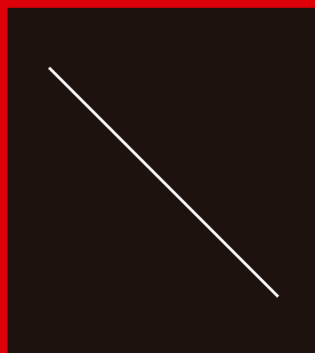
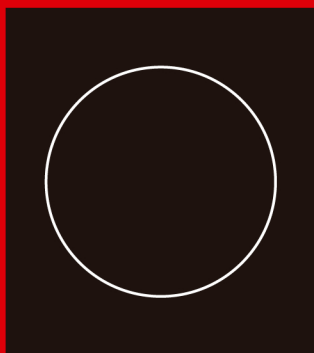
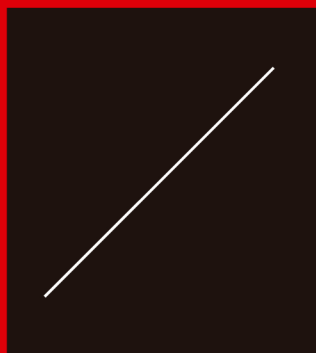


RELATIVIDAD ESPECIAL

A. P. FRENCH

MIT PHYSICS COURSE



Editorial Reverté. S. A.

RELATIVIDAD ESPECIAL

A. P. FRENCH

MIT **PHYSICS COURSE**



EDITORIAL
REVERTÉ

Barcelona · Bogotá · Buenos Aires · México

Título de la obra original:

Special Relativity

Edición original en lengua inglesa publicada por

W. W. Norton & Company, Inc., New York

Copyright © W. W. Norton & Company, Inc., New York

Edición en papel:

© Editorial Reverté, S. A., 1974

ISBN 978-84-291-4097-2

ISBN: 978-84-291-4100-9 Obra completa

Edición e-book (PDF):

© Editorial Reverté, S. A., 2021

ISBN 978-84-291-9060-1

Versión española coordinada y traducida por:

Prof. J. Aguilar Peris

Catedrático de la Facultad de Ciencias
de la Universidad de Madrid

Propiedad de:

EDITORIAL REVERTÉ, S. A.

Loreto, 13-15. Local B

Tel: (34) 93 419 33 36

08029 Barcelona. España

reverte@reverte.com

www.reverte.com

Reservados todos los derechos. La reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos, queda rigurosamente prohibida sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas por las leyes.

Índice analítico

Prefacio ix

1 Desviaciones de la dinámica newtoniana 3

Newton	5
«Velocidad límite»	6
Fotones	12
La relación energía-cantidad de movimiento para los fotones	13
Materia y radiación: la inercia de la energía	17
Energía, cantidad de movimiento y masa	22
¿Es correcta la nueva dinámica?	26
Movimiento bajo una fuerza constante	28
«La caja de Einstein desquiciada»	29
Algunas observaciones	31
PROBLEMAS	32

2 Perplejidad ante la propagación de la luz 41

La naturaleza de la luz	42
El éter luminífero	43
Aberración estelar	45
Experimento modificado sobre la aberración	49
Medida de Fizeau del coeficiente de arrastre	51
Preludio al experimento de Michelson-Morley	54
El experimento de Michelson-Morley	57
Observaciones finales	63
PROBLEMAS	65

3 Einstein y las transformaciones de Lorentz-Einstein 71

Preámbulo: la hipótesis de contracción	71
Einstein reafirma la relatividad	73
La relatividad según Galileo y Newton	74

<i>La transformación de las leyes de Newton</i>	77
<i>Einstein y la universalidad de c</i>	79
<i>El segundo postulado y la evidencia que aporta la observación</i>	81
<i>La relatividad de la simultaneidad</i>	83
<i>Las transformaciones de Lorentz-Einstein</i>	85
<i>Algo más acerca de las transformaciones de Lorentz</i>	90
<i>Diagramas de Minkowski: espacio-tiempo</i>	92
<i>El invariante espacio-tiempo</i>	93
PROBLEMAS	95

4 La relatividad y la medición de longitudes e intervalos de tiempo 101

<i>Observadores</i>	102
<i>Sucesos puntuales y sus transformaciones</i>	104
<i>Medición de tiempos</i>	106
<i>La contracción de Lorentz</i>	108
<i>Dilatación de tiempos</i>	110
<i>Observación de la dilatación del tiempo mediante mesones de rayos cósmicos</i>	111
<i>Otra interpretación del experimento de la dilatación del tiempo</i>	118
<i>Algo más sobre la medición de longitudes y de tiempos</i>	120
<i>Un experimento de Michelson-Morley con láseres</i>	125
<i>La relatividad es auténticamente relativa</i>	126
<i>Intervalos de espacio-tiempo y causalidad</i>	133
PROBLEMAS	137

5 Cinemática relativista 143

<i>Transformación de velocidades</i>	143
<i>Radiación de una fuente que se mueve rápidamente</i>	145
<i>La luz en un medio en movimiento: el coeficiente de arrastre</i>	150
<i>Movimientos transversales; aberración estelar</i>	151
<i>El efecto Doppler</i>	153
<i>Algo más sobre los efectos Doppler</i>	159
<i>El efecto Doppler y la dilatación del tiempo</i>	165
<i>De nuevo en busca del éter</i>	168
<i>Observando los relojes en movimiento y otros objetos</i>	171
<i>Movimientos acelerados</i>	175
<i>Los gemelos</i>	177
PROBLEMAS	182

6	Dinámica relativista. Choques y leyes de conservación	191
	<i>Dos aspectos de un choque elástico</i> 193 <i>Dos aspectos de un choque inelástico</i> 196 <i>Algunas otras consideraciones acerca de las leyes de conservación</i> 201 <i>Absorción y emisión de fotones</i> 202 <i>El efecto Mössbauer</i> 206 <i>El cohete de fotones</i> 209 <i>La creación de partículas</i> 211 <i>Dispersión</i> 219 <i>El efecto Doppler considerado de nuevo</i> 226 <i>PROBLEMAS</i> 229	
7	Más acerca de la dinámica relativista	237
	<i>Invariante energía-cantidad de movimiento y su empleo</i> 237 <i>Las transformaciones de Lorentz para la energía y la cantidad de movimiento</i> 240 <i>Cuadrivectores</i> 246 <i>La fuerza en la mecánica relativista</i> 247 <i>Análisis magnético de las partículas relativistas</i> 253 <i>Transformaciones generales de fuerzas; acción y reacción</i> 256 <i>PROBLEMAS</i> 260	
8	Relatividad y electricidad	265
	<i>La ley de Coulomb</i> 267 <i>La fuerza magnética sobre una carga en movimiento</i> 269 <i>Introducción de consideraciones relativistas</i> 271 <i>La transformación de la ley de Coulomb</i> 272 <i>La fuerza sobre una carga de prueba en reposo</i> 274 <i>Fuerza ejercida sobre una carga de prueba en movimiento</i> 281 <i>Campo de una distribución lineal de carga</i> 289 <i>El campo magnético y la relatividad</i> 293 <i>Fuerza magnética ejercida sobre una carga en movimiento por un alambre portador de corriente</i> 296 <i>Algo más acerca de las fuerzas magnéticas y las contracciones de Lorentz</i> 300	

VIII Índice analítico

	<i>Fuerza existente entre alambres portadores de corriente</i>	303
	<i>Unidades y sistemas de medida eléctricos y magnéticos</i>	305
	<i>PROBLEMAS</i>	308
<i>Epílogo</i>	313	
<i>Breve reseña bibliográfica</i>	317	
<i>Solución a los problemas</i>	321	
<i>Índice alfabético</i>	327	

Prólogo

La misión del Education Research Center del M.I.T. (antes Science Teaching Center) consiste en mejorar los planes de estudio, el proceso de instrucción y el proceso de aprendizaje, en especial de los alumnos de los «colleges» y universidades. El Centro fue creado por el M.I.T. en 1960, siendo Director el profesor Francis L. Friedman. Desde 1961 el Centro ha sido principalmente subvencionado por la National Science Foundation; aportaciones generosas se han recibido también de la Kettering Foundation, la Shell Companies Foundation, la Victoria Foundation, la W. T. Grant Foundation y la Bing Foundation.

