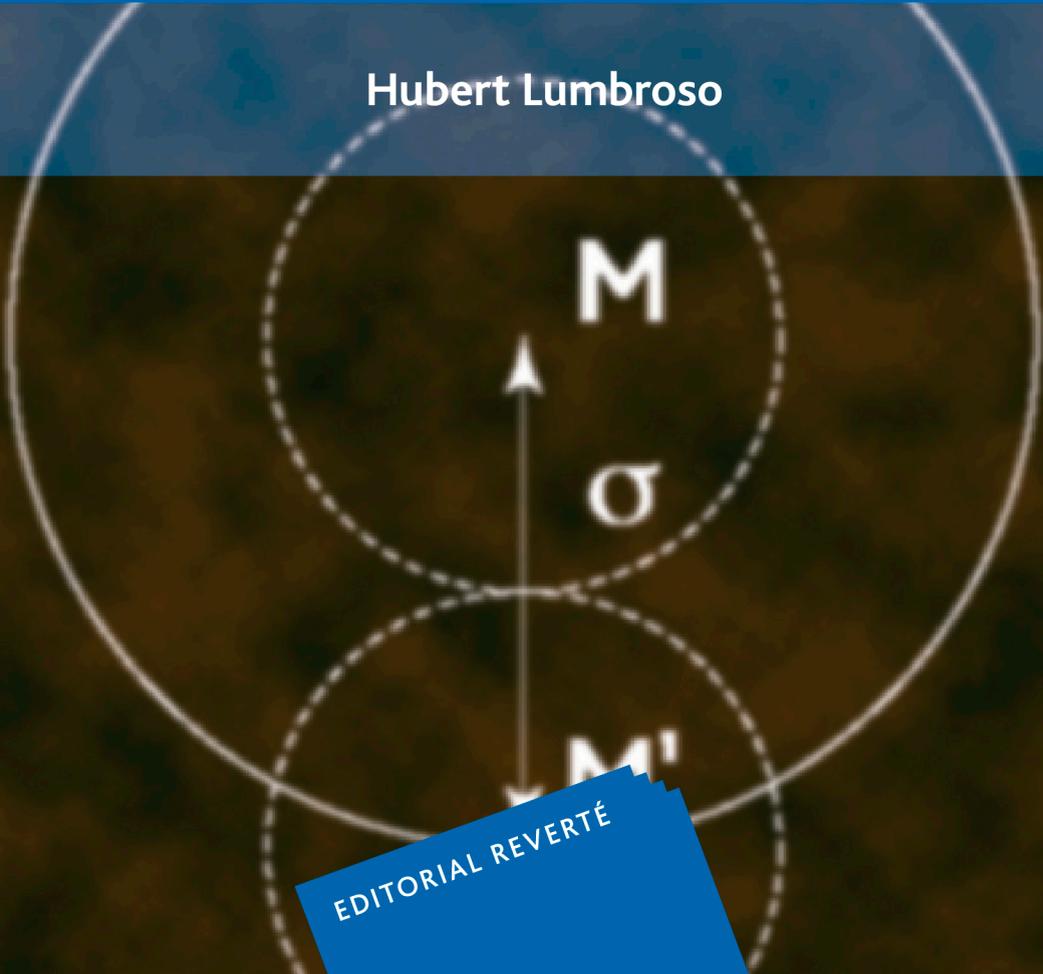


Termodinámica

100 ejercicios y problemas resueltos

SERIE REVERTÉ DE PROBLEMAS

Hubert Lumbroso



M

σ

μ

EDITORIAL REVERTÉ

Termodinámica

**100 ejercicios
y problemas resueltos**

Termodinámica

100 ejercicios y problemas resueltos

SERIE REVERTÉ DE PROBLEMAS

Hubert Lombroso



EDITORIAL
REVERTÉ

Barcelona · Bogotá · Buenos Aires · México

Título de la obra original:

Thermodynamique

100 exercices et problèmes résolus

Edición original en lengua francesa publicada por

Ediscience / McGraw-Hill, Paris, France

Copyright © Ediscience / McGraw-Hill, Paris

Versión española por

Dr. José Casas Vázquez

Profesor Agregado de Termología

de la Universidad Autónoma de Barcelona

Edición en papel:

© Editorial Reverté, S. A., 1979

ISBN 978-84-291-4077-4

Edición ebook (PDF):

© Editorial Reverté, S. A., 2021

ISBN 978-84-291-9049-6

Propiedad de:

EDITORIAL REVERTÉ, S. A.

Loreto, 13-15. Local B

08029 Barcelona. ESPAÑA

Tel: (34) 93 419 33 36

e-mail: reverte@reverte.com

www.reverte.com

Reservados todos los derechos. La reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, queda rigurosamente prohibida, salvo excepción prevista en la ley. Asimismo queda prohibida la distribución de ejemplares mediante alquiler o préstamo públicos, la comunicación pública y la transformación de cualquier parte de esta publicación (incluido el diseño de la cubierta) sin la previa autorización de los titulares de la propiedad intelectual y de la Editorial. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual (Art. 270 y siguientes del Código Penal). El Centro Español de Derechos Reprográficos (CEDRO) vela por el respeto a los citados derechos.

A mi esposa

INTRODUCCIÓN.

Esta obra de termodinámica va destinada a los estudiantes de los cursos preparatorios de las Escuelas de Ingenieros así como a los del primer ciclo de las Facultades de Ciencias.

Se trata del primer fascículo de una nueva colección de libros de física cuyo fin es facilitar a los estudiantes el paso del curso teórico a los problemas de aplicación.

La termodinámica es una ciencia delicada, regida por leyes y principios que emplean un formalismo matemático, ciertamente necesario, pero que no debe ocultar el sentido físico de los fenómenos; por esto, después de haber establecido las relaciones termodinámicas, se proponen numerosas aplicaciones que cubren diversos dominios de las ciencias físicas (sistemas químicos, eléctricos, magnéticos. . .) para fenómenos reversibles e irreversibles.

Dividida en cinco capítulos, el plan de la obra respeta el contenido de los nuevos programas (1972) del curso de matemáticas superiores. Cada capítulo, precedido de un resumen del curso teórico, contiene numerosos ejercicios y problemas resueltos, variados y escogidos por su carácter formativo. En un apéndice, después de haber expuesto algunas nociones de termodinámica estadística (de Marwell-Boltzmann), se establece el vínculo que existe entre los aspectos clásicos y estadísticos de esta disciplina. Por último se proponen a la reflexión de los estudiantes textos de problemas de revisión.

ÍNDICE ANALÍTICO

Capítulo 1.— Temperatura. Ecuación de estado. Coeficientes termoelásticos. Gas perfecto

I	Escalas termométricas	1
II	Ecuación de estado. Coeficientes termoelásticos	3
III	Gas perfecto	5
	Problemas	8

Capítulo 2.— El primer principio. Trabajo, calor, energía interna U , entalpía H

I	Primer principio. Energía interna	57
II	Expresión de los trabajos intercambiados	58
III	Expresión de los calores intercambiados	59
IV	Expresión de las variaciones de energía interna y de entalpía	60
V	Caso de los gases perfectos	60
	Problemas	62

Capítulo 3.— El segundo principio. Función entropía

I	Transformaciones cíclicas monoterms	133
II	Transformaciones cíclicas diterms	133
III	Comparación de los ciclos reversibles e irreversibles	135
IV	Transformaciones abiertas. Entropía	137
V	Propiedades de la función entropía S	138
VI	Entropía de un mol de gas perfecto	138
	Problemas	140

X Índice analítico

Capítulo 4.— Aplicaciones de los principios termodinámicos. Energía libre y entalpía libre

I	Expresión matemática de los principios. Parámetros extensivos e intensivos	199
II	Función energía libre F y entalpía libre G . Potencial químico	200
III	Ecuaciones características de la termodinámica	202
	Problemas	204

Capítulo 5.— Equilibrios físico-químicos. Cambios de fase

I	Equilibrio de un cuerpo puro bajo dos fases. Cambio de fase	281
II	Equilibrio de un cuerpo puro bajo tres fases. Punto triple	282
III	Equilibrio líquido-vapor. Punto crítico	283
IV	Variación de las funciones U , H , S , F y G en un cambio de fase	285
	Problemas	286

Apéndice.— Nociones de Termodinámica Estadística

I	Estados microscópicos y macroscópicos de una colectividad de partículas idénticas	351
II	Obtención del estado de equilibrio de un sistema aislado. Función de partición	354
	Problemas de revisión	359

ÍNDICE DE PROBLEMAS

PROBLEMAS DEL CAPÍTULO 1

1. Escala termométrica lineal	8
2. Comparación de las escalas centesimal y celsius en un termómetro de resistencia	9
3. Corrección de la columna de un termómetro	10
4. Corrección de temperatura en un termómetro de vástago troncocónico	12
5. Termómetro de gas a presión constante	14
6. Cálculo de los coeficientes elásticos del gas de Van Der Waals	17
7. Compresibilidad isoterma de un líquido	19
8. Relación entre las derivadas parciales de los coeficientes α y χ	20
9. Determinación de la ecuación de estado de un gas	21
10. Obtención de la ecuación de estado a partir de los coeficientes α y χ	22
11. Ecuación de estado y coeficiente de disociación	24
12. Propiedades termoelásticas del helio. Red de isothermas	25
13. Ecuación de estado y temperatura crítica — Ecuación reducida	30
14. Estudio del gas de Van Der Waals en la representación de Amagat ($T > T_c$)	33
15. Coeficientes del virial de un gas de Van Der Waals	38
16. Teoría cinética del gas perfecto. Velocidad cuadrática	43
17. Aplicación del teorema del virial a la determinación de la ecuación de estado de un gas perfecto	46
18. Recorridos libres de las moléculas de un gas perfecto	48
19. Estudio de la atmósfera terrestre	50

PROBLEMAS DEL CAPÍTULO 2

1. Función de estado	62
2. Expansión isoterma de un gas perfecto	63
3. Compresión adiabática de un gas perfecto	64

XII Índice de problemas

4.	Coefficientes calorimétricos y ecuaciones de las adiabáticas de un gas perfecto	66
5.	Trabajo y coeficientes α y χ	69
6.	Cálculo de trabajos intercambiados	71
7.	Estudio del ciclo de Lenoir	74
8.	Verificación del principio de la equivalencia	76
9.	Calor específico y cantidad de calor	81
10.	Variación de los calores de reacción con la temperatura	82
11.	Aplicación del primer principio a las reacciones químicas. Energía de enlace	84
12.	Medidas calorimétricas	86
13.	Variación de energía interna en el calentamiento de un gas	89
14.	Trabajo isoterma: Gas real y gas perfecto	90
15.	Compresiones y expansiones sucesivas de un gas perfecto	93
16.	Transformación politrópica: calor, trabajo, diagrama (W , Q)	95
17.	Transformación en recipiente cerrado de un sistema no aislado	102
18.	Transformación en recipiente cerrado de un sistema aislado	104
19.	Medida de γ por el método de Clement-Desormes	105
20.	Expansión isentálpica de Joule-Thomson	108
21.	Expansión irreversible en el aire	111
22.	Transformación irreversible en el vacío	115
23.	Estudio de un compresor	117
24.	Congelador de amoníaco	123

PROBLEMAS DEL CAPÍTULO 3

1.	Entropía y energía interna. Ley de Joule	140
2.	Entropía de un gas perfecto en función de las variables T , V .	141
3.	Variación de la entropía del universo por contacto de un cuerpo con una fuente de calor	143
4.	Entropía de un gas cuya capacidad calorífica depende de la temperatura	144
5.	Expansión de Joule. Variación de entropía	145
6.	Expansión adiabática en el vacío. Variación de entropía	147
7.	Variación de entropía a lo largo de N transformaciones reversibles sucesivas	148
8.	Variación de la entropía de un sistema aislado en recipiente cerrado	150
9.	Entropía de mezcla y de difusión	153
10.	Ciclo irreversible monoterma	160
11.	Determinación del rendimiento de un ciclo. Variación de entropía	162

12. Rendimiento de un motor térmico de aire	165
13. Rendimiento del ciclo de Carnot. Aplicación a la radiación térmica	169
14. Máquina frigorífica	173
15. Bomba de calor	175
16. Diagramas entrópicos	177
17. Máquina térmica en contacto con tres fuentes. Ciclos motor y frigorífico	182
18. Entropía de una colectividad de átomos paramagnéticos	186
19. Transformaciones irreversibles y reversibles en recipiente cerrado	189

