desaire es una de las historias irresistibles que se cuentan sobre Euclides. Ptolomeo había sido amigo de infancia de Alejandro Magno y luego también uno de sus guardaespaldas; incluso puede que fuera su hermanastro ilegítimo. Era un general leal (se dice que su nombre significa 'guerrero'), ponderado y capaz de grandes actos; un tipo que no se andaba con rodeos.

También fue uno de los grandes supervivientes. En los veinte años de caos que siguieron a la muerte de Alejandro, cuando muchos hombres más hábiles acabaron muertos, Ptolomeo jugó bien sus cartas y ganó. De todos los sucesores que se repartieron el breve y enorme imperio de Alejandro, creó la dinastía más duradera, el reino más estable. Decidió instalarse en Egipto y nunca arriesgó su reino buscando un imperio más extenso. Después de él, se sucedieron catorce gobernantes ptolemaicos hasta que

Cleopatra lo perdió todo en la batalla de Accio doscientos cincuenta años después. Así pues, estamos ante el primer rey de la última dinastía egipcia, la dinastía lágida (por el nombre del padre de Ptolomeo, Lagos); *basileos* para los griegos, faraón para los egipcios, heredero de tres mil años de monarquía egipcia y, claro está, también un dios. En el año 306 a. C. repelió un ataque sobre Rodas con tanta contundencia que se erigieron altares en su honor y recibió el apelativo de Sóter, 'salvador'. En el 278 a. C. ya se celebraban juegos ptolemaicos en su honor, cada cuatro años, como los olímpicos.



Ptolomeo I Sóter.

El geómetra, por el contrario (un hombre llamado Euclides, *Eukleídes*), es un personaje absolutamente oscuro, históricamente hablando. Por desgracia, la historia sobre el «Camino Real hacia la geometría» es poco más que una divertida ocurrencia; también se cuenta de otro geómetra (Menecmo) y otro rey (Alejandro), y tenemos escasas razones para suponer que ocurrió de verdad. Incluso las fechas sobre Euclides (alrededor del 300 a. C.)

son simples conjeturas de autores que escribieron siglos después de su muerte. A diferencia del bien documentado Ptolomeo, Euclides no dejó ningún indicio biográfico; no fundó ninguna dinastía ni construyó ningún palacio. Su legado fue exclusivamente intelectual, pero ¡vaya legado! Su escuela de estudiantes en Alejandría sobrevivió a su muerte; su libro sobrevivió a su civilización.

¿Qué clase de ciudad era esta Alejandría, el mayor logro de Ptolomeo, que generó un hombre y un libro así? Sin duda era el escenario ideal para los *Elementos de geometría*. La ciudad fue fundada por el propio Alejandro Magno, en un lugar donde ya se alzaba un pequeño pueblo y, como tantas otras de sus fundaciones, llevaba su nombre. Alejandro nunca vio ni uno solo de sus nuevos edificios, pero Ptolomeo la escogió como capital, trasladando allí la sede real de Menfis. Era una polis griega en un mundo que tenía bien poco de griego, una nueva fundación en un país en que muchas ciudades tenían ya dos mil años. Ptolomeo hizo todo lo que pudo para que la ciudad fuera esplendorosa; disponía de una asamblea, un concejo, una ceca para acuñar moneda propia y se regía por sus propias leyes. Tenía anchas avenidas, columnatas, arboledas e iluminación pública. En el año 332 a. C. Ptolomeo se hizo con el cadáver de Alejandro y lo mostró en su nueva ciudad real.

Ciertamente, era un lugar espléndido para una ciudad, allí donde se unen dos continentes, justo al oeste de la desembocadura del Nilo. Alejandría sería un importantísimo puerto comercial durante siglos y una plaza militar estratégica hasta la segunda guerra mundial. Ptolomeo sentó los cimientos del famoso Faro de Alejandría, la fortaleza y punto de referencia que formó parte de las siete maravillas del mundo antiguo. Con ciento veinte metros de altura y coronado por una estatua de Zeus, se mantuvo en pie durante mil quinientos años. Atraídos por una urbe tan magnífica, llegaron inmigrantes de todo el mundo griego y

Aleandría se convirtió en una ciudad no solo grande y espléndida, sino también populosa y cosmopolita, con griegos, macedonios, egipcios, judíos y sirios apelotonándose por sus calles como en un hormiguero. En pocas generaciones llegaría al millón de habitantes.

