

FUNDAMENTOS
TEÓRICOS DE LA

**MÚSICA
ATONAL**

**HEBERT
VÁZQUEZ**



FUNDAMENTOS
TEÓRICOS DE LA

**MÚSICA
ATONAL**

**HEBERT
VÁZQUEZ**





Fundamentos teóricos
de la música atonal

Colección Ton y Son

Coordinación de Difusión Cultural
Dirección General de Publicaciones y Fomento Editorial

Fundamentos teóricos de la **música atonal**

Hebert Vázquez



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
2020

Contenido

Introducción

Definiciones básicas

Relaciones entre conjuntos

Operaciones con segmentos

Operaciones con conjuntos de c.a. y definiciones relacionadas

Contenido interválico e invariancia

Redes de transformaciones

Análisis de obras

Apéndice 1

Apéndice 2

Notas

Bibliografía

Aviso legal

Introducción

La teoría de la música atonal se ha venido desarrollando durante casi cincuenta años en los países anglosajones, particularmente en Estados Unidos. Su fundador, el compositor y teórico norteamericano Milton Babbitt, la concibió inicialmente como un método axiomático, de estricto carácter científico, que favoreciera el acercamiento analítico riguroso y sistemático al repertorio dodecafónico de la escuela de Arnold Schoenberg. En una serie de artículos paradigmáticos escritos durante la década de 1950, Babbitt establece las bases matemáticas de su método, que se fundamentan principalmente en las teorías de grupos y de conjuntos. Aunque los trabajos de Babbitt son esencialmente teóricos, pronto abren el camino a una abundante literatura analítica que penetra en el pensamiento estructural dodecafónico mucho más allá del tradicional método de “conteo de serie”, que limitaba el análisis musical a la localización y clasificación de las diferentes operaciones seriales utilizadas en la obra. Posteriormente, en la década de 1970, el teórico norteamericano Allen Forte implanta el concepto de complejos de conjuntos, o colecciones de clases de alturas no ordenadas, que extiende el campo de acción de la teoría hacia el ámbito de la música atonal no dodecafónica (si bien el trabajo analítico del propio Forte se concentra principalmente en la música atonal predodecafónica). Aunque el objeto de estudio de la teoría de la música atonal ha sido primordialmente el de las relaciones estructurales generadas a partir de la altura, también se han llevado a cabo esfuerzos por integrar de manera sistemática a otros parámetros musicales como la duración, el ritmo, la textura, etc. En la actualidad, y gracias al empeño de teóricos de la talla de David Lewin, Robert Morris y John Rahn, por nombrar sólo a unos cuantos, la teoría de la música atonal se ha consolidado como una de las aportaciones más significativas al pensamiento teórico-analítico musical del siglo XX.

No obstante que en los últimos 30 años la teoría de la música atonal ha producido un enorme acervo de literatura teórico-analítica y se ha instalado firmemente en los planes de estudio de la enseñanza musical profesional, sobre todo en los países anglosajones, en México es aún prácticamente desconocida.¹ El principal objetivo de este libro es contribuir a remediar dicho rezago. Aunque el presente trabajo puede ser leído perfectamente en forma individual, ha sido concebido para su empleo como libro de texto en cursos teóricos y analíticos a nivel de posgrado, por lo que su tratamiento formal puede plantear al lector ciertas exigencias. De ninguna manera quisiera con esto desalentar su uso en entornos académicos menos especializados o como simple lectura de placer; por el contrario, se ha invertido un esfuerzo considerable para hacerlo accesible. Es con este propósito, por ejemplo, que se ha ubicado la información matemática más abstracta en las notas, salvo cuando ésta resulta indispensable para la formulación de un concepto esencial. Además el libro cuenta con un compendio de definiciones y operaciones matemáticas básicas, el apéndice 1, cuyo propósito es evitarle al usuario la molestia de consultar obras especializadas en la materia. El propio texto remitirá oportunamente al lector a dicho apéndice, si bien se le exhorta a hacerlo siempre que lo considere pertinente. Finalmente se ha incluido un número importante de ejemplos gráficos y musicales que complementan todos los procedimientos o definiciones expresados en forma abstracta, “aterrizándolos” intuitivamente.

Existen varios aspectos en los que esta obra se diferencia de la mayoría de los textos anglosajones de su tipo. Por supuesto el más relevante es quizás la importancia que se da al repertorio musical mexicano, en los ámbitos de ejemplificación teórica y analítico. Sin embargo, a esto hay que agregar una clara inclinación por la música compuesta en la segunda mitad del siglo XX, preferentemente en el transcurso de los últimos 20 años. Lo anterior obedece a una convicción personal acerca de la necesidad urgente de acercar la aventura creativa de nuestro tiempo a un espacio de reflexión académica. Es por eso que se ha evitado conferir un peso excesivo al estudio de la música dodecafónica, como suele ser el caso en este tipo de obras, optándose por asociarlas a nociones teóricas más amplias, sobre todo en los capítulos 3 y 5, en lugar de dedicarles un capítulo propio. A lo que sí

se ha destinado un capítulo entero, el segundo, es al examen de las relaciones entre conjuntos, tema de gran potencial analítico al que, sin embargo, los libros de texto anglosajones no parecen conceder una importancia prioritaria. Por razones pedagógicas, las operaciones con segmentos (capítulo 3) preceden en este texto a las que involucran a conjuntos (capítulo 4). Efectivamente, el hecho de que (los elementos de) los primeros se encuentren ordenados facilita considerablemente el manejo de operaciones cuando se las enfrenta por primera vez. Un aspecto novedoso del libro es que introduce, si bien someramente, el tema de las redes de transformaciones en el capítulo 6. Hasta donde tengo entendido, esta herramienta teórico-analítica, desarrollada por David Lewin no figura en algún otro texto de teoría atonal general. También me he permitido proponer una nueva notación para expresar las alturas e intervalos en uno de los dos espacios generadores, el espacio-a. Ésta es la única contribución teórica original del libro.

