

**Matemáticas
preuniversitarias V**

TRIGONOMETRÍA

Francesca Pensieri

Segunda edición



EDITORIAL REVERTÉ

MATEMATICAS PREUNIVERSITARIAS

Tomo V

Trigonometría

Por **FRANCESCA PENSIERI**

Dr. en Matemáticas y Física
Universidad de Roma (Italia)

Edición en papel:

© Editorial Reverté, S. A., 1979

ISBN: 978-84-291-5026-1

Edición e-book (PDF):

© Editorial Reverté, S. A., 2021

ISBN: 978-84-291-9655-9

Propiedad de:

EDITORIAL REVERTÉ, S. A.

Loreto, 13-15, Local B

08029 Barcelona

Tel: (34) 93 419 33 36

e-mail: reverte@reverte.com

www.reverte.com

Reservados todos los derechos. La reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, queda rigurosamente prohibida, salvo excepción prevista en la ley. Asimismo queda prohibida la distribución de ejemplares mediante alquiler o préstamo públicos, la comunicación pública y la transformación de cualquier parte de esta publicación (incluido el diseño de la cubierta) sin la previa autorización de los titulares de la propiedad intelectual y de la Editorial. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual (Art. 270 y siguientes del Código Penal). El Centro Español de Derechos Reprográficos (CE- DRO) vela por el respeto a los citados derechos.

Índice

1.1	Introducción	9
1.2	Definiciones Básicas	9
1.3	Valores del seno y coseno para ángulos especiales	14
1.4	Signo de los valores del seno y coseno y tangente para los ángulos de los cuatro cuadrantes	20
1.5	Reducción de los ángulos al primer cuadrante	24
	1.5.1 De II al I Cuadrante	
	1.5.2 De III al I Cuadrante	
	1.5.3 De IV al I Cuadrante.	
1.6	Relaciones entre las funciones trigonométricas de los ángulos y tales que:	30
	1.6.1 $\alpha + \beta = 180$	
	1.6.2 $\alpha = 90 + \beta$	
1.7	Uso de la tabla de las funciones trigonométricas	37
1.8	Interpolación	38
1.9	Las funciones trigonométricas en los triángulos rectángulos	41
1.10	Relaciones fundamentales entre las funciones trigonométricas de ángulo agudo de un triángulo	49
1.11	Teorema del seno y teorema del coseno en un triángulo oblicuángulo	52
1.12	Medida de los ángulos en grados y radianes	60
1.13	Gráficas de las funciones trigonométricas	62
	1.13.1 $y = \text{sen } X$	
	1.13.2 $y = \text{cos } X$	

1.13.3	$y = \operatorname{tag} X$	
1.13.4	Variación de periodo	
1.13.5	$y = \sec X, y = \operatorname{cosec} X, y = \operatorname{cotag} X$	
1.14	Teorema de la suma	74
1.15	Funciones de ángulos dobles	80
1.16	Funciones de ángulos medios	81
1.17	Fórmulas de transformación	83
1.18	Identidad trigonométrica	85
1.19	Ecuaciones trigonométricas	90

Introducción

Los tópicos matemáticos tratados en estos trabajos no son, por supuesto, nada nuevo para quien haya estudiado con cierta dedicación la matemática de bachillerato.

Lo único que se considera novedoso es el lenguaje utilizado que, además de ser algo sofisticado con respecto al conocido en secundaria, sigue siendo al igual que las demostraciones hechas, suficientemente claro para que cada alumno pueda leer y entender por su cuenta, el contenido de los mismos.

Téngase presente que los argumentos seleccionados, sirven particularmente para garantizar el éxito indispensable en el estudio de las matemáticas enseñadas a nivel universitario.

Trigonometría

1.1. Introducción

El estudio de la trigonometría, empieza en la antigua Grecia aplicado a la astronomía. Hoy en día, necesitamos de la trigonometría en muchos campos: topografía, óptica, mecánica, sonido, electricidad y en todo lo relacionado a movimientos ondulatorios.

Para poder empezar el estudio de la trigonometría necesitamos algunas definiciones básicas como: coordenadas cartesianas y polares, circunferencia trigonométrica y ángulo orientado.

1.2. Definiciones Básicas

Consideramos un sistema cartesiano ortogonal formado por dos perpendiculares, que toman el nombre de eje de las abscisas y eje de las ordenadas. Sea O el centro del sistema. O divide el eje de las abscisas en dos semi-ejes: positivo el de la derecha, negativo el de la izquierda, y el eje de las ordenadas en el semi-eje positivo superior y negativo el inferior.

Sobre los dos ejes consideramos segmentos unitarios iguales. Sabemos que un punto P del plano puede ser representado de dos formas diferentes: