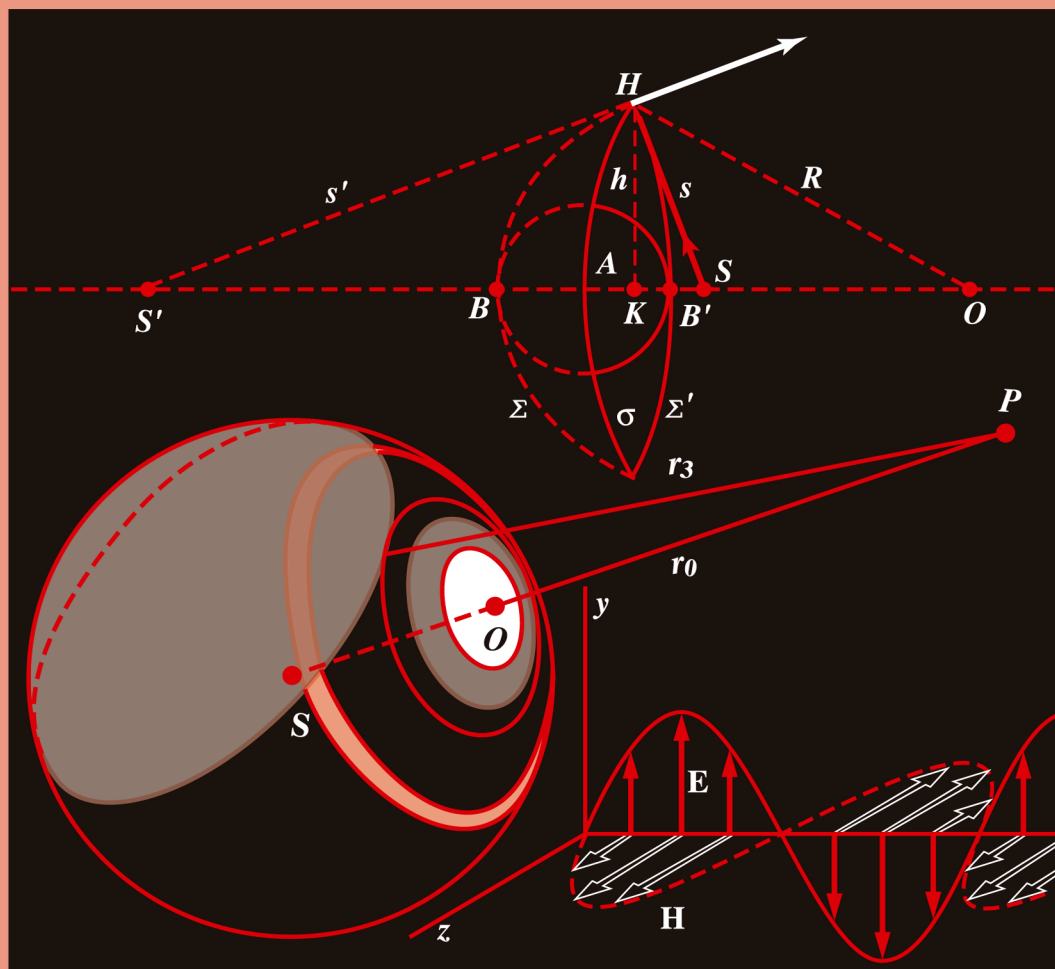


DE ÓPTICA

BRUNO ROSSI



EDITORIAL REVERTÉ

BRUNO ROSSI

Departamento de Física
Massachusetts Institute of Technology

FUNDAMENTOS DE ÓPTICA

*UN ESTUDIO SISTEMÁTICO DE LOS FENÓMENOS DE LA ÓPTICA FÍSICA,
ELECTROMAGNÉTICA Y CUÁNTICA*



EDITORIAL
REVERTÉ

Barcelona - Bogotá - Buenos Aires - México

Título de la obra original:

Optics

Edición original en lengua inglesa publicada por:

Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading Massachusetts

Copyright © Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Edición en papel:

© Editorial Reverté, S. A., 1977

ISBN 978-84-291-4140-5

Edición e-book (PDF):

© Editorial Reverté, S. A., 2021

ISBN 978-84-291-9062-5

Versión española por:

Enrique A. D'Alessio

Licenciado en Física. Universidad de Buenos Aires

Revisada por:

Dr. Juan T. D'Alessio

Profesor de Termodinámica y Fisicoquímica de la
Escuela Superior Técnica del Ejército.

Jefe de la División Física y Química de Radiaciones
de la Comisión Nacional de Energía Atómica.

Buenos Aires

Propiedad de:

EDITORIAL REVERTÉ, S. A.

Loreto, 13-15, Local B

08029 Barcelona

Tel: (34) 93 419 33 36

E-mail: reverte@reverte.com

Internet: <http://www.reverte.com>

Reservados todos los derechos. La reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos, queda rigurosamente prohibida sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas por las leyes.

PRÓLOGO DEL TRADUCTOR

Presentamos al lector de habla hispana la obra del profesor BRUNO ROSSI, que consideramos de alto valor didáctico y excelente nivel científico, para los alumnos que cursan las carreras de Ciencias y de Ingeniería. La gran experiencia en la enseñanza de la Óptica y el profundo conocimiento de todas las ramas de la Física del autor, se traducen en cada página del libro. Gradualmente lleva al lector desde los conceptos más simples de la óptica geométrica, hasta los más intrincados en la aplicación del electromagnetismo y la mecánica cuántica.

Hemos cambiado el título original de la obra, «Optics» por el más ilustrativo de FUNDAMENTOS DE ÓPTICA, porque éste sintetiza el espíritu de la obra del Profesor Rossi.

Hemos procurado en la traducción ajustarnos todo lo posible al texto original, pero en muchos casos hemos preferido utilizar los giros más familiares a nuestra lengua, que expresan la misma idea.

Agradecemos a nuestros colaboradores, Sta. MARTHA LILA GIOVARRUSCIO, Licenciada HILDA LANZA y a mi hermano, Licenciado JUAN CARLOS D'ALESSIO por el esmero con que han realizado su labor.

Lic. ENRIQUE A. D'ALESSIO

PREFACIO

El propósito de este libro es acercar al lector a los más importantes hechos concernientes al fenómeno de la luz y con los conceptos físicos básicos que señalan su interpretación.

Este libro se basa en el modelo ondulatorio de luz. Se distribuye en sucesión con varios grupos de fenómenos ópticos, cuyo estudio lleva, paso a paso, al descubrimiento de las propiedades cinemáticas y a la naturaleza física de las ondas de luz. Los capítulos 1 y 2 introducen las leyes de la propagación rectilínea, reflexión y refracción que explica la gran mayoría de los más obvios efectos ópticos. Un modelo ondulatorio describiendo las ondas luminosas fluctuar como una sucesión de muy cortos pulsos, sin especificar en detalle la forma y carácter de dichas ondas, se encuentra que es adecuado a la interpretación de esas leyes.

Los capítulos 3 y 4 tratan acerca del fenómeno de interferencia y difracción cuyo análisis resulta de la identificación de la luz monocromática con ondas sinusoidales.

Después de una breve disertación acerca de la velocidad de la luz (Cap. 5), el capítulo 6 versa sobre el fenómeno de polarización y doble refracción que prueba el carácter transversal de las ondas luminosas. Esto completa lo que puede llamarse la descripción cinemática del fenómeno óptico, y conduce al problema «dinámico», o el problema de la naturaleza física de las ondas luminosas, que es seguido en el capítulo 7. Aquí se muestra cómo el valor numérico de la velocidad de la luz tanto como el carácter transversal de las ondas luminosas lleva naturalmente a la conclusión que esas ondas son un fenómeno electromagnético.

En el capítulo 8 las propiedades ópticas de la materia son interpretadas en base a la teoría electromagnética de la luz y de un modelo simple que describe a los átomos como osciladores microscópicos.

El capítulo 9 explora los límites de la validez de la clásica descripción electromagnética de las ondas luminosas y, usando la luz como un ejemplo, ilustra el carácter complementario de la descripción de la onda y partícula de todo el fenómeno de radiación.

Varias razones han conducido a la elección del orden lógico subrayado anteriormente en preferencia a uno en el que la luz es tratada en principio como un fenómeno electromagnético.

En primer lugar, sucede que el fenómeno óptico común, como la sombra formada por un objeto opaco, es el más difícil de explicar en base a la rigurosa teoría de las ondas electromagnéticas por cuanto ellas pueden ser fácilmente

interpretadas, al menos en forma semicuantitativa, por medio de los principios generales que se aplican a todo fenómeno de onda.

En segundo lugar, pienso que el tema de óptica ofrece una oportunidad casi única de ilustrar el valor y limitaciones de modelos físicos que desempeñan un papel tan importante en el desenvolvimiento del pensamiento científico.

El libro subraya especialmente este aspecto del método científico, presentando, primero, un modelo muy general de ondas de luz que pueden fácilmente ser visualizadas en términos de analogías mecánicas concretas, y luego procediendo a incrementar específicos modelos los cuales involucran conceptos físicos constantemente en incremento, abstractos y sofisticados. A cada paso se muestra cómo la introducción de un nuevo modelo no invalida los resultados obtenidos previamente, pero establece definitivamente límites al campo de su aplicabilidad.

En tercer lugar, creo que un orden de presentación siguiendo ampliamente el devenir histórico del pensamiento científico en un tema específico, puede ayudar al lector a apreciar las razones y limitaciones del método científico. Puede clarificar el siempre cambiante significado de las verdades científicas presentando una visión dinámica más que estática de la materia tratada, y luego subrayado el carácter evolucionario de la ciencia.

Se sobreentiende que el lector tiene algún conocimiento de cálculo elemental. Simples ecuaciones diferenciales son usadas ocasionalmente, pero son presentadas de modo que pueden ser entendidas por el lector que no está al tanto de ellas. Procedimientos matemáticos levemente más avanzados son usados sólo en algunas de las secciones marcadas con asterisco, que pueden ser omitidas sin pérdida de continuidad. Un curso introductorio de electromagnetismo llevando a las cuatro ecuaciones de Maxwell en su forma integral, es un prerrequisito para los capítulos 7 y 8, que tratan de la teoría electromagnética de la luz, pero no para el resto del libro. No me he permitido usar las limitaciones de los medios matemáticos a mi disposición como una excusa para evitar temas difíciles pero fundamentalmente importantes. Un ejemplo es el principio de Huygens, que es la fundamentación de toda la teoría cinemática de la luz. Sin un entendimiento claro del principio de Huygens, tal fenómeno óptico básico como la propagación rectilínea, difracción y doble refracción permanecen en el misterio. Todavía muchos autores reducen el principio de Huygens a unas pocas frases y no pretenden justificarlo matemáticamente o explicar su profundo y amplísimo significado. En este libro, por el contrario, el principio de Huygens es discutido en forma muy detallada desde un punto de vista rigurosamente lógico, y luego es usado consistentemente en sus varias formas para la explicación de los distintos grupos de fenómenos ópticos.

He procurado reducir las dificultades materiales y he utilizado largos recursos para clarificar e ilustrar con ejemplos los sutiles conceptos físicos poniendo énfasis en este principio. De cualquier forma, un cierto esfuerzo será necesario por parte del lector para apreciar totalmente su significado y sus aplicaciones. No veo por qué el estudiante deba evitar este esfuerzo compensatorio. Otros ejemplos son la propagación de ondas electromagnéticas y la radiación desde una carga acelerada. La teoría de estos fenómenos de la solución al problema dinámico de la óptica, constituye la base para la interpretación de la interacción entre luz y materia. Aquí otra vez he evitado el uso de matemática compleja,

pero no dejo atrás la labor que es necesaria para clarificar totalmente la naturaleza de los procesos físicos y para obtener su exacta descripción matemática.

Los problemas forman una parte esencial del libro. La dificultad varía desde simples ejemplos numéricos, apuntando al desarrollo de una captación cuantitativa del fenómeno en discusión, a preguntas hechas para probar la profundidad de la comprensión de las teorías subrayando la interpretación de este fenómeno. En los problemas, el lector encontrará también muchas de las aplicaciones prácticas de la óptica, que son omitidas del texto a causa de la brevedad y mayor coherencia.

Es un placer expresar mi cálido aprecio a mis muchos colegas y estudiantes que han ayudado en la preparación de este libro ofreciendo sus sugerencias y su crítica constructiva.

Cambridge, Massachusetts
Diciembre, 1956

Bruno Rossi

CAPÍTULO 1

PRINCIPIO DE HUYGENS Y LA APROXIMACIÓN DE LA ÓPTICA GEOMÉTRICA

1-1. Las tres leyes de la óptica geométrica. Una casa o un árbol proyectando sombra en un día soleado, un espejo o la superficie de un estanque devolviendo nuestra propia imagen, la apariencia quebrada de una varilla parcialmente sumergida en agua, la ilusión de presencia de agua sobre el asfalto recalentado, el arco iris cruzando el cielo después de una tormenta, el brillo de las piedras preciosas, las imágenes cinematográficas y fotográficas, las formadas en la retina de nuestro ojo, el haz de los reflectores escudriñando el cielo nocturno, la estructura de la célula viviente revelada por el microscopio, son parte de las incontables experiencias visuales que responden a tres simples leyes empíricas.

Estas leyes forman la base de la llamada *óptica geométrica*. Son ellas la ley de *propagación rectilínea*, la ley de *reflexión* y la ley de *refracción*.

La ley de propagación rectilínea, como su nombre ya lo sugiere, establece que en un medio homogéneo la luz se propaga según trayectorias rectilíneas. En consecuencia, un objeto opaco A colocado entre una *fente puntual* de luz S y una pantalla Σ , proyectará sobre ella una sombra con borde nítidamente definido (Fig. 1-1): esta línea del borde es la intersección de la pantalla con la superficie cónica que toca al objeto y que tiene su vértice en la fuente luminosa. Sin embargo, una fente puntual es una simple abstracción matemática, mientras que una fuente luminosa real siempre tiene dimensiones finitas de manera que la transición entre oscuridad completa y plena luz no está nítidamente definida.

Entre ambas zonas hay una región de sombra parcial, llamada penumbra, que recibe luz de sólo una parte de la fuente (Fig. 1-2).

Un eclipse de sol sucede cuando la tierra penetra en el cono de sombra de la luna y la luna es eclipsada cuando entra en la sombra de la tierra. Estas son demostraciones de la validez de la ley de propagación rectilínea en una escala astronómica.

Entre otros efectos, la propagación rectilínea de la luz explica el funcionamiento de la *cámara clara*. Entre un objeto fuertemente iluminado y una pantalla blanca (o película fotográfica) se coloca una pantalla opaca con un pequeño orificio. Los rayos luminosos provenientes de diferentes puntos del objeto iluminado pasan a través del agujero y forman en la pantalla una imagen invertida del objeto.

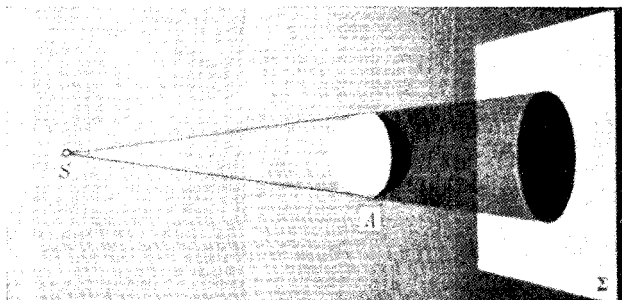


FIG. 1-1. Sombra de un objeto opaco con una fuente luminosa puntual.

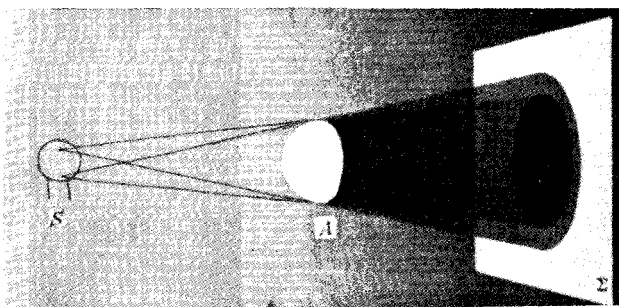


FIG. 1-2. Sombra de un objeto opaco con una fuente luminosa extendida.

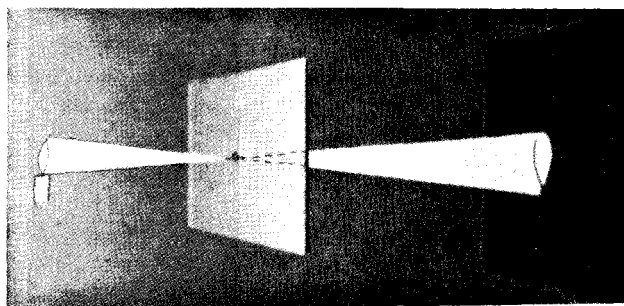


FIG. 1-3. Cámara hecha con un minúsculo orificio.

Para formular las leyes de reflexión y refracción, consideremos un rayo de luz incidiendo sobre una superficie plana de separación entre dos sustancias transparentes, 1 y 2; por ejemplo, aire y agua (Fig. 1-4). Supongamos que ambas sustancias sean *homogéneas* e *isotrópicas*, significando esta última denominación que las propiedades son idénticas en todas direcciones. (La propagación de la luz en medios no isotrópicos tales como los cristales, será discutida en el capítulo 6.) En general, encontramos que el rayo incidente se separa en dos: un rayo reflejado, que retorna al medio del cual provino el rayo incidente, y uno refractado, que penetra en el otro medio. Además observamos que:

(1) el rayo incidente AO , el reflejado OA' y el refractado OB yacen en un plano perpendicular a la superficie de separación, llamado *plano de incidencia*.

(2) el rayo incidente y el reflejado forman ángulos iguales con la normal NN' a la superficie de separación.

(3) si φ_1 es el ángulo entre el rayo incidente y NN' (ángulo de incidencia), y φ_2 es el ángulo entre el rayo refractado y NN' (ángulo de refracción) el cociente $\text{sen } \varphi_1 / \text{sen } \varphi_2$ es independiente del ángulo de incidencia φ_1 ; se trata, pues, de una constante característica de ambos medios.

Esta última condición, llamada ley de Snell, tiene como expresión analítica

$$\frac{\text{sen } \varphi_1}{\text{sen } \varphi_2} = n_{12} \quad (1-1)$$

La constante n_{12} se denomina *índice de refracción* del segundo medio respecto del primero.

La experiencia ha mostrado que el índice de refracción del medio 1 respecto del medio 2 es el recíproco del índice del medio 2 respecto del 1; o sea, $n_{12} = 1/n_{21}$. Esto implica afirmar que si un rayo luminoso sigue el camino AOB al pasar de un medio a otro, recorrerá el camino BOA al pasar del segundo medio al primero.

Nótese que la refracción acerca el rayo refractado a la normal o lo aleja según sea n_{12} mayor o menor que la unidad. Si $n_{12} < 1$, el ángulo de refracción resulta igual a $\pi/2$ cuando $\text{sen } \varphi_1 = n_{12}$. Para dicho ángulo de incidencia, el rayo refractado sale en forma rasante. Con un ángulo de incidencia mayor, la ecuación (1-1) no puede ser satisfecha para ningún valor de φ_2 ; el rayo refractado desaparece y la luz es completamente reflejada hacia el medio del cual provino.

Este fenómeno es conocido como *reflexión total*. Por ejemplo, el índice de refracción del agua respecto del aire es (aproximadamente) 1,33, y el del aire respecto del agua 1/1,33. El ángulo cuyo seno es 1/1,33 es 49° . Rayos provenientes de una fuente bajo el agua son totalmente reflejados si sus ángulos de incidencia son mayores de 49° .

La reflexión total explica los curiosos efectos que se observan cuando se colocan luces en el interior de un estanque. Los rayos luminosos permanecen «atrapados» en la columna ascendente de agua hasta que ésta se rompe en infinidad de gotitas, de manera que ellas aparecen brillantemente iluminadas por el haz emergente. Análogamente, una varilla de vidrio o material plástico transparente funciona como un «caño luminoso»: la luz que entra por un extremo con un ángulo suficientemente pequeño sufre una reflexión total múltiple en

las paredes sin experimentar pérdidas, salvo las eventuales debidas a absorción. No hay necesidad que la varilla sea recta; conducirá la luz aun cuando esté curvada en forma arbitraria, con la condición de que las curvas no sean quebradas.

La reflexión total interna en un prisma de vidrio es a menudo usada para deflectar rayos luminosos en un ángulo de 90° sin *pérdida de intensidad* apreciable (Fig. 1-5). La sección transversal de tales prismas (llamados prismas de

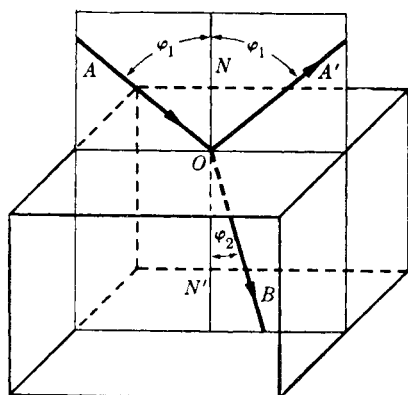


FIG. 1-4. Reflexión y refracción de un rayo de luz en los límites entre dos medios transparentes distintos.

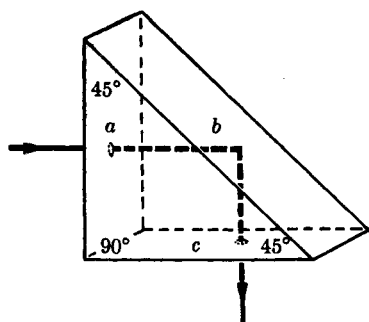


FIG. 1-5. El prisma de refracción total.

reflexión total) es un triángulo isósceles. Los rayos luminosos penetran perpendicularmente a la cara *a*, golpean en la hipotenusa *b* con un ángulo de 45° , que es mayor que el ángulo límite de reflexión total para cualquier clase de vidrio. La reflexión total en *b* obliga a los rayos a emerger perpendicularmente a la cara *c*.

Nótese que la reflexión total en la superficie límite entre dos medios diferentes puede ocurrir solamente si el segundo medio tiene un cierto espesor mínimo (del orden de algunas milésimas de milímetro). Por ejemplo, una delgada película de aire entre dos trozos de vidrio transmitirá parcialmente el haz luminoso incidente aun si el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite de reflexión total. Postergaremos hasta la sección 8-7 una discusión cuantitativa de este fenómeno.

Experimentalmente se encuentra que el índice de refracción es levemente diferente para luz de distintos colores; esto da lugar al fenómeno llamado de *dispersión*. Por ejemplo, un rayo de luz azul que entra en el agua desde el aire sufre una deflexión algo mayor que uno de luz roja, o sea, que el índice de refracción del agua respecto del aire es mayor para el azul que para el rojo. Un rayo de luz blanca, después de la refracción da lugar a un haz en forma de abanico, indicando que la luz blanca resulta de la superposición de luces de diferentes colores. Más tarde volveremos sobre este fenómeno; por ahora su-

pondremos que hacemos nuestras experiencias con luz *monocromática* (esto es, luz de un solo color), de manera que podemos despreciar o ignorar el fenómeno de dispersión.

Consideremos nuevamente dos medios, 1 y 2, separados por una superficie plana, como se muestra en la figura 1-7. Por la ley de reflexión se ve que los rayos provenientes de la fuente S en el medio 1 y que son parcialmente reflejados en la superficie de separación, si son prolongados se intersectarán mutuamente

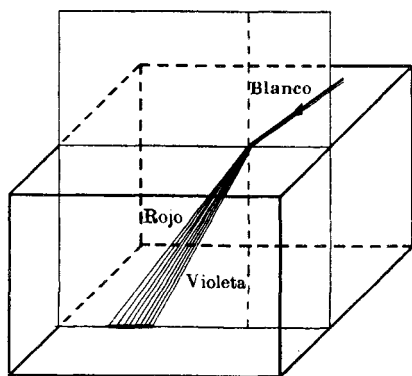


FIG. 1-6. Dispersión de un rayo de luz blanca.

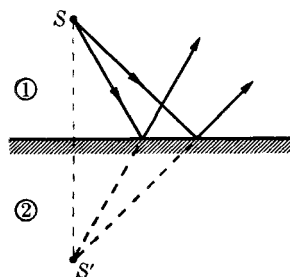


FIG. 1-7. Formación de imagen por reflexión.

en el punto S' en el medio 2 (S y S' están ubicados simétricamente respecto de la superficie reflectora). Para el ojo de un observador, estos rayos reflejados parecen provenir, a lo largo de trayectorias rectilíneas, de la fuente luminosa S' . El punto S' se denomina la *imagen especular* de S .

Es bien sabido que la reflexión no ocurre solamente en la superficie de separación de dos sustancias transparentes, sino también entre medios transparentes y ciertas sustancias opacas. Efectivamente, la superficie pulida de muchos metales refleja casi el 100 % de la luz incidente. Una superficie altamente reflectante es comúnmente llamada *espejo*.

1-2. Modelos corpuscular y ondulatorio de la luz. Para interpretar las propiedades empíricas de la luz mencionadas en el párrafo precedente han sido propuestos dos modelos.

En el modelo corpuscular, la luz es considerada como una multitud de diminutas partículas emitidas a gran velocidad por la fuente luminosa. En sustancias homogéneas y transparentes no están sujetas a ningún tipo de fuerza, de manera que se mueven en trayectorias rectilíneas. Cerca de la superficie de separación entre dos medios, fuerzas repulsivas y atractivas de corto alcance que actúan sobre las partículas provocan la reflexión y la refracción; para explicar por qué algunas partículas del haz son repelidas (o sea, reflejadas) mientras que otras son atraídas (y por consiguiente refractadas) se requieren algunas suposiciones artificiales.

El modelo ondulatorio fue probablemente sugerido por la observación cotidiana de las ondas sobre la superficie del agua que se expanden en círculos a partir de un punto donde ha ocurrido una perturbación. De acuerdo a este modelo, una fuente puntual de luz se considera como el origen de la perturbación que (en medios homogéneos) da lugar a ondas esféricas.

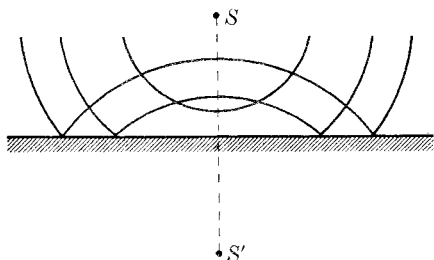


FIG. 1-8. Reflexión de una onda de agua contra una pared sólida.

Como se ilustra en la figura 1-8 una onda circular de agua, después de alcanzar una pared plana sólida, se refleja como otra cuya forma es un arco de círculo. El centro S' de la onda reflejada y el punto S , lugar de la perturbación original están simétricamente colocados respecto de la pared; un observador que mira solamente una porción de la onda reflejada no podrá distinguirla de un fragmento de la onda original proveniente

de una perturbación en S' . Este fenómeno tiene una analogía evidente con la formación de imágenes de fuentes puntuales por medio de espejos.

A primera vista parece difícil darse cuenta del fenómeno de propagación rectilínea por medio del modelo ondulatorio; más aún, sabemos que las ondas de agua se curvan alrededor de pequeños obstáculos que encuentran en su camino. Dos observaciones superan esta dificultad: (1) un obstáculo colocado en el camino de ondas de agua proyecta una «sombra» *si sus dimensiones son grandes comparadas con la distancia entre dos crestas consecutivas*, aunque el borde de esta sombra es considerablemente difuso, y (2) una inspección más a fondo de la sombra óptica de un objeto opaco muestra que ésta tampoco tiene límites infinitamente nítidos, independientemente de las dimensiones de la fuente luminosa (véase cap. 4). La segunda observación muestra que la ley de propagación rectilínea no es rigurosamente cierta, y la primera sugiere que podemos dar cuenta de esta aproximada validez suponiendo que las ondas luminosas consisten en una sucesión de pulsos muy cortos.

Se verá más adelante que, en efecto, esto puede hacerse. Además, también resultará que la teoría ondulatoria de la luz, usada y desarrollada correctamente, da cuenta de todos los fenómenos ópticos, mientras que el modelo corpuscular carece de utilidad fuera de la óptica geométrica. Por consiguiente, en este libro basaremos nuestro estudio de la luz con la suposición específica de que se trata de un fenómeno ondulatorio.

1-3. Algunos conceptos sobre ondas mecánicas en una dimensión. Como ya lo hemos señalado, el concepto de ondas luminosas apareció inicialmente por ciertas semejanzas entre el comportamiento de la luz y el de las ondas mecánicas. El modelo ondulatorio mecánico tuvo un papel importante en el desarrollo histórico de la teoría de la luz, y no perdió su utilidad aun después que fue evidente que la luz no era un fenómeno mecánico. Más aún, muchos conceptos de óptica son comunes a todos los fenómenos ondulatorios, y pueden ser comprendidos más fácilmente considerando ondas mecánicas.

(a) *Ondas transversales en una cuerda.* Para comenzar con un ejemplo familiar, supongamos que una cuerda larga, flexible e inextensible es sujeta en un extremo O y mantenida a tensión constante, por ejemplo, mediante un resorte unido al otro extremo. Cuando por medio de una fuerza externa desplazamos rápidamente el extremo O en una dirección perpendicular a la dirección de la cuerda y luego lo hacemos retornar a su posición original, observamos que la perturbación originada en O , recorre la cuerda con una cierta velocidad v . Podemos describir la perturbación especificando, en un instante dado, el *desplazamiento* s de cada punto de la cuerda desde su posición de equilibrio (Fig. 1-9). Si la deformación de la cuerda es suficientemente pequeña, el desplazamiento es muy aproximadamente *perpendicular* a la dirección de propagación. En este caso, la perturbación es descrita como una *onda transversal*.

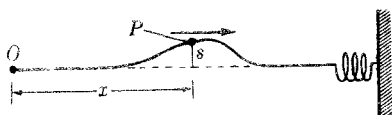
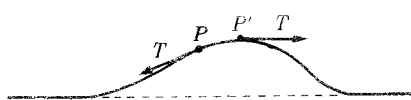


FIG. 1-9. Onda en una cuerda.

FIG. 1-10. Fuerzas actuando en el elemento PP' durante el pasaje de la onda.

El desplazamiento s de un punto arbitrario P de la cuerda es una función de dos variables: la distancia x del punto P a un origen arbitrario y fijo O y el tiempo t :

$$s = s(t, x) \quad (1-2)$$

Para un valor dado de t , s es una función de x solamente, describiendo la deformación instantánea de la cuerda. Para un valor fijo de x , s será una función de t solamente, describiendo el movimiento de un punto dado de la cuerda. En lo que sigue, la forma de la curva que representa esta función, será llamada la *forma de la onda* en el punto x .

Si consideramos un elemento PP' de la cuerda (Fig. 1-10) encontramos que la porción de cuerda a izquierda de P actúa sobre PP' con una cierta fuerza tangencial a la cuerda y apuntando hacia la izquierda, mientras que la parte de cuerda a la derecha de P' actúa sobre PP' con una fuerza también tangencial pero apuntando hacia la derecha. Cada una de estas fuerzas es igual en magnitud a la tensión T de la cuerda. Sin embargo, las fuerzas no son exactamente opuestas una a otra, porque el elemento PP' tiene una cierta curvatura. Por consiguiente, ambas fuerzas tienen una resultante distinta de cero que produce una *aceleración* del elemento PP' . Estas consideraciones forman la base de la teoría del fenómeno ondulatorio discutido aquí [véase apéndice 2 (a)]. Con la expresa suposición de que los desplazamientos respecto de la posición de equilibrio son pequeños, la teoría muestra que (a) la cuerda propaga ondas de una forma arbitraria, sin deformarlas, y (b) la velocidad de propagación v es una constante, relacionada a la masa por unidad de longitud μ y a la tensión T mediante la ecuación

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (1-3)$$

El enunciado (a) significa que dos puntos de la cuerda ubicados en $x = x_1$ y $x = x_2$ realizan idénticos, aunque no simultáneos, movimientos. La conclusión (b) muestra que el movimiento en $x = x_2$ ocurre con un retardo igual a $(x_2 - x_1)/v$ respecto del movimiento en $x = x_1$.

Podemos formular los resultados precedentes en lenguaje matemático suponiendo que el desplazamiento s obedece a una ecuación de la forma

$$s = f\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (1-4)$$

donde el símbolo $f(t - x/v)$ indica que se trata de una función arbitraria de $(t - x/v)$. Para probar esta afirmación, consideremos dos instantes de tiempo t_1 y t_2 , relacionados entre sí y con las abscisas x_1 y x_2 mediante

$$x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1) \quad (1-5)$$

Si reescribimos esta ecuación como:

$$t_2 - \frac{x_2}{v} = t_1 - \frac{x_1}{v}$$

vemos inmediatamente que

$$f\left(t_2 - \frac{x_2}{v}\right) = f\left(t_1 - \frac{x_1}{v}\right)$$

esto es,

$$s(t_2, x_2) = s(t_1, x_1)$$

Esta última ecuación expresa matemáticamente el hecho de que el desplazamiento del punto x_2 es igual al desplazamiento del punto x_1 , en el instante anterior $t_1 = t_2 - (x_2 - x_1)/v$.

Podemos extraer otra conclusión de la ecuación (1-4). Si dibujamos los desplazamientos

$$s(t_1, x) = f\left(t_1 - \frac{x}{v}\right) \quad \text{y} \quad s(t_2, x) = f\left(t_2 - \frac{x}{v}\right)$$

como funciones de x (Fig. 1-11), obtendremos dos curvas que representan las deformaciones reales de la cuerda en los instantes $t = t_1$ y $t = t_2$. De nuestras consideraciones precedentes surge que el desplazamiento del punto P_2 al tiempo t_2 es idéntico al desplazamiento del punto P_1 al tiempo t_1 , con la condición de que la distancia $x_2 - x_1$ entre P_2 y P_1 esté relacionada al intervalo de tiempo $t_2 - t_1$ mediante la ecuación (1-5). En otras palabras, obtendremos la curva que representa la deformación de la cuerda en el instante t_2 de la representación de la deformación de la cuerda en t_1 mediante una traslación rígida de longitud $v(t_2 - t_1)$ en la dirección de las x positivas.

Esta es otra forma de decir que la perturbación viaja con una velocidad uniforme v en la dirección del eje positivo de las x .

Un argumento similar muestra que si $g(t + x/v)$ es una función arbitraria de $(t + x/v)$ la ecuación

$$s = g\left(t + \frac{x}{v}\right) \quad (1-6)$$

describe una perturbación que viaja con velocidad uniforme v y sin cambio de forma en dirección de las x decrecientes. En otras palabras, las ecuaciones (1-4) y (1-6) representan ondas que recorren la cuerda en direcciones opuestas, cada una de las cuales describe una perturbación posible.

Más aún, la teoría muestra que la solución más general del problema es una función del tipo

$$s = f\left(t - \frac{x}{v}\right) + g\left(t + \frac{x}{v}\right) \quad (1-7)$$

que representa dos perturbaciones atravesando simultáneamente la cuerda, una en la dirección positiva y otra en la negativa.

La forma particular de la función $s(t, x)$ correspondiente a un dado problema físico, depende de la manera en que la perturbación ha sido producida. Supongamos que, como en nuestro ejemplo inicial, excitamos la onda forzando al extremo en $x=0$ a realizar un cierto movimiento perpendicular al eje x , de forma que $s(0, t)$ es una función dada del tiempo. Hasta el instante en que la

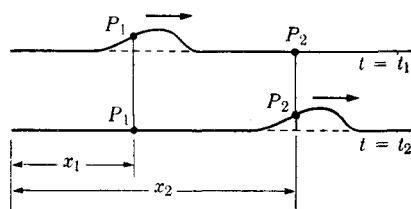


FIG. 1-11. Forma de la cuerda en dos momentos distintos

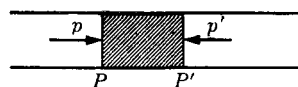


FIG. 1-12. Fuerza de presión actuando sobre un fluido en un tubo.

perturbación alcanza el otro extremo de la cuerda, habrá solamente una onda, viajando en la dirección positiva y la solución será del tipo representado por la ecuación (1-4). Como $f(t - x/v)$ se reduce a $f(t)$ para $x=0$, la forma de la función que describe a la onda estará determinada por la condición

$$f(t) = s(0, t) \quad (1-8)$$

(b) *Ondas sonoras en un tubo cilíndrico.* Como segundo ejemplo discutiremos la propagación de una onda sonora a lo largo de un tubo cilíndrico que contiene algún fluido. Viscosidad y fuerzas de frotamiento en las paredes son despreciadas. El pasaje de la onda sonora obliga a cada elemento de fluido a oscilar en una dirección paralela al eje del tubo, que tomaremos como nuestro eje x . Esto también provoca un cambio de presión en el fluido. Supondremos también que todos los puntos ubicados en un plano perpendicular al eje x sufren idénticamente.

ticos y simultáneos desplazamientos. De esta manera, tomaremos el valor instantáneo de la presión como función solamente de x .

Consideremos ahora los puntos que, en el estado de reposo se hallan a una distancia x del origen fijado y denotemos con $s(x, t)$ el *desplazamiento* de estos puntos al tiempo t respecto de la situación de reposo. Llamamos $p(x, t)$ a la *diferencia* entre la presión real existente en x y t y la presión del estado de reposo. Por consiguiente, en ausencia de perturbaciones $s(x, t)$ y $p(x, t)$ son ambas cero. Nótese que en el presente ejemplo el desplazamiento s es paralelo a la dirección de propagación. En este caso, la perturbación es una *onda longitudinal*.

Si consideramos un elemento de fluido PP' (Fig. 1-12) encontramos que sobre él actúan dos fuerzas opuestas provenientes de la presión ejercida sobre sus dos superficies terminales. Si para un valor dado de t la presión varía a lo largo del tubo (o sea, si p varía con x), las dos fuerzas no son iguales en magnitud y su resultante produce una aceleración del elemento PP' . Expresando este hecho físico en lenguaje matemático llegamos a una ecuación diferencial análoga a la que describe las perturbaciones en una cuerda. De ello extraemos como conclusión que las ondas sonoras recorren el tubo con velocidad constante v y sin cambio de forma. Como ya hemos visto, esto significa que el cambio de presión p está representado por alguna de las siguientes ecuaciones:

$$p(t, x) = F\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (1-9)$$

para una onda moviéndose en la dirección positiva;

$$p(t, x) = G\left(t + \frac{x}{v}\right) \quad (1-10)$$

para una onda viajando en la dirección negativa; o

$$p(t, x) = F\left(t - \frac{x}{v}\right) + G\left(t + \frac{x}{v}\right) \quad (1-11)$$

para la propagación simultánea de dos ondas en direcciones opuestas. También hallamos que si ρ_0 es la densidad del fluido no perturbado y K la compresibilidad del gas (esto es, el cambio fraccional en volumen dividido por el correspondiente cambio en la presión), la velocidad de propagación está dada por

$$v = \sqrt{\frac{1}{K\rho_0}} \quad (1-12)$$

Los resultados anteriores valen en las condiciones establecidas, o sea, que la viscosidad y las fuerzas de frotamiento pueden ser despreciadas y que los cambios de presión son pequeños en relación a la presión estática.

(c) *Energía en ondas*. Para generar una onda se requiere una cierta cantidad de energía, que queda asociada a la onda misma. La energía viaja con la onda y, en un instante dado, está localizada en la región perturbada del medio. La

energía de la onda es parcialmente potencial [correspondiente, por ejemplo, a la deformación de la cuerda en la onda de movimiento discutida en (a)] y parcialmente cinética (correspondiente a la velocidad de los distintos elementos de la cuerda). En el caso de ondas unidimensionales tales como las consideradas anteriormente, la teoría muestra que la energía *total* almacenada en un dado elemento del medio en cualquier instante es *dos veces* la energía cinética del elemento [ver apéndice 2 (c)]. Esto significa que la energía cinética y la energía potencial de la onda son iguales, resultado que puede verificarse por cálculo directo.*

Asimismo, debe señalarse que los resultados anteriores se aplican solamente a ondas individuales, tales como aquella representada, por ejemplo, por la ecuación $s = f(t - x/v)$ o por la ecuación $s = g(t + x/v)$. No se aplican al caso más general de ondas de movimiento, representadas por la ecuación $s = f(t - x/v) + g(t + x/v)$ que, como sabemos, corresponde a la superposición de dos ondas viajando en direcciones opuestas.

Para el caso de una onda recorriendo una cuerda, sea $u(t, x) = \partial s / \partial t$ la velocidad instantánea transversal del punto de abscisa x (esta velocidad no debe confundirse con la velocidad de propagación v de la onda), y sea $U(t, x) dx$ la energía presente al tiempo t en el elemento dx de la cuerda. Este elemento tiene una masa μdx , su energía cinética es $\frac{1}{2} (\mu dx) u^2$ y su energía total:

$$U dx = 2 \left(\frac{1}{2} \mu u^2 dx \right)$$

Obtenemos entonces la expresión

$$U = \mu u^2 \quad (1-13)$$

que relaciona la *energía por unidad de longitud* U a la masa por unidad de longitud μ y a la velocidad u de las partículas del medio a través del cual la onda se propaga. Una ecuación similar vale para ondas sonoras.

Otra magnitud importante es el *flujo de energía*, o sea, la energía que pasa a través de un punto de la cuerda o una sección del tubo en la unidad de tiempo. Si Φ es el flujo de energía, la cantidad de energía que pasa por el punto x en el intervalo de tiempo comprendido entre t y $t + dt$ es Φdt . Como la onda se mueve con una velocidad v , en el instante t esta energía está localizada en el segmento comprendido entre x y $x - v dt$. Por consiguiente, Φdt debe ser igual a $U v dt$; obtenemos así la siguiente relación entre flujo y energía por unidad de longitud:

$$\Phi = U v \quad (1-14)$$

* Puede ser necesaria una advertencia en lo referente a la energía potencial. Podemos deformar una cuerda sujeta a tensión constante aplicando una fuerza adicional externa en varios puntos de la misma. Si estas fuerzas cambian lenta y gradualmente, la cuerda puede ser llevada de su estado inicial de reposo a cualquier forma deseada, pasando por una sucesión de estados intermedios, próximos al equilibrio. El trabajo total realizado por las fuerzas externas depende solamente del estado final de la cuerda, y entonces puede definirse como la energía potencial de la cuerda deformada. Sin embargo, el trabajo hecho sobre *cada elemento* de la misma depende de los estados intermedios por los que pasó. Por consiguiente, en este caso no podemos hablar de energía potencial de *cada* segmento. Por otra parte, en el caso de una onda que se desplaza, es posible dar un significado perfectamente definido a la energía total de la onda adscrita a un segmento de la cuerda y es efectivamente dos veces la energía cinética. Para mayores detalles, véase apéndice 2 (c).