Los primeros cinco capítulos son exclusivamente teóricos, con algún exabrupto analítico ocasional, y exhiben un orden progresivo de complejidad. Lamentablemente los conceptos simples y directos del primer capítulo se ven de alguna manera empañados por la formalización, algo más compleja que exige la nueva notación propuesta. Sin embargo estoy suficientemente convencido acerca de las bondades de la misma, como para asegurar que a la larga su aplicación es capaz de recompensar el esfuerzo invertido por el lector. El sexto capítulo inicia con una muy breve exposición teórica general, en el punto 6.1, después de la cual se concentra en la exploración de dos casos analíticos particulares. El séptimo y último capítulo es exclusivamente analítico y ofrece al lector una perspectiva práctica de la aplicación de las herramientas obtenidas en los capítulos teóricos, dentro de contextos estructurales amplios como, digamos, el de una pieza o movimiento completos. Afortunadamente no es un requisito contar con el total de la información teórica para abordarlo, sino que el lector es avisado cuando ya cuenta con la información suficiente para acometer cualquiera de sus tres análisis.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco profundamente a Arturo Érdely su colaboración en las definiciones matemáticas relacionadas con la nueva notación de alturas e intervalos en el espacio- a , así como sus aportaciones en torno a la red de transformaciones y relaciones del capítulo 6. También ha resultado imprescindible la contribución de Julio Vargas, quien llevó a cabo la definición formal de los operadores dodecafónicos en el espacio- a , empleando la nueva notación, y dio los toques finales a la representación de alturas e intervalos, tomando como punto de partida el trabajo que yo había realizado previamente en colaboración con Arturo Érdely. Agradezco, asimismo, el apoyo proporcionado por el Consejo Nacional para la Cultura y las Artes (Conaculta), por medio del Sistema Nacional de Creadores de Arte (SNCA), del cual soy Creador Artístico.

Definiciones básicas

1.1. Espacio de alturas

En este capítulo discutiremos el parámetro de la altura, o frecuencia, así como los tipos de relaciones interválicas susceptibles de ser generadas a partir del mismo, dentro del sistema temperado. Para ello, primero será necesario definir dos tipos de espacios generadores que fijarán reglas de comportamiento a partir de las cuales las alturas y sus relaciones interválicas podrán ser formalizadas, y que servirán de marco referencial para la futura interpretación teórico-analítica del material musical. El primero que estudiaremos es el espacio de alturas, o espacio-a. Se trata del espacio lineal tradicional de alturas dividido en 12 sonidos por octava, en el cual cada sonido se encuentra a distancia de semitono con respecto del sonido inmediato inferior y superior, como en la escala cromática. Dos axiomas definen la altura en el espacio-a: la equivalencia enarmónica y la no equivalencia de octava. El que la equivalencia enarmónica se encuentre activa significa, por ejemplo, que el Fa índice 5, el Mi sostenido índice 5 y el Sol doble bemol índice 5 son *equivalentes*, lo que denotaremos como “ $F5 \equiv E\#5 \equiv Gbb5$ ”; lo mismo sucede con $F\#3 \equiv Gb3$, $D7 \equiv Ebb7$, etc. El que la equivalencia de octava permanezca inactiva significa, por ejemplo, que $D5 \neq D6$ (el Re índice 5 y el Re índice 6 *no son equivalentes*), $Ab2 \neq Ab7$, $D\#5 \neq Eb3$, etc.

Apéndice 1: Para una definición elemental de la relación de equivalencia en lógica, véase punto A1.1.

1.2. La altura en el espacio-a

En el espacio-a (espacio de alturas), las alturas son representadas por medio

de números enteros, positivos y negativos. Debido a que el intervalo entre alturas contiguas dentro la escala cromática es siempre constante en el sistema temperado, se le asignará el valor de la diferencia mínima entre dos enteros (el número 1) a la diferencia mínima entre dos alturas (el semitono, en la teoría tradicional).

Se ha convenido que el C5 (el Do central) reciba el valor 0. Toda altura que se encuentre por debajo de dicho Do será clasificada con un número negativo que corresponderá a la cantidad de semitonos descendentes que la separen del 0, mientras que toda altura ubicada por encima del mismo recibirá un número positivo determinado por el número de semitonos ascendentes que la separen del 0.

EJEMPLO 1

REPRESENTACIÓN NUMÉRICA DE LAS ALTURAS EN EL ESPACIO-A

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

etc., - 12, -11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0

En el ejemplo 2 se pueden observar las propiedades de equivalencia enarmónica y no equivalencia de octava, características del espacio-a, expresadas por medio de notación musical y números enteros.

EJEMPLO 2

a) Equivalencia enarmónica

12 = 12 27 = 27 -17 = -17 5 = 5 = 5

b) No equivalencia de octava

8 ≠ 20 ≠ -4 26 ≠ 14 ≠ 2 -19 ≠ 5 ≠ -7

Si bien a primera vista puede parecer complejo tener que asignar un número entero a cada frecuencia audible de la gama cromática, existen dos factores que, en la práctica, lo facilitan considerablemente. En primer lugar, hay que considerar que, con excepción de las alturas comprendidas dentro del índice 5, no será necesario memorizar, sino calcular, los números correspondientes a las diversas alturas. En segundo lugar, el procedimiento para localizar numéricamente una altura determinada es muy simple, por lo cual se puede realizar mentalmente.

