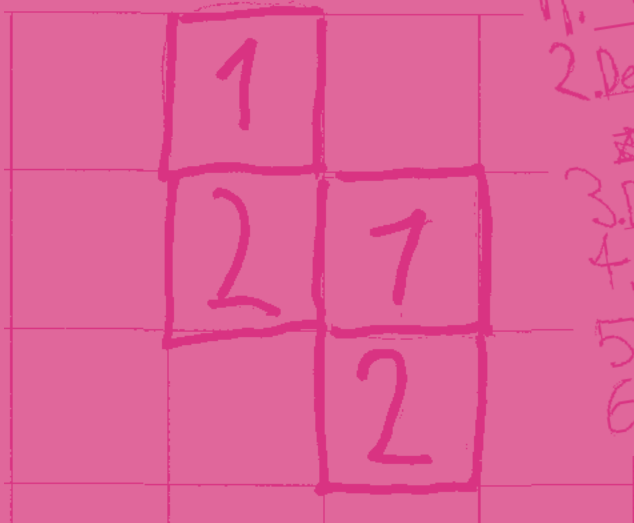




1. Den ersten W. leßt du hin
2. Den zweiten W. leßt du vor den ~~ersten~~ ersten
3. Den dritten leßt du auf dem zweiten
4. Lege die firten rechz vom zweiten
5. Den fünften legst du vor den firten
6. Den sexten legst du auf den fünften

Ueli Hirt · Beat Wälti

Lernumgebungen im Mathematikunterricht

Natürliche Differenzierung für
Rechenschwache bis Hochbegabte

Ueli Hirt, Beat Wälti

Lernumgebungen im Mathematikunterricht

Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Impressum

Ueli Hirt, Beat Wälti
Lernumgebungen im Mathematikunterricht
Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte

7. Auflage 2022
Das E-Book folgt der Buchausgabe, 7. Auflage 2022

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

© 2008. Kallmeyer in Verbindung mit Klett
Friedrich Verlag GmbH
D-30159 Hannover
Alle Rechte vorbehalten.
www.friedrich-verlag.de

E-Book Erstellung: Friedrich Verlag GmbH; Hannover

ISBN: 978-3-7727-9048-5 (PDF)

Ueli Hirt · Beat Wälti

Lernumgebungen im Mathematikunterricht

Natürliche Differenzierung
für Rechenschwache bis Hochbegabte

Klett | Kallmeyer

	Vorwort von Günther Krauthausen	6
	Einleitung und Dank	8
1.	Grundlagen	11
1.1	Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule:	
	Begriffsklärung und Positionierung (Ueli Hirt/Beat Wälti/Bernd Wollring)	12
1.1.1	Konstruktivistische Grundposition	12
1.1.2	Die Balance von eigentätigem und informativem Lernen	12
1.1.3	Anerkennungskultur	13
1.1.4	Lernumgebung für den Mathematikunterricht – eine begriffliche Klärung	13
1.1.5	Perspektiven	14
1.2	Mit Lernumgebungen unterrichten	14
1.2.1	Öffnung des Unterrichts vom Fach her und natürliche Differenzierung	14
1.2.2	Ausrichtung des Mathematikunterrichts	15
1.2.3	Passung: die Balance zwischen Anforderungen und Voraussetzungen	16
1.2.4	Unterrichtsorganisation, Unterrichtsplanung und Gliederung der Lernumgebungen	16
1.2.5	Die Inszenierung einer Lernumgebung	17
1.2.6	Längere Phase der Eigentätigkeit und individuelle fachliche Begleitung	17
1.2.7	Austausch und fachliche Dialoge	18
1.2.8	Lernumgebungen im Unterrichtskonzept	19
1.2.9	Lernumgebungen und offene Unterrichtsformen	19
1.2.10	Zusammenfassung	20
1.3	Mathematik förderorientiert beurteilen	20
1.3.1	Unterricht als Instrument der Beurteilungskultur	20
1.3.2	Leitideen zur Beurteilung	21
1.3.3	Beurteilungsplan und Elemente der Beurteilung	22
1.3.4	Beispiel zur Beurteilung der Leistung in einer Lernumgebung	24
1.4	Lernumgebungen und Bildungsstandards	26
1.4.1	Bildungsstandards und Standardtests	26
1.4.2	Konkurrenz von zwei Konzepten	27
1.4.3	Fördern von allgemeinen Kompetenzen bzw. von Kompetenzaspekten	28
1.4.4	Beispiel einer Testumgebung	31
1.5	Ansichten und Einsichten von beteiligten Lehrpersonen	34
	Literatur	37

2. Lernumgebungen zur Arithmetik	39
2.1 Balken und Winkel auf der Zwanzigertafel (Klasse 1–3)	40
2.2 Muster an der Maltafel (Klasse 3–5)	48
2.3 Strukturierte Päckchen (Klasse 1–4)	54
2.4 Rechenterme (Klasse 2–6)	66
2.5 Symmetrien auf der Hundertertafel (Klasse 3–4)	74
2.6 Symmetrien auf der Tausendertafel (Klasse 4–5)	79
2.7 Triff die 50 (Klasse 3–6)	86
2.8 Magische Quadrate mit 3 x 3 Zahlen (Klasse 1–2)	92
2.9 Magische Quadrate mit 4 x 4 Zahlen (Klasse 3–5)	98
2.10 Magische Quadrate mit 5 x 5 Zahlen (Klasse 4–6)	107
2.11 Pentominos auf der Hundertertafel (Klasse 3–5)	110
3. Lernumgebungen zum Sachrechnen	119
3.1 Größen beschreiben (Klasse 3–5)	120
3.2 Zahlen zu unserer Klasse (Klasse 2–3)	125
3.3 Zahlen zu unserer Schule (Klasse 4–6)	131
3.4 Zeitverläufe beschreiben, Zeiten berechnen (Klasse 2–4)	137
3.5 Zeitverläufe beschreiben, Zeiten berechnen (Klasse 4–6)	144
3.6 Haustiere (Klasse 1–3)	150
3.7 Harry Potter (Klasse 3–6)	154
3.8 Einkaufen für 20 Euro (Klasse 1)	161
3.9 Einkaufen (Klasse 3–4)	168
3.10 Preiserkundung (Klasse 4–7)	174
3.11 Handy-Abos (Klasse 5–7)	179
3.12 Verpackungen (Klasse 3–6)	184
3.13 Restaurant (Klasse 2–3)	189
4. Lernumgebungen zur Geometrie	195
4.1 Die Hälfte färben (Klasse 1–4)	196
4.2 Vierlinge (Klasse 1–3)	203
4.3 Pentomino – Spiel mit Formen (Klasse 2–5)	211
4.4 Muster im Kreis (Klasse 3–5)	219
4.5 Wir bauen einen Zoo (Klasse 1–4)	226
4.6 Quadrate auf dem Schachbrett (Klasse 3–5)	234
4.7 Würfel kippen (Klasse 2–6)	240
4.8 Hühner und andere Tiere falten (Klasse 1–2) (Roland Keller/Beatrice Noelle Müller)	246
4.9 Würfelhäuser (Klasse 1–4)	250
Bildquellenverzeichnis/Copyrightvermerke	256

Vorwort

Zahlreiche Bemühungen um einen besseren und v.a. nachhaltigeren Mathematikunterricht sind gerade in Nach-TIMSS und Nach-PISA-Zeiten zu verzeichnen. Sieht man einmal von gewissen „Schnellschuss-Aktionen“ ab, dann fällt auf, dass vielfach versucht wird, Unterrichtsqualität durch veränderte methodisch-organisatorische oder pädagogische Arrangements (z. B. durch die Öffnung von Unterricht) zu fördern. Ohne derartige Konzepte abwerfen zu wollen, gilt für sie dennoch das, was man in der mathematischen Terminologie als „notwendig, aber nicht hinreichend“ beschreibt.

Geöffneter Unterricht beispielsweise ist ohne eine Öffnung auch und insbesondere vom Fach aus schlicht nicht denkbar (vgl. Wittmann 1996). Zwar mögen so Oberflächenphänomene entstehen, die auf den ersten Blick beeindrucken, sich bei genauerem Hinschauen aber als der „berühmte alte Wein in neuen Schläuchen“ herausstellen. *„Gerade im Fach Mathematik besteht die große Gefahr, dass die Gleichschrittigkeit des Unterrichts zwar äußerlich zugunsten individualisierter, selbstgesteuerter Lernformen aufgebrochen wird, dass aber die Strukturen des kleinschrittigen Lernens innerhalb offener Organisationsformen (Freiarbeit, Wochenplan, Projekte) ungestört fortwirken: Die Lernwerkstatt mit kleinschrittigem Arbeitsmaterial („bunte Hunde“ und „graue Päckchen“) ist keine Fiktion!“* (ebd., S. 5).

Eine Öffnung vom Fach aus ermöglichen hingegen fachlich/fachdidaktisch durchwirkte Konzepte wie z.B. der Musterbegriff und die (substanzielle) Lernumgebung. Den Begriff der „Lernumgebung“ – in weiten Bereichen ebenfalls primär pädagogisch und unterrichtsorganisatorisch dominiert – wird im vorliegenden Band fachlich/fachdidaktisch begrifflich gefüllt, begründet und überzeugend konkretisiert. Im Einklang mit zahlreichen Stimmen aus der fachdidaktischen Literatur, aber ebenso mit dem Selbstverständnis des Faches als Wissenschaft (vgl. Devlin 1998) wird zudem dem „Muster“-Begriff eine herausgehobene Stellung zugesprochen.

Ausgangspunkt und Katalysator des Lernens sind demnach gehaltvolle Phänomene, denen es nachzuspüren und die es zu erkunden gilt. So etwas ist keineswegs erst in der mathematischen

Stratosphäre möglich. Bereits auf den ersten Blick sehr einfach anmutende arithmetische, geometrische oder sachrechnerische Fragestellungen können eine unerwartete mathematische Substanz offenbaren. Dies ist zugleich auch ein Grund bzw. eine wichtige Voraussetzung dafür, dass Lernumgebungen im hier verstandenen Sinne den Mathematikunterricht von Anfang an charakterisieren können und sollten. Die zahlreichen Beispiele in Hengartner (Hg., 1999), Hengartner, Hirt, Wälti (2006) und dem daraus folgenden und hier vorgelegten Band sprechen da eine eindeutige Sprache. Voraussetzung ist allerdings, dass eine solche Lernumgebung keine didaktische Zurichtung des Stoffes in Form kleiner und kleinster Lernatome vornimmt, sondern den auf S. 14 dargestellten Gütekriterien entspricht.