(d) *Absorción, dispersión, polarización y birrefringencia.* Hasta ahora hemos discutido ejemplos de ondas en una dimensión que viajan sin cambio de forma. En el caso de la cuerda, la deformación se mueve de una porción a otra sin variar su perfil en ningún instante, o sea, que todos los puntos de la cuerda realizan sucesivamente los mismos movimientos. Para estas ondas la velocidad de propagación tiene un valor perfectamente definido que no depende de la forma de la misma.

Sin embargo, esto no siempre sucede. Por ejemplo, una onda desplazándose en una cuerda *sumergida en un medio viscoso* es gradualmente *amortiguada* debido a que parte de la energía se transforma en calor. Tal onda puede ser considerada como el modelo mecánico de una perturbación luminosa que se propaga en un medio *absorbente*.

Hay casos en que no hay pérdidas de energía mientras la perturbación viaja y, sin embargo, cambia de forma, de manera que los movimientos de diferentes puntos están descritos por diferentes funciones. Por ejemplo, podemos construir sistemas mecánicos que propaguen solamente *ondas sinusoidales* sin cambio de forma, o sea, ondas producidas por una perturbación sinusoidal como función del tiempo [apéndice 2 (d)]. En estos sistemas (que pueden ser pensados como modelos mecánicos de medios *ópticamente dispersivos*, discutidos en las secciones 2-14 y 8-4) la velocidad de propagación es distinta para diferentes frecuencias.

En la discusión de las ondas transversales en una cuerda hemos supuesto que un punto dado de la misma se mueve a lo largo de una recta fija, perpendicular a la dirección de propagación. Encontramos entonces que otros puntos se mueven a lo largo de líneas paralelas a la anterior; así vemos que en un instante dado todos ellos yacen en un plano que no cambia con el tiempo. Ondas de este tipo se llaman *linealmente polarizadas*, y el plano en el cual yacen los desplazamientos es el *plano de vibración*.

Los distintos planos que pasan por la cuerda en reposo son físicamente equivalentes; en consecuencia, la cuerda propaga con iguales velocidades ondas con planos arbitrarios de vibración. Sin embargo, podemos también construir modelos mecánicos en el cual diferentes direcciones perpendiculares a la dirección de propagación no son físicamente similares [véase apéndice 2 (e)]. Tal sistema puede transmitir una onda linealmente polarizada sólo si el plano de vibración de ella coincide con alguno de dos planos mutuamente perpendiculares. Las velocidades de propagación de las ondas que vibran en estos dos planos son diferentes.

Sistemas de este tipo pueden ser considerados como modelos mecánicos de medios *ópticamente birrefringentes* (véase sección 6-5).

(e) *Reflexión y transmisión.* Consideremos dos trozos de cuerda de distinta masa por unidad de longitud, unidos en el punto O y mantenidos a tensión constante. Un agente externo provoca una perturbación que se traslada de izquierda a derecha en la primera cuerda (Fig. 1-13). La experiencia muestra que al alcanzar el punto O, ella se divide en dos, una que viaja hacia el punto de origen (*onda reflejada*) y otra hacia adelante, en el segundo segmento (*onda transmitida*). Ambas tienen la misma forma que la incidente, pero distinta magnitud, o sea, que las funciones que describen la dependencia temporal de los despla-

zamientos conservan relaciones constantes con la función que representa la dependencia en el tiempo de los desplazamientos para la onda incidente. Además se encuentra que la onda transmitida siempre tiene el mismo signo que la incidente, mientras que la reflejada tiene signo igual u opuesto, según que la perturbación provenga de la cuerda más pesada o más liviana (Fig. 1-13 a y 1-13 b).

Un análisis matemático de este efecto se encuentra en el apéndice 2 (f). Debe señalarse, que ocurren efectos similares cuando hay un cambio abrupto en las propiedades del medio en que se propaga una onda luminosa.

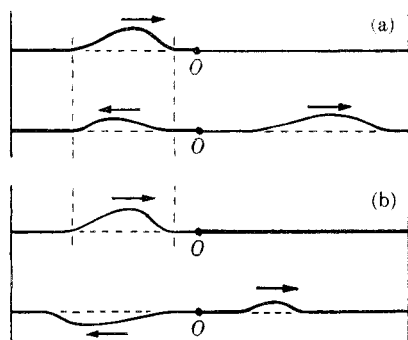


FIG. 1-13. Transmisión y reflexión de ondas en punto de discontinuidad.

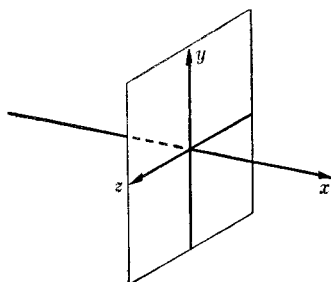


FIG. 1-14. Onda plana en el espacio.

1-4. Algunos conceptos sobre ondas mecánicas en tres dimensiones. (a) *Ondas planas.* El ejemplo más sencillo de una onda en tres dimensiones es la *onda plana*. Por definición, en una onda plana la perturbación en un instante dado tiene el mismo valor en todos los puntos de un plano dado, perpendicular a una dirección, que es la dirección de propagación. Si usamos ejes cartesianos como referencia, con el eje x en la dirección de propagación (Fig. 1-14) podemos decir que la perturbación es independiente de y y de z y función sólo de x y t .

En el caso de una onda sonora plana moviéndose en la dirección de las x positivas, el cambio de presión p está dado por una ecuación análoga a la que describe la propagación de una onda sonora en un tubo (ec. 1-9); o sea,

$$p(t, x, y, z) = F\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (1-15)$$

donde la velocidad de propagación v queda nuevamente definida por la ecuación (1-12).

En lugar de la energía por unidad de longitud considerada en el caso de ondas unidimensionales, debemos determinar aquí la energía por unidad de volumen, o *densidad de energía*. Hallamos nuevamente que, como en el caso unidimensional, la energía contenida en una porción dada del medio es dos

veces la energía cinética del mismo.* Encontramos también que el *flujo de energía por unidad de área* (o sea, la energía que, por unidad de tiempo y por unidad de área, cruza una superficie perpendicular a la dirección de propagación) es igual a la densidad de energía multiplicada por la velocidad de propagación.

El concepto de onda plana extendiéndose al infinito en todas direcciones perpendicularmente a la dirección de propagación es evidentemente una abstracción matemática. Sin embargo, hay ondas que, para todos los fines prácticos, pueden ser tratadas como tales en regiones limitadas del espacio.

(b) *Ondas esféricas.* Como segundo ejemplo, consideremos un volumen infinito de fluido conteniendo en su interior una esfera pulsante; esto, es, una esfera cuya superficie se contrae y se expande radialmente. Esta es una fuente de *ondas sonoras esféricas*, que nuevamente pueden ser descritas dando la variación de presión p , el desplazamiento s y la velocidad u de los diferentes puntos del fluido como funciones del tiempo y las coordenadas. Por razones de simetría, el desplazamiento ocurrirá en dirección radial. Si denotamos con r la distancia de la onda esférica al centro O de la esfera pulsante, p , s y u serán funciones de r y t solamente.

Como ya podíamos prever, la onda viajará con la misma velocidad $v=1/\sqrt{K\rho_0}$ que caracteriza a las ondas sonoras planas. Sin embargo, a medida que la distancia del centro O aumenta, la onda se va debilitando. Consideremos dos superficies esféricas de radios r_1 y r_2 centradas en O ($r_2 > r_1$; véase fig. 1-15). Si no hay absorción, la energía que atraviesa a la primera superficie en un dado intervalo de tiempo dt debe, en algún instante posterior, atravesar la segunda superficie en un intervalo de la misma duración dt . Por consiguiente, el flujo de energía por unidad de área es inversamente proporcional al área de las esferas, o sea, inversamente proporcional al cuadrado de sus radios. Por otra parte, vemos que en una onda plana el flujo de energía por unidad de área es proporcional a la densidad de energía cinética, esto es, proporcional a u^2 . Lo mismo debe acontecer para ondas esféricas, al menos para valores suficientemente grandes de r , debido a que la onda esférica para radio muy grande debe ser casi plana. Esto significa que u^2 debe variar como $1/r^2$ y, en consecuencia, u lo debe hacer como $1/r$. Los mismos

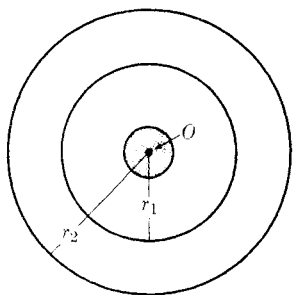


FIG. 1-15. Onda esférica.

resultados se aplican al desplazamiento s y al cambio de presión p ; en definitiva, vemos que en una onda esférica la magnitud de la perturbación decrece inversamente con la distancia al centro.