Además de la planificación urbanística y de la construcción desaforada de incontables edificios, Ptolomeo se preocupó por impulsar una política cultural, y lo hizo con su eficiencia característica. Para igualarse a un auténtico faraón egipcio, se entregó a un programa escultórico e ideó un nuevo culto a «Serapis», una divinidad descaradamente inventada con una iconografía híbrida. Como todos sus logros, persistió: el templo de este culto, el Serapeo de Alejandría, se mantuvo en pie durante seiscientos años.

Al mismo tiempo, para satisfacer al espíritu griego, organizó desfiles y festivales y construyó un palacio con tapices que serían la envidia de los dioses. Tal como expresó un contemporáneo, Alejandría tenía «riquezas, escuelas de lucha, poder, tranquilidad, fama, espectáculos, filósofos, oro, jóvenes, el santuario de los dioses hermanos [...] el Museo, vino y todo aquello que uno podría desear». Todo esto era valiosísimo para proyectar el poder griego y un concepto de «grecidad» en un entorno profundamente ajeno, como diciendo «esto es lo que hacemos en el mundo griego; este es nuestro derecho a gobernar».

Y el Museo, el *museion*, el santuario de las musas, formaba parte de este plan. Contaba con el financiamiento real y con sabios de todas las disciplinas posibles. Su director era sacerdote de las musas y entre sus académicos había poetas, gramáticos, historiadores, filósofos, médicos, filósofos naturales, geógrafos, ingenieros, astrónomos y, claro está, geómetras. El Museo fue en parte obra de Ptolomeo y en parte obra de Demetrio de Faleros, un famoso discípulo de Aristóteles traído a Alejandría desde Atenas para supervisar la creación de esta nueva institución. El Museo tenía patios, galerías y jardines, un

refectorio y un observatorio; el personal llegaba quizá a unos cuarenta sabios, que se dedicaban a investigar, escribir y, a veces, enseñar. Organizaban doctos simposios, a algunos de los cuales asistía el rey. Era un conjunto de personas en verdad notable, que a veces eran comparadas, con cierta mala intención, con la colección zoológica también creada por Ptolomeo: «Ratas de biblioteca bien alimentadas que discuten sin parar en la jaula de las musas». Pero si había ratas de biblioteca es porque había una biblioteca, la biblioteca de Alejandría, que se convertiría en la más famosa del mundo, si bien parece que fue creada un poco más tarde, bajo el reinado del hijo de Ptolomeo.

Y por todo ello el famoso matemático griego acabó trabajando en Egipto. ¿Era Euclides otro animal más de la colección de Ptolomeo, otro sabio más traído a la ciudad para engordar las filas del Museo? De hecho, no se sabe con seguridad si nació en Alejandría o era un inmigrante, aunque en una fecha tan temprana de la vida de la ciudad, la segunda posibilidad parece bastante más probable. Pero ¿un inmigrante procedente de dónde? Su prosa austera no aporta ninguna pista dialectal, a diferencia de los textos de Arquímedes una generación más tarde, con su claro dialecto dórico de Siracusa.

Lo que llegó a Alejandría con la persona de Euclides (y quizá con las personas de otros matemáticos, pues no está claro si fue el único) fue la sólida tradición de la geometría griega. A los griegos les gustaba tener cosas en las que pensar; les gustaba tener aficiones, y algunos se dedicaban a las carreras de carros, algunos a hablar de filosofía y otros se lanzaban a la política. A partir de finales del siglo v a. C., más o menos, algunos también se interesaron por la geometría.