Para localizar alturas con números positivos se toma como referencia al 0 (o Do 5) y se le suman n veces 12 (el intervalo de la octava), hasta mapearlo con el Do que comparta el mismo índice acústico con la altura que se desee obtener (“mapear” significa transformar un objeto en otro por medio de una operación determinada), y se le suma el intervalo simple correspondiente. Si se quiere localizar el Ab7, por ejemplo, llevamos a cabo la siguiente suma: 0 (C5) + 12 + 12 (dos octavas) = 24 (C7); $24 + 8$ (intervalo de sexta menor) = 32 (Ab7). Para obtener, por ejemplo, el Eb6: $0 + 12 = 12$ (C6); $12 + 3$ (intervalo de tercera menor) = 15 (Eb6) (ver la tabla con la representación numérica de los intervalos simples que aparece en el ejemplo 3).

Para localizar alturas con números negativos también se tomará como referencia al 0, al cual se le sumará n veces -12 hasta mapearlo en el Do que se ubique un índice acústico por encima de la altura que se desee obtener, y se le restará el intervalo simple correspondiente. Para localizar el F3, por ejemplo, llevamos a cabo la siguiente operación:

$0 + (-12) = -12$ (C4); $-12 + (-7)$ (intervalo de quinta justa) = -19 (F3). Si se desea obtener, por ejemplo, el D4: $0 + (-10)$ (intervalo de séptima menor) = -10 (D4).

Apéndice 1: Reglas referentes a las operaciones de suma y resta de enteros positivos y negativos, ver punto A1.3.

1.3. Tipos de intervalos del espacio-a

Un intervalo, como ya se ha señalado, representa la distancia o espacio entre dos alturas, medida en semitonos y expresada en números enteros. Indicar los intervalos en forma numérica nos permite evitar la nomenclatura tradicional, que fue concebida para expresar la lógica tonal. Por ejemplo, los términos como “tercera menor” o “mayor” hacen alusión a los modos correspondientes, así como a los grados de la escala diatónica (una tercera es un intervalo que recorre tres grados de la escala diatónica), dos referencias carentes de significado en el contexto atonal.

En el ejemplo 3 aparece una tabla con los intervalos simples (los que no superan el ámbito de la octava) y su representación numérica correspondiente. Por su importancia, se aconseja memorizarlos.

EJEMPLO 3.

Intervalos simples

Nombre tradicional:

Representación numérica:

unísono	_____	0
segunda menor	_____	1
segunda mayor	_____	2
tercera menor	_____	3
tercera mayor	_____	4
cuarta justa	_____	5
cuarta aumentada, quinta disminuida	_____	6
quinta justa	_____	7
sexta menor	_____	8
sexta mayor	_____	9
séptima menor	_____	10
séptima mayor	_____	11
octava justa	_____	12

El espacio-a es capaz de generar dos tipos de intervalos: el *intervalo ordenado*, en el que se enfatiza la dirección, ascendente o descendente, del mismo, y el *intervalo no ordenado*, que mide el espacio absoluto entre dos

alturas.

1.4. Intervalo ordenado

El intervalo ordenado se utiliza únicamente para medir la distancia entre alturas no simultáneas. Si tenemos dos alturas x e y , de tal manera que y se presente después de x , podemos definir el intervalo ordenado entre x e y como $i.a. \langle x, y \rangle = y - x$. La abreviatura *i.a.* significa “intervalo de altura” o, lo que es lo mismo, un intervalo que se localiza en el espacio-a. Los símbolos “ $\langle \cdot \cdot \rangle$ ” indican que la información que contienen se encuentra ordenada de izquierda a derecha; en este caso, se trata de un orden cronológico.

Si al realizar la resta $y - x$ obtenemos un número positivo, significa que el intervalo entre x e y es ascendente; si el resultado es un número negativo quiere decir que el intervalo es descendente, y si da cero estamos ante un sonido repetido. Estos tres casos se encuentran incluidos en el ejemplo 4.

EJEMPLO 4

CLASIFICACIÓN DE INTERVALOS ORDENADOS ENTRE ALTURAS (NO SIMULTÁNEAS)

a) b) c) d)

$$i.a. \langle 5, 8 \rangle = +3 \quad i.a. \langle -3, -22 \rangle = -19 \quad i.a. \langle 1, -1 \rangle = -2 \quad i.a. \langle 31, 31 \rangle = 0$$

Encima del pentagrama se indica el intervalo ordenado que relaciona a cada par de alturas; óbviese que, excepto por el 0, todos los intervalos van acompañados de un signo, incluso el intervalo ascendente localizado en a). De acuerdo con nuestra definición de intervalo ordenado, tenemos que en a) $i.a. \langle 5, 8 \rangle = 8 - 5 = +3$; en b) $i.a. \langle -3, -22 \rangle = -22 - (-3) = -22 + 3 = -19$; en c) $i.a. \langle 1, -1 \rangle = -1 - 1 = -1 + (-1) = -2$; en d) $i.a. \langle 31, 31 \rangle = 31 - 31 = 0$.

1.5. Intervalo no ordenado

El intervalo no ordenado se utiliza para medir la distancia absoluta entre

En b) tenemos que $23 - 12 = |11| \equiv 12 - 23 = |-11|$, por lo que el intervalo no ordenado entre las alturas simultáneas 12 y 23 será $|11|$. Como se comentaba anteriormente, también la distancia entre alturas no simultáneas se puede expresar por medio de intervalos no ordenados, si se considera a dichas alturas como conceptualmente simultáneas, tal y como ocurre en c) y d).