Ein nicht zuletzt auch zutiefst pädagogisches Ziel ist es dabei, für Phänomene zu sensibilisieren und sie – auch im Kleinen – wertschätzen zu lernen (vgl. Wagenschein, Freudenthal). Lernumgebungen sollen aufmerken lassen, Stutzen und Staunen hervorrufen. Sei es aus Überraschung über etwas Erkanntes oder aus Verblüffung für etwas, was (noch) nicht erklärbar ist. Und wann stutzt der Mensch naturgemäß? Immer dann, wenn ihm etwas Regelmäßiges in den Blick gerät, etwas Gleichmäßiges (weshalb auch in der Mathematik das Ästhetische keine nebensächliche Komponente ist). Oder wenn etwas Regelmäßiges partiell gestört wird und durch eine gewisse Erwartungswidrigkeit irritiert. Vielleicht sollte der Unterricht viel öfter Irritationen in diesem Sinne schaffen, als vorgespurte Lernpfade auszuweisen und zu kanalisieren. Immer also geht es um Muster: vollständige, unvollständige, gestörte. Es ist ein natürliches Bedürfnis des Menschen, sie verstehen, fortführen, reparieren oder verändern zu wollen. Und zugleich entspricht es exakt auch dem Selbstverständnis der Mathematik.

Die Forscher-Metapher, die beim Erkunden fachlich reichhaltiger Lernumgebungen bereits in der Primarschule gerne verwendet wird, ist also kein Zugeständnis an „kleine Lerner“, sondern sachlich vollends gerechtfertigt und zutreffend.

Worum geht es?, Was siehst du?, Wie kann man das beschreiben?, Woran könnte das liegen?, Welche Vermutungen hast du?, Kannst du es begründen?, Kannst du es verändern, sodass ...?, Was wäre,

wenn ...? – allesamt Bestandteil einer Fragehaltung, die nicht zuletzt auch der Mathematikunterricht fördern soll und kann.

Der hier vorgelegte Band, Ergebnis der Weiterführung des Projektes zu Hengartner, Hirt, Wälti (2006), setzt sehr konsequent genau hier an und trifft damit den Kern aktueller Bedürfnisse des Schulalltags (wie der Lehrerbildung). Die erprobten Lernumgebungen in diesem Band haben eines gemeinsam: ein hohes Maß an fachlicher Substanz und Relevanz, bei zugleich ökonomischem Materialaufwand und überzeugendem Fokus auf das gesamte Begabungsspektrum der Lernenden. Möglich wird dies durch das Konzept der „natürlichen Differenzierung“ (Wittmann 1994, S. 12). Umgang mit Heterogenität bleibt hier nicht auf der Ebene einer Wunschformel oder eines unerreichbaren Idealzustandes stehen, sondern wird konkret und überzeugend als machbar erlebt. Dazu tragen vor allem die zahlreichen Originaldokumente der Lernenden bei, bei deren Auswahl sorgfältig darauf geachtet wurde, das gesamte Begabungsspektrum abzubilden. Hilfreiche Erläuterungen unter der Rubrik „Worum geht es?“ ermöglichen den Lehrpersonen zum einen den ökonomischen, aber inhaltlich gleichwohl gehaltvollen Überblick, machen aber zum anderen auch Lust auf ein Weiterdenken im Hinblick auf Variations- und Anschlussmöglichkeiten.

Dass diese fachliche Öffnung des Unterrichts dabei auch im Einklang stehen kann mit den sich derzeit als prioritär verstehenden Themen wie Diagnostik, Evaluation und Bildungsstandards, wird in den Grundsatzartikeln deutlich. Oder mehr noch: Die genannten Begriffe werden hier gerade mit fachdidaktisch begründeten Konkretisierungen sinnvoll gefüllt, wodurch sie ihren Charakter als bloße Leerformeln oder Schlagwörter verlieren können.

Die hier dargestellten Lernumgebungen wirken nicht voraussetzungslos, sie lassen sich prinzipiell – man mag es sich ungern konkret vorstellen – im Unterricht auch als „neuer Wein im alten Schlauch“ umsetzen (s. o.), wenn sie auf die Ebene des bloßen Ausrechnens reduziert würden. Ihre Wirkung entfalten sie erst, wenn die nach sorgfältiger Einführung in die Lernumgebung entstandenen Produkte der Lernenden im sozialen Austausch eine entspre-

chende Akzeptanz erfahren (Anerkennungskultur; S. 13) und argumentativ „verhandelt“ werden.

Ein Wort noch zum Zeitbedarf eines solchen Lernens: Ein Arbeiten, wie es hier vorgeschlagen wird, bedeutet keinen zusätzlichen Zeitbedarf, nur vielleicht ein verändertes Zeitmanagement. Zweifellos geht das reine Ausrechnen und produktorientierte Abarbeiten schneller als das Erkunden einer der hier vorgeschlagenen und erprobten Lernumgebungen mit Betonung der dabei ablaufenden Prozesse. Aber ein solcher Unterricht wäre auch ungleich ärmer an Substanz, an sozialem Austausch und Miteinanderlernen. Die Arbeit mit Lernumgebungen ist zudem „multifunktional“. Sie ermöglicht nicht nur eine breitere und tiefere Förderung von inhaltlichen wie allgemeinen mathematischen Kompetenzen und Zielen; sie erlaubt auch deren Im- und Exporte zu bzw. mit anderen Fächern.

Von heute auf morgen gleich alles anders machen zu wollen, würde daher beide Seiten überfordern, Lernende wie Lehrende. Letzteren sei also eine gewisse Geduld, aber auch Beharrlichkeit angeraten. Die benötigte Zeit, um sich selbst und den Lernenden das Arbeiten mit Lernumgebungen zu einer lieben Gewohnheit werden zu lassen, die man auch mit einer gewissen Souveränität angehen kann, ist eine lohnenswerte Investition, die sich nicht zuletzt auch in der Einheit „Zeit“ unter dem Strich positiv auszahlen kann – für alle Beteiligten (vgl. Kap. 1.5).

Dieses Buches trägt also zu einer – im wörtlichen und übertragenen Sinne – „Versachlichung“ des Mathematikunterrichts und der diesbezüglichen Diskussion bei. Versachlichung ist hier ausdrücklich positiv verstanden und steht keineswegs im Widerspruch zu „Kindorientierung“. Denn das, was dieses Buch an Anregungen bereitstellt, ist weitaus näher am Kind und seinen Lernbedürfnissen und -möglichkeiten als so manche vermeintlich kindgemäße „Einkleidung“. Wer die Botschaft des Buches ernst nimmt und sich zu einem entsprechenden Vorgehen anregen lässt, ist weitgehend gefeit gegenüber den Gefahren der Beliebigkeit, des Aktionismus und eines inhaltsarmen Umgangs mit Mathematik.

Günther Krauthausen

Einleitung und Dank

Nicht selten streuen die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler in einer Klasse über zwei bis vier Schuljahre. Die individuellen Denkwege und Darstellungsweisen erhöhen die Herausforderung für die Lehrpersonen, die Heterogenität im Mathematikunterricht konstruktiv aufzunehmen.

Mit diesem Buch legen wir weitere praktische Vorschläge für den Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Primarstufe vor. Der Band *„Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte: Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht“* (Hengartner/Hirt/Wälti 2006) enthält hauptsächlich arithmetische Lernumgebungen. In diesem Band werden Lernumgebungen angeboten, die der Arithmetik, dem Sachrechnen und der Geometrie zugeordnet werden können.

Damit führen wir die Arbeit weiter, die von Elmar Hengartner initiiert worden ist. Ausgehend von der beeindruckenden Darstellung der Standorte und Denkwege von Schülerinnen und Schülern (Hengartner 1999) hat Hengartner das Projekt „Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte“ lanciert. Er hat uns in die Arbeit mit Lernumgebungen eingeführt. Für seine Offenheit, sein Vertrauen und die gute Zusammenarbeit sind wir ihm dankbar.

Im ersten Kapitel (Grundlagen) erläutern wir, was Lernumgebungen kennzeichnet, wie man mit Lernumgebungen unterrichtet und wie man dabei Schülerleistungen beurteilen kann. Das scheinbar widersprüchliche Verhältnis zwischen Bildungsstandards und Lernumgebungen wird im vierten Text ausgeführt. All diese Texte sind in Verbindung zu sehen mit den Grundlagentexten im ersten Band (Hengartner, Hirt, Wälti, 2006, S. 9–25). Gemeinsam bilden sie ein Konzept für den Mathematikunterricht mit Lernumgebungen.

Beatrice Noelle und Roland Keller, Pädagogische Hochschule Zürich, haben uns ihre Lernumgebung „Hühner und andere Tiere falten“ als Gastbeitrag zur Verfügung gestellt. Dafür danken wir ihnen besonders. Bernd Wollring, Universität Kassel, danken wir dafür, dass wir vertrauensvoll seine Ausführungen zur „Kennzeichnung von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule“ aufnehmen durften. Und Günther

Krauthausen, Universität Hamburg, danken wir für die spontane Zusage, das Vorwort zu verfassen.

Der Pädagogischen Hochschule der Fachhochschule Nordwestschweiz (FHNW), der Pädagogischen Hochschule Bern und der Direktion für Bildung, Kultur und Sport des Kantons Aargau danken wir für die finanzielle Unterstützung und für das Vertrauen, das sie uns entgegengebracht haben.

Viele Lernumgebungen haben wir in Zusammenarbeit mit Studierenden der FHNW erprobt. Folgende Studierende haben an mindestens einer Lernumgebung mitgearbeitet: Cassandra Abt, Noël Bart, Alexandra Baumann, Dejan Beg, Sonja Breitenstein, Annamaria Egger, Franziska Egli, Sabrina Flückiger, Matthias Frey, Debora Gassmann, Martina Gersbach, Jessica Grob, Lea Hafner, Maja Hauri, Manuela Hofer, Silvia Holenstein, Judith Hubacher, Nadine Humbel, Gabriela Käppeli, Daniel Mettauer, Andrea Michel, Anita Mitra, Irene Müller, Nadine Richner, Stefan Ruckstuhl, Susanne Rupp, Benjamin Schmid, Martin Signer, Helene Sommerhalder, Barbara Stanchina, Katja Tüscher, Lynn Vetsch, Jolanda Waser, Iris Wenger.

Danken möchten wir den vielen Lehrpersonen, in deren Klassen wir Lernumgebungen erproben und mit denen wir sie in gelingender Zusammenarbeit entwerfen konnten: Ruth Kummer, Heidi Perren, Ruedi Roth, Kurt Sommer, Thomas Schöholz (Schulgemeinde Heimberg, Kanton Bern), Christiane Griffin und Sandra Luginbühl (Schulgemeinde Rümligen bzw. Burgdorf, Kanton Bern), Sibylle Richner, Simone Isenring, Andrea Frey, Marlise Cordier, Manuela Wetli (Schulgemeinde Rapperswil, Kanton Aargau).

Ebenso möchten wir unserem Kollegen Martin Rothenbacher danken, der sich bei der Arbeit mit Studierenden, der Erprobung von Lernumgebungen sowie bei der definitiven Ausgestaltung der Lernumgebungen in vielfältiger Weise verdient gemacht hat.

Namentlich unerwähnt bleiben die vielen Hundert Schülerinnen und Schüler, mit denen wir viele Mathematiksequenzen gestalten konnten. Ihnen danken wir für ihren Einsatz beim Mathematiktreiben und für die vielen Hinweise bei der Entwicklung der Lernumgebungen.

Dem Kallmeyer Verlag, vor allem Frau Tochtermann, Hubertus Rollfing und Manuela Pütz, danken wir für die konstruktive Zusammenarbeit bei der Redaktion und Herausgabe dieses Buches.

„Kernaufgabe der Mathematikdidaktik ist die Konstruktion und Erforschung von geeigneten Lernumgebungen für das Lernen der Mathematik im Unterricht“ (Wittmann, 1998, S. 329). Dieser Kernaufgabe haben wir uns gestellt. Gerne nehmen wir Hinweise dazu auf, wie wir diese Aufgabe gelöst haben und wie die Lernumgebungen in die Praxis des Mathematikunterrichts umgesetzt werden können.

Wir sehen deutliche Hinweise zur Gestaltung eines erfolgreichen Mathematikunterrichts, in dem die Schülerinnen und Schüler mathematische Kompetenzen entwickeln und zugleich Interesse und Freude an mathematischer Tätigkeit haben. Diese Hinweise werden bestätigt durch Ergebnisse aus der empirischen Unterrichtsforschung. Gewissheit haben wir darin, dass das Interesse am Tun der Kinder, an ihren Entdeckungen und Darstellungen zum Spannendsten beim Unterrichten gehört. Den Kindern mit diesem Interesse, mit Anerkennung und Wertschätzung, mit Zuwendung und Vertrauen, aber auch mit Erwartungen, Anspruch und Verbindlichkeit zu begegnen, erachten wir als den entscheidenden Schlüssel dafür, dass die Kinder ihre Fähigkeiten entwickeln können.

1. Grundlagen

1.1 Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule: Begriffsklärung und Positionierung

UELI HIRT/BEAT WÄLTI/BERND WOLLRING

In Lernumgebungen können langsam und schnell Lernende innerhalb des gleichen fachlichen Rahmens integriert gefördert werden. Dank der Offenheit und der Reichhaltigkeit der Aufgaben und Arbeitsanweisungen regen sie zum eigentätigen „Mathematik-Treiben“ an und lösen Fachgespräche aus. Das Konzept der Lernumgebungen basiert auf einer konstruktivistischen Grundposition und auf einer Anerkennungskultur. Mit der Erläuterung dieser Grundpositionen und mit einer begrifflichen Klärung wird deutlich, was Lernumgebungen im Wesentlichen kennzeichnet.

1.1.1 Konstruktivistische Grundposition

Aus konstruktivistischer Sicht ist Lernen ein aktives Konstruieren von Sinn, das ein autonom lernendes Individuum vollzieht (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl 1998, Reusser 2006). Ein solches aktiv-konstruierendes Lernen, speziell im Fach Mathematik, wird unterstützt durch einen Unterrichtsrahmen, der selbstbestimmtes Lernen, aktiv-entdeckendes Lernen und soziales Lernen im Austausch miteinander ermöglicht und fördert (vgl. Winter 1989, Wittmann 1997). Lernen in der Grundschule ist demnach nicht primär als ein Vermitteln oder als ein wesentlich lehrerzentrierter Vorgang zu sehen, bei dem Bedeutung aus dem Kopf der Lehrperson in jenen des Kindes übertragen wird.

Die Rolle der Lehrerinnen und Lehrer besteht bei dieser Sicht von Lernen vorrangig darin, die Schülerinnen und Schüler als autonome aktiv Lernende zu begreifen und durch effizientes Modellieren und angemessen ergänzendes Informieren zu unterstützen (vgl. Grundlagenartikel „Mit Lernumgebungen unterrichten“ – individuelle fachliche Begleitung, vgl. Kap. 1.2.6). Allgemein besteht sie darin, Unterricht mit „substanziellen“ Lernumgebungen zu gestalten und die entstehenden Eigenproduktionen der Schülerinnen und Schüler kompetent zu analysieren, zu diagnostizieren und für das weitere Arbeiten zu nutzen. Dazu aller-

dings sollten die Lehrerinnen und Lehrer über das Potenzial der Kinder in der spezifischen Lernsituation hinreichende Erfahrungen und Diagnosekompetenz haben, damit sie einschätzen können, was in einer bestimmten Lernsituation von den Kindern als eigener Beitrag zu erwarten ist und wo sie Unterstützung brauchen.

1.1.2 Die Balance von eigentätigem und informativem Lernen

Gleichgewichte von Positionen beschreibt etwa Donaldson als die Balance „von *Invention und Konvention*“ (Donaldson 1982). Für den Mathematikunterricht in der Grundschule kennzeichnet dies die Notwendigkeit, dem „Neu-Erfinden“ von Bestehendem hinreichenden Raum zu geben und das aktive Konstruieren nicht vorzeitig durch zu starkes Fixieren auf bestehende Bezeichnungen und Konventionen zu lähmen.

Wir betonen ferner die Notwendigkeit zu einem „*Gleichgewicht zwischen informativem Lernen und eigenverantwortlich organisiertem Lernen*“. Dies mag zunächst fremd anmuten. Gemeint ist, dass die Lehrerin und der Lehrer die notwendige fundierte Kenntnis über die spezifische Sachlage haben, zudem den Überblick über die Vielfalt der zu dem aktuellen Problem gehörenden möglichen Ergebnisse und Strategien, sodass sie im Stande sind, die Aktivitäten der Kinder durch geeignete nicht zu weit gehende Impulse zu unterstützen und zu ergänzen und den Kindern eine ergiebige Quelle für verlässliche sachliche Informationen zu sein.

Denn bisweilen führt die gut gemeinte Organisation von überfordernder Eigenverantwortlichkeit dazu, dass die Kinder auch nach intensivem Befassen mit einer Arbeitssituation nicht die angestrebten Kenntnisse erarbeitet haben. Dies ist ein spezifisches Problem eines falsch verstandenen und falsch organisierten Lernens in Gruppen, das sich divergent entwickeln kann, wie es etwa beim „Lernen an Stationen“ oder beim (Wochen-)Planunterricht im Mathematikunterricht bei mangelndem Aufarbeiten der an den Stationen entstandenen „pluralen“ Arbeitsergebnisse der Kinder möglich ist.

1.1.3 Anerkennungskultur

Die genannten Positionen konvergieren in einer Position, die wir mit dem Begriff der *Anerkennungskultur* kennzeichnen (Prenzel 2004). Wir sehen sie wesentlich darin, dass Lehrerinnen und Lehrer bereit und im Stande sind, Teilleistungen der Kinder positiv wertend in die Arbeit einer Lerngruppe aufzunehmen.

Wesentliches Element in einem von Anerkennungskultur bestimmten Klassenklima ist die positiv wertende und kompetenzorientierte Sicht auf die Beiträge der Kinder im Gegensatz zu einer defizitorientierten Sicht, die vorrangig betont, was an dem Beitrag eines Kindes zur Vollständigkeit oder zur Richtigkeit noch fehlt. Teilleistungen haben bei dieser Sicht eine zweifache Funktion: Zum einen sind sie sachlich nutzbare Beiträge zum Unterricht, zum anderen sind sie Beiträge zur Stärkung des Selbstkonzeptes der Lernenden. Darin liegt einer der wesentlichen Gründe für die Notwendigkeit einer fundierten fachdidaktisch getragenen Diagnosekompetenz als Ausbildungselement für Lehrerinnen und Lehrer.

1.1.4 Lernumgebung für den Mathematikunterricht – eine begriffliche Klärung

Eine Lernumgebung für den Mathematikunterricht ist im gewissen Sinne eine natürliche Erweiterung dessen, was man im Mathematikunterricht traditionell eine „gute bzw. eine substanzielle Aufgabe“ nennt. Substanzielle Aufgaben sind ein wesentliches Merkmal und eine notwendige, aber nicht hinreichende¹ Bedingung zur Gestaltung erfolgreichen Mathematikunterrichts.

Eine Lernumgebung ist eine flexible große Aufgabe. Sie besteht in der Regel aus mehreren Teilaufgaben und Arbeitsanweisungen, die durch bestimmte Leitgedanken – immer basierend auf einer innermathematischen oder sachbezogenen Struktur – zusammengebunden sind. Der Ter-

minus beschreibt als Erweiterung des üblichen Begriffs „Aufgabe“ somit im Wesentlichen eine Unterrichtssituation mit Zielen, Inhalten und Vorgehensweisen bzw. Tätigkeiten der Lehrperson wie auch der Schülerinnen und Schüler. Lernumgebungen können auch in Schulbüchern² aufgenommen sein, gerahmt durch geeignete Organisationselemente und Informationen.

Die erste den Autoren bekannte Erwähnung und Konzeption findet der Begriff „Lernumgebung“ bei Friedrich und Mandl 1997. Seitdem ist er in der allgemeindidaktischen wie in der fachdidaktischen Diskussion präsent.