¿En qué se traducía este interés por la geometría? Tal vez lo mejor sea considerar la geometría griega como un fruto de la pasión griega por el debate, por la discusión, pues en

el fondo, la geometría no era nada si no iba acompañada de una buena presentación, un buen espectáculo: traza una recta, un cuadrado, un círculo y razona en voz alta a medida que dibujas y presumes ante la inevitable audiencia. A partir de estos inicios se fue conformando el persistente juego del razonamiento geométrico. La imagen de un geómetra trazando figuras en la arena continúa formando parte de la idea que tenemos de los antiguos matemáticos griegos, rastrillando en el «polvo erudito», tal como lo expresó el orador romano Cicerón, quien evocaba a Arquímedes aludiendo a «la arena donde trabajaba con su varilla» (aunque, ¿habéis probado a trazar un diagrama detallado en arena seca? Parece mucho más probable que se hiciera en tablillas de arcilla o de cera o, si era para mostrar a una audiencia más numerosa, en tableros de madera).

La cantidad de matemáticos griegos nunca fue muy grande y, en consecuencia, tenían que escribir sus ideas para que se conservara todo lo que habían descubierto acerca de sus rectas y círculos; al parecer, no había suficientes para que bastara una transmisión de conocimientos puramente oral. De este modo nació un nuevo género, un estilo particular de redacción matemática. Este estilo acabaría definiendo la matemática en Occidente durante más de dos milenios, con tanta rigidez como la métrica poética y la misma longevidad. Sus componentes eran el enunciado (de algo que debe demostrarse), el diagrama con sus elementos etiquetados con letras y una cadena de razonamiento desde las cosas ya sabidas hasta las cosas nuevas que se demuestran. Esta cadena finaliza con la solución al planteamiento, su resultado previsto; de ese modo, el enunciado —la proposición—, se cierra con la frase «lo que había que demostrar», *hóper édei deíxai* o *quod erat demonstrandum*, QED. En algunos casos esto se transforma en «lo que había

que trazar» o «lo que había que construir». He aquí un ejemplo:

Cómo trazar un triángulo equilátero.

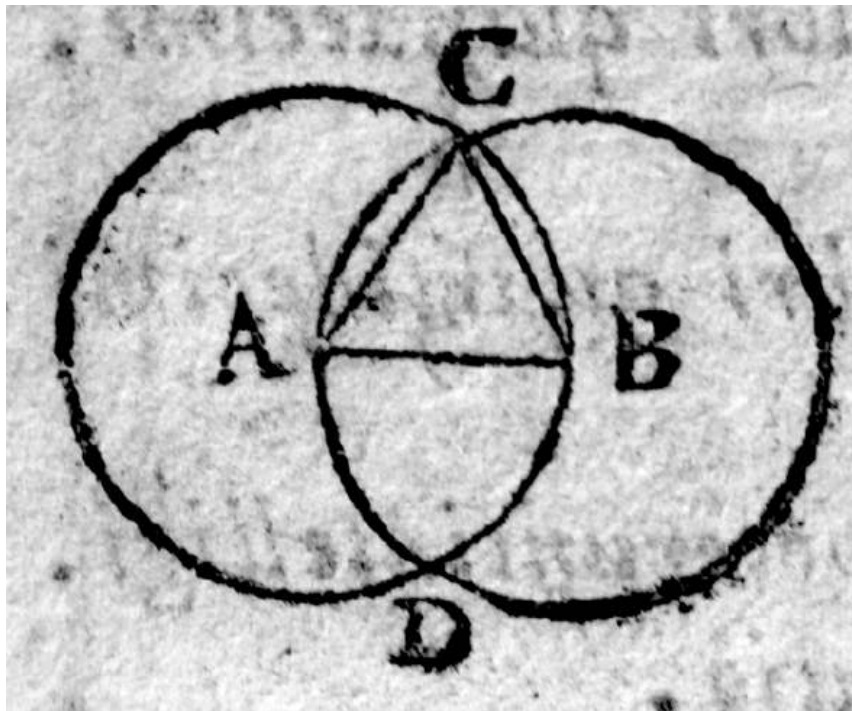
Partimos de una línea recta cualquiera, cuyos extremos denominamos A y B.

Ahora trazamos dos círculos, cada uno con un radio igual a la longitud de la recta AB: uno centrado en A y el otro centrado en B.

Los dos círculos se cortan en dos puntos. Escogemos uno de ellos, que llamamos C. Ahora unimos A, B y C. Forman un triángulo equilátero.

¿Por qué?

Gracias al modo que se ha usado la distancia de A a B para hallar C, C está a la misma distancia de A que de B. Es decir, los tres lados del triángulo, AB, BC y CA, son de la misma longitud. En consecuencia, es un triángulo equilátero. Que es lo que había que trazar.



Construcción de un triángulo equilátero.

Las mismas fuentes antiguas que nos informan de cuándo vivió Euclides también nos dicen que hacia el 400 a. C. en Grecia ya había recopilaciones escritas de conocimientos geométricos, un siglo antes del matemático. Aportan bastante información sobre los temas que trataban, e incluso algunos resultados y procedimientos concretos,

pero los textos escritos a los que se refieren no han sobrevivido, lo que arroja ciertas dudas sobre su veracidad. Tenemos una fuerte tendencia a crear genealogías de las ideas matemáticas cuando carecemos de pruebas reales, de modo que sí, tal vez el estudio del círculo fue obra de los pitagóricos, como los trabajos sobre los números y sus propiedades. Del mismo modo, es muy probable que los estudios sobre proporciones fueran obra de un geómetra llamado Eudoxo a principios del siglo IV a. C. Algunos trabajos sobre los sólidos regulares se iniciaron con otro geómetra, Teeteto. En cambio, la afirmación de que antes de Euclides había libros completos titulados *Elementos de geometría* parece bastante más dudosa.

Así pues, ¿cuál fue el papel de Euclides? Recopiló todo el material más sencillo conocido por los geómetras griegos de su tiempo y lo reunió en un solo libro, además de organizarlo adecuadamente, tanto a una escala general como a una escala más detallada. Sin duda, añadió algunas cosas de su propia cosecha, aunque hoy nadie puede identificar con seguridad qué puede ser lo nuevo y qué lo anterior. Los historiadores siguen discutiendo (y continuarán haciéndolo siempre) sobre cuánto hay de compilación y cuánto de composición en el libro de Euclides. Su obra fue una gran compilación, como también la del propio Ptolomeo; Euclides, una pieza más del Museo, se convirtió, a su vez, en conservador, siendo los *Elementos* su propio Museo en miniatura.

Sin embargo, por mucho que fuera un museo en miniatura, albergaba todo un mundo. Era un escaparate de la prosa de la geometría en un recorrido ceremonial formado por una proposición tras otra; cuatrocientas en total, dispuestas en trece «libros» o capítulos. Cada verbo era indicativo, imperativo y pasivo: «Trácese un círculo...». Tenía algo de hipnótico, algo de calma infinita. El libro empezaba con una serie de definiciones: ¿qué se entiende por *línea recta*?, ¿por *punto*?, ¿por *círculo*? A ello siguen las

manipulaciones más sencillas de rectas y formas en dos dimensiones: cómo trazar diferentes tipos de triángulos, cómo dividir en dos una recta o un ángulo o el hecho de que, en un triángulo, dos cualesquiera de sus lados suman más que el tercero. Los filósofos epicúreos consideraban que este último dato era «evidente incluso para un asno», pues si «colocamos un poco de paja en un extremo de un lado, el asno en busca de forraje avanzará por uno de los lados y no siguiendo los otros dos».

Pero a Euclides poco le importaba lo obvio que fuera algo. Decidió ordenar y ejemplificar una caja de herramientas con las técnicas y los resultados básicos que había heredado: maneras de argumentar, maneras de demostrar, hechos que los geómetras solían asumir o emplear pero que rara vez demostraban por completo. Al final del primer libro colocó el teorema de Pitágoras: dibuja un triángulo rectángulo (con uno de sus ángulos en ángulo recto); utilizando el lado más corto como base, dibuja un cuadrado cuyo lado sea igual a ese lado del triángulo; repite el procedimiento con los otros dos lados más largos del triángulo, de modo que acabes con tres cuadrados de diferentes tamaños, adyacentes a los tres lados del triángulo; pues bien, resulta que la suma de las áreas de los dos cuadrados más pequeños es igual al área del cuadrado más grande. Se trata de un hecho sorprendente, no evidente para ningún asno, que Euclides demostró con su característico estilo meticuloso.

