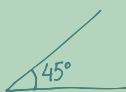
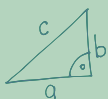


Ich kann ...
Mathe



$$x + y$$

9



$$(a+b)^2$$

y

=

Terme und Gleichungen

Schritt für Schritt verstehen

7./8. Klasse Mathematik



Klett

Heike Homrighausen

Klett

Ich kann ... Mathe

Terme und Gleichungen

7./8. Klasse

Mathematik

Schritt für Schritt verstehen

Klett Lerntraining

Heike Homrighausen ist Gymnasiallehrerin für Mathematik, in der Lehreraus- und -weiterbildung tätig und langjährige Autorin von Lernhilfen und Lehrwerken.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind
im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu §52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Fotomechanische Wiedergabe nur mit Genehmigung des Verlages.

1. Auflage 2020

© PONS GmbH, Stöckachstraße 11, 70190 Stuttgart 2020. Alle Rechte vorbehalten.
www.klett-lernttraining.de; kundenservice@klett-lernttraining.de

Redaktion: Ulrike Klein, Berlin; Julia Mühleisen

Titelfoto: www.thomas-weccard.de

Illustrationen: S.18: Sven Palmowski, Barcelona; S. 66, 187, 188: Thinkstock (studiogstock), München;
S. 110–115, 117, 176, 179, 180, 184, 192: Thinkstock (dedMazay), München; S. 23, 58: Liane Oser,
Hamburg Satz: DTP-studio Andrea Eckhardt, Göppingen
ISBN 978-3-12-050363-7

Inhaltsverzeichnis

Kompetenzübersicht	6
So arbeitest du mit dem Buch	8

1 Terme mit Zahlen

Was sind Terme?	10
Terme mit Klammern	13
Rechenregeln bei mehrgliedrigen Termen, Rechenbäume	17
Punkt- und Strichrechnungen vereinfachen – Kommutativ- und Assoziativgesetz	22
Ausklammern und Ausmultiplizieren – das Distributivgesetz	26
Terme in Wortform	32
Zu Sachsituationen Zahlterme aufstellen	38
Abschlusskompetenzcheck	41

2 x-beliebig – Terme mit Variablen

Was sind Variablen?	44
Gleiches zusammenfassen – Addition und Subtraktion gleichartiger Terme	48
Terme multiplizieren	53
Ausmultiplizieren – Terme mit Klammern vereinfachen	57
Ausklammern – Aus einer Summe ein Produkt machen (Faktorisieren)	61
Zwei Klammern miteinander multiplizieren	65
Binomische Formeln	68
Aus einer Summe ein Produkt machen – die binomischen Formeln rückwärts anwenden	75
Gleichwertige Terme	79
Abschlusskompetenzcheck	83

3 Gleichungen mit einer Variablen

Was sind Gleichungen? – Grundaufgaben	86
Gleichungen mit Brüchen	93
Gleichungen, in denen die Variable mehrfach vorkommt	96
Gleichungen mit Klammern lösen	98
Bruchgleichungen – Gleichungen, bei denen die Variable auch im Nenner steht	101
Abschlusskompetenzcheck	108

4 Modellieren mit Termen und Gleichungen – Lösen von Textaufgaben

Terme aufstellen und Gleichungen lösen – Muster	110
Gleichungen aufstellen und lösen – Aufgaben aus dem Alltag	118
Gleichungen aufstellen und lösen – Zahlenrätsel	122
Gleichungen aufstellen und lösen – Aufgaben aus der Geometrie	125
Gleichungen aufstellen und lösen – Altersrätsel	130
Abschlusskompetenzcheck	133

Lösungen	136
-----------------	------------

Kompetenzübersicht

1 Terme mit Zahlen

Ich kann ...