La Serie de Introducción a la Física del M.I.T., una producción directa del trabajo del Centro, está destinada a ser un conjunto de pequeños volúmenes que globalmente abarquen las áreas principales de la física básica. La Serie pretende destacar la interacción de la experiencia y la intuición en el desarrollo de las teorías físicas. Los libros de la misma intentan proporcionar una variedad de bases posibles para los cursos de introducción, desde aquellas que destacan fundamentalmente la física clásica hasta aquellas que incluyen una cantidad considerable de física atómica y cuántica. Los diversos volúmenes pretenden ser compatibles en nivel y estilo de tratamiento, pero en ningún momento se han concebido como una enciclopedia homogénea; por el contrario, cada uno de los libros se han diseñado de modo que sea razonablemente autónomo y pueda utilizarse como un componente individual en muchos planes de estudio.

El presente volumen pretende ser una introducción a la relatividad especial para aquellos alumnos que tienen un fundamento modesto de mecánica newtoniana y ciertos conocimientos de óptica y electricidad. El método de enfoque es el tradicional (para este nivel concreto) en el sentido de que no descansa excesivamente sobre la teoría electromagnética, sino que se concentra sobre problemas de cinemática y dinámica. Sin embargo, el último capítulo se refiere a algunas de las aclaraciones que la relatividad puede proporcionar respecto a la relación existente entre

electricidad y electromagnetismo. La parte más importante del contenido de este libro se ha utilizado satisfactoriamente con alumnos de primero y segundo curso en el M.I.T. como parte de un curso general de introducción a la física; la extensión y profundidad de los temas tratados son, no obstante, suficientes para que el texto por sí mismo resulte también adecuado como introducción a la relatividad, para cursos más avanzados.

Este libro, como otros de la serie, debe mucho a las ideas críticas y sugerencias de gente muy diversa, tanto estudiantes como profesores. En esta última categoría han contribuido eficazmente los comentarios detallados del Prof. M. W. Friedlander (Universidad de Washington), el Prof. A. W. K. Metzner (College del Estado de San Diego) y el Prof. Rainer Weiss (M.I.T.).

*Un agradecimiento especial merece el Prof. Jack R. Tessman (Universidad de Tufts) que colaboró ampliamente en nuestros primeros trabajos relacionados con la Serie de Introducción a la Física y ha contribuido de un modo especial en este texto de relatividad. Junto con el autor, explicó la primera versión experimental del texto en el M.I.T. durante 1963-64. Los sucesivos manuscritos fueron discutidos por él detalladamente e incluyeron muchas de sus sugerencias. En particular, el capítulo final sobre relatividad y electricidad está ampliamente basado en un análisis de mucho mayor alcance del Prof. Tessman, en el cual se desarrollan las consecuencias principales del electromagnetismo, incluyendo los campos acelerados [véase Am. J. Phys, **34**, 1048-1055 (1956) y Am. J. Phys, **35**, 523-527 (1967)].*

También deseamos agradecer al Prof. M. K. Smith y al Dr. James A. Ross su valiosa ayuda en la preparación de este volumen.

A. P. FRENCH

Cambridge, Massachusetts
Febrero 1968

Relatividad especial

En la filosofía experimental hemos de establecer proposiciones, obtenidas por inducción general de los fenómenos, lo más correctas o cercanas a la verdad... hasta el momento en que se produzcan otros fenómenos en virtud de los cuales, o se hagan más exactas, o se adquiera confianza de que no habrá excepciones.

SIR ISAAC NEWTON, *Principia* (1686)

La teoría de la relatividad fue una necesidad, consecuencia de serias y profundas contradicciones de la teoría clásica que no parecían tener solución. El valor de la nueva teoría radica en la consistencia y sencillez con que resuelve todas estas dificultades utilizando sólo algunas hipótesis muy convincentes... La mecánica clásica es válida cuando las velocidades son pequeñas y constituye el caso límite de la nueva mecánica.

A. EINSTEIN y L. INFELD
La evolución de la física (1938)

1

Desviaciones de la dinámica newtoniana

¿QUÉ ES LO primero que se piensa cuando se ve o se oye la palabra *relatividad*? Es muy probable que el lector recuerde en seguida el nombre de Alberto Einstein, la ecuación $E = mc^2$ o bien una visión de unos viajeros por el espacio que regresan rejuvenecidos después de un viaje de muchos años de duración. Esto constituye un tributo, bien merecido por cierto, al enorme impacto intelectual —todavía vigente, después de más de 60 años de su aparición— de lo que Einstein denominó *teoría especial* de la relatividad. El desarrollo de esta teoría por Einstein y otros en los años próximos al 1900 se considera con razón como uno de los mayores avances que jamás se han hecho en nuestro modo de describir e interpretar el mundo físico. El concepto básico de la relatividad es tan antiguo como la mecánica de Galileo y Newton y coincide, aproximadamente, con la afirmación de que las leyes de la física parecen ser las mismas en muchos sistemas de referencia diferentes. Entonces, ¿qué es lo que hizo Einstein para que su nombre fuese casi sinónimo del título de este libro? La respuesta es que él nos llevó a aplicar las nociones de la relatividad a *toda* nuestra experiencia física y no sólo a una clase restringida de fenómenos. En particular, llegó a afirmar que los procesos en que intervienen movimientos muy rápidos —concretamente, movimientos con velocidades del orden de la que posee la luz— no han de colocarse en ninguna categoría separada. Pero la unificación que propugnaba llevaba consigo algunas implicaciones notables. Aparecían consecuencias que parecían opuestas a nuestra intuición y a nuestro sentido común, mientras que esto no sucedía con las teorías clásicas —aumento

de la inercia con la velocidad, por ejemplo, y la denominada *paradoja de los gemelos*. Fueron cosas semejantes a éstas las que hicieron tan sorprendente la formulación de la relatividad y las que la dotaron de un atractivo y de un interés popular probablemente no igualado nunca en toda la historia de la física.

Hemos dicho que la idea de la relatividad existía antes de Einstein y que estaba implícita en la mecánica de Newton. Pero 200 años después de Newton empezó a apreciarse que ciertos efectos observados —en su mayor parte muy pequeños y sutiles— no podían explicarse sencillamente si se querían sostener por completo las características básicas de la mecánica newtoniana. Los hechos recalcitrantes que exigían una revisión de las ideas hicieron su aparición históricamente en los fenómenos electromagnéticos, especialmente en la propagación de la luz. Sin embargo, pronto resultó evidente a través del propio trabajo de Einstein que se veía afectada toda la dinámica y no sólo el campo especializado conocido como electrodinámica.

Fue típico de Einstein, y un signo de su genio, obtener conclusiones del tipo más profundo y del mayor alcance a partir de un mínimo de datos. Con frecuencia, muchos hombres de menos categoría intentan lo mismo, como es natural, pero difieren de los Einstein de este mundo en que sus grandes conclusiones o generalizaciones son normalmente falsas. En esencia, Einstein construyó la teoría especial de la relatividad a partir de una sola proposición: que en toda observación sobre el paso de la luz de un punto a otro a través del espacio vacío, el tiempo empleado es simplemente igual a la separación relativa entre ambos puntos dividida por una velocidad universal c ; no depende en absoluto de la velocidad que parezca tener nuestro laboratorio a través del espacio. A partir de este resultado no es difícil el desarrollo de la relatividad (una vez que Einstein mostró el camino) y es lógicamente claro y preciso, del modo como lo presentaremos a su debido tiempo. Es un desarrollo que empieza con la óptica, continúa a través de una cinemática revisada y nos muestra cómo debemos volver a escribir la dinámica de las partículas. Pero hoy podemos recurrir a una gran cantidad de pruebas directas relacionadas con la dinámica de las partículas que se mueven a velocidades extremadamente elevadas. Estas pruebas muestran claramente desde el principio que debemos buscar una modificación del esquema newtoniano si hemos de obtener una descripción dinámica aceptable a todas las velocidades de las partículas que nos son familiares, como los electrones. Y en este capítulo inicial vamos a desarrollar tan rápidamente como sea posible parte de esta dinámica revisada. Es sólo un adelanto y por ello debemos ser poco exigentes en su rigor. Pero puede ser de

cierto interés y tendrá su valor para ver cómo, por lo menos, pueden sugerirse algunos de los resultados claves sin recurrir apenas al formalismo de la teoría de la relatividad.

Sin embargo, nuestra primera tarea consistirá en recordar lo que es preciso modificar, porque sin esto no podrá apreciarse y entenderse por completo la relación entre la antigua dinámica y la nueva —todo lo que tienen en común y todo aquello en que se diferencian.

NEWTON

La mecánica de Newton estudia los movimientos de las partículas sometidas a la acción de las fuerzas. Una partícula se considera como un punto material; su movimiento queda descrito por la posición del punto en el espacio expresada en función del tiempo. Se admite que los conceptos separados de espacio y tiempo se entienden bien aunque carezcan de una definición adecuada. Newton creía en la existencia de un espacio absoluto, pero también se daba cuenta de que no se podía trazar el movimiento de un cuerpo a través de dicho espacio. En lugar de ello definimos la posición de un cuerpo respecto a otro: “Y así”, escribía en sus *Principia*, “en lugar de posiciones y movimientos absolutos, utilizamos otros relativos”.¹

Sin embargo, a pesar de la relatividad de la posición y de la velocidad resulta que la aceleración es una magnitud fundamental o aparentemente absoluta. Y entonces la dinámica newtoniana determina la magnitud de la aceleración $\mathbf{a}$ y la relaciona con la fuerza $\mathbf{F}$ que ejerce el entorno sobre la partícula. Este procedimiento es muy fructífero porque de este modo, para conectar la aceleración de la partícula con la fuerza basta con una sola y constante propiedad de la partícula —su masa, m — mediante la relación $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. Si el valor de $\mathbf{F}$ viene dado por una ley explícita —como en el caso de la gravitación universal—, la mecánica clásica adquiere la categoría de teoría física y la ley de Newton resulta ser mucho más que una definición de $\mathbf{F}$ en función de m y $\mathbf{a}$.²

¹ Véase Sir I. Newton, *Mathematical Principles of Natural philosophy and His System of the World (Principia)*, traducido por A. Motte, revisado por F. Cajori, Publicaciones de la Univ. de California, Berkeley, 1962.

² Véase A. Einstein, “Physics and Reality”, *J. Franklin Inst.*, **221**, 349-382 (1936); reimpresso en la obra de Einstein *Ideas and Opinions*, Crown, Nueva York, 1954. Véase también N. Austern, *Am. J. Phys.*, **29**, 617 (1961).

Aunque no se conozca ni se dé explícitamente la ley de la fuerza, todavía poseemos una de las consecuencias clave de la mecánica newtoniana —la conservación de la cantidad de movimiento. Considerando la masa inerte como una propiedad constante de un objeto, puede comprobarse (y éste fue uno de los pilares básicos experimentales de la mecánica) que la suma de las cantidades de movimiento mv de dos o más cuerpos interactivos es una constante, con tal que pueda ignorarse la influencia de todas las fuerzas de origen externo. Si, por conveniencia, designamos con el vector $\mathbf{p}$ a la cantidad de movimiento, sabemos que en mecánica clásica el cociente p/v para una partícula dada representa una magnitud invariable.

Finalmente, más allá de los confines estrictos del esquema newtoniano, tenemos el principio de conservación de la energía. Dada una ley particular de la fuerza, sabemos que el trabajo realizado sobre cualquier partícula se refleja en el cambio correspondiente de su energía cinética:

$$\int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \quad (1-1)$$

Además, la energía que se comunica a una partícula por este procedimiento puede recuperarse en forma diferente como, por ejemplo, haciendo que la partícula alcance el reposo dentro de un medio con liberación de energía térmica (es decir, calor). Nuestra fe en la conservación de la energía es tan grande (debido al grandísimo número de pruebas internamente consistentes) que no dudáramos, en el ejemplo que acabamos de mencionar, en considerar la medida del calentamiento como equivalente a una medida de la energía cinética de la partícula antes del impacto —con tal que podamos ignorar de modo razonable, como es natural, la posibilidad de pérdidas de energía significativas por radiación, sonido, deformación mecánica, etc.

Por tanto, estos conceptos de espacio, tiempo, fuerza, aceleración y masa, cantidad de movimiento y energía, constituyen los fundamentos de la mecánica clásica. Examinaremos ahora algunos de los fallos que han acabado por aparecer en esta estructura después de casi 200 años de existencia aparentemente perfecta. La mayoría de ellas (pero no todas) aparecieron en conexión con el movimiento de partículas a velocidades extraordinariamente elevadas.

«VELOCIDAD LÍMITE»

De acuerdo con las ecuaciones de la mecánica de Newton no existe en principio ningún límite superior de la velocidad que puede darse a un objeto.

Imaginemos, por ejemplo, que se ejerce una acción continua sobre un objeto mediante una fuerza constante de módulo igual al de la gravedad en la superficie terrestre. Su aceleración tendría siempre el valor $9,8 \text{ m/s}^2$. Después de un año, partiendo del reposo, su velocidad sería aproximadamente igual a $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ (es decir, igual a la velocidad de la luz en el vacío); después de dos años sería $6 \times 10^8 \text{ m/s}$ y así sucesivamente. (Compruébense en un momento estas cifras.) Si el objeto fuese pequeño podríamos fácilmente imaginarnos una fuerza que fuese muchas veces mayor que mg , llegando a producir estos aumentos de velocidad mucho más rápidamente —quizás en cuestión de minutos o segundos. Aunque la fuerza no fuese constante se podría calcular la cantidad de trabajo total, igual a la ganancia de energía cinética K , necesaria para hacer que un cuerpo de masa m alcance una velocidad determinada v : $v = (2K/m)^{1/2}$. Pero cuando se intenta acelerar partículas a velocidades tan altas como las mencionadas anteriormente se observa una separación drástica de las predicciones de la mecánica newtoniana. Consideraremos este fenómeno como nuestro primer ejemplo claro del hecho de que la mecánica clásica no es adecuada para todos los casos dinámicos.

Debido a su masa muy pequeña en relación con su carga, el electrón se acelera fácilmente hasta velocidades muy elevadas —mayores en muchos órdenes de magnitud a cualquiera de las que conocemos por nuestra experiencia normal. Así, por ejemplo, un electrón que vaya del cátodo al ánodo de un tubo de vacío, con sólo 100 volts entre ambos llegaría al ánodo (partiendo del reposo) con una velocidad próxima a los 6000 km/s (y su aceleración, supuesto que la separación entre los dos electrodos fuese de unos milímetros, llegará a valer 10^{15} g). Incluso en estas condiciones la mecánica de Newton se adapta bien a la situación. Pero si la aceleración se realiza a través de millones de voltios, en lugar de centenares, resulta evidente la necesidad de una dinámica revisada. Esto se ha demostrado en un experimento filmado que investiga la relación existente entre la velocidad y energía cinética en el caso de electrones con energías cinéticas de hasta 15 MeV.¹

El dispositivo experimental puede verse esquemáticamente en la figura 1-1. El experimento consiste en hacer medidas directas del tiempo de vuelo de los electrones que viajan dentro de un acelerador lineal (en abreviatura *linac*). A los electrones puede dárseles energías de hasta 1,5 MeV mediante la acción puramente electrostática de un generador Van de Graaff que actúa como un

¹ Se trata de la película *The Ultimate Speed* ("La velocidad límite"), por W. Bertozzi, Education Development Center, Newton, Mass., 1962. Para una descripción completa véase W. Bertozzi, *Am. J. Phys.*, **32**, 551-555 (1964)

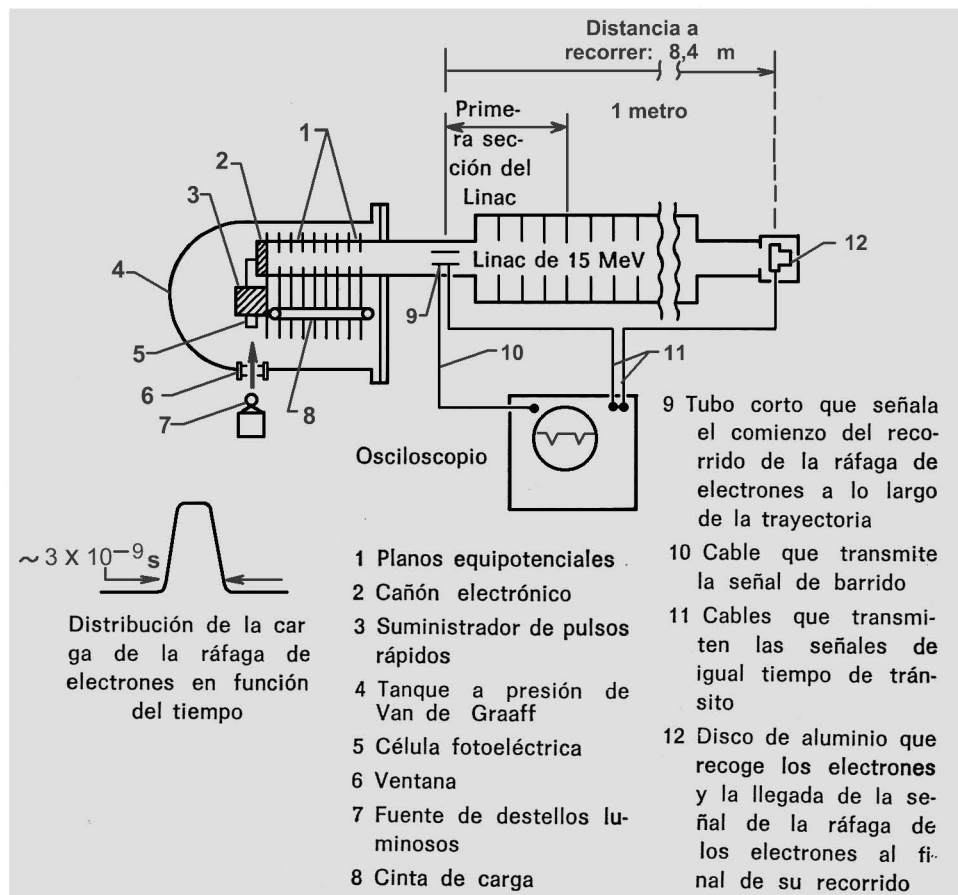


Fig. 1-1. Esquema de los aparatos empleados en la medida del tiempo de vuelo de electrones con alta energía. (El experimento de la "velocidad límite", por W. Bertozzi.)

inyector para el linac; luego entran en la serie de tubos de arrastre del acelerador lineal propiamente dicho y se mide el tiempo que dura su trayectoria de vuelo AB. Pueden obtenerse energías superiores (hasta 15 MeV aproximadamente) haciendo funcionar el sistema de radiofrecuencia del acelerador lineal; en la parte principal de la película sólo se hace uso de este dispositivo en una observación en la que se da a los electrones una energía de 4,5 MeV haciendo funcionar precisamente la primera sección del linac (la sección que sigue inmediatamente al punto A). Sin embargo, incluso en este último caso, los electro-

TABLA 1-1

<i>Energía cinética</i> $K, \text{ MeV}$	<i>Tiempo de vuelo</i> $t, \times 10^{-8} \text{ s}$	<i>Velocidad de los electrones</i> $v, \times 10^8 \text{ m/s}$	$v^2, \times 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2$
0,5	3,23	2,60	6,8
1,0	3,08	2,73	7,5
1,5	2,92	2,88	8,3
4,5	2,84	2,96	8,8
15	2,80	3,00	9,0

nes recorren la distancia AB con una velocidad casi constante, como veremos en seguida.

Los electrones son emitidos en breves ráfagas (con una duración aproximada de $3 \times 10^{-9} \text{ s}$) por el cañón electrónico del terminal negativo de alta tensión del acelerador de Van de Graaff. Unos electrodos aislados situados en A y B recogen señales eléctricas al pasar la ráfaga. Estos impulsos son llevados a un osciloscopio de rayos catódicos mediante cables de igual longitud. Las señales eléctricas tardan entonces el mismo tiempo en llegar de los electrodos al osciloscopio, por lo que los dos impulsos que aparecen en el osciloscopio (fig. 1-2) miden efectivamente el tiempo que tarda la ráfaga de electrones en ir desde A hasta B . En la figura 1-2, por ejemplo, este tiempo (t) es de unos $3,3 \times 10^{-8} \text{ s}$ (cada división de la escala horizontal es aproximadamente 10^{-8} s). El recorrido (l) entre A y B resulta ser de 8,4 m. En consecuencia, de la definición básica de la velocidad v , resulta

$$v = \frac{l}{t} \approx \frac{8,4}{3,3 \times 10^{-8}} \approx 2,5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Esta medida fue realizada para electrones acelerados a través de 0,5 MV (500 000 V) empleando la máquina de Van de Graaff.