Nach Wittmann (1998, S. 337f.) müssen „Lernumgebungen bester Qualität, sogenannte *substanzielle Lernumgebungen*“, folgenden Kriterien genügen:

- ▶ Sie müssen zentrale Ziele, Inhalte und Prinzipien des Mathematikunterrichts präsentieren.
- ▶ Sie müssen reiche Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten von Schülerinnen und Schülern bieten.
- ▶ Sie müssen flexibel sein und leicht an die speziellen Gegebenheiten einer bestimmten Klasse anzupassen sein.
- ▶ Sie müssen mathematische, psychologische und pädagogische Aspekte des Lehrens und Lernens in einer ganzheitlichen Weise integrieren und so ein weites Potenzial für empirische Forschung bieten.

Bei der Entwicklung der in diesem wie auch der im ersten Band (Hengartner/Hirt/Wälti 2006) vorliegenden Lernumgebungen haben wir uns an diesen Kriterien orientiert. In unserer Sicht müssen substanzielle Lernumgebungen, mit denen der Mathematikunterricht auf Kompetenzerwerb und mathematische Tätigkeiten (vgl. Kap. 1.2.2 in „Mit Lernumgebungen unterrichten“) ausgerichtet werden kann und natürliche Differenzierung ermöglicht, folgende Ansprüche aufweisen:

¹ Die hinreichenden Bedingungen und somit die Bedingungen zur Gestaltung erfolgreichen Mathematikunterrichts mit Lernumgebungen sind im Grundlagenartikel „Mit Lernumgebungen unterrichten“ ausgeführt (Kap. 1.2).

² Das in der Schweiz entwickelte Lehrmittel für die Sekundarstufe 1, das „mathbu.ch“, bezeichnet jede Doppelseite des Schülerbuches konsequent als Lernumgebung. Das „Zahlenbuch“ nimmt den Gedanken der Lernumgebung implizit auf den einzelnen Seiten des Schülerbuches auf. Themen auf einzelnen Seiten oder Doppelseiten werden dabei jeweils inhaltlichen Rahmenthemen zugeordnet.

- ▶ mathematische Substanz mit sichtbar werdenden Strukturen und Mustern (fachliche Rahmung³)
- ▶ Orientierung an zentralen Inhalten
- ▶ hohes kognitives Aktivierungspotenzial
- ▶ Orientierung der Tätigkeiten an mathematischen Inhalten und Prozessen
- ▶ Initiierung von Eigentätigkeit aller Lernenden
- ▶ Förderung individueller Denk- und Lernwege sowie eigener Darstellungsformen
- ▶ Zugänglichkeit für alle: Ermöglichen mathematischer Tätigkeit auch auf elementarer Ebene durch die Möglichkeit, an Vorkenntnisse anknüpfen zu können
- ▶ Herausforderungen für schnell Lernende mit anspruchsvolleren Aufgaben
- ▶ Ermöglichen des sozialen Austauschs und des Kommunizierens über Mathematik

1.1.5 Perspektiven

Der Begriff *Lernumgebung* ist auf dem Weg zu einem bildungspolitischen Terminus, nicht nur in der Didaktik der Mathematik. Er hat einen intentionalen Impuls und soll das Aufarbeiten aktueller Entwicklungsansprüche unterstützen. Sechs solcher Ansprüche seien genannt:

Mathematikunterricht intern:

- ▶ neue Impulse dazu geben, Geometrie in der Grundschule als integralen Teil der Mathematik zu betrachten

Fachdidaktik:

- ▶ Fachdidaktik als Entwicklungsforschung herausfordern

Fachdidaktik:

- ▶ Fachdidaktik in der Forschung zur Diagnostik stärken und Konzepte diagnostischer Kompetenz für Lehrerinnen und Lehrer entwickeln

Unterrichtskultur:

- ▶ eigenverantwortliches und selbst organisiertes Lernen der Lernenden im Mathematikunterricht stärken

Unterrichtskultur:

- ▶ Lernen mit fachbezogener Korrespondenz unterstützen

Schulkultur:

- ▶ Fachdidaktik in die Unterrichtsentwicklung einbeziehen.

Lernumgebungen sehen wir als ein Planungs- und Organisationskonzept, mit dem konstruktivistisch orientiertes Lernen und ein damit verbundenes positives Lernklima zu realisieren sind (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl 2001). Es kann nicht darum gehen, den Kindern das Aufbringen aller sachlichen Informationen selbst zu überlassen und sie mit dem so entstandenen oft unzureichenden Wissensbestand aus den Lernumgebungen zu entlassen. Vielmehr geht es darum, das eigene Gestalten, das „Neu-Erfinden“ und das „Wieder-Erfinden“ so weit einzubeziehen, dass die Kinder das Erarbeitete als ihr Eigenes ansehen und auf dieser Basis bereit sind, ergänzende Information und allgemein akzeptierte Konventionen anzunehmen, ohne dass dieses Eigene verloren geht.

1.2 Mit Lernumgebungen unterrichten

Ein Unterricht mit Lernumgebungen fördert das gesamte Begabungsspektrum und unterstützt die Entwicklung der Kompetenzen aller Schülerinnen und Schüler. Für das erfolgreiche Lernen ist es entscheidend, die den Lernumgebungen zugrunde liegenden mathematischen oder sachbezogenen Strukturen zu nutzen. Die folgenden Kapitel beschreiben Aspekte der Unterrichtsgestaltung mit Lernumgebungen.

1.2.1 Öffnung des Unterrichts vom Fach her und natürliche Differenzierung

Das Leistungsspektrum innerhalb einer Klasse streut nicht selten über zwei bis vier Schuljahre. Was für die einen einfach ist, ist für andere zu anspruchsvoll. Unterschiedliche Leistungsmöglichkeiten, aber auch individuelle Denkwege, Vorgehensweisen, Interessen und Darstellungen sollen im Unterricht nicht nur zugelassen, sondern auch gefördert werden (vgl. Hengartner 1999 und

³ In Hengartner/Hirt/Wälti (2006, S. 17-20) erläutern wir, in welcher Art Muster und Strukturen der Mathematik zur natürlichen Differenzierung genutzt werden können und welche Bedeutung die fachliche Rahmung dafür hat.

Hengartner/Hirt/Wälti 2006). In diesem Sinne ist Heterogenität jederzeit eine Herausforderung. Zugleich aber macht sie den Unterricht auch interessant und diskursiv. Die unterschiedlichen Herangehensweisen, Überlegungen und Lernergebnisse der Kinder sind faszinierend.

Die Aufgabenstellungen einer Lernumgebung basieren auf einer innermathematischen oder sachbezogenen Struktur (vgl. Hengartner/Hirt/Wälti 2006, S.17–20). Sie bilden den fachlichen Rahmen des Unterrichts mit Lernumgebungen und ermöglichen Mathematikunterricht von den Lernenden aus und eine natürliche Differenzierung.

Schon vor zehn Jahren hat Erich Ch. Wittmann die Öffnung des Unterrichts vom Fach her gefordert und begründet: *„Mathematische Muster dürfen nicht als etwas fest Gegebenes angesehen werden, das man nur betrachten und reproduzieren kann. Ganz im Gegenteil: Es gehört zu ihrem Wesen, dass man sie erforschen, fortsetzen, ausgestalten und selbst erzeugen kann. Der Umgang mit ihnen schließt also Offenheit und spielerische Variationen konstitutiv ein. [... Die mathematischen Muster] lassen Raum für persönliche Sicht- und Ausdrucksweisen und werden zugänglich für die individuelle Bearbeitung. Gleichwohl werden Offenheit und Individualität durch Regeln gezügelt. Es handelt sich um eine Offenheit vom Fach aus“* (Wittmann 1996; zitiert nach Wittmann 2003, S. 26).

Im Sinne von Wittmann haben wir Muster und Strukturen der Mathematik zur Konstruktion substanzieller Lernumgebungen genutzt. Diese ermöglichen einen Mathematikunterricht an denselben fachlichen Grundlagen. Die Lernumgebungen sind so gestaltet, dass langsam Lernen einen Zugang finden und besonders Begabte durch vertiefende Fragestellungen entsprechend ihren Möglichkeiten gefördert werden können. Die Lernumgebungen wurden in der Unterrichtspraxis mehrfach erprobt. Dank der Reichhaltigkeit der natürlich differenzierenden Aufgabenstellungen können alle Schülerinnen und Schüler ihre unterschiedlichen Fähigkeiten, ihre vielfältigen Lösungsideen, ihre individuellen Strategien und Darstellungsweisen einbringen und so in Bezug auf verschiedene Aspekte auf ihrem je eigenen Niveau arbeiten.

1.2.2 Ausrichtung des Mathematikunterrichts: Kompetenzerwerb und bedeutungsvolle mathematische Tätigkeit

Die Ziele des Mathematikunterrichts orientieren sich an den Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler erwerben sollen. Unter Kompetenzen versteht man nach Weinert (2001, S. 27) *„die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können.“* Beim Erwerb der mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten werden in erster Linie inhaltliche und allgemeine Ziele in den Blick genommen. Die inhaltlichen Ziele umfassen Wissen und Fertigkeiten: Begriffe kennen, wiedererkennen und beschreiben, operieren und berechnen (z. B. Einspluseins, Einmaleins oder Brüche vergleichen) sowie Instrumente und Werkzeuge verwenden (beispielsweise mit Zirkel und Lineal umgehen). Die allgemeinen Ziele beschreiben Grundprozesse des mathematischen Arbeitens. Sie wurden von Heinrich Winter mit folgenden Tätigkeiten erfasst (nach Wittmann 2005, S. 7):

- ▶ *Mathematisieren, d. h. reale Situationen in die Sprache der Mathematik übersetzen, mit Mitteln der Mathematik Lösungen bestimmen und das Ergebnis für die reale Situation interpretieren,*
- ▶ *Explorieren, d. h. Situationen probierend erforschen, Beziehungen und Strukturen entdecken, Strukturen erfinden, kreative Ideen entwickeln,*
- ▶ *Argumentieren, d. h. mathematische Sachverhalte begründen,*
- ▶ *Formulieren, d. h. mathematische Sachverhalte und Erfahrungen bei deren Untersuchung mündlich und schriftlich beschreiben.*

Damit Schülerinnen und Schüler inhaltliche mathematische Kompetenzen aufbauen, ist es wesentlich, dass sie im Sinne dieser allgemeinen Ziele mathematisch tätig sind. Ergänzend zu den genannten mathematischen Tätigkeiten sollten Schülerinnen und Schüler Gelegenheit erhalten, Mathematik darzustellen sowie über Mathematik zu reflektieren und zu reden. Kommunikationsfä-

higkeit ist eine überfachliche Kompetenz, die auch im Fach Mathematik aufgenommen werden sollte. Ein Kind lernt Fahrrad fahren, indem es Fahrrad fährt, es lernt lesen, indem es liest, und es lernt Mathematik, indem es Mathematik betreibt. Fokus eines jeden Mathematikunterrichts ist demnach, die Schülerinnen und Schüler im Bereiche der inhaltlichen *und* der allgemeinen Ziele zu fördern und ihnen die Möglichkeit zu geben, stets mathematisch tätig sein zu können. Mit einem solcherart geprägten Unterricht entwickeln Kinder fachspezifische und allgemeine Kompetenzen.