... Rechenregeln für das Berechnen von Termen anwenden.	10
... Terme mit Klammern berechnen.	13
... Klammern so setzen, dass ein Term einen bestimmten Wert hat.	13
... einen Rechenbaum in einen Term übersetzen und damit den Wert des Terms berechnen.	17
... den Wert eines mehrgliedrigen Terms berechnen.	17
... Terme geschickt mithilfe des Kommutativ- und Assoziativgesetzes berechnen.	22
... Klammern ausmultiplizieren.	26
... ausklammern.	26
... Terme in Wortform als Rechenausdruck mit Zahlen schreiben.	32
... mit den Fachbegriffen der Grundrechenarten die einzelnen Elemente eines Terms benennen.	32
... Terme in Wortform übersetzen.	32
... Sachaufgaben mithilfe von Termen lösen.	38

2 x-beliebig – Terme mit Variablen

Ich kann ...

... den Wert von Termen mit Variablen durch Einsetzen berechnen.	44
... Terme durch Zusammenfassen und Vertauschen der Rechenschritte vereinfachen.	48
... einen Term mit einer Zahl multiplizieren.	53
... Variablen multiplizieren.	53
... Terme miteinander multiplizieren.	53
... Klammern durch Ausmultiplizieren auflösen.	57
... Minusklammern auflösen.	57
... eine Summe (Differenz) durch Ausklammern in ein Produkt umformen.	61
... zwei Klammern miteinander multiplizieren.	65
... die binomischen Formeln anwenden, um Klammern aufzulösen.	68
... eine Summe oder Differenz mithilfe der binomischen Formeln in ein Produkt umwandeln.	75
... beliebige Terme umformen und vereinfachen.	79
... überprüfen, ob zwei Terme gleichwertig sind.	79

3 Gleichungen mit einer Variablen

Ich Kann ...

... einfache lineare Gleichungen lösen.	86
... Gleichungen mit Brüchen lösen.	93
... Gleichungen lösen, in denen die Variable mehrfach vorkommt.	96
... Gleichungen mit Klammern lösen.	98
... einfache Verhältnisgleichungen lösen.	101
... Bruchgleichungen lösen.	101

4 Modellieren mit Termen und Gleichungen – Lösen von Textaufgaben

Ich Kann ...

... Muster mit Termen beschreiben.	110
... Aufgaben zu Mustern mithilfe von Gleichungen lösen.	110
... Aufgaben aus dem Alltag mithilfe von Gleichungen lösen.	118
... Zahlenrätsel mit Gleichungen lösen.	122
... Aufgaben aus der Geometrie mit Gleichungen lösen.	125
... Altersrätsel mit Gleichungen lösen.	130

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit diesem Buch kannst du den Themenbereich „Terme und Gleichungen“ wiederholen und üben – in ganz kleinen Schritten.

Der komplette Stoff ist **Kompetenzen** zugeordnet – die kennst du vielleicht aus der Schule. Kompetenzen fangen immer mit dem Satz „Ich kann ...“ an und beschreiben genau, was du können musst.

*kompetent sein
= etwas können*

So arbeitest du mit dem Buch:

Suche dir im **Inhaltsverzeichnis** das Thema heraus, das du wiederholen möchtest. (Suchst du nach einer einzelnen Kompetenz, findest du sie in der **Kompetenzübersicht**.)

Schritt 1:

Kompetenzcheck

Überprüfe, wie fit du bist und löse die Aufgaben im Kompetenzcheck. Jeder Aufgabe ist einer Kompetenz (Ich kann ...) zugeordnet.

Überprüfe deine Ergebnisse mit den Lösungen. Die passende Seitenzahl findest du unter den Smileys.

Hake den entsprechenden Smiley ab:

- 😊 = richtig gelöst
- 😐 = teilweise richtig gelöst
- 😞 = nicht richtig gelöst

Dann siehst du, welche Themen du schon gut kannst oder was du noch üben solltest.

Schritt 2:

Schritt-für-Schritt-Erklärungen

Lies die Erklärungen gründlich durch. Hier findest du alle wichtigen Fachbegriffe und Formeln. Alles ist ganz kleinschrittig und mit vielen Beispielen erklärt, damit du leicht verstehst, wie du vorgehen musst und was du beachten solltest.