A medida que avanza el libro, las ideas y los diagramas se vuelven cada vez más difíciles y complicados. Hay apartados puramente geométricos: una descripción de cómo trazar un pentágono o un hexágono regular dentro de un círculo dado, por ejemplo. Otras partes del libro no se ocupan de geometría, sino de números y proporciones, desde los hechos más básicos («si se multiplica un número impar por un número impar, el resultado es un número

impar») hasta un procedimiento para hallar los misteriosos «números perfectos», iguales a la suma de sus divisores.

Para finalizar, Euclides se ocupa de formas tridimensionales. Los últimos tres libros de los *Elementos* (XI, XII y XIII) tratan de esferas, conos y cilindros, de cubos y ortoedros y de poliedros regulares. Estos últimos son los hermosos sólidos cuyas caras son todas polígonos regulares iguales: triángulos, cuadrados o pentágonos. Solo hay cinco poliedros regulares: el tetraedro (cuatro caras triangulares), el cubo (seis cuadrados), el octaedro (ocho triángulos), el dodecaedro (doce pentágonos) y el icosaedro (veinte triángulos). Euclides demostró cómo construir estas formas, partiendo, por ejemplo, de un triángulo dado o de un círculo dado; demostró cómo calcular las áreas de su superficie y su volumen. Las investigaciones de Euclides en estos últimos libros son a menudo ingeniosas y a veces aplican una espectacular cantidad de pensamiento lateral. A pesar de su inicio amable y tranquilo y de la incorporación de una gran cantidad de conocimientos que cualquier persona podía entender, en su conjunto los *Elementos* son un espectáculo digno de un virtuoso, una ruta que solo las mentes geométricas más sagaces podían seguir hasta el final.

En conjunto, los trece libros suman más de veinte mil líneas de texto en griego. Euclides era muy cuidadoso, pero no era infalible, y de vez en cuando podemos toparnos con algún que otro desliz o incoherencia. Algunas definiciones (rectángulo, rombo, romboide) parecen proceder de fuentes más antiguas, pero no se usan nunca en el libro; por el contrario, se usan varios términos que no se definen previamente y algunos resultan ambiguos. De hecho, se dan por sentadas muchas cosas acerca de las propiedades de puntos y rectas, cosas que Euclides nunca establece de manera explícita en sus suposiciones. Algunas proposiciones no son más que casos especiales de otras; algunas son en realidad innecesarias porque son

consecuencia lógica de otras. Pero a pesar de estas manchas, los *Elementos* son un hermoso e impresionante monumento a todo lo que se había hecho sobre geometría en Grecia hasta la fecha.

Sin duda, Euclides no fue autor de un solo libro; la cronología no está clara, pero estamos seguros de que escribió más. Tal vez hubo cuatro libros más sobre temas concretos de geometría elemental, así como algunos acerca de aplicaciones de la matemática (a la música, la astronomía, la óptica y más). En total, las fuentes antiguas mencionan una docena de libros; de estos, sobreviven ocho, aunque los historiadores discuten sobre la autoría de la mayoría de ellos.



Regresamos a Alejandría, donde las obras prosiguen sin parar y las calles están aún más abarrotadas. Hacia el final de la vida de Euclides, el gran faro de la isla de Faros ya está construido (¿consultaron los arquitectos a Euclides? Sería interesante saberlo); la biblioteca y el Museo están a punto de completarse y el complejo palaciego es más esplendoroso que nunca. Los *Elementos* están acabados: trece rollos de papiro repletos de pulcras columnas de texto y diagramas. Y Euclides sigue enseñando, sigue aceptando nuevos alumnos.

Un novato se muestra impaciente, tal como el rey se mostró una vez. Después de entender la primera proposición, suelta: «¿Qué beneficio puedo obtener ahora que he aprendido esto?». Con una mirada de desprecio, o tal vez de pena, Euclides llama a un sirviente: «Dale tres óbolos, pues necesita sacar provecho de lo que aprende». Quizá solo sea otra leyenda romántica, que circulaba por Grecia siglos después, durante el período de dominio romano. Como la historia del «Camino Real», ayudó a

proteger a Euclides del tufillo de servilismo y adulación que rodeaba a cualquier persona conectada con la Alejandría ptolemaica y sus instituciones. Mantuvo y exageró la idea de que la geometría era una empresa culta y ociosa, parte de la vida intelectual; no era un oficio productivo, sino una tarea pura, honrada y hermosa por sí misma.

No deja de ser curioso que un conjunto de trescientas cincuenta proposiciones geométricas en un estilo seco y austero se haya convertido en uno de los productos culturales más perdurables del mundo griego. La Alejandría ptolemaica es poco más que un montón de polvo, hoy en día; de vez en cuando se desentierran o se sacan del fondo del mar fragmentos de estatuas, pero el esplendor de antaño ha desaparecido. La dinastía de Ptolomeo llegó a su fin con Cleopatra. La biblioteca se desperdigó, pero los libros perduraron, y con ellos, los *Elementos*.

Elefantina

Cascotes de cerámica

Isla de Elefantina, Alto Egipto, durante el reinado de Ptolomeo III (nieta de Ptolomeo I, reinado: 246-221 a. C.). Una guarnición griega en el extremo del mundo. Vemos a un hombre fuera de servicio escribiendo.

Para escribir agarra lo que tiene más a mano: unos cuantos pedazos rotos de una vasija de cerámica. Rasga y garabatea. Un diagrama rápido, unas pocas líneas de texto. Sus manos se mueven con seguridad; su memoria matemática es algo menos segura. ¿Se hacía así? ¿O así? Ah, ya está, así sí, correcto.

Ahora, con su mente y su mano ya relajadas, lanza los fragmentos de vasija, el material de escritura más barato al que tenía acceso (quizá el más barato de todos), a la pila de basura de donde los había cogido.



Los manuscritos originales de Euclides no han sobrevivido, ni nada parecido. Los papiros en los que escribía son bastante duraderos en las condiciones adecuadas. En el mundo antiguo no era raro usar rollos de cientos de años de antigüedad, y podían permanecer lisos, flexibles y legibles durante mucho más tiempo. Se dice que el conservador de un museo solía demostrar la resistencia y flexibilidad de los papiros enrollando y desenrollando alegremente un papiro egipcio de unos tres mil años de antigüedad (esto era en la década de 1930, cuando la

actitud respecto a las piezas de museo era algo menos reverencial que en la actualidad).

Pero todo esto es, repetimos, en las condiciones adecuadas; y la mayoría de las condiciones no son las adecuadas. Si hay demasiada humedad, el papiro se pudre; una excesiva sequedad lo desmenuza. A las larvas de los insectos les gusta el papiro y, sin duda, los gusanos destruyeron más de una reputación literaria en la Antigüedad, o las ratas. Además, los rollos muy largos se rompían con facilidad y, en este caso, se tiraban a la basura. El resultado es que conservamos poquísimos papiros completos o muy largos de la Antigüedad; lo que más se ha conservado son fragmentos: rollos descartados, trozos reutilizados para sarcófagos de momias y fragmentos recuperados de vertederos o de casas derrumbadas. Rugosos, oscuros y frágiles, casi todos proceden de lugares del Medio y Alto Egipto, donde las condiciones secas los han conservado. Ha habido hallazgos en necrópolis en todo el valle del Nilo y en el oasis del Fayum, así como en algunos pueblos; en cambio, de las grandes ciudades no nos ha llegado casi nada: en Alejandría, por ejemplo, que tiene un nivel freático bastante alto, no se ha conservado ningún papiro.

A pesar de todo, disponemos de una gran cantidad de fragmentos de papiros. Desde mediados del siglo XIX se ha estado excavando sistemáticamente y ahora tenemos cientos de miles. Y algunos de ellos contienen fragmentos de los *Elementos*, en efecto. Siete papiros, para ser más exactos, con unas sesenta líneas completas del texto y otras sesenta líneas fragmentarias.