Dank der Reichhaltigkeit der Lernumgebungen und den Strukturen, die ihnen zugrunde gelegt sind, können die Schülerinnen und Schüler mathematisch tätig sein und auf die genannten Ziele hinarbeiten. Im Abschnitt „*Worum geht es?*“ sind bei jeder Lernumgebung der fachliche Kern und die Ziele beschrieben, die jeweils im Vordergrund stehen.

1.2.3 Passung: die Balance zwischen Anforderungen und Voraussetzungen

Der Einbezug der Voraussetzungen und der Vorkenntnisse der Schülerinnen und Schüler ist ein entscheidendes Merkmal für erfolgreiches Lernen. Der hohe Anspruch nach Individualisierung lässt sich sonst kaum einlösen. Wir suchen daher nach einem Unterricht, in dem die Anforderungen jeweils in jener Anspruchszone liegen, die gerade oberhalb der aktuellen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler angesiedelt ist. So können die Lernenden ihre unterschiedlichen Lernvoraussetzungen am besten einbringen, auf ihrem je eigenen Leistungsniveau arbeiten, damit neue Erkenntnisse erwerben sowie ihre Strategien und Darstellungsweisen wählen.

Jede Lernumgebung enthält eine oder mehrere Aufgabenstellungen, die dank ihrer Offenheit vom Fach her eine Differenzierung zwischen den Lernenden ermöglichen. Sie „passen“ in den meisten Fällen auf die Voraussetzungen der Kinder. Allen wird mit einer Einstiegsaufgabe ein Zugang geöffnet. Häufig können die Kinder zu Beginn etwas Praktisches tun oder die Ergebnisse einfacherer Rechnungen berechnen, bevor sie sich mit den offensichtlich werdenden Strukturen beschäftigen.

Da sich die Aufgabenstellungen variieren lassen, ist zudem immer genügend Übungsstoff vorhanden. Das kommt jenen Kindern entgegen, die gerne weitere gleichartige Aufgaben lösen. In jeder Lernumgebung gibt es aber auch weiterführende anspruchsvolle Aufgaben, die „Rampen“ für Leistungsstarke anbieten, so dass auch sie auf ihrem Niveau gefordert werden.

Für eine optimale Passung müssen die in einer Lernumgebung innewohnenden unterschiedlichen Anforderungen im Unterrichtsverlauf individuell an die Kinder gestellt werden. Die einen vertiefen ihre Kenntnisse und trainieren die grundlegenden Fertigkeiten. Die anderen bearbeiten anspruchsvolle mathematische Probleme, explorieren, tauschen sich aus, formulieren und begründen ihre Entdeckungen. Alle arbeiten an derselben Lernumgebung mit ihrer spezifischen fachlichen Struktur, jedoch auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus. In diesem Sinne sind die Voraussetzungen der Lernenden aufzunehmen, individuelle Ansprüche an sie zu stellen und eine differenzierte Förderung zu praktizieren. Sichtbare Unterschiede sind das Ergebnis im Unterricht. In den einzelnen Lernumgebungen sind diese mit Schülerdokumenten veranschaulicht. Die Hinweise zur Heterogenität präzisieren, was Kinder mit einfachen Lösungen bzw. was Kinder mit anspruchsvollen Lösungen jeweils tun können bzw. was von ihnen erwartet werden kann.

1.2.4 Unterrichtsorganisation, Unterrichtsplanung und Gliederung der Lernumgebungen

Unsere Lernumgebungen sehen wir als gelegentliche oder regelmäßige Lernanlässe des gemeinsamen Mathematiktreibens. Sie werden durch andere Unterrichtsformen wie der Arbeit mit dem Schulbuch ergänzt. Die Unterrichtsplanung setzt ein mit der Bestimmung einer jeweiligen Lernumgebung in Abhängigkeit der zu bearbeitenden Inhalte und der anzustrebenden Ziele. Im Anschluss wird der Einsatzzeitpunkt und die mögliche Dauer, die zur Bearbeitung veranschlagt wird, festgelegt.

Es ist zu beachten, dass Unterricht mit Lernumgebung auf allen Klassenstufen möglichst in *längeren Sequenzen* (Doppelstunden) organisiert werden sollte. In einer ersten Unterrichtsphase stellen die

Lernenden häufig Rechnungen auf, bestimmen Ergebnisse oder sammeln Daten. In vielen Fällen dauert diese erste Phase der Eigentätigkeit 30 Minuten und länger. Das Rechnen bzw. das Produzieren von Daten steht in direktem Zusammenhang mit den anschließenden Denkleistungen. Das Herstellen von Zusammenhängen und das Festhalten von Erkenntnissen erfordert Konzentration und Zeit. Nach nur einer Unterrichtsstunde würden die meisten Lernenden zu früh aus ihren kognitiven Aktivitäten herausgerissen. Ein „Wiedereintauchen“ hat sich in den Erprobungen oft als mühselig erwiesen. Die Möglichkeiten der meisten Lernumgebungen sind auch nach zwei Unterrichtsstunden nicht ausgeschöpft. Genügend Zeit zur vertieften Bearbeitung ist daher stets einzuplanen.

Nun sollte man sich mit der *Aufgabenstellung* auseinandersetzen. Während die arithmetischen und geometrischen Lernumgebungen eigenaktiv bearbeitet werden sollten, ist dies bei Lernumgebungen zum Sachrechnen wegen der großen Offenheit der Fragestellungen nicht immer sinnvoll. Bei solchen Lernumgebungen ist das Lernen von- und miteinander besonders wichtig. Nicht nur beim Erzeugen der Daten, sondern auch bei Messungen, beim Vergleichen, beim Finden von eigenen Fragestellungen und beim Darstellen der Arbeit. Ein Vorgehen in Kleingruppen ist daher bei sachorientierten Lernumgebungen oft die bessere Wahl.

Hinweise zum Verlauf einer Unterrichtssequenz mit einer Lernumgebung erhält man im Abschnitt „*Wie kann man vorgehen?*“. Es wird über Erfahrungen aus den Erprobungen der Lernumgebung berichtet und auf mögliche Schwierigkeiten hingewiesen. Mit diesen Ausführungen ist es möglich, den Unterrichtsverlauf zu planen, wobei auf eine klare Strukturierung zu achten ist. Diese zeichnet sich in der Regel durch drei Phasen aus:

1. Inszenierung der Lernumgebung
2. längere Phase der Eigenaktivität, fachliche Dialoge und individuelle fachliche Begleitung durch die Lehrperson
3. Austausch (der Situation angepasst)

Der Abschnitt „*Dokumente aus der Erprobung*“ zeigt zu jeder Lernumgebung das Spektrum möglicher Lernergebnisse. Die einfachen Lösungen veranschaulichen, was langsam Lernende erreichen,

mittlere Lösungen veranschaulichen ein mittleres Anspruchsniveau und die anspruchsvollen Lösungen zeigen, was von stärkeren Schülerinnen und Schülern erwartet werden kann. Die zu erwartende Heterogenität wird am Ende einer Lernumgebung verdeutlicht, indem Tätigkeiten und Kompetenzen von Kindern mit einfachen Lösungen bzw. von Kindern mit anspruchsvollen Lösungen formuliert sind. Sowohl die Präsentation dessen, was Kinder können sollten, wie auch die Dokumente verdeutlichen das Anspruchsniveau und die Erwartungen, die in Abhängigkeit der unterschiedlichen Voraussetzungen und Vorkenntnisse und somit differenziert an die Schülerinnen und Schüler gestellt werden können.

1.2.5 Die Inszenierung einer Lernumgebung

Lernumgebungen werden inszeniert. Dabei wird die (erste) Lernaufgabe kurz, klar und verständlich präsentiert und die auszuführenden Tätigkeiten, Ziele und Erwartungen geklärt. Das steckt den Rahmen ab, klärt die Regeln und definiert den Freiraum beim mathematischen Tun. Häufig genügt dabei eine Illustration der Aufgabe und der Tätigkeiten mit einem oder zwei Beispielen. Das dauert meistens nur wenige Minuten, erfolgt informativ und somit frontal.

Bei sachorientierten Lernumgebungen ist alternativ eine Einführungssequenz denkbar, die den Kontext und die wesentlichen Begriffe klärt.

1.2.6 Längere Phase der Eigentätigkeit und individuelle fachliche Begleitung

Nach der Inszenierung folgt eine längere Phase, in der die Schülerinnen und Schüler eigentätig Mathematik auf ihrem je eigenen Niveau treiben. Sie aktivieren ihre Voraussetzungen, nutzen den Freiraum zum Denken und bringen ihre Erfahrungen mit dem Thema ein. In einem ersten Teil müssen alle Schülerinnen und Schüler Rechnungen produzieren oder Daten gewinnen. Dabei arbeiten sie im Bereich grundlegender Fertigkeiten. Die Lehrperson achtet darauf, dass die Schülerinnen und Schüler die Lernaufgabe verstanden haben und die Bedingungen einhalten, die durch die Aufgabenstellung vorgegeben sind. Nur so werden

Ergebnisse generiert, die als Grundlage für anschließende anspruchsvollere mathematische Tätigkeiten genutzt werden können.