En el ejemplo 6 podemos ver el uso de intervalos no ordenados en un fragmento de una pieza de Dallapiccola.

EJEMPLO 6

USO VERTICAL DE INTERVALOS NO ORDENADOS (LUIGI DALLAPICCOLA, QUADERNO MUSICALE DI ANNALIBERA, PARA PIANO: N° 7-ANDANTINO AMOROSO E CONTRAPUNTUS TERTIUS, C. 1-4)

(♩ = 58). *dolce; sempre parlante*

Interval analysis below the staff:
 |11| |3| |6| |4| |7| |7| |7| |5| |4| |6| |3| |11|

Los intervallos no ordenados nos revelan que el pasaje está construido sobre una estructura palindrómica casi perfecta a nivel de las díadas armónicas (ver las líneas de correspondencia debajo del ejemplo). El único punto de rompimiento del diseño simétrico, que aparece señalado con una línea de puntos, es producto de la inversión del intervalo de la quinta díada (la inversión de $|7|$ es $|5|$, ya que $|7| + |5| = |12|$, que es el intervalo no ordenado que representa a la octava).² Es interesante observar que, como consecuencia del rompimiento del diseño simétrico, todas las díadas de la segunda parte del palíndromo se erigen sobre un intervalo no ordenado

diferente.

En el ejemplo 6 se utilizaron los intervalos no ordenados para explorar pares de alturas simultáneas; en el siguiente ejemplo se establece una comparación entre el uso de intervalos ordenados y no ordenados en la catalogación de alturas lineales contiguas.

EJEMPLO 7

USO LINEAL DE INTERVALOS ORDENADOS Y NO ORDENADOS

+6	+7	-4	+19	-25	+11	-6	+12	-11	+1	-8
6	7	4	19	25	11	6	12	11	1	8

+13	+1	+6	+11	-1	-17	-16	+7	-6
13	1	6	11	1	17	16	7	6

En el ejemplo 7 podemos ver un pequeño fragmento para violín. Debido a que el objetivo aquí es clasificar alturas lineales, los intervalos entre alturas simultáneas producto del uso de dobles cuerdas en los compases 2, 3 y 4 son ignorados. Se puede apreciar en este análisis comparativo que, si bien ambos tipos de intervalos expresan con igual precisión la distancia entre alturas adyacentes, el intervalo ordenado se caracteriza por reflejar el contorno lineal, mientras que el intervalo no ordenado se concentra en la distancia absoluta entre alturas inmediatas.

1.6 Espacio de clases de alturas

El espacio de clases de alturas, o espacio-c.a., es circular y contiene solamente 12 clases de sonidos. Esto se debe a que tanto la equivalencia

enarmónica como la equivalencia de octava se encuentran activas (recordemos que en el espacio-a solamente la equivalencia enarmónica se encontraba activa). Al activarse la equivalencia de octava, automáticamente deja de ser operativo el concepto de registro.

1.7. La altura en el espacio-c.a.

Para entender la organización de las alturas en el espacio-c.a., será necesario definir primero el concepto *clase*. Las *clases de equivalencia* en lógica se utilizan para reunir o clasificar proposiciones con el mismo significado, a las cuales se considera, por lo tanto, *equivalentes*. Por ejemplo, si tenemos la proposición $p = \textit{Son las doce y media}$, la clase de equivalencia de dicha proposición podrá incluir, entre otras, a las proposiciones $q = \textit{Dentro de cinco minutos serán las doce treinta y cinco}$; $r = \textit{Son las doce treinta}$; $s = \textit{Hace tres horas y media eran las las nueve}$; $t = \textit{Dentro de treinta y cinco minutos serán las trece horas con cinco minutos}$, ya que $p \equiv q$, $p \equiv r$, $p \equiv s$, $p \equiv t$.

En el espacio-c.a., cada clase de altura representa la colección de aquellas alturas que son enarmónicamente equivalentes y/o se encuentran a distancia de una o más octavas. De esta manera, el espacio-c.a. genera 12 clases de equivalencias:

- { ..., -24, -12, 0, 12, 24,... }
- { ..., -23, -11, 1, 13, 25,... }
- { ..., -22, -10, 2, 14, 26,... }
- { ..., -21, -9, 3, 15, 27,... }
- { ..., -20, -8, 4, 16, 28,... }
- { ..., -19, -7, 5, 17, 29,... }
- { ..., -18, -6, 6, 18, 30,... }
- { ..., -17, -5, 7, 19, 31,... }
- { ..., -16, -4, 8, 20, 32,... }
- { ..., -15, -3, 9, 21, 33,... }
- { ..., -14, -2, 10, 22, 34,... }
- { ..., -13, -1, 11, 23, 35,... }

Cada conjunto, que representa una clase de equivalencia, contiene puntos suspensivos en sus dos extremos, lo que indica que su contenido es

potencialmente infinito. Toda altura perteneciente a una clase de equivalencia se encuentra relacionada por medio del intervalo +12 (la octava ascendente), con la altura adyacente ubicada a su derecha. Asimismo, todas las alturas contenidas en un mismo conjunto son consideradas equivalentes; de esta manera tenemos, por ejemplo, que $-36 \equiv -12 \equiv 48 \equiv 0 \equiv 12 \equiv -24$.