¿Qué partes de los *Elementos* se han conservado en estos papiros? Tenemos, escritas hacia el 100 a. C., tres proposiciones del libro I, con el resumen de una demostración, y que aparecen como citas en un tratado filosófico conservado (carbonizado) en Herculano por la erupción del Vesubio en el año 79, toda una excepción a las

generalizaciones habituales sobre la conservación de los papiros. Luego tenemos un enunciado del libro II, con una figura esquemática, escrito en la ciudad egipcia de Oxirrinco hacia el año 100 d. C. Otro resto son partes de dos proposiciones más del libro I escritas en Arsinoe (actual Fayum) en la segunda mitad del siglo II. También tenemos una copia del siglo II de tres figuras y enunciados del libro I, redactados cuidadosamente con renglones de guía. Y, para acabar, una copia de un maestro o un alumno de las diez definiciones iniciales, del siglo III.

No es gran cosa; son pequeños fragmentos de las partes más sencillas del libro, en un caso de su mismo inicio. Sin embargo, nos muestran algo acerca de cómo se difundieron los *Elementos*, puesto que no permanecieron en Alejandría. Ya en los primeros siglos tras su redacción, el libro (o algunas partes de él) empezó a ser copiado por personas a centenares de kilómetros y por todo el mundo de cultura helénica; empezaba a propagarse desde el centro cultural hacia las provincias.

Los *Elementos* debieron de publicarse de la manera que se publicaban los textos en la Antigüedad: se enviaban a una casa de escribas y los copistas generaban varias copias del texto para su venta posterior. No obstante, la mayoría de los fragmentos en papiro conservados no proceden de estas copias; solo el fragmento del Fayum parece obra de un escriba profesional. Las demás porciones que nos han llegado son testimonio de la actividad de personas individuales que copiaban partes del texto para su uso particular, para enseñar o para aprender.

Así pues, los escritores de estos fragmentos de papiro representan el «público» potencial de la geometría griega; una diminuta minoría en un mundo en el que las personas alfabetizadas eran ya una minoría. Se trata de personas que comprendían la geometría, que aceptaban y compartían sus convenciones, que sabían lo suficiente acerca de los conceptos y métodos básicos para entender el

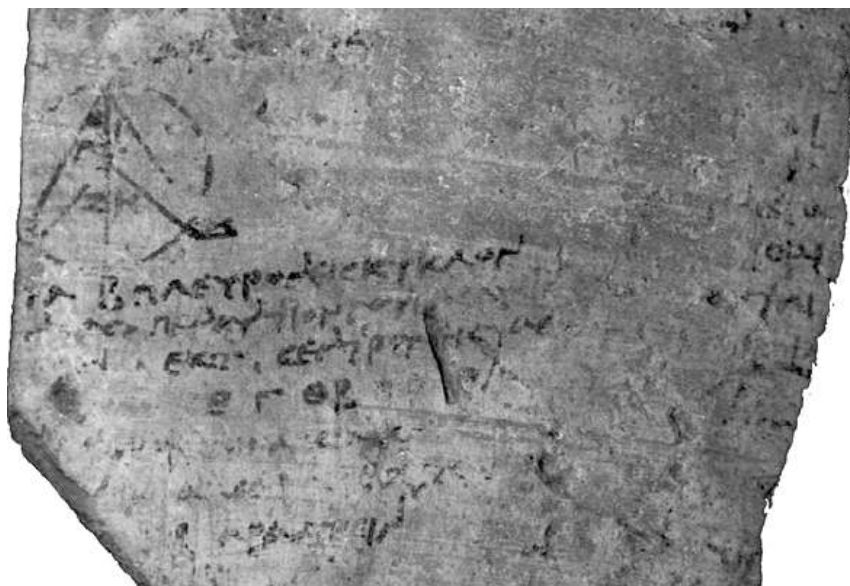
libro de Euclides. Sin duda, sus necesidades moldearon lo que se escribía y cómo se escribía y, de hecho, la presentación de toda la matemática en una forma escrita y autocontenida ya presupone su misma existencia. Pero, excepto esto, no sabemos nada más acerca de tales personas.

Todos estos testimonios solo nos informan de los lugares lo bastante secos para que se hayan conservado fragmentos de papiros; para el resto del mundo griego (las islas y el continente en la orilla norte del Mediterráneo), la falta de pruebas no nos dice absolutamente nada, ni a favor ni en contra. Sin duda, los *Elementos* llegaron a Atenas, por ejemplo, pero las pruebas que tenemos de ello aún tardarían varios siglos en crearse.