Para poner este resultado en términos más precisos, consideremos un observador que viaja con la onda, a la misma velocidad v . En el caso de una onda plana, las cantidades u , s y p son, para este observador, constantes. Para una onda plana, los valores de u , s y p vistos por el viajero disminuyen en relación

* Es necesario recalcar que la energía cinética considerada aquí corresponde a movimientos macroscópicos del fluido, producidos por el pasaje de la onda y no incluye la energía correspondiente a la agitación térmica aleatoria de las moléculas.

inversa a r . En consecuencia, las ecuaciones que dan, por ejemplo s y p , en función de r y t , tendrán la siguiente forma:

$$p = \frac{F(t - r/v)}{r} \quad (1-16)$$

$$s = \frac{f(t - r/v)}{r} \quad (1-17)$$

En el apéndice 2 (g) se encontrará una justificación de estos resultados. Con una teoría desarrollada más rigurosamente se ve que en la expresión para s existe un término adicional que varía con $1/r^2$; este término, para valores grandes de r se hace despreciable frente al que contiene $1/r$. En la expresión de p no aparece un término equivalente.

Hasta ahora hemos supuesto una fuente de simetría esférica. Consideremos ahora el caso en que esto no es así, pero en que dicha fuente tiene dimensiones muy pequeñas comparadas con la distancia al punto de observación, de manera que puede ser supuesta como puntual. Una perturbación emitida en un instante dado desde O , punto en que está ubicada la fuente, alcanzará simultáneamente todos los puntos de una esfera centrada en O . Sin embargo, la perturbación no tendrá el mismo valor en todos los puntos de esta esfera. En otras palabras, las cantidades (tales como p y s) que describen a la perturbación serán funciones no solamente de la distancia r , sino también de los ángulos que determinan la orientación de la recta que une a O con el punto de observación.

Puede demostrarse que si estas funciones varían poco con dicha orientación, ellas pueden escribirse como productos de un factor q que depende solamente de la orientación, por la función de r y t que describe a una onda esféricamente simétrica [ecs. (1-16) y (1-17)]. Por ejemplo tendría una expresión de la forma

$$p = \frac{F(t - r/v)}{r} q \quad (1-18)$$

1-5. Perturbación óptica. Principio de superposición. Podemos usar los ejemplos de ondas mecánicas discutidos en las dos secciones anteriores para ilustrar algunos conceptos generales, que se aplican a todos los fenómenos ondulatorios y, por consiguiente, también a las ondas luminosas. Cualquier fenómeno de ondas implica la existencia de un medio cuyo estado físico se altera por el pasaje de la perturbación. Matemáticamente, una onda es descrita por el cambio en alguna propiedad del medio tal como, por ejemplo, el desplazamiento s o el cambio de presión p . Entonces, para describir una onda luminosa, introduciremos alguna magnitud que represente algún tipo de perturbación del medio responsable de la propagación de la luz. Sin preguntarnos por ahora acerca de la naturaleza de esta magnitud nos referiremos a ella con el nombre genérico de *perturbación óptica*.

La velocidad de variación de las propiedades físicas en un punto dado del medio que conduce a una onda está exclusivamente determinada por las condiciones existentes en los puntos vecinos. En el ejemplo de la onda sonora en el tubo, la aceleración del volumen infinitesimal de fluido comprendido entre P y P'

(Fig. 1-12) está determinada por la diferencia de presión existente entre los dos extremos de este volumen. En el ejemplo de ondas en una cuerda la aceleración de un segmento infinitesimal está determinado por la resultante de dos fuerzas de igual magnitud T , pero de diferentes direcciones y aplicadas en los extremos del segmento (Fig. 1-10).

Esto muestra que las ondas se propagan progresivamente de punto a punto del medio, cada punto recibiendo la perturbación del vecino inmediato de un lado y transmitiéndola al vecino inmediato del otro lado. Para aclarar este punto, consideremos una deformación que recorre a la cuerda de izquierda a derecha y concentremos nuestra atención en un punto A de la misma (Fig. 1-16). A medida que la perturbación pasa por el punto considerado, éste realiza algún tipo de movimiento oscilatorio y nuevamente queda en reposo. Podemos ver el movimiento de A como el origen de la perturbación que se propaga más allá de A . En verdad, producimos exactamente la misma perturbación en la porción que se halla a derecha de A forzándolo a moverse de la misma manera que lo hace

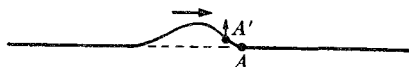


FIG. 1-16. Ilustración de la propagación de una perturbación entre punto y punto.

realmente durante el pasaje de la onda. Sin embargo, en este caso habría una onda partiendo de A hacia la izquierda, mientras que en el caso anterior la porción izquierda queda inmóvil después que la onda ha pasado por A . La razón de esta diferencia es fácil de entender. En el momento en que A es alcanzado por la onda que avanza (véase Fig. 1-16) el punto A' inmediatamente a la izquierda de A es desplazado «hacia arriba» y tiene velocidad también hacia arriba; mientras la fuerza ejercida por A' sobre A lo desplaza de la posición de equilibrio, la reacción de A sobre A' se opone al movimiento de A' .

Podemos adoptar el punto de vista de que cada punto arbitrario A de la cuerda, cuando es alcanzado por la perturbación, se convierte en el origen de dos ondas que se desplazan en direcciones opuestas. La onda que viaja hacia adelante representa la continuación de la incidente, mientras que la que se desplaza hacia atrás cancela a la perturbación de la onda incidente y lleva a la cuerda a la posición de equilibrio. Nótese, sin embargo, que si las propiedades físicas de la cuerda cambian bruscamente en A (por ejemplo, si A es el punto donde se unen dos cuerdas diferentes) ya no ocurre una cancelación total entre ambas ondas. Si la segunda cuerda tiene menos masa por unidad de longitud que la primera, hay solamente cancelación parcial y aparece una onda reflejada de igual signo que la incidente. Por otra parte, si la segunda tiene mayor masa por unidad de longitud que el primer segmento, hay sobrecompensación y la onda reflejada tiene signo opuesto a la incidente [véase sección 2-3 (e)].

El modelo mecánico ilustra otra propiedad importante de los fenómenos ondulatorios. Esta propiedad es el *principio de superposición*, el cual establece que cuando varias perturbaciones se propagan simultáneamente en el mismo medio, la perturbación resultante en un punto dado y en un instante dado es la suma de las perturbaciones correspondientes a las ondas individuales. Por supuesto, la suma es un escalar o un vector según las perturbaciones sean esca-

lares (como el cambio de presión) o vectoriales (como los desplazamientos). Por ejemplo, consideremos dos perturbaciones que parten simultáneamente de los extremos de una cuerda y viajan en direcciones opuestas (Fig. 1-17). Ambas se encontrarán en el centro de la misma y sobrepasarán la región de cruce cada una sin haber sido afectada por la presencia de la otra. En la región en que ambas se superponen, el desplazamiento en cada instante es la suma de los desplazamientos que hubieran producido las dos ondas separadamente.

El principio de superposición es consecuencia del hecho que la ecuación diferencial de las ondas es lineal [apéndice 1 (a)]. Si dos funciones separadamente satisfacen una ecuación diferencial lineal dada, la suma de ambas funciones es también solución de la misma ecuación. Obsérvese que la ecuación diferencial que describe a una onda mecánica es lineal solamente en el límite de muy pequeñas perturbaciones, por consiguiente el principio de superposición tiene solamente una validez aproximada en el caso de ondas mecánicas. Por otro lado, las ondas luminosas son descritas exactamente por una ecuación diferencial lineal, como veremos en el capítulo 7. Por consiguiente, el principio de superposición es rigurosamente válido para ellas.

1-6. Principio de Huygens. Importantes y a menudo insolubles dificultades matemáticas aparecen al intentar calcular rigurosamente la propagación de la luz en medios no homogéneos o en un medio que es parcialmente obstruido por cuerpos opacos. Además, la solución exacta de tales problemas requiere un conocimiento detallado de la naturaleza física de las ondas luminosas, tal como el que se adquirirá solamente en una etapa posterior de nuestro estudio. Sin embargo, en la mayoría de los casos de importancia práctica es posible encontrar una respuesta aproximada, aunque perfectamente útil al problema mediante el uso de métodos que requieren solamente algunas suposiciones de carácter ge-

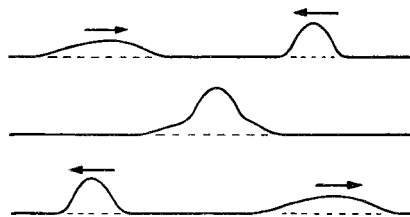


FIG. 1-17. Ilustración del principio de superposición.