Schritt 3:

Übungsaufgaben

Löse die Übungsaufgaben. An den Punkten neben der Aufgabennummer siehst du, wie schwierig die Aufgabe ist. (●○○ = leicht, ●●○ = mittel, ●●● = schwierig)



Die Lösungen zu den Aufgaben findest du hinten im Buch. Sei ehrlich zu dir selbst und sieh erst nach, wenn du Aufgaben fertig bearbeitet hast.



Schritt 4:

Abschlusskompetenzcheck

Wenn du ein ganzes Kapitel abgeschlossen hast, teste dich mit dem Abschlusskompetenzcheck. Er enthält Aufgaben zu allen Kompetenzen des Kapitels.



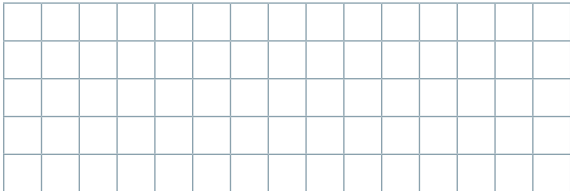
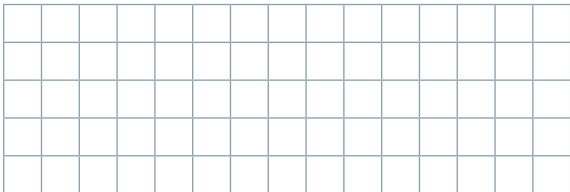
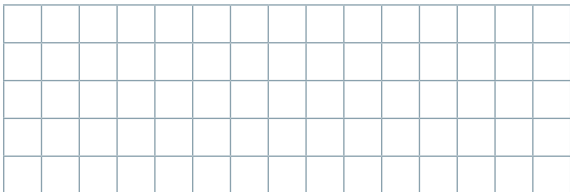
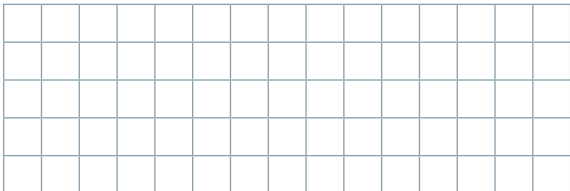
Überprüfe deine Ergebnisse mit den Lösungen hinten im Buch und hake richtig gelöste Aufgaben ab.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

1 Terme mit Zahlen

Was sind Terme?

Kompetenzcheck

Ich kann ...	Aufgabe	Ergebnis
... Rechenregeln für das Berechnen von Termen anwenden.	Aufgabe 1 Berechne den Wert der Terme. a) $36 + 48 - 16$  b) $48 : 4 \cdot 2$  c) $52 + 6 \cdot 3$  d) $8 \cdot 5 - 2 \cdot 10$ 	   → S. 136

Schritt-für-Schritt-Erklärung

Fachbegriffe

Was ist ein Term?

Rechenaufgaben wie $12 + 23$ oder auch $25 - \square$ nennt man **Rechenausdruck** oder **Term**. Allgemein gesagt ist ein Term ein Rechenausdruck, der **Zahlen**, **Platzhalter** und **Rechenzeichen** enthalten kann.

Führt man alle Rechenoperationen aus bzw. berechnet man den Term, erhält man als **Ergebnis** den **Wert des Terms**.

Zwei Terme, die den gleichen Wert haben, nennt man **gleichwertig**.

Kommen in einem Term nur die Rechenzeichen $+$ und $-$ vor, nennt man diese Rechenart **Strichrechnung**. Enthält ein Term nur die Rechenzeichen $\cdot$ und $:$, handelt es sich um **Punktrechnungen**.

Im Straßenverkehr regeln Ampeln, Schilder und Regeln wie „rechts vor links“ den Verkehr. Auch bei Termen darfst du nicht einfach rechnen, wie du willst, sondern musst dich an bestimmte **Rechenregeln** halten.

So gehst du vor

So kannst du Terme berechnen – Rechenregeln für Terme:

I. Von links nach rechts

Besteht ein Term nur aus **einer Rechenart**, also nur aus Strichrechnungen oder nur aus Punktrechnungen, dann wird sein Wert einfach **von links nach rechts** berechnet.

Beispiele:

nur
Strichrechnungen

$$\begin{aligned} & 52 + 72 - 49 \\ = & \underbrace{124} - 49 \\ = & 75 \end{aligned}$$

nur
Punktrechnungen

$$\begin{aligned} & 45 : 5 \cdot 9 \\ = & \underbrace{9} \cdot 9 \\ = & 81 \end{aligned}$$

II. Punkt vor Strich

Kommen in einem Term Punktrechnungen **und** Strichrechnungen vor, musst du zuerst die Punktrechnung ausführen, egal, an welcher Stelle im Term die Punktrechnung steht. Kurz gesagt, es gilt „**Punkt vor Strich**“.

Beispiele:

$$\begin{aligned} & 42 - 4 \cdot 8 \\ = & \underbrace{42 - 32} \\ = & 10 \end{aligned}$$

erst
Punktrechnung

dann
Strichrechnung

$$\begin{aligned} & 100 : 4 - 4 \cdot 3 \\ = & \underbrace{25} - \underbrace{12} \\ = & 13 \end{aligned}$$

erst
Punktrechnungen

dann
Strichrechnung

Übungsaufgaben

Aufgabe 1 ●○○○

Berechne den Term, indem du von links nach rechts rechnest.

a) $25 + 38 - 17$

b) $72 : 9 \cdot 7$

c) $23 - 13 + 44 - 15$

d) $5 \cdot 12 : 10$

e) $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$

f) $25 - 24 + 23 - 22$

Aufgabe 2 ●○○○

Unterstreiche alle Strichrechnungen blau und alle Punktrechnungen gelb. Berechne dann die Terme mit der Regel „Punkt vor Strich“.

a) $30 + 25 \cdot 4$

b) $100 - 44 : 4$

c) $99 : 9 - 9$

d) $20 + 4 \cdot 5$

e) $10 \cdot 6 - 4 \cdot 3$

f) $85 - 5 \cdot 5 + 20$

Aufgabe 3 ●○○○

Berechne den Wert des Terms.

a) $12 + 3 \cdot 6$

b) $45 + 6 \cdot 7$

c) $16 : 4 + 3 \cdot 2$

d) $5 \cdot 16 - 21$

e) $3 + 15 - 2 \cdot 3$

f) $14 \cdot 2 + 7 - 3 \cdot 4$

Aufgabe 4 ●○○○

Welche Terme sind wertgleich? Berechne.

$14 + 9 \cdot 3$

$16 : 2 \cdot 5$

$8 \cdot 3 + 8 \cdot 2$

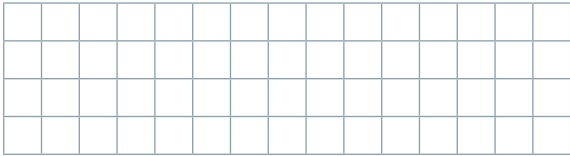
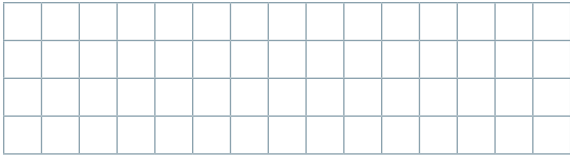
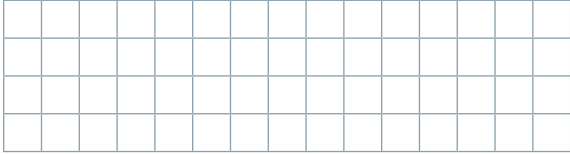
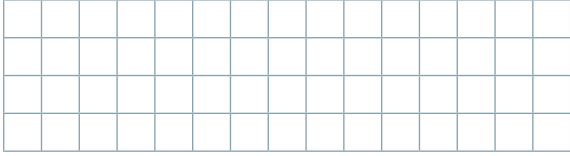
$8 \cdot 7 - 5 \cdot 3$