Dado que cada clase de equivalencia contiene un número potencialmente infinito de alturas, es conveniente designar a una sola altura como su representante. El conjunto de representantes de las 12 clases de equivalencias disponibles en el espacio-c.a. será $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$. Cada uno de estos representantes recibe el nombre de *clase de altura* o *c.a.*, en su forma abreviada. Por consiguiente, cada c.a. será equivalente a todas las alturas de una (y sólo una) clase de equivalencia. Para evitar posibles confusiones en su aplicación analítica, se ha acordado que los números 10 y 11 sean sustituidos por las letras A y B, respectivamente. Así, el conjunto de las doce clases de alturas disponibles en el espacio-c.a. se representará como $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B\}$.³

Recordemos que el hecho de que la equivalencia de octava se encuentre activa en el espacio-c.a. anula automáticamente el concepto de registro. Esto hace que la c.a. 3, por ejemplo, represente a todos los Eb5, D#8, Eb2, Fbb3, D#5, etc.

EJEMPLO 8

DOS CARACTERÍSTICAS DEL ESPACIO-C.A.

a) Equivalencia enarmónica

0 = 0 A = A 7 = 7 5 = 5 = 5

b) Equivalencia de octava

8 = 8 = 8 B = B = B 5 = 5 = 5

Apéndice 1: Para obtener una perspectiva algebraica básica en lo que respecta a las relaciones de equivalencia y otras definiciones relacionadas, ver punto A1.5 (previa lectura del punto A1.4, en caso de no encontrarse familiarizado con la notación utilizada en lógica y teoría de conjuntos).

1.8. El módulo 12 aritmético

El espacio-c.a. es un ejemplo de la aplicación del módulo 12 aritmético; otro ejemplo, éste de uso común, sería el de los 12 números de la carátula del reloj. La aritmética del módulo 12 nos ayudará a entender mejor el espacio-c.a., con sus 12 clases de alturas, así como a llevar a cabo operaciones de “traducción” de alturas individuales provenientes del espacio-a (algunos aspectos interválicos del uso del módulo 12 son discutidos también en el punto 1.10).

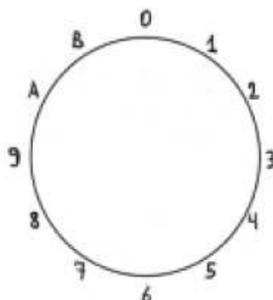
El módulo 12 aritmético contempla únicamente el uso de 12 números enteros, por lo que cualquier entero que se encuentre fuera del rango de esos 12 números tendrá que ser convertido por medio de múltiplos de 12. En el caso del espacio-c.a., sabemos que los 12 enteros representan a las c.a. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A y B. Así, para convertir la altura 18 (F#6, dentro del espacio-a) en una clase de altura por medio del módulo 12, se le sustraerá 12: $18 - 12 = 6$. El entero 6, a diferencia del 18, se encuentra incluido en conjunto de representantes de las 12 clases de equivalencias disponibles en el espacio-c.a., y corresponde a la c.a. F# (sin número de índice acústico, por supuesto).

Como ya sabemos, otros ejemplos de alturas (dentro del espacio-a) que se incorporarían a la c.a. 6 (dentro del espacio-c.a.) al ser convertidas al módulo 12, serían -18, 30, -6, etc. (recordemos que $-18 + 12 + 12 = 6$, $30 - 12 - 12 = 6$, y $-6 + 12 = 6$). Esta lógica de conversión también se encuentra presente en nuestra forma de medir el tiempo. Así, en la carátula del reloj las 14 horas aparece representada por el número 2 ($14 - 12 = 2$; en otras palabras, 14 hrs. \equiv 2 p.m.); las 18 hrs. aparecen representadas por el número 6 ($18 - 12 = 6$), etc. De hecho, la representación geométrica de las 12 clases de alturas en el espacio-c.a. es similar a la de las 12 horas en la carátula del reloj, con la diferencia de que el número 12 es sustituido por el 0.

EJEMPLO 9

REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DE LAS DOCE CLASES DE ALTURAS EN EL ESPACIO-C.A.

1.9. Tipos de intervalos del espacio-c.a.



En el espacio-c.a. existen dos tipos de intervalos que son semejantes a los intervalos ordenados y no ordenados del espacio-a; se trata de los intervalos ordenados de clase de altura y los intervalos no ordenados de clase de altura (a este último tipo también se le conoce como clase de intervalo y se le abrevia como “c.i.”).

1.10. Intervalo ordenado de clase de altura

El intervalo ordenado de c.a., al que también se le llama simplemente intervalo, se utiliza para medir la distancia entre clases de alturas no simultáneas. Es importante señalar que los intervalos entre las 12 clases de alturas no serán ascendentes ni descendentes, ya que no hay que olvidar que el concepto de registro no existe en el universo circular del espacio-c.a. Debido a que la equivalencia de octava en el espacio-c.a. excluye la posibilidad de un intervalo mayor a 11 (representado en nuestro sistema por la letra B), sólo se contará con 12 intervalos diferentes. Los intervalos que hasta ahora eran representados con números negativos deberán ser convertidos al módulo 12 por medio de sus correspondientes intervalos complementarios positivos, como se indica en el ejemplo 10.

EJEMPLO 10.

Conversión de enteros negativos a enteros positivos (mód. 12)

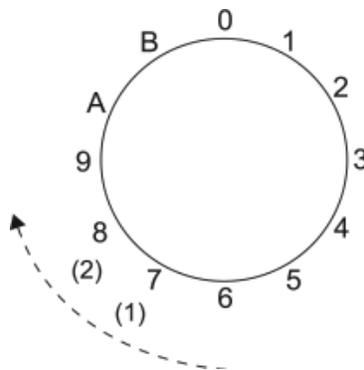
-1-2-3-4-5-6-7-8-9-A-B
B A 9 8 7 6 5 4 3 2 1

El proceso para la obtención de intervalos ordenados es muy parecido al que se siguió anteriormente para generar intervalos ordenados en el espacio-a: dadas dos clases de alturas, se le sustrae la primera a la segunda, lo cual representamos como $i.<x, y> = y - x \pmod{12}$.