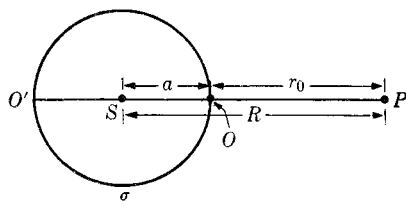


FIG. 1-18. Superficie auxiliar para la aplicación del principio de Huygens.

neral acerca de la naturaleza de las ondas luminosas y que no entraña dificultades matemáticas serias. Tales métodos están basados en el llamado principio de Huygens, formulado por primera vez en el siglo XVII. Debido a su importancia fundamental, lo discutiremos aquí con algún detalle.

El principio de Huygens tuvo origen en el conocimiento general de que las ondas se propagan gradualmente, de punto a punto de un medio, como se explicó en la sección precedente. Por consiguiente, si una fuente S es rodeada por una superficie cerrada σ (Fig. 1-18), la perturbación originada en S podrá

alcanzar la región del espacio exterior a σ solamente atravesando dicha superficie. Es entonces natural considerar a la perturbación en la región exterior como *causada* por la perturbación en la superficie σ ; esto es, suponer que los diferentes puntos σ , cuando son alcanzados por la onda, se convierten en el origen de ondas secundarias y que la perturbación observada más allá de la superficie σ resulta de la superposición de estas ondas secundarias. Éste es el enunciado del principio de Huygens en su forma más general.

Resta por demostrar que el punto de vista aquí adoptado es válido en el sentido de que podemos realmente reconstruir la onda conocida más allá de σ , combinando los efectos de un conjunto apropiado de ondas secundarias que emanan de los distintos elementos de σ . La prueba general y rigurosa del principio de Huygens fue dada por Kirchhoff y es conocida como el *teorema de Kirchhoff*. Para evitar dificultades matemáticas, nos limitaremos aquí a un tratamiento aproximado, válido bajo ciertas condiciones que se especificarán más adelante.

Como superficie auxiliar σ tomamos una esfera de radio a y centro en la fuente S (Fig. 1-18). Sea P un punto a una distancia arbitraria $R > a$ de S , O y O' los puntos de intersección de la recta PS con la superficie σ y $r_0 = \overline{OP} = R - a$ la distancia mínima de P a σ . Suponemos que S es la fuente de una onda esférica, a la que consideraremos específicamente como una onda luminosa.

Sea $E(R, t)$ la perturbación óptica al tiempo t y en el punto P . En un instante dado, E tiene el mismo valor en todos los puntos de la esfera σ , de manera que podemos escribir

$$E(a, t) = f(t) \quad (1-19)$$

donde f es una función dada, solamente del tiempo. La expresión general para $E(R, t)$ en una onda esférica es de la forma señalada por las ecuaciones (1-16) y (1-17):

$$E(R, t) = \frac{\varphi(t - R/v)}{R} \quad (1-20)$$

Cuando $R = a$, (1-20) resulta

$$E(a, t) = \frac{\varphi(t - a/v)}{a}$$

y, con (1-19) obtenemos:

$$\varphi\left(t - \frac{a}{v}\right) = af(t)$$

La ecuación anterior vale para todo tiempo t . Podemos entonces reemplazar en ambos lados t por $(t - r_0/v)$ y resulta ahora

$$\varphi\left(t - \frac{r_0}{v} - \frac{a}{v}\right) = af\left(t - \frac{r_0}{v}\right)$$

o (como $r_0 + a = R$)

$$\varphi\left(t - \frac{R}{v}\right) = af\left(t - \frac{r_0}{v}\right)$$

La ecuación (1-20) queda entonces:

$$E(R, t) = E(a + r_0, t) = \frac{a}{a + r_0} f\left(t - \frac{r_0}{v}\right) \quad (1-21)$$

Suponemos ahora que la perturbación sobre la superficie σ dura un corto intervalo de tiempo desde $t=0$ a $t=t_1$ y está representada, por ejemplo, por una curva del tipo de la señalada en la figura 1-19 (a). Por consiguiente, en cual-

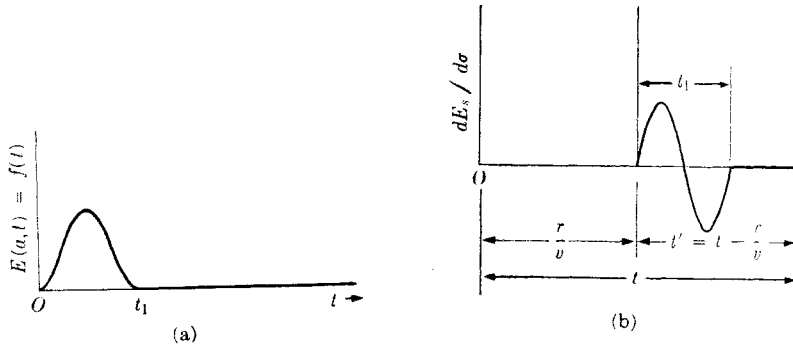


FIG. 1-19. Perturbación primaria en σ (a); y (b) perturbación secundaria desde una zona infinitesimal a P .

quier instante la perturbación está confinada a una capa esférica de espesor $v t$, que suponemos pequeño comparado con a y con r_0 :

$$v t_1 \ll a \quad \text{y} \quad v t_1 \ll r_0 \quad (1-22)$$

De acuerdo al principio de Huygens, suponemos que cada elemento $d\sigma$ de la superficie σ emite una onda secundaria durante el intervalo de tiempo que transcurre entre 0 y t_1 . Sea dE_s la perturbación producida por esta onda secundaria en el punto P . Es natural suponer que dE_s es proporcional a $d\sigma$. Como no hay razón para que la perturbación que emana del área (en contraste con lo que

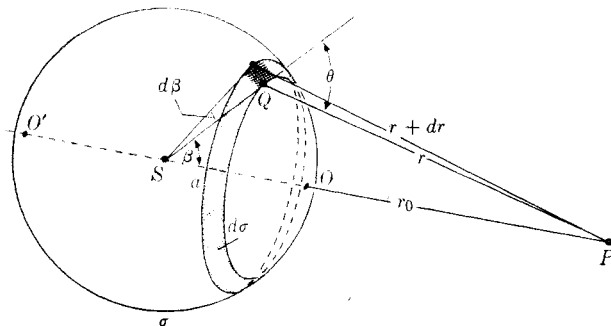


FIG. 1-20. Construcción de una zona elemental en la superficie de Huygens.

ocurre en un punto) tenga la misma intensidad en todas direcciones, consideraremos a dE_s como una función del tiempo y las coordenadas, con una ecuación similar a la ecuación (1-18), que describe una onda esférica producida por una fuente asimétrica. Sin embargo, supondremos que el factor direccional q que aparece en esta ecuación depende solamente del ángulo θ entre la perpendicular al elemento de área $d\sigma$ y la recta que une a este elemento con P (Fig. 1-20). Entonces, siendo r la distancia de $d\sigma$ a P , probamos para dE_s una expresión de la siguiente forma:

$$dE_s = \frac{\psi(t - r/v)}{r} q(\theta) d\sigma \quad (1-23)$$

Nos referiremos a $q(\theta)$ como el *factor de oblicuidad*. Sin ninguna pérdida de generalidad, podemos definir a q de manera que sea igual a la unidad en la dirección de S a P ; o sea,

$$q(0) = 1 \quad (1-24)$$

Debemos probar ahora que es realmente posible determinar las funciones ψ y q de forma tal que la superposición de las perturbaciones secundarias descritas por la ecuación (1-23) reproduzca la perturbación representada por (1-21), esto es,

$$\int_{\sigma} dE_s = E(a + r_0, t) \quad (1-25)$$

Con este fin, comenzamos señalando que si r es la distancia de P a un punto Q de la superficie σ , y β es el ángulo entre SQ y SP (Fig. 1-20), se cumple la siguiente relación:

$$r^2 = a^2 + (a + r_0)^2 - 2a(a + r_0) \cos \beta$$

La diferenciación de esta ecuación nos da

$$r dr = a(a + r_0) \sin \beta d\beta \quad (1-26)$$

Consideremos ahora la zona circular determinada por la intersección de la superficie σ con dos conos de semiapertura β y $\beta + d\beta$; sean además r y $r + dr$ las distancias de P a los dos círculos determinados por las intersecciones (Fig. 1-20). El área de esta zona es

$$d\sigma = (2\pi a \sin \beta) \cdot (a d\beta) = 2\pi a^2 \sin \beta d\beta = 2\pi \frac{a}{a + r_0} r dr \quad (1-27)$$

Desechando cantidades infinitesimales, la distancia r y el ángulo θ son constantes en la zona infinitesimal anteriormente delimitada. Ahora estamos en condiciones de calcular la contribución de esta zona a la perturbación observada en P simplemente sustituyendo el área de la zona [como fue dada por la ec. (1-27)] por la cantidad $d\sigma$ que aparece en (1-23). Obtenemos

$$dE_s = 2\pi \frac{a}{a + r_0} \psi\left(t - \frac{r}{v}\right) q(\theta) dr \quad (1-28)$$