$5 + 5 \cdot 7$

$11 \cdot 4 - 8 : 4$

Terme mit Klammern

Kompetenzcheck

Ich kann ...	Aufgabe	Ergebnis
... Terme mit Klammern berechnen.	Aufgabe 1 Berechne den Wert der Terme. a) $(38 - 13) \cdot 4$  b) $5 \cdot (23 - 11)$  c) $8 \cdot (12 - (4 + 3))$  d) $(21 - 6) \cdot (23 - 19)$ 	   → S. 136
... Klammern so setzen, dass ein Term einen bestimmten Wert hat.	Aufgabe 2 Setze Klammern so, dass der Term den angegebenen Wert hat. a) $4 + 16 : 4 - 1 = 4$ b) $5 \cdot 4 + 6 - 3 = 35$	   → S. 136

Schritt-für-Schritt-Erklärung

Fachbegriffe

Was sind Klammern?

Im Term $2 + 3 \cdot 5$ gibt die Regel „Punkt vor Strich“ die Rechenreihenfolge vor. Mit **Klammern** kann man die **Rechenreihenfolge** in einem Term ändern. Alles, was in Klammern steht, muss **zuerst berechnet** werden.

Beispiel:

$$\begin{aligned} & 2 + 3 \cdot 5 \\ = & 2 + 15 \\ = & 17 \end{aligned}$$

erst Punkt vor Strich

$$\begin{aligned} & (2 + 3) \cdot 5 \\ = & 5 \cdot 5 \\ = & 25 \end{aligned}$$

erst Klammer berechnen

So kannst du Terme mit Klammern berechnen:

So gehst du vor

Befindet sich in einem Term eine Klammer, muss man zuerst das, was in der Klammer steht, berechnen. Gibt es mehrere Klammern, musst du zuerst die innerste Klammer berechnen.

Beispiele:

$$\begin{aligned} & 4 \cdot (20 + 5) \\ = & 4 \cdot 25 \\ = & 100 \end{aligned}$$

erst Klammer berechnen

$$\begin{aligned} & [9 + 3 \cdot (13 - 8)] : 6 \\ = & [9 + 3 \cdot 5] : 6 \\ = & [9 + 15] : 6 \\ = & 24 : 6 \\ = & 4 \end{aligned}$$

innere Klammer zuerst

Klammer berechnen

Schritt-für-Schritt-Erklärung

So gehst du vor

So kannst du vorgehen, wenn du in einem Term Klammern setzen musst:

Beispiel:

Setze in dem Term $24 + 3 : 3 + 2 \cdot 3$ Klammern so, dass der Term den Wert 33 hat.

1. Berechne den Wert des Terms nach den Rechenregeln.

$$\begin{aligned}
 & 24 + \underbrace{3 : 3} + \underbrace{2 \cdot 3} \\
 = & 24 + 1 + 6 \\
 = & 31
 \end{aligned}$$

Punkt vor Strich

von links nach rechts

2. Überprüfe, wo du um eine Strichrechnung eine Klammer machen kannst, und probiere es aus.

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{(24 + 3)} : 3 + 2 \cdot 3 \\
 = & \underbrace{27} : 3 + 2 \cdot 3 \\
 = & 9 + 2 \cdot 3
 \end{aligned}$$

Klammer zuerst

Punkt vor Strich

Jetzt muss man erst $9 + 2$ rechnen, denn $9 + 2 = 11$ und $11 \cdot 3 = 33$, also eine Klammer um $9 + 2$.

Achtung: Setze die Klammern auch im oberen Term!

3. Kontrolliere deine Lösung, indem du den Wert des Terms berechnest.

$$\begin{aligned}
 & [(24 + 3) : 3 + 2] \cdot 3 \\
 = & [27 : 3 + 2] \cdot 3 \\
 = & [9 + 2] \cdot 3 \\
 = & 11 \cdot 3 \\
 = & 33
 \end{aligned}$$

innere Klammer zuerst

Klammer berechnen

Übungsaufgaben

Aufgabe 5 ●○○○

Berechne den Wert des Terms.