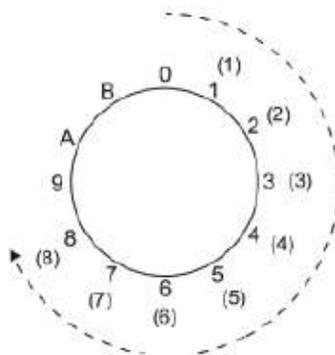
De esta manera, el intervalo ordenado de c.a. entre 6 y 8 será $i.<6, 8> = 2$ (ya que $8 - 6 = 2$); entre 8 y 6 será $i.<8, 6> = A$ (ya que $6 - 8 = -2 = A$, como se señala en el ejemplo 10); entre 0 y 8 será $i.<0, 8> = 8$ (ya que $8 - 0 = 8$) y entre 8 y 0 será $i.<8, 0> = 4$ (ya que $0 - 8 = -8 = 4$, como se señala en el ejemplo 10).⁴

Resultará más claro si ubicamos gráficamente los cuatro ejemplos anteriores en el universo circular del espacio-c.a., con sus 12 clases de alturas.

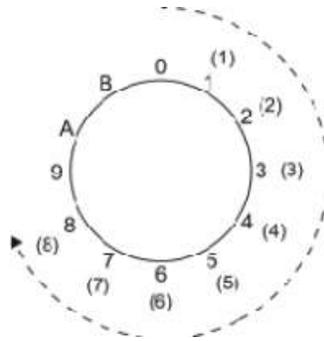
En el caso de $i.<6, 8> = 2$, el intervalo 2 expresa el desplazamiento de la c.a. 6 a la c.a. 8:



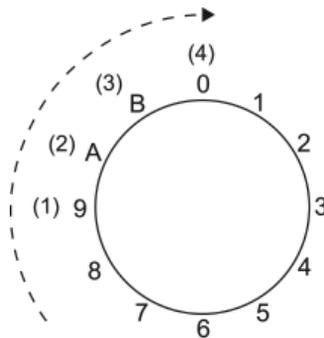
En el caso de $i.<8, 6> = A$, el intervalo A expresa el desplazamiento de la c.a. 8 a la c.a. 6:



En el caso de $i.<0, 8> = 8$, el intervalo 8 expresa el desplazamiento de la c.a. 0 a la c.a. 8:



Mientras que en el caso de $i.<8, 0> = 4$, el intervalo 4 expresa el desplazamiento de la c.a. 8 a la c.a. 0:



En todos los casos anteriores, los enteros 0, 1, ..., B representan las 12 c.a. del módulo 12 y los enteros entre paréntesis indican el número de semitonos que recorre cada intervalo en su trayecto de una c.a. a otra. Obsérvese que todos los recorridos interválicos entre clases de alturas se llevan a cabo en el sentido de las manecillas del reloj.

Recordemos que el concepto de registro es ajeno a la estructura del espacio-c.a., por lo que el intervalo ordenado $i.<6, 8> = 2$, por ejemplo, define a cualquiera de los pares de c.a. del ejemplo 11, entre otros.

EJEMPLO 11

ALGUNAS DE LAS POSIBILIDADES REPRESENTACIONES EN EL PENTAGRAMA DE LA APLICACIÓN DEL INTERVALO ORDENADO DE CLASE DE ALTURA $i.<6, 8>=2$

int.: $\xrightarrow{2}$ $\xrightarrow{2}$ $\xrightarrow{2}$ $\xrightarrow{2}$

c.a.: 6 8 6 8 6 8 6 8

1.11. Intervalo no ordenado de clase de altura

El intervalo no ordenado de clase de altura, también conocido como clase de intervalo o c.i., se utiliza para medir la distancia entre clases de alturas que sean real o conceptualmente simultáneas. Aquí, encontraremos que $x - y$ e $y - x$ nos dan el mismo resultado, como sucedía con los intervalos no ordenados en el espacio-a; sin embargo, en este caso no será necesario recurrir a la notación de valor absoluto para la representación numérica de la c.i., ya que en el espacio-c.a. no hay enteros negativos. Debido a la ausencia del parámetro de registro, producida por la distribución circular del espacio-c.a., se recurrirá siempre a la distancia más pequeña entre dos sonidos simultáneos para representar su clase de intervalo. Por lo tanto, ahora diremos que $x - y$ e $y - x$ pertenecerán *ambos* a la clase de intervalo z , de forma que z sea igual al que resulte menor de los dos intervalos $x - y$ e $y - x$, dentro del mód. 12. Podemos representar lo anterior definiendo el mínimo de dos cantidades; dados los intervalos x e y , tenemos que:

$$\text{mín}\{x, y\} = \begin{cases} x & \text{si } x < y \\ y & \text{si } y < x \end{cases}$$

Por ejemplo el $\text{mín}\{3, 7\} = 3$, ya que $3 < 7$. Ahora podemos definir la clase de intervalo entre las c.a. x e y como: $i.\{x, y\} = \text{mín}\{i.<x, y>, i.<y, x>\}$. Nótese que aquí, al igual que en el espacio-a, se está definiendo el intervalo no ordenado en función del intervalo ordenado⁵