En la tabla 1-1 se resumen los resultados del experimento completo. Una somera inspección de estos resultados revela que en manera alguna son los que cabría esperar si la mecánica newtoniana fuese aplicable. Ante todo, la energía cinética ha aumentado en un factor 30, y en consecuencia la velocidad debería venir afectada por el factor 5,5 ya que, de acuerdo con la mecánica clásica, $v \sim K^{1/2}$. Sin embargo, el aumento es sólo del 15 %. La variación de v al pasar de 1,5 a 4,5 MeV es apenas detectable dentro del margen de exactitud del experimento. Cabe entonces preguntarse si los electrones están realmente recibiendo la energía dada por el valor qV (producto de la carga por

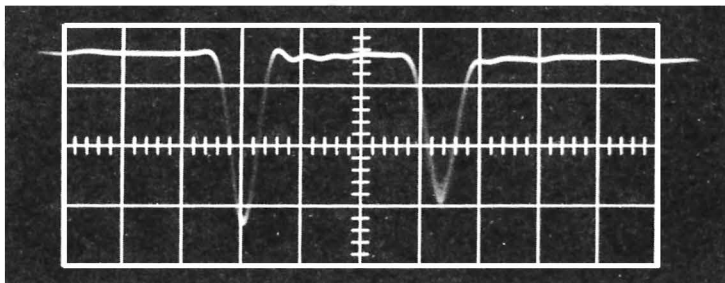


Fig. 1-2. Figura obtenida en el osciloscopio en la que se muestran los pulsos debidos a una ráfaga de electrones de 0,5 MeV al comienzo y al final de un recorrido de 8,4 m. (Reproducido de la película "La velocidad límite".)

la diferencia de potencial acelerador), que representa adecuadamente la energía cinética adquirida cuando V es sólo del orden de los 100 V. En la película se da respuesta a esta pregunta mediante una medida calorimétrica directa de la energía de los electrones en el punto B . No existe duda alguna acerca de ello; la energía está allí.

En la figura 1-3 se comparan los resultados experimentales con las predicciones clásicas. Los valores de v^2 están representados en función de K . Según la mecánica clásica tendríamos

$$v^2 = \frac{2K}{m} \quad (1-2a)$$

Numéricamente resulta

$$v^2 \text{ (m}^2/\text{s}^2\text{)} = 3,5 \times 10^{17} K \text{ (MeV)} \quad (1-2b)$$

Esto es válido para electrones con una energía de 1 keV o menos, pero observamos que aun para la energía más baja del experimento con el acelerador lineal (0,5 MeV) el valor de v^2 que predice la ecuación (1-2) resulta excesivo según un factor próximo a 2. Para altas energías la discrepancia se vuelve aún mayor. En lugar de aumentar proporcionalmente a K , los valores de v^2 parecen ir tendiendo asintóticamente a un límite, lo cual se evidencia especialmente en la medida realizada con 15 MeV que no aparece en la figura 1-3. El valor de v que corresponde a esta asíntota es de $3,0 \times 10^8$ m/s. Estos resultados están de acuerdo con la proposición: "Existe un límite de velocidad

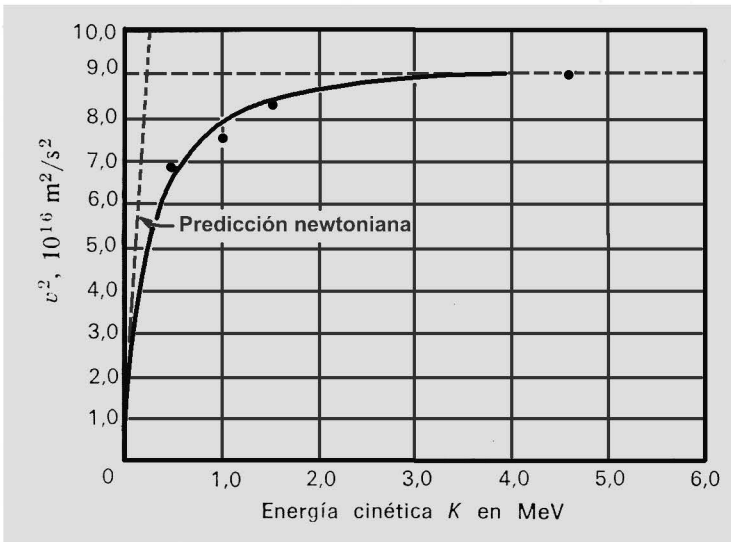


Fig. 1-3. Resultados del experimento de la “velocidad límite” con v^2 en función de la energía cinética para los electrones; obsérvese la forma en que v tiende asintóticamente a c .

para cualquier objeto, y este límite es la velocidad de la luz” (lo cual constituye la última frase de la película).

El resultado anterior es realmente muy notable. ¿Por qué no resulta posible el dar a una partícula una velocidad arbitrariamente elevada siendo posible, en cambio, el suministrarle toda la energía que se desee? Para poder apreciar de otra manera lo sorprendente de este resultado, supongamos que se están acelerando continuamente unos electrones en un tubo largo en el que se ha hecho el vacío, hasta que alcanzan una energía final de varios MeV. Después de los primeros 0,5 MeV de aceleración, los electrones poseen una velocidad aproximada de $2,6 \times 10^8$ m/s (ver tabla 1-1), es decir, cerca del 85 % de la velocidad de la luz. Supongamos ahora que nos encontramos situados en un sistema de referencia que se mueve a esta velocidad en la misma dirección. En este sistema los electrones que se encuentren en esta etapa de su aceleración aparentarán encontrarse en reposo. Considerando la posibilidad de aceleración continua, cabe esperar que los electrones vayan adquiriendo energía y velocidad hasta que posean el equivalente de 0,5 MeV de energía cinética y una velocidad de $2,6 \times 10^8$ m/s con respecto a este nuevo sistema. Pero, ¿no significaría esto que, tal como se observaría en el laboratorio, los electrones poseerían en-

tonces una velocidad de $5,2 \times 10^8$ m/s es decir 1,7 veces c ? Esto es lo que nos sugerirían nuestras reglas ordinarias de adición de velocidades, pero no es lo que ocurre en realidad, como muestra el experimento de la velocidad límite. El comportamiento de los electrones, estudiado por medio de medidas llevadas a cabo en el sistema de referencia del laboratorio, requiere una revisión fundamental de las reglas para combinar velocidades, es decir, las reglas mediante las cuales un movimiento dado es descrito con referencia a sistemas de coordenadas diferentes. Debemos hallar una nueva versión de la cinemática para considerar este problema. Es posible que el lector desee entrar en la cuestión inmediatamente. En tal caso se le aconseja que pase directamente al capítulo 2. En el resto de este capítulo proseguiremos la exploración de algunas de las cuestiones dinámicas surgidas a raíz del experimento de la velocidad límite. En particular, puesto que la velocidad límite de los electrones es igual a la velocidad de la luz examinaremos detenidamente la dinámica de lo que pudiéramos denominar partículas de luz, es decir, los fotones.