Die Lehrperson unterstützt die Eigentätigkeit individuell und fachlich, fragt nach und hört zu, gibt Hinweise, stellt Anforderungen und verdeutlicht Erwartungen, bestätigt und fordert heraus. Dies immer aus einer Haltung der Wertschätzung dem Tun der Schülerinnen und Schüler gegenüber. Jedoch hält sie sich mit Erklärungen zurück. Beim Beobachten, im Gespräch sowie im Austausch mit und zwischen den Kindern nimmt die Lehrperson Schwierigkeiten wahr. Dies ermöglicht eine unterstützende und individuelle Förderung.

Manchmal geschieht Differenzierung von selbst, d.h., die Schülerinnen und Schüler entdecken selber beim Vergleichen von Zahlen bestimmte Zusammenhänge und formulieren sie. Häufig aber sind spezifische Hinweise der Lehrperson nötig oder nützlich. Einige Beispiele:

- ▶ Vergleiche diese Zahlen hier.
- ▶ Ordne die Ergebniszahlen nach der Größe.
- ▶ Verändere eine Zahl oder eine Rechnung systematisch und schaue, was passiert.
- ▶ Berechne weitere Beispiele.
- ▶ Überprüfe deine Ergebnisse, indem du diese Zahlen miteinander vergleichst.
- ▶ Vergleiche diese Zahlen mit jenen Zahlen.
- ▶ Betrachte zuerst die ungeraden Zahlen, dann die geraden.
- ▶ Schreibe auf, was du feststellst.
- ▶ Orientiere dich auf der Zahlentafel.
- ▶ Rechne weitere Beispiele.
- ▶ Versuche zu begründen.
- ▶ Suche zuerst ein passendes Ergebnis und erst dann die Rechnung.
- ▶ Vergleiche eure Ergebnisse.

Durch solche und andere Hinweise, besonders durch das individuelle Stellen weiterführender Aufgaben, die in der Lernumgebung angelegt sind, wird eine natürliche Differenzierung möglich. Bedingung dafür ist eine *hohe Präsenz und eine aktive Rolle* der Lehrperson bei der individuellen fachlichen Begleitung. Dazu gehört die Verwendung von Fachbegriffen.

Bei der Arbeit mit Lernumgebung wird der Aufbau von mathematischen Kompetenzen bei den

Schülerinnen und Schülern gefördert: Sie bringen ihr Wissen ein, erkennen und beschreiben Zusammenhänge und stellen sie dar, sie operieren und berechnen, verwenden Instrumente, interpretieren und reflektieren, erforschen und explorieren. In einigen Lernumgebungen müssen sie modellieren. Durch all diese Tätigkeiten entwickeln sich die Kompetenzen (s. Kap. 1.2.2).

Was Schülerinnen und Schüler *eigentlich* tun, was sie herausfinden, wie sie vorgehen und denken, ist das eigentlich Interessante im Unterricht. Darauf kann man sich als Lehrperson nur insofern vorbereiten, als man die Aufgabe in der Vorbereitung selber gut durchdringt und gewisse Ergebnisse antizipiert. Schwierigkeiten und mögliche Hilfestellungen kann man sich zurechtlegen, vorwegnehmen kann man sie nicht. Sie sind situativ aus dem Repertoire an Unterstützungsmöglichkeiten festzustellen bzw. zu entwickeln. Gefragt sind dabei Fachkompetenz, fachdidaktische Kompetenz, diagnostische Kompetenz und Klassenführungs Kompetenzen der Lehrperson. Planen lässt sich diese Phase nicht, denn hier übernehmen die Schülerinnen und Schüler das Zepter. Es gilt vielmehr, diese Planungslücke auszuhalten. Wer den Unterricht einleitend so kurz und klar wie möglich mit der ganzen Klasse gestaltet und größtmögliche Eigentätigkeit zulässt, realisiert die Möglichkeiten und Chancen eines Unterrichts mit Lernumgebungen.

1.2.7 Austausch und fachliche Dialoge

Häufig tauschen sich die Schülerinnen und Schüler bereits während der Eigentätigkeit mit Kolleginnen und Kollegen aus. Fachliche Gespräch zwischen Kindern sind erwünscht, außer in der ersten Phase der Eigenaktivität. Auch die Kinder, die sich gerne an der Arbeit ihrer Sitznachbarn orientieren, sollen mindestens zu Beginn der Lernumgebung alleine arbeiten. Als eher ungünstig erachten wir Hilfestellungen von schnelleren Schülerinnen und Schülern an langsamere, weil sie so von eigenen, für sie bedeutungsvollen Erkenntnissen ferngehalten werden und sich auf die für sie oft nicht nachvollziehbaren Überlegungen von andern Kindern konzentrieren. Die eigentliche „Rechenarbeit“ kann jedoch sinnvoll aufgeteilt werden, sodass auch langsamere Kin-

der früher zum eigentlichen „Mathematiktreiben“ gelangen. In der Regel wird aber möglichst mit den eigenen Produktionen und Daten gearbeitet.

Nebst dem Zulassen von spontanem Austausch zwischen einzelnen Schülerinnen und Schülern organisiert die Lehrperson fachliche Dialoge als Gruppen-, Halbklassen- oder Klassengespräche. Denkbar sind alle sozialen Organisationsformen. Wesentlich ist, sie zu variieren und entsprechend den Aufgabenstellungen und dem Bearbeitungsstand flexibel zu bestimmen. Möglich ist auch, eine Austauschform zu standardisieren, beispielsweise als Mathematikkonferenz, bei der Schülerinnen und Schüler bestimmte Rollen einnehmen und bei der die Ergebnisse protokolliert werden. Erfahrungen bestehen beispielsweise auch mit Strategiekonferenzen.

Bei der Auswertung tauschen Schülerinnen und Schüler ihre Vorgehensweisen und Feststellungen aus. Insofern erreichen wir nach der Phase der Eigentätigkeit und des divergenten Arbeitens auf der Ebene der Arbeitsweisen eine gemeinsame Ebene. Unter anderem mit organisierenden Impulsen: „Ordnet nun eure Zahlen“, oder: „Schreibt auf, was ihr feststellt, wenn ihr das oder jenes vergleicht.“ In Bezug auf die inhaltlichen Erkenntnisse dagegen wird keine Konvergenz angestrebt, was angesichts der Unterschiedlichkeit der Lernenden auch kein sinnvolles Ziel wäre.

1.2.8 Lernumgebungen im Unterrichtskonzept

Unsere Lernumgebungen sehen wir als gelegentliche oder regelmäßige Lernanlässe des gemeinsamen „Mathematiktreibens“ in einem lehrgangsorientierten Unterricht auch mit altersgemischten Klassen. Sie werden durch andere Unterrichtsformen wie der Arbeit mit dem Schulbuch ergänzt. Im Rahmen der Jahresplanung ist festzulegen, welche Lernumgebung zu welchem Zeitpunkt und in Verbindung mit welchen Inhalten aufgenommen werden soll.

Mit Lernumgebungen können viele Inhalte aufgenommen und alle relevanten Ziele des Mathematikunterrichts erreicht werden. Dennoch wird es nicht möglich sein, den gesamten Unterricht damit zu gestalten. Es braucht spezifische Phasen des Übens, selbst wenn mit allen Lernumgebun-

gen produktiv geübt und dabei eine Verbindung realisiert wird zwischen Verständnisförderung und Automatisierung grundlegender Fertigkeiten.

Gerade für die langsamer Lernenden ist ein intelligentes Üben grundlegender Fertigkeiten nötig, das dann einsetzt, wenn die Lernenden Vorstellungen und möglichst auch Verständnis für die Sache aufgebaut haben. Weil schneller Lernende diese Fertigkeiten in der Regel bereits durch die Lernumgebungen aufbauen, müssen sie nicht länger damit beschäftigt werden, sondern können sich verstärkt weiterführenden Aufgaben und somit den Strukturen zuwenden.

1.2.9 Lernumgebungen und offene Unterrichtsformen

Der Umgang mit der Heterogenität ist eine der größten Herausforderungen. Unterschiede zwischen den Schülerinnen und Schülern zuzulassen und sie zugleich noch zu fördern ist ein besonderer Anspruch. Dennoch: Bei der Gestaltung erfolgreichen Unterrichts führt kein Weg an der Differenzierung vorbei. Häufig wird der Anspruch durch innere Differenzierung als organisatorische Maßnahmen durch die Lehrperson eingelöst. Die einen Schülerinnen und Schüler arbeiten an einfacheren Aufgaben, andere an schwierigeren. Plan- und Wochenplanunterricht ist eine verbreitete Form der inneren Differenzierung. Wir stehen dieser Form für den Mathematikunterricht skeptisch gegenüber, weil Schülerinnen und Schüler dabei die Tendenz haben, Aufgaben abzuarbeiten. Beim Wochenplanunterricht sind gleichzeitig zu viele verschiedene Aufgaben und somit zu viele verschiedene Inhalte im Raum, als dass substanzielles „Mathematiktreiben“ bzw. eine Diskussion darüber möglich wird. Ein Austausch macht unter der Voraussetzung der großen Verschiedenheit der im Raum stehenden Inhalte nur bedingt Sinn. Das vordringliche Ziel für die Schülerinnen und Schüler ist, die Aufgaben zu erledigen. Die wesentlichen Ziele des Mathematikunterrichts treten so zu sehr in den Hintergrund.

Aus all diesen Gründen erachten wir es für den Lernerfolg in Mathematik als günstiger, den Unterricht mit jeweils einer substanziellen Aufgabe zu gestalten, an der alle Schülerinnen und Schü-

ler einer Klasse gemeinsam Mathematik treiben, jedoch auf ihrem je eigenen Niveau. Mit den dargestellten Hinweisen, was die Lehrperson im Rahmen der individuellen fachlichen Begleitung tut, ist natürliche Differenzierung möglich.