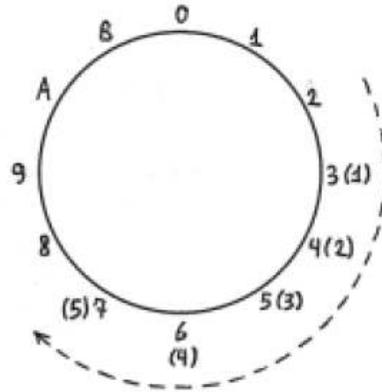
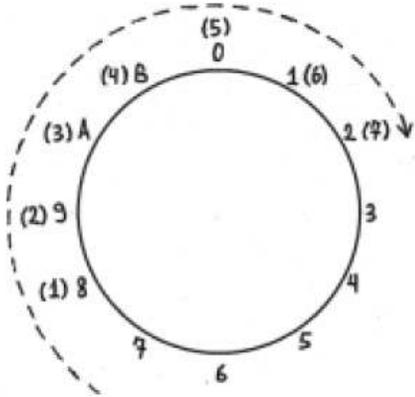
EJEMPLO 12

GENERACIÓN DE LA C.I. A PARTIR DEL PRINCIPIO DEL “INTERVALO MÁS PEQUEÑO”

a)



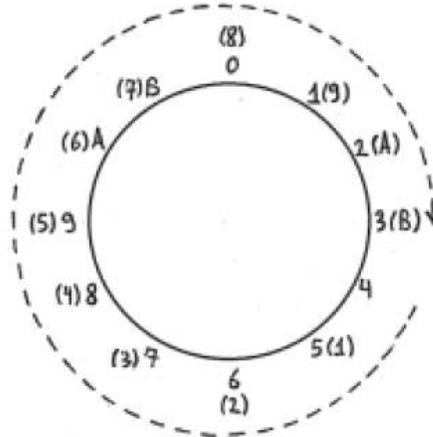
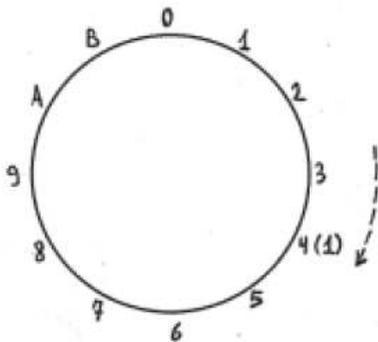
$i.\{2, 7\} = ?$ $i.\langle 7, 2 \rangle = 7$ $i.\langle 2, 7 \rangle = 5$ $i.\{2, 7\} = 5$



b)

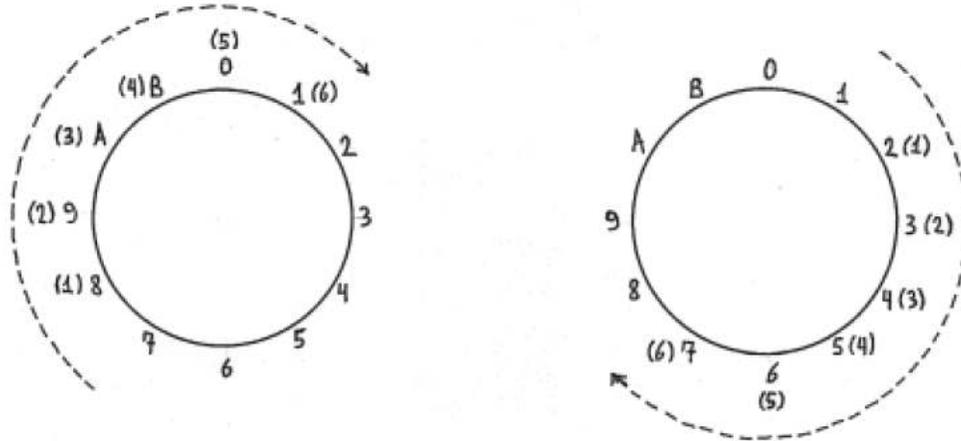


$i.\{3, 4\} = ?$ $i.\langle 3, 4 \rangle = 1$ $i.\langle 4, 3 \rangle = B$ $i.\{3, 4\} = 1$



c)

$i.\langle 1, 7 \rangle = ?$ $i.\langle 7, 1 \rangle = 6$ $i.\langle 1, 7 \rangle = 6$ $i.\langle 1, 7 \rangle = 6$



En el ejemplo 12 a) se ilustra el proceso para la obtención de la clase de intervalo entre las c.a. simultáneas 2 y 7 que aparecen en el primer compás. En los compases 2 y 3 se muestran los dos ordenamientos posibles que pueden tener dichas c.a., así como los intervalos ordenados que generan. Podemos apreciar que $\min\{i.\langle 7, 2 \rangle, i.\langle 2, 7 \rangle\} = 5$, ya que $5 < 7$, por lo que 5 es la c.i. que mapea entre sí a las c.a. del compás 1, como se señala en el compás 4 del mismo ejemplo 12 a). Los intervalos ordenados $i.\langle 7, 2 \rangle = 7$; $i.\langle 2, 7 \rangle = 5$ (representados *ambos* por la c.i. 5) correspondientes a los compases 2 y 3, respectivamente, se encuentran también expresados de manera gráfica en el universo circular del espacio-c.a., debajo del pentagrama.

En el ejemplo 12 b) se lleva a cabo el mismo procedimiento con las c.a. 3 y 4. Se puede apreciar que la suma de cada par de intervalos pertenecientes a una misma c.i. siempre da como resultado 0 (mód. 12). En el caso del ejemplo 12 a), tenemos que $7 + 5 = 0$ (mód. 12), mientras que en 12 b), $1 + B = 0$ (mód. 12). Gráficamente, esto se traduce siempre en dos recorridos complementarios cuya unión es exactamente igual al recorrido total de la circunferencia del espacio-c.a. (véanse las gráficas de los ejemplos 12 a) y 12 b). La única c.i. cuyos dos intervalos expresan recorridos equidistantes en la circunferencia del espacio-c.a. es la c.i. 6, ya que $6 + 6 = 0$ (mód. 12).