FOTONES

La velocidad de la luz, c , ha sido admitida desde hace mucho tiempo como una de las constantes fundamentales de la naturaleza. Pero su interés se renueva cuando en la imagen de la radiación intervienen los fotones. ¿Es realmente cierto que estos fotones —partículas caracterizadas por la frecuencia ν de radiación— poseen todos exactamente la misma velocidad a pesar de que sus energías $h\nu$ pueden variar dentro de un margen colosal? La respuesta que toda nuestra experiencia acumulada nos permite dar es afirmativa. En la tabla 1-2 se recogen algunos resultados cuya variación total puede expresarse prácticamente mediante el factor 10^{15} en la energía de los fotones.¹ Puede observarse que la exactitud de los resultados varía enormemente para las diferentes energías de los fotones. Las determinaciones más exactas son para la luz visible y para microondas con una longitud de onda aproximadamente de 1 cm; las energías de los fotones difieren según un factor 10^4 pero las velocidades² tienen diferencias de 1 parte en 10^6 . Del primer valor y del último obser-

¹ Para referencias y descripciones excelentes de los experimentos véase J. F. Mulligan y D. F. McDonald, *Am. J. Phys.*, **25**, 180 (1957); J. H. Sanders, *The Fundamental Atomic Constants*, Publicaciones de la Univ. de Oxford, Nueva York, 1961; y J. H. Sanders, *The Velocity of Light*, Pergamon Press, Oxford, 1965.

² Una comparación directa aún más precisa entre las velocidades para longitudes de onda ampliamente diferentes ha podido llevarse a cabo a partir del estudio de las llamadas explosiones

TABLA 1-2: VELOCIDAD DE LOS FOTONES

<i>Frecuencia, s⁻¹</i>	<i>Energía de los fotones, eV</i>	<i>Longitud de onda, m</i>	<i>Velocidad (con error), × 10⁸ m/s</i>
$4,7 \times 10^7$	$1,9 \times 10^{-7}$	6,4	2,9978 ± 0,0003
$1,7 \times 10^8$	$7,0 \times 10^{-7}$	1,8	2,99795 ± 0,00003
$3,0 \times 10^8$	$1,2 \times 10^{-6}$	1,0	2,99792 ± 0,00002
$3,0 \times 10^9$	$1,2 \times 10^{-5}$	$1,0 \times 10^{-1}$	2,99792 ± 0,00009
$2,4 \times 10^{10}$	$1,0 \times 10^{-4}$	$1,2 \times 10^{-2}$	2,997928 ± 0,000003
$7,2 \times 10^{10}$	$3,0 \times 10^{-4}$	$4,2 \times 10^{-3}$	2,997925 ± 0,000001
$5,4 \times 10^{14}$	2,2	$5,6 \times 10^{-7}$	2,997931 ± 0,000003
$1,2 \times 10^{20}$	$5,1 \times 10^5$	$2,5 \times 10^{-12}$	2,983 ± 0,015
$4,1 \times 10^{22}$	$1,7 \times 10^8$	$7,3 \times 10^{-15}$	2,97 ± 0,03

vamos que los fotones emitidos por la televisión de unos 10^{-7} eV y los rayos gamma de unos 100 MeV poseen la misma velocidad con una exactitud del 1 % a pesar de que sus energías difieren según un factor de 10^{15} . Éste es claramente un resultado de la mayor importancia, y contrasta con el aumento sistemático de la velocidad con la energía para partículas como los electrones. Podemos observar, sin embargo, que los resultados del experimento de la velocidad límite hacen que el contraste no sea tan fuerte, puesto que sugieren (y un gran número de otros experimentos se encargan de confirmarlo) que un electrón que posea una energía cinética de unos pocos MeV posee una velocidad próxima en un 1 % a la velocidad de la luz, c , y que ningún aumento de energía, aunque sea de muchos órdenes de magnitud, puede hacer más que reducir esta pequeña diferencia.

LA RELACIÓN ENERGÍA-CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA LOS FOTONES

Consideremos ahora una importante propiedad dinámica de los fotones: la relación entre la energía y la cantidad de movimiento. Un fotón de energía $E (= h\nu)$ posee una cantidad de movimiento asociada de valor p , tal que

$$E = cp \quad (1-3)$$

súbitas de estrellas situadas a una distancia de varios años luz. Se ha encontrado así que las ondas de radio con una longitud de onda de $\lambda = 1,2$ m llegan a la Tierra al mismo tiempo que la luz visible con $\lambda = 5,4 \times 10^{-7}$ m. La exactitud (de unas pocas partes en 10⁷) de esta comparación viene limitada principalmente por la incertidumbre sobre el mecanismo de producción de las llamaradas. Véase B. Lovell, F. L. Whipple y L. H. Solomon, *Nature*, **202**, 377 (1964).

La mejor evidencia *experimental* en favor de esta conclusión (o cuando menos la más extensa) es en cierto modo indirecta. Se apoya en la enorme cantidad de información que se posee sobre física nuclear y sobre partículas elementales, en donde el análisis de los choques entre fotones individuales y otras partículas se realiza admitiendo la veracidad de la ecuación (1-3).¹ Cualquier inconsistencia para ese intervalo de energías de fotones —desde el MeV hasta el GeV²— se hubiese evidenciado claramente. Los únicos experimentos encaminados deliberadamente a la comprobación de la relación energía-cantidad de movimiento no se han realizado con fotones individuales, sino con haces continuos de luz, al estudiar el fenómeno de la *presión de radiación*. Tales experimentos tratan de la incidencia de un número elevadísimo de fotones (por ejemplo, 1 watt de luz visible representa un flujo de unos 3×10^{18} fotones/s) y pueden ser adecuadamente descritos y analizados en términos de un flujo continuo de energía radiante, sin referencia a la estructura fotónica de la radiación. De hecho, la ecuación (1-3), como expresión general de la conexión entre la energía y la cantidad de movimiento para la radiación en el espacio libre, fue ampliamente aceptada, puesto que era consecuencia necesaria de la teoría electromagnética de Maxwell —la misma teoría que obtuvo el valor correcto de la velocidad de la luz a partir de la física de los fenómenos eléctricos y magnéticos básicos. Los experimentos sobre presión de radiación fueron considerados ante todo como una verificación de la teoría de Maxwell. Sin embargo, dada una imagen en términos de fotones, estos experimentos implican también que la ecuación (1-3) se cumple para los fotones individuales.

Todos los experimentos sobre presión de radiación poseen una semejanza básica. Consisten en la medida de la fuerza F ejercida sobre una superficie por un flujo conocido (medido por la potencia incidente W) de energía radiante. La superficie en cuestión es una fina laminilla metálica suspendida de una delicada fibra de torsión; el flujo de energía se mide mediante su efecto calorífico. Debe tenerse en consideración la fracción ρ de la radiación incidente que es reflejada por la lámina, puesto que la luz reflejada contribuye a la fuerza de radiación. (Una superficie perfectamente reflectora experimentaría doble fuerza que otra perfectamente absorbente para el mismo flujo de radiación incidente.)

Los experimentos a los que casi siempre se hace referencia en conexión con

¹ Consideraremos este tipo de choques en el capítulo 6.