1.2.10 Zusammenfassung

Grundbedingung zur Gestaltung erfolgreichen Mathematikunterrichts sind substanzielle Aufgaben, mit denen die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit haben, sich eigentätig auseinanderzusetzen und verschiedene Typen mathematischen Arbeitens zu verwenden. Nach der Inszenierung begleitet die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler mit hoher Präsenz und in einer sichtbar aktiven Rolle. Sie achtet darauf, dass die Lernzeit aktiv genutzt wird und ein gutes Lernklima vorherrscht. Klarheit, fachliche Korrektheit und Strukturiertheit sind grundlegende Güte Merkmale, die auch im Mathematikunterricht eingehalten werden müssen. Wenn sich die Schülerinnen und Schüler in der zur Verfügung stehenden Zeit intensiv mit substanziellen Aufgaben beschäftigen, entwickeln sie dank der individuellen fachlichen Begleitung durch die Lehrperson ihr mathematisches Verhalten und somit auch ihre fachspezifischen und fachübergreifenden Kompetenzen.

1.3 Mathematik förderorientiert beurteilen

Im Mathematikunterricht werden heute vermehrt Lernumgebungen eingesetzt, deren Bearbeitung zu individuell geprägten Arbeiten führt. Die Schülerinnen und Schüler sind dabei vielfältig mathematisch tätig. Was im eigentlichen Unterricht jedoch „zählt“, sind nicht Eigenproduktionen, sondern ausschließlich die bei Tests erzielten Zensuren. Zudem überprüfen die Testaufgaben häufig einseitig operative Fertigkeiten.

Den Überlegungen der Kinder und den verschiedenen im Unterricht entstehenden Produkten sollte grundsätzlich und beim Einsatz von Lernumgebungen im Speziellen mehr Wertschätzung und damit auch mehr Gewicht zukommen: bei der Steuerung des weiteren Unterrichts, durch gezielte Auswertungen und persönliche Rückmel-

dungen sowie durch ein ganzheitliches, förderorientiertes Beurteilungskonzept.

Die nachfolgenden Ausführungen zeigen Möglichkeiten zur förderorientierten Beurteilung und zur Beurteilung im Mathematikunterricht mit Lernumgebungen. Sie wurden in einem Nachfolgeprojekt zum Projekt „Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte“ von der pädagogischen Hochschule (FHNW) erfolgreich erprobt.

1.3.1 Unterricht als Instrument der Beurteilungskultur

Das Anliegen, den Mathematikunterricht durch eine veränderte Unterrichtskultur für das gesamte Begabungsspektrum zu öffnen, findet seit einigen Jahren breites Gehör. Eine konsequente Umsetzung gestaltet sich jedoch vor allem deshalb als schwierig, weil die Beurteilung der Schülerinnen und Schüler nach wie vor ausschließlich aufgrund der Anzahl richtiger Testresultate und der daraus abgeleiteten Notendurchschnitte erfolgt. Um die Schülerinnen und Schüler zum Erreichen eines guten Prüfungsergebnisses zu führen, wird das Lernen in Sinnzusammenhängen oft einem Drill von Musteraufgaben und Standardverfahren geopfert. Dies passt nicht zu einem Unterricht, der selbstverantwortetes, verstehensorientiertes und auf den Erwerb mathematischer Kompetenzen ausgerichtetes Lernen stärken will.

In einem Unterricht mit hoher Bedeutung von Tests und arithmetischen Mitteln sind Noten oft die einzige Referenz zur Einschätzung von Leistungen. Da Noten außerdem oft auch wichtige Faktoren für das schulische Weiterkommen, das Ansehen in Peergroups und den Frieden zu Hause sind, lernen die Kinder schnell, ihre schulische Energie auf das Erreichen möglichst guter Zensuren zu konzentrieren. Diese Einengung des Lernens wird oft durch eine genaue Angabe des Prüfungsstoffs, der zu bearbeitenden Aufgaben und damit auch einer Preisgabe von «Unwichtigem» akzentuiert. Lehrkraft und Kinder werden so zur Schicksalsgemeinschaft. Die Lehrkraft misst den Erfolg ihres Unterrichts an guten Testleistungen und unterstützt die Kinder dabei, im Test möglichst gut abzuschneiden. Die Kinder ihrerseits erwarten von ihrer Lehrerin oder ihrem Lehrer eine möglichst

präzise Anleitung, wie die im Test geforderten richtigen Resultate erzielt werden können. Das Hauptaugenmerk gilt dem Test, echtes Verständnis ist sekundär und bestenfalls auf der gesicherten Basis guter Zensuren erstrebenswert.

Obschon die Bedenken gegen einen Unterricht dieser Prägung heute von vielen Lehrpersonen geteilt werden, hält er sich hartnäckig. Zum einen, weil er die tradierte Unterrichtskultur spiegelt, zum anderen, weil alternative Unterrichts- und Beurteilungskonzepte zwar erwünschte Lehrerhaltungen in den Vordergrund rücken, selten aber überzeugende und praxistaugliche Instrumente zur Verfügung stellen.

Es bleibt abzuwarten, in welchem Ausmaß eine Beurteilung, die sich am Unterricht bzw. an didaktisch sinnvollen Lernanlässen und nicht an Testwerten orientiert, die Kinder wirklich zu einem besseren Verständnis von Mathematik führt. Gesichert scheint uns aufgrund unserer Erfahrungen die Feststellung, dass Stärken und Defizite der Kinder gerade dank der ganzheitlichen Beurteilung deutlicher zum Vorschein kommen und so im Unterricht gewinnbringend aufgenommen werden können. Entscheidend ist aus unserer Sicht die Verbindung von Unterricht und Beurteilung zu einem Gesamtkonzept.

1.3.2 Leitideen zur Beurteilung

Die folgenden sieben Leitideen liegen einer Beurteilung im Mathematikunterricht mit Lernumgebungen zugrunde. Sie dienen als Orientierungshilfe zur Gestaltung einzelner Beurteilungsanlässe wie auch bei der Erstellung der Gesamtbeurteilung. Es versteht sich von selbst, dass alle Leitideen nur durch die Gesamtheit der Beurteilungsanlässe und nicht durch jeden Anlass einzeln eingelöst werden können. Diese Leitideen sind zugleich Linien zur Entwicklung der Beurteilung im Mathematikunterricht.

Förderorientierung

Wesentlichster Grundsatz jeder Beurteilung ist die Förderorientierung. Es geht darum, die Schülerinnen und Schüler bei ihrem Lernen möglichst jederzeit und in jeder Lernsituation zu unterstützen. Leistungen in einer Testsituation werden

ebenfalls berücksichtigt. Fortschritte und Stärken sind anerkennend zu bezeichnen. Schwächen werden aufgenommen, um an ihnen förderorientiert zu arbeiten. Eine ungünstige Leistung im Rahmen eines Tests gibt immer Hinweise auf einen Förderbedarf. Insofern bieten Testleistungen ebenso wie Leistungen im Verlauf des Unterrichts Gelegenheiten, Stärken und Schwierigkeiten einer Schülerin oder eines Schülers im Hinblick auf gezielte Förderung zu diagnostizieren. Die Beurteilung steht so immer im Dienste der Förderung.

Ganzheitlichkeit

Die Leistungen der Schülerinnen und Schüler werden möglichst ganzheitlich aufgrund von Lernsituationen und Lernprozessen beurteilt. Die Gesamtbeurteilung wird unter Einbezug aller im Verlaufe des Unterrichts erbrachten Leistungen und somit unter Einbezug verschiedener Beurteilungselemente erstellt. Es werden also nicht nur Testleistungen in eine Gesamtbeurteilung einbezogen, sondern auch Leistungen, die beim Lösen spezifischer Aufgaben, wie beispielsweise beim Bearbeiten einer Lernumgebung oder einer besonderen Modellierungsaufgabe, entstanden sind. Insbesondere sind Leistungen aus allen Kompetenzbereichen auch im Bereiche allgemeiner mathematischer Kompetenzen einzubeziehen.

Wertschätzung

Im Rahmen der Begriffsklärung und Positionierung der Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule haben wir die Anerkennungskultur hervorgehoben (vgl. S. 13). Auch Teilleistungen der Kinder, noch nicht vollständige Lösungen oder erst teilweise entwickelte Strategien sollten positiv wertend in die Arbeit einer Lerngruppe aufgenommen werden. Die Produkte der Kinder und jegliche Art von Teilleistungen sollten in verschiedener Weise wertgeschätzt werden: individuell, als Diskussionsanlass, während der Unterrichtsauswertung und wesentlich auch als Grundlage für die Beurteilung. Durch die Wertschätzung von Teilleistungen werden Schülerinnen und Schüler in ihren Selbstkonzepten gestärkt, was eine wesentliche Grundlage erfolgreichen Lernens ist.

Differenzierung

Grundsätzlich müssen nicht alle Kinder das Gleiche auf dieselbe Weise machen, auch dann nicht, wenn es zählt. Die Heterogenität innerhalb der Klasse wird im Verlaufe des Lernprozesses durch selbst differenzierende Aufgaben integrativ angegangen und erst in zweiter Linie durch organisatorische Maßnahmen. Insofern sind die Leistungsanforderungen auch bei der Beurteilung differenziert zu stellen.

Kompetenzorientierung

Beurteilungsanlässe fördern die Fachkompetenz der Schülerinnen und Schüler im weitesten Sinne. Inhaltliche wie auch allgemeine mathematische Kompetenzen werden berücksichtigt. Die Entwicklung von Kompetenzen wie Darstellen, Kommunizieren, Erläutern, Interpretieren oder Explorieren erfordert Zeit und Raum. Der Zeitbedarf für die Arbeit an Beurteilungsanlässen ist daher nach Möglichkeit auf die individuellen Bedürfnisse abzustimmen.

Selbsteinschätzung/Selbstbeurteilung

Die Beurteilung soll die Kinder mittelfristig befähigen, ihr Tun, ihre Fähigkeiten und ihre Defizite zuerst situativ, später allgemein selber einzuschätzen und so ihr Lernen zunehmend selbst zu steuern. Erfolgreich lernende Schülerinnen und Schüler zeichnen sich insbesondere durch eine hohe Fähigkeit zur Selbststeuerung aus. Deshalb sind im Verlauf eines Schuljahres verschiedentlich Gelegenheiten zu schaffen, bei denen die Schülerinnen und Schüler ihre Leistungen wie auch ihr mathematisches Verhalten selber kriterienorientiert einschätzen können.

Verbesserungen

Beurteilungsanlässe sollen Kinder anregen, ihre Leistungen wo nötig und sinnvoll nachhaltig zu verbessern. Das bietet ihnen Gelegenheit, aus ihren Fehlern zu lernen.