Este caso se ilustra en el ejemplo 12 c).

En el ejemplo 13 se muestran las seis diferentes clases de intervalos que genera el espacio-c.a., acompañadas de los intervalos (ordenados) individuales que las conforman.

EJEMPLO 13

CLASES DE INTERVALOS CON INTERVALOS INDIVIDUALES INCLUIDOS

c.i. = int.

0 = 0

1 = 1 y B

2 = 2 y A

3 = 3 y 9

4 = 4 y 8

5 = 5 y 7

6 = 6

Es común en el pensamiento musical del siglo XX, concebir el material sonoro dentro de la dimensión del espacio-c.a. Como muestra de esto reconsideremos el pasaje presentado en el ejemplo 7.

EJEMPLO 14

APLICACIÓN LINEAL DE INTERVALOS ORDENADOS Y NO ORDENADOS EN EL ESPACIO-A Y C.A.

Espacio-a { +6 +7 -4 +19 -25 +11 -6 +12 -11 +1 -8
 |6| |7| |4| |19| |25| |11| |6| |12| |11| |1| |8|

Espacio-c.a. { 6 7 8 7 B B 6 1 1 4
 6 5 4 5 1 1 6 1 1 4

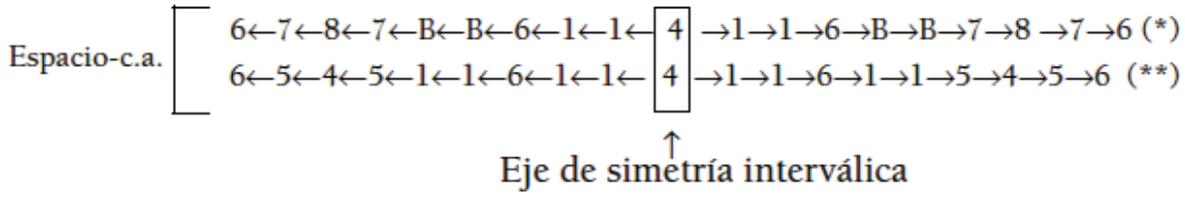
+13 +1 +6 +11 -1 -17 -16 +7 -6
 |13| |1| |6| |11| |11| |17| |16| |7| |6|

1 1 6 B B 7 8 7 6
 1 6 1 1 5 4 5 6

m.o. sulla tastiera

p *subito ff* *p* *f*

La perspectiva interválica ofrecida por el espacio-c.a. nos revela la existencia de una simetría estructural subyacente. Se trata de un palíndroma, similar al analizado anteriormente en el ejemplo 6. En el caso del ejemplo 14, el eje de simetría está representado por el intervalo 4 y la clase de intervalo 4 que separan a la última nota del primer sistema de la primera nota del segundo. Se puede apreciar que los intervalos y clases de intervalos ubicados en posiciones equidistantes a ambos lados de dicho eje coinciden:



- (*) = intervalos
- (**) = clases de intervalos

En el ejemplo 14, esta estructura palindrómica pasa totalmente inadvertida

en el análisis interválico del espacio-a, debido a que es obstaculizada por la intervención del parámetro de registro (inactivo en el espacio-c.a.). Esto no quiere decir que las herramientas interválicas del espacio-a sean menos poderosas o precisas que las del espacio-c.a. Como ejemplo de lo contrario, basta con revisar el ejemplo 6, en el cual dichas herramientas revelaron perfectamente el diseño estructural subyacente. Se trata más bien de herramientas diferentes, altamente especializadas, que adquieren relevancia en la medida en que el espacio dentro del cual se desenvuelve el discurso musical las ratifique. Si en el pasaje del ejemplo 14 se buscara establecer una comparación estadística entre los intervalos simples y compuestos, o definir aspectos del contorno melódico, tales como la ubicación de los puntos climáticos interválicos o de registro, entonces la información interválica del espacio-a sería el vehículo adecuado.

1.12. Una nueva notación para el espacio-a

La notación numérica de alturas e intervalos en el espacio-a, expuesta en los puntos 1.2 a 1.5, es la que se emplea cotidianamente en la teoría anglosajona de la música atonal, por lo que se ha considerado imprescindible ponerla al alcance del lector. Esta notación, sin embargo, presenta algunos inconvenientes..⁶

En lo que se refiere a las alturas, la notación funciona muy bien dentro del índice acústico 5, esto es, de las alturas 0 a 11, debido a que éstas tienen la misma representación numérica que las 12 clases de alturas del espacio-c.a., sin las letras A y B, por supuesto. Sin embargo, a medida que las alturas se alejan, ascendente o descendientemente, de esta octava central, su ubicación se va volviendo confusa y difícil de representar mentalmente, sin la ayuda del pentagrama. Por ejemplo, si pensamos por un momento en las alturas 33, 41, -19 o -21, por nombrar sólo algunas al azar, resulta evidente que las dos primeras son frecuencias altas y las dos últimas frecuencias bajas. No obstante, ubicarlas con precisión como La índice 7, Fa índice 8, Fa y Mi índice 3, respectivamente, no se da inmediatamente como una consecuencia natural de la notación, sino que requiere de un esfuerzo mental adicional.

Algo parecido sucede con la notación numérica de los intervalos. En este caso, se privilegia a los intervalos simples, que resultan fáciles de manejar, sobre los compuestos. Los números +19, +30 y |21|, por ejemplo, indican