² 1 GeV = 10^9 eV. Esta abreviatura internacionalmente aceptada (procedente de giga electrón volt) se emplea en lugar de BeV, que puede dar lugar a ambigüedad, ya que en Europa por billón se entiende 10^{12} , mientras que en EE. UU. significa 10^9 .

la presión de radiación son los de Nichols y Hull.¹ Sus mediciones fueron realizadas con mucho cuidado y habilidad, y sus resultados comprobaron la ecuación (1-3) con una desviación inferior al 1 %. Pero su trabajo fue realizado antes de que se dispusiera de alto vacío en los laboratorios, y tuvieron que recurrir a procedimientos especiales para separar la verdadera presión de radiación del *efecto radiométrico* parásito. Este fenómeno consiste en que una superficie absorbente, calentada mediante la radiación incidente, sufre un ligero empuje que procede del gas que le rodea. El efecto es muy marcado a menos que el vacío sea extremadamente elevado... o por el contrario muy bajo. Puede eclipsar totalmente la verdadera presión de radiación y es el agente motor de los radiómetros de juguete en venta en los bazares. Tal tipo de radiómetro gira siempre en un sentido opuesto al que cabría esperar de las verdaderas fuerzas de radiación. (El lector puede comprobar esto personalmente cuando se le presente la ocasión.) El primer experimento cuantitativo sobre la presión de radiación (realizado por un ruso, P. Lebedef, en 1901) fue en realidad llevado a cabo en un vacío bastante elevado, pero los efectos radiométricos fueron de todos modos apreciables. La primera medida realmente correcta de la presión de radiación parece haber sido realizada en una investigación poco conocida llevada a cabo en 1923 por Gerlach y Golsen.² Trabajando con un vacío inferior a 10^{-6} mm de Hg lograron que el efecto radiométrico fuese inapreciable. El experimento puede considerarse como una comprobación de la siguiente relación, consecuencia de la ecuación (1-3):

$$c = \frac{W(1 + \rho)}{F} \quad (1-4)$$

empleando las cantidades anteriormente definidas. El segundo miembro de esta ecuación está constituido por las cantidades que fueron medidas directamente en el experimento de la presión de radiación. W es, por supuesto, la energía por segundo incidente y F es la variación de la cantidad de movimiento de la radiación en la unidad de tiempo. Puede entonces comprobarse si esta combinación de W , ρ y F es realmente igual a la velocidad de la luz. La tabla 1-3 muestra los resultados de analizar la información de Golsen de esta manera.

¹ E. Nichols y G. F. Hull, *Phys. Rev.*, **13**, 307-320 (1901); **17**, 26-50, 91-104 (1903). También G. F. Hull, *Phys. Rev.*, **20**, 292-299 (1905).

² W. Gerlach y A. Golsen, *Z. Physik. (Leipzig)*, **15**, 1-7 (1923); A. Golsen, *Ann. Phys.*, **73**, 624-642 (1924).

TABLA 1-3: EXPERIMENTO DE LA PRESIÓN DE RADIACIÓN

<i>Laminilla</i>	<i>Coefficiente de reflexión ρ</i>	<i>Potencia incidente W, $\times 10^{-2}$ watt</i>	<i>Fuerza medida F, $\times 10^{-10}$ newton</i>	<i>$W(1 + \rho)/F$, $\times 10^8$ m/s</i>
Pt	0,60	6,07	3,14	3,09
Pt	0,60	2,80	1,44	3,11
Ni	0,43	6,39	3,23	2,83
Al	0,81	6,39	3,91	2,96
Al	0,81	2,78	1,74	2,89
Promedio =				2,98

En consecuencia, la exactitud de la ecuación (1-3) queda confirmada experimentalmente con un error aproximado de un 2 %.

La relación $E = cp$ para los fotones puede compararse con la relación que liga la energía cinética, la velocidad y la cantidad de movimiento para una partícula en la mecánica newtoniana. En este caso tenemos $K = \frac{1}{2}vp$. Puesto que la energía de un fotón es enteramente cinética (ya que los fotones dejan sencillamente de existir cuando intentamos detenerlos en un medio absorbente), podríamos haber sufrido la tentación de proponer la relación $E = \frac{1}{2}cp$ (errónea) para los fotones. Esta discrepancia pudiera conducirnos a preguntar lo que ocurre a la relación entre la energía cinética y la cantidad de movimiento de los electrones cuando su velocidad aumenta desde valores relativamente bajos ($< 0,1c$, por ejemplo) hasta valores casi iguales a c . La respuesta es que para energías bajas ($K < 1$ keV) la relación es newtoniana¹ con bastante aproximación, pero para energías altas ($K > 0,1$ MeV) la cantidad de movimiento se hace significativamente inferior a la que corresponde al valor de $2K/v$, y que en el caso de energías muy grandes ($K > 50$ MeV) viene dada por K/c con un error inferior al 1 %. (La evidencia de esto se basa en el estudio de los choques atómicos con electrones que posean alta energía; más adelante diremos más acerca de tales procesos.) Así, lo mismo que en el caso de la relación entre la energía cinética y la velocidad, se observa una desviación lenta pero inconfundible con respecto al comportamiento newtoniano cuando intervienen energías suficientemente elevadas y velocidades que se aproximan a la de la luz. Esto confirma nuestra creencia de que la dinámica de los fotones y de otras partículas puede incluirse, al menos para ciertos propósitos, dentro del mismo marco

¹ Ver la película *Momentum of Electrons* (Cantidad de movimiento de los electrones), por J. G. King, Education Development Center, Newton, Mass., 1963.

descriptivo. Nuestro paso siguiente consistirá en sugerir cual pudiera ser ese marco. Nuestra argumentación se basará en un criterio de plausibilidad; en modo alguno será la única explicación posible desde el punto de vista lógico. Pero como reza el viejo dicho inglés, "*the proof of the pudding is in the eating*" (es decir, para probar el pudding hay que comerlo), y así veremos cuán fácilmente podremos describir el paso del comportamiento newtoniano al newtoniano apoyándonos en nuestras conclusiones (que son, de hecho, justamente las de la relatividad especial).

MATERIA Y RADIACIÓN: LA INERCIA DE LA ENERGÍA

¿No son los cuerpos y la luz convertibles entre sí, y no reciben los cuerpos gran parte de su actividad de las partículas de luz que entran en su composición?

NEWTON, *Optics* (4.^a ed., 1730)

Sería erróneo sugerir que Newton había anticipado realmente la física del siglo XX en el grado que la cita precedente pudiera suponer, pero su atrayente pregunta es muy apropiada como introducción a la discusión de que nos ocuparemos ahora. En efecto, consideraremos la conexión íntima entre la inercia de la materia ordinaria y la energía de radiación, y al actuar así desarrollaremos algunos resultados que serán aplicables por igual a la dinámica de los fotones y a la de los "cuerpos". Obtendremos, como una de las consecuencias, una descripción acabada de la relación entre la velocidad y la energía cinética de los electrones en el experimento de la velocidad límite.