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| a) $8 \cdot (3 + 6)$ | b) $72 - (35 - 13)$ |
| c) $182 + (43 - 13)$ | d) $56 : (32 - 28)$ |
| e) $280 - (120 - (83 - 43))$ | f) $(13 - 5) \cdot (11 + 2)$ |

Aufgabe 6 ●○○○

Berechne den Wert des Terms.

- | | |
|---|---|
| a) $8 \cdot 5 - (3 \cdot 4 + 2 \cdot 8)$ | b) $(72 : (13 - 4)) \cdot 5$ |
| c) $(13 \cdot 6) : (46 - 7)$ | d) $18 - (96 - 8 \cdot 2) : ((28 - 8) : 2)$ |
| e) $(14 + 6) \cdot (57 - 7) - (100 + 8 \cdot 50)$ | f) $(54 + 46) \cdot (36 - 9 \cdot 4)$ |

Aufgabe 7 ●●○○

Bei welchen Termen kann man die Klammern weglassen, ohne dass sich der Wert ändert?
Begründe deine Meinung, ohne zu rechnen.

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| a) $(9 - 7) \cdot 12$ | b) $(9 \cdot 7) - 12$ |
| c) $9 \cdot (12 - 7)$ | d) $12 + (9 \cdot 7)$ |
| e) $(9 \cdot 7) - (12 : 6)$ | f) $(12 + (9 \cdot 7)) - 10$ |

Aufgabe 8 ●●●○

Setze Klammern so, dass der Wert des Terms stimmt.

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| a) $4 + 6 \cdot 5 = 50$ | b) $35 - 15 : 1 + 4 = 24$ |
| c) $66 : 6 - 3 - 2 = 10$ | d) $99 - 7 \cdot 2 + 5 = 50$ |

Aufgabe 9 ●●●●

Setze Klammern so, dass Wert des Terms möglichst groß wird.

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| a) $4 + 6 \cdot 5 - 3$ | b) $20 - 15 : 1 + 4$ |
| c) $72 : 9 - 3 - 2$ | d) $66 : 11 - 5 \cdot 2$ |

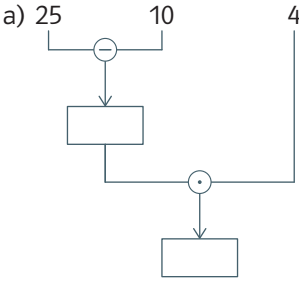
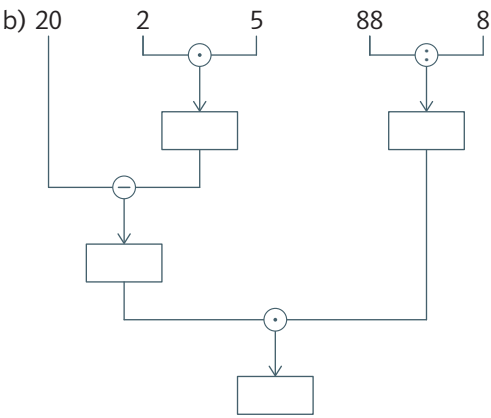
Aufgabe 10 ●●●●

Setze Klammern so, dass der Wert des Terms möglichst klein wird.

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| a) $4 + 6 \cdot 5 - 3$ | b) $20 - 15 : 1 + 4$ |
| c) $72 : 9 - 3 - 2$ | d) $66 : 11 - 5 \cdot 2$ |

Rechenregeln bei mehrgliedrigen Termen, Rechenbäume

Kompetenzcheck

Ich kann ...	Aufgabe	Ergebnis
... einen Rechenbaum in einen Term übersetzen und damit den Wert des Terms berechnen.	Aufgabe 1 Schreibe zu den Rechenbäumen einen Term und berechne den Wert des Terms. a)  Term: _____ b)  Term: _____	😊 😐 😞 → S. 136
... den Wert eines mehrgliedrigen Terms berechnen.	Aufgabe 2 Berechne den Wert der Terme. a) $(28 - 13) \cdot 6 + 10 =$ _____ b) $(39 - 27 : 3) - (11 - 6) =$ _____	😊 😐 😞 → S. 136

Schritt-für-Schritt-Erklärung

Fachbegriffe

Was sind mehrgliedrige Terme?