Además de los papiros, nos queda un soporte de escritura bastante más barato: los óstracos, fragmentos y cascotes de cerámica, pedazos de vasijas rotas que, en consecuencia, se podían obtener sin coste alguno. Los óstracos ya se usaban en Egipto antes de la época ptolemaica y en Atenas desde el siglo VII a. C., y se continuaron empleando hasta el final de la Edad Antigua. Se dibujaba sobre ellos con tinta o simplemente raspando su superficie, para trazar imágenes o para escribir en egipcio antiguo (en escritura hierática o demótica), copto, griego o árabe, según el caso. Estudiantes, soldados, sacerdotes y recaudadores de impuestos los usaban habitualmente (y también se empleaban como pruebas de votación; de hecho, si la palabra os suena familiar es porque el *ostracismo* era un procedimiento para expulsar a alguien del país durante diez años por traición, en el que los votos se escribían en óstracos; fue habitual en Atenas

durante casi todo el siglo v a. C., así como en otras ciudades griegas).



Óstraco euclidiano.

Los azares de la historia nos han legado un conjunto de óstracos escritos en Elefantina con textos sobre geometría. Fueron desenterrados por el arqueólogo alemán Otto Rubensohn durante los inviernos de 1906 y 1907, y en la actualidad se conservan en la colección de papiros de Berlín. En la década de 1930 se transcribió y se publicó su contenido y son la prueba física más antigua de los *Elementos* de Euclides.

Elefantina se halla a más de ochocientos kilómetros al sur de Alejandría; es una isla en medio del Nilo situada en el extremo norte de la primera catarata. En el tercer cuarto del siglo III a. C., cuando se escribieron esos óstracos, representaba la frontera meridional del reino ptolemaico. Tradicionalmente, la «isla de marfil» o la «isla de los elefantes», habitada desde tiempos prehistóricos, había sido la capital del primer distrito administrativo, o nomo, del Alto Egipto, que controlaba el comercio con las canteras de la región de las cataratas y la ruta comercial hacia Nubia. Contaba también con una guarnición militar,

alejada de los centros culturales griegos y siempre amenazada por bandoleros.

En Elefantina había templos, sacerdotes, viviendas lujosas y un cierto bullicio; en época bizantina contaba con una flota de camellos pública. Los documentos que se han conservado del lugar (sobre todo papiros) están repletos de las típicas angustias de los soldados destinados lejos de sus diversas tierras natales. En el siglo III a. C. en la ciudad había hombres procedentes de ciudades e islas griegas tan lejanas como Creta y Rodas, Eubea y la Fócida, además de Alejandría, un verdadero catálogo homérico de soldados; estos hombres mantenían la distancia con los egipcios nativos y se referían a su ciudad como «la fortaleza». Los papiros nos los muestran haciendo testamento, casándose, nombrando a tutores, presentando informes a sus superiores o apelando a ellos. Sin duda, no parece el lugar más probable para el más temprano testimonio euclidiano.

Los óstracos en cuestión son seis (uno de ellos claramente roto por todos los lados) y contienen un texto relativo a la construcción de un poliedro regular. El texto está relacionado con las proposiciones 10 y 16 del libro XIII de los *Elementos*, es decir, casi al final de la obra. En estas proposiciones se emplea un pentágono, un hexágono y un decágono para construir un icosaedro, un sólido regular de veinte caras, todas las cuales son triángulos equiláteros. El imprescindible diagrama aparece con claridad en uno de los óstracos, con las letras para indicar vértices y caras, y en conjunto, los fragmentos dan la sensación de alguien haciendo lo que todo geómetra griego hacía: trazar un dibujo y explicar algo sobre él.

Las proposiciones de los *Elementos* dependen unas de otras a través de una compleja estructura arborescente, puesto que cada una hace referencia implícita a varias que han aparecido antes. Para trabajar con soltura con algo de una parte tan avanzada del libro se tenía que haber estudiado buena parte de lo que venía antes, aunque los