Nuestro punto de partida será un *gedanken experiment* (literalmente, un "experimento mental", es decir, un experimento ficticio, no realizable en la práctica) inventado por el propio Einstein en 1906.¹ Supondremos que una cantidad E de energía radiante (una ráfaga de fotones) es emitida desde un extremo de una caja de masa M y longitud L aislada de lo que la rodea e inicialmente en reposo [fig. 1-4(a)]. La radiación lleva una cantidad de movimiento E/c . Puesto que la cantidad de movimiento del sistema permanece igual a cero, la caja debe adquirir una cantidad de movimiento igual a $-E/c$. En consecuencia, la caja retrocederá con una velocidad v , dada por

$$v = - \frac{E}{Mc} \quad (1-5)$$

¹ A. Einstein, *Ann. Phys.*, **20**, 627-633 (1906).

² Por masa inercial designamos el cociente entre la cantidad de movimiento (momento lineal) y la velocidad.

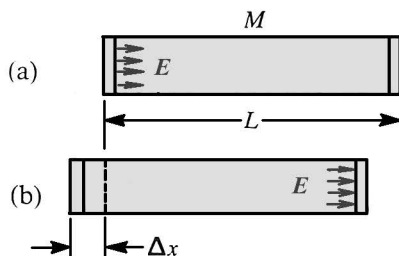


Fig. 1-4. *Caja de Einstein* —experimento imaginario en el cual una caja retrocede desde su posición inicial (a) hasta una posición final (b) como resultado de una ráfaga de energía radiante que pasa de un extremo de la caja al otro.

Después de viajar libremente durante un tiempo Δt ($= L/c$ con mucha aproximación, siempre que $v \ll c$), la radiación alcanzará el otro extremo de la caja y comunicará un impulso, igual y opuesto al que dio inicialmente, lo cual llevará la caja de nuevo al reposo.¹ Por consiguiente, el resultado de este proceso es que la caja se desplace una distancia Δx :

$$\Delta x = v \Delta t = - \frac{EL}{Mc^2} \quad (1-6)$$

Pero como este sistema está aislado se nos hace difícil creer que el centro de masas de la caja junto con su contenido se haya desplazado. Postulamos, en consecuencia, que la radiación ha transportado consigo el equivalente de una masa m , de manera que

$$mL + M\Delta x = 0 \quad (1-7)$$

Asociando las dos últimas ecuaciones tenemos

$$m = \frac{E}{c^2} \quad \text{o} \quad E = mc^2 \quad (1-8)$$

Para el hombre de la calle, Einstein y la relatividad se resumen probablemente en este resultado. Para el físico, su importancia no disminuye por el hecho de

¹ Si el lector tiene la impresión de que debería considerarse con más detalle el retroceso de la caja y su efecto sobre el tiempo y la distancia de tránsito de la radiación, consulte el problema 1-13.

vulgarizarse; expresa la inercia fundamental que posee la energía. Aunque el cálculo tal como lo hemos realizado (que difiere un tanto de la versión original de Einstein) señala en primer lugar a la masa asociada con la energía radiante, se observa rápidamente que las implicaciones son mucho más amplias. Cuando la radiación se emite desde un extremo de la caja de Einstein, este extremo experimenta una disminución en su masa inercial de valor E/c^2 . De igual forma, la absorción de la radiación en el otro extremo ocasiona un aumento en la masa de esa otra parte. Una vez absorbida, la energía pierde su identidad como energía de los fotones y acaba por convertirse en un aumento de la energía térmica. Así llegamos rápidamente a la conclusión de que la energía en cualquiera de sus formas posee una masa equivalente definida mediante la ecuación (1-8) —lo cual constituye un principio general de la inercia de la energía.¹

El principal ejemplo de la equivalencia entre masa y energía, al cual debemos nuestra pervivencia, es el que suministran las reacciones termonucleares que tienen lugar en estrellas como el Sol. Experimentalmente se ha establecido que la energía radiante procedente del Sol incide sobre la Tierra a un ritmo de $1,35 \times 10^8$ watts/m² por unidad de tiempo. Mediante este dato y la ecuación (1-8) resulta que la masa del Sol decrece a una velocidad de unos $4,5 \times 10^6$ toneladas/segundo —lo cual constituye una pérdida impresionantemente rápida, aunque representa tan sólo una parte en 10^{13} de la masa del Sol por año. Esto tiene lugar como consecuencia de cadenas de reacciones nucleares, entre las que destaca la conversión del hidrógeno (¹H) en helio (⁴He). Por supuesto, existen cuatro átomos de hidrógeno que terminan en un átomo de helio, y el proceso tiene lugar según varios pasos diferentes. Uno de estos pasos posee un interés particular para nosotros, puesto que constituye un ejemplo sencillo y notablemente directo acerca de la equivalencia entre la masa de la materia corriente y la energía de los fotones. Se trata de éste:



Un protón se fusiona con un deuterón D (el núcleo del hidrógeno-2 contiene un protón y un neutrón) dando lugar a un sistema compuesto por dos protones y un neutrón, que es la composición nuclear del ³He. Pero, de acuerdo con las medidas realizadas con el espectrómetro de masas, la masa de esta combi-

¹ Una discusión adecuada sobre este punto se encuentra en el artículo de M. von Laue "Inertia and Energy" ("Inercia y energía"), en *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, Vol. II (P. A. Schilpp, editor), Harper Torchbook, Harper and Row, Nueva York, 1959.

nación es superior a la masa del ${}^3\text{He}$ en su estado normal. Éstos son los valores aproximados:

protón	$1,6724 \times 10^{-27} \text{ kg}$
deuterón	3,3432
$p + D$	5,0156
núcleo de ${}^3\text{He}$	5,0058
exceso de masa	$9,8 \times 10^{-30} \text{ kg}$

Esta cantidad de masa es transportada por un fotón (un rayo γ) tal como indica la ecuación (1-9). La energía de este fotón viene dada por la ecuación (1-8):

$$\begin{aligned} E = mc^2 &= 9,8 \times 10^{-30} \times 9,0 \times 10^{16} \\ &= 8,8 \times 10^{-13} \text{ joule} \\ &= 5,5 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Este proceso ha sido estudiado en el laboratorio, habiéndose observado¹ rayos γ con la energía esperada. Quizás debiera añadirse que tales reacciones, cuando tienen lugar en forma de reacciones termonucleares en el Sol, necesitan de temperaturas del orden de 10^7 °K y tienen lugar, por tanto, solamente en las regiones internas. Los rayos gamma, del tipo de los que se acaban de considerar, son absorbidos por completo antes de que lleguen a alcanzar la superficie del Sol, y su energía escapa finalmente en forma de fotones con energía individual del orden de tan sólo 1 eV —infrarroja, visible y ultravioleta— que constituyen el conocido espectro solar.

La ecuación $E = mc^2$ ha estado (al menos en las descripciones populares) tan exclusivamente ligada a las transformaciones nucleares como para desviar la atención respecto a su universalidad. Pero el mensaje de la ecuación de Einstein es que *cualquier* variación ΔE en la energía de un cuerpo implica una variación correspondiente Δm en su masa inercial:

$$\Delta E = c^2 \Delta m \quad (1-10)$$

Una pelota de golf en movimiento posee una masa superior a la que esa misma pelota de golf posee en reposo. El filamento incandescente de una lámpara posee más masa que ese mismo filamento cuando está frío. Un condensador cargado posee una masa superior a la de ese mismo condensador cuando se en-

¹ W. A. Fowler, C. C. Lauritsen y A. V. Tollestrup, *Phys. Rev.*, **76**, 1767 (1949).