1.3.3 Beurteilungsplan und Elemente der Beurteilung

Eine ganzheitliche Förderung und Beurteilung stützt sich auf die folgenden sechs Elemente:

- ▶ *Produkte* entstehen im Rahmen von offenen Aufgabenstellungen oder während der Arbeit an Lernumgebungen (vgl. die Dokumente von Tabita und Corina S. 25 f.). Die Schülerinnen und Schüler werden beim Festhalten ihrer Gedanken und Strategien begleitet.
- ▶ *Gespräche* zwischen Lehrperson und Kind erfolgen zu Schülerprodukten oder zu Lehrplanthemen. Die Gespräche sollen gleichermaßen vorhandene Konzepte stärken und Fehlvorstellungen aufdecken. Sie haben im Wesentlichen eine diagnostische Funktion und bilden eine Grundlage für die Unterrichtsplanung und die Lernbegleitung.
- ▶ *Handlungen* mit mathematischem Gehalt werden im Verlaufe des Unterrichts beobachtet: z. B. beim Spielen, Messen, Auszählen von Mengen oder beim Protokollieren eines Ablaufs. Beobachtungskriterien ermöglichen die Beurteilung von Handlungen.
- ▶ *Lernzielkontrollen* werden in der Regel quartalsweise durchgeführt.
- ▶ *Selbstbeurteilung*: Quartalsweise schätzen sich die Kinder selbst ein, z. B. aufgrund eines Tests oder ihrer Arbeit an einer Lernumgebung und mithilfe von Kriterien. Die Selbstbeurteilung kann in einem zweiten Schritt mit einer Fremdbeurteilung einer Mitschülerin oder eines Kollegen validiert werden.
- ▶ *Spontane Beobachtungen* der Lehrperson sowie weitere Beobachtungsanlässe sind zusätzlich jederzeit möglich.

Beurteilungsanlässe

Die verschiedenen Beurteilungselemente werden in einem Zeitplan im Verlaufe eines Schuljahres in Beurteilungsanlässe operationalisiert.

Bei jedem Beurteilungsanlass werden spezifische Kompetenzen oder Fähigkeiten fokussiert. Der nachfolgende Ausschnitt aus einem Beurteilungsplan einer 2. Klasse zeigt beispielhaft die Operationalisierung des jeweiligen Beurteilungselementes mit einem Beurteilungsanlass. Bei jedem Beurteilungsanlass werden die bei der Beurteilung im Vordergrund stehenden Kriterien sowie das Anspruchsniveau mit Mindestanforderungen bzw. erweiterten Anforderungen bezeichnet.

Beurteilungselement	Beurteilungsanlass	Beurteilungskriterien mit Mindestanforderung (MA) und Erweiterten Anforderungen (EA)
2. Schuljahr, 3. Quartal		
Selbstbeurteilung	mündliches Rechnen: Kärtchen zum Blitzrechnen	MA: Welche Aufgaben beherrsche ich, welche nicht? EA: Weshalb bereiten mir einige Aufgaben mehr Mühe?
Lernzielkontrolle & Verbesserungen	Multiplikation: Situationen mathematisieren und gestütztes Rechnen	MA: einfache Malaufgaben erkennen, aufschreiben, berechnen und Resultate vergleichen; kleine Reihen (Kernaufgaben 1×1)
Produkt: Lernumgebung	geometrische Formen: Pentomino	MA: Symmetrien feststellen, verschiedene und gleiche Figuren finden, Rätsel herstellen EA: komplexe Rätselkarten herstellen inkl. Lösungshinweise
Produkt: Lernumgebung	Summen bilden mit Ziffernkarten	MA: Additionen bilden und Summen auf der Hundertertafel einzeichnen EA: Aufgabe variieren, Strukturen formulieren, begründen
Handlung	Spiel «Scopa»	MA: Spiel spielen und erklären, mögliche Spielzüge sehen EA: auch komplexere Operationen nutzen
2. Schuljahr, 4. Quartal		
Produkt: Lernumgebung	Muster an der Maltafel	MA: Schlüsselaufgaben kennen, verwandte Aufgaben herleiten (z. B. „ $6 \cdot 4 = 24$; $7 \cdot 4$ ist um vier größer“)
Gespräch	Zahlen in der Umwelt, Längenmasse	MA: Zahlen wahrnehmen und deuten; einfache Zeitspannen und Längen messen, Distanzen schätzen

Als Grundlage zur Bestimmung der Anforderungen bei Lernumgebungen kann jeweils der Hinweis „Zur Heterogenität“ (am Schluss der Beschreibung einer jeweiligen Lernumgebung) verwendet werden.

Gesamtbeurteilung

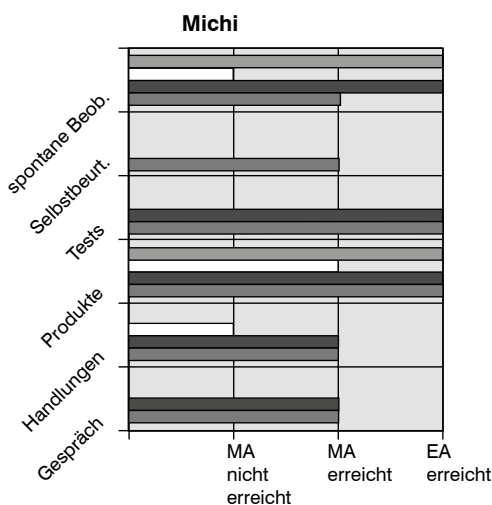
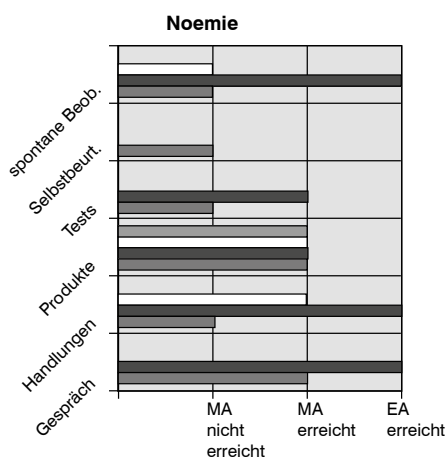
(Fallbeispiele 1. Klasse am Schluss des ersten Halbjahres)

Die beiden Diagramme (S. 24) enthalten die erreichten Anforderungen zu den sechs Beurteilungselementen (ein Balken $\triangle$ einem Beurteilungsanlass).

Noemie hat in erster Linie Schwierigkeiten bei der Rezeption von schriftlichen Anweisungen (Tests, Arbeit an Lernumgebungen). Das gebräuchliche Standardvokabular hat sie sich noch nicht in genügendem Maße angeeignet. So beantwortet sie die Frage nach dem Alter ihres Bruders folgendermaßen: „Ob er älter ist, weiß ich nicht, aber er ist drei Jahre größer als ich.“ Bei der Selbstbeurteilung hat sie sich falsch eingeschätzt. Vermutlich hat sie die Aufgabenstellungen nicht genügend verstanden. Ansonsten sind ihre Leistungen wechselhaft. In Gesprächen oder in Handlungssituationen erzielt sie sogar sehr gute Leistungen. Insgesamt übertrifft sie die Mindestanforderungen fast gleich häufig,

wie sie die Mindestanforderungen nicht erreicht. Trotz eher schwacher Leistungen in Tests kann ihre Leistung insgesamt als genügend bis gut bezeichnet und somit mit der Note befriedigend bis gut eingeschätzt werden.

Michi erzielt in Tests und bei Produkten (Lernumgebungen) sehr gute Leistungen. In den Gesprächen erwies sich aber vieles als angelernt, z. T. ohne vertieftes Verständnis der Sache. Dies zeigte sich unter anderem auch in Handlungssituationen. Trotz der sehr guten Testleistungen erreicht Michi in der Gesamtbeurteilung ein „gut“.



1.3.4 Beispiel zur Beurteilung der Leistung in einer Lernumgebung

Am Beispiel der Lernumgebung „Summen bilden mit Ziffernkarten“ (in Hengartner, Hirt, Wälti, 2006, S.175–Abb. nächste Seite) illustrieren wir die Beurteilung der Leistung zu einem Produkt (Lernumgebung).

Zuerst wurden den Kindern die Erwartungen in Bezug auf die Anforderungen mitgeteilt. Bei dieser Lernumgebung könnten z. B. folgende Mindestanforderungen gestellt werden:

- A) die erste Aufgabe lösen und dabei fünf Additionen finden,
- B) Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen der eigenen Arbeit und derjenigen eines anderen Kindes finden.

Auf dem auf S. 25 abgebildeten Dokument von **Tabita** wird ersichtlich, dass sie Aufgabe a) noch nicht befriedigend gelöst hat. Sie wurde deshalb von den Studierenden aufgefordert, sich Gedanken zur kleinsten und größten Summe mit den Ziffernkarten zu machen. Mit Erfolg: Tabita erfüllte die Anforderungen in der nächsten Stunde mit einem neuen Ziffernset. Einige Kinder arbeiteten wie Tabita zwei Unterrichtsstunden an den Mindestanforderungen.

Corina (vgl. Abbildung auf S. 26) erreichte die Mindestanforderungen schon nach 20 Minuten. Der erste Teil ihrer Arbeit entspricht weitgehend der Arbeit von Tabita. Ihre Gedanken zur größtmöglichen und kleinstmöglichen Summe sind abgebildet. Nach einem Austausch mit ihrer Lernpartnerin wurde sie aufgefordert, sich mit den Fragen b) bis d) auseinanderzusetzen.

Die Abbildung zeigt das Beurteilungsprotokoll zur Arbeit von Corina. Nach Kriterien, die sich auf die Hinweise „Zur Heterogenität“ am Schluss der Lernumgebung (Hengartner, Hirt, Wälti 2006, S.177) beziehen, wurde die Arbeit durch „erweiterte Anforderungen erreicht“, „Grundanforderungen erreicht“ oder „noch nicht erreicht“ eingeschätzt. Aufgrund dieser Einschätzung wurde die Arbeit von Corina mit „erweiterte Anforderungen erreicht“ beurteilt. Weitere Anregungen zur Beurteilung unter www.zahlenbu.ch.