Meist kommen in einem Term nicht nur eine, sondern mehrere Rechenarten und auch Klammern vor. Solche Terme nennt man auch **mehrgliedrige Terme**. Wenn du den Wert von mehrgliedrigen Termen berechnen willst, musst du alle **Rechenregeln** beachten.

Mit einem **Rechenbaum** kannst du veranschaulichen, in welcher Reihenfolge gerechnet werden muss.

So gehst du vor

Diese Vorrangregeln musst du beim Berechnen von Termen beachten:

1. Klammern zuerst

Befindet sich in einem Term eine Klammer, berechnet man die **Klammer** zuerst.

Beachte: In der Klammer musst du die Rechenregeln auch beachten, insbesondere die Regel „Punkt vor Strich“.

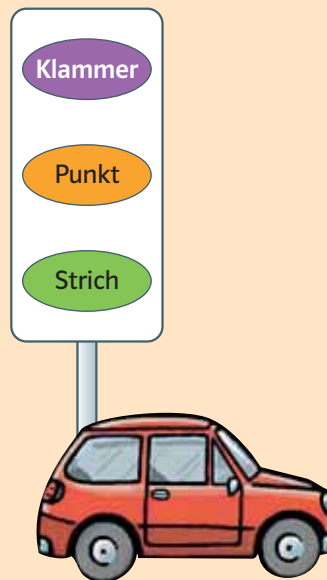
2. Punkt vor Strich

Punktrechnungen werden vor Strichrechnungen ausgeführt.

Tipp: Markiere die Zahlen, die mit einer Punktrechnung verknüpft sind, farbig, diese musst du zuerst berechnen.

3. Von links nach rechts

Gibt es nur Punkt- oder nur Strichrechnungen, dann rechnest du von links nach rechts.



Schritt-für-Schritt-Erklärung

So gehst du vor

So benutzt du das Gleichheitszeichen $=$ richtig:

Wie bei einer Waage muss auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens derselbe Wert stehen.

Tipp: Schreibe deshalb jede Rechnung in eine **neue Zeile** und schreibe am Anfang von jeder Zeile ein $=$.

So ist es richtig:

$$\begin{aligned} & 2 \cdot (3 + 4) - 5 \\ = & \underbrace{2 \cdot 7} - 5 \\ = & \underbrace{14} - 5 \\ = & 9 \end{aligned}$$

So ist es falsch:

$$2 \cdot (3 + 4) - 5 = \cancel{2 \cdot 7} = 14 - 5 = 9$$

Wert 14 $\neq$ Wert 9

Beispiel:

Berechne den Wert des Terms $[9 + 3 \cdot (13 - 8)] : 6$.

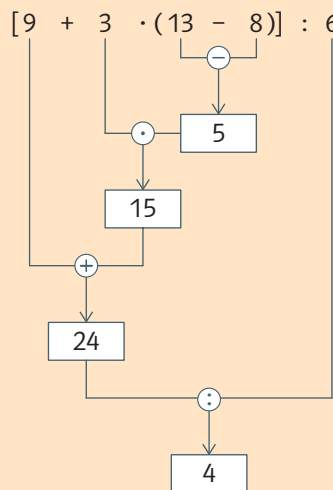
$$\begin{aligned} & [9 + 3 \cdot (13 - 8)] : 6 \\ = & [9 + 3 \cdot 5] : 6 \\ = & [9 + 15] : 6 \\ = & 24 : 6 \\ = & 4 \end{aligned}$$

innere Klammer

Punkt vor Strich in Klammer

Klammer

Rechenbaum:



Beim Rechenbaum gilt:
Was zuerst gerechnet
wird, steht oben!