PROBLEMAS DEL CAPÍTULO 4

1. Relaciones entre coeficientes calorimétricos y coeficientes termoelásticos. Aplicaciones	204
2. Ecuaciones de Maxwell. Aplicación	207
3. Relaciones de Clapeyron. Aplicaciones	210
4. Energía interna y expansión de Joule de un gas real	216
5. Gas real. Desviaciones de la relación de Mayer del gas perfecto	219
6. Energía libre y trabajo isoterma de un gas	221
7. Entalpía libre y trabajo máximo	223
8. Estudio termodinámico de la tracción de una barra	226
9. Variación de la temperatura de un hilo de torsión	230
10. Calores específicos de un gas paramagnético imanado. Velocidad del sonido	234
11. Coeficiente de Joule-Thomson. Temperatura de inversión	240
12. Mezcla de gases perfectos. Potencial químico	243
13. Enfriamiento de una sal paramagnética por desimagnación adiabática	246
14. Pila reversible hidroelectrica	250
15. Relación de Gibbs-Helmholtz. Pila de combustible	254
16. Estudio termodinámico del condensador. Electrostricción	258
17. Estudio termodinámico de la radiación	264
18. Sistema trivalente. Lámina piezoeléctrica	267
19. Par termoeléctrico. Efectos Peltier y Thomson	271
20. Tensión superficial de un líquido	275

PROBLEMAS DEL CAPÍTULO 5

1. Variación de las funciones U y H a lo largo del cambio de fase de un cuerpo puro	286
---	-----

XIV Índice de problemas

2.	Variación de entropía en el transcurso de un cambio de fase	287
3.	Licuefacción de helio	289
4.	Fusión y vaporización. Diagramas de equilibrio (P, t)	291
5.	Vapor seco y vapor saturado	296
6.	Influencia de la temperatura sobre el equilibrio líquido-vapor	300
7.	Expansión isoterma de una mezcla líquido-vapor	304
8.	Evaporación del agua	307
9.	Energía interna y entropía de una mezcla líquido-vapor	311
10.	Calores específicos a lo largo de la curva de saturación	315
11.	Estudio del ciclo de un fluido refrigerante	321
12.	Punto triple y calor de vaporización del arsénico	324
13.	Punto triple y diagrama entálpico	326
14.	Subfusión del fósforo	330
15.	Isotermas de Van Der Waals a temperaturas $T < T_c$ Estados correspondientes	333
16.	Curva de Mathias. Tubos de Matherer. Punto crítico	337
17.	Estudio de la formación de una niebla	342
18.	Cambio de estado de un metal superconductor	347

Termodinámica

**100 ejercicios
y problemas resueltos**

CAPÍTULO 1

TEMPERATURA. ECUACIONES DE ESTADO. COEFICIENTES TERMOELÁSTICOS. GASES PERFECTOS.

1. ESCALAS TERMOMÉTRICAS

• Consideremos un sistema caracterizado por dos variables independientes, x e y , por ejemplo. Cuando los valores de x e y permanecen constantes, en tanto que el medio exterior no es modificado, se dice que el sistema está en *equilibrio térmico*. Se asigna entonces al sistema la *temperatura* θ , que depende evidentemente del par de variables x, y .

• Un termómetro es un sistema en el que se mantiene constante una de las variables (la y por ejemplo); se lleva el termómetro al equilibrio térmico con el sistema cuya temperatura θ se busca. La temperatura de equilibrio θ no depende más que de la variable termométrica x (que puede ser el volumen de un fluido, la presión de un fluido, la resistencia de un hilo, . . .). La relación $\theta(x)$ define la escala de temperaturas.

1° Escala centesimal (con dos puntos fijos)

La escala centesimal lineal viene definida por la función termométrica

$$\boxed{\theta = ax + b} \quad (1)$$

en la que a y b se determinan por dos puntos fijos elegidos arbitrariamente; se asigna:

—la temperatura 0 cuando el termómetro está en hielo fundente, saturado de aire y a la presión atmosférica normal;

—la temperatura 100 cuando el termómetro está en vapor de agua hirviendo, a la presión atmosférica normal.

Si se designan por x, x_0 y x_{100} los valores de la variable termométrica a las temperaturas $\theta, 0$ y 100, respectivamente, la relación (1) se escribe

$$0 = ax_0 + b \quad \text{y} \quad 100 = ax_{100} + b$$

De aquí se deduce que $a = \frac{100}{x_{100} - x_0}$ y $b = -\frac{100 x_0}{x_{100} - x_0}$, y llevando estos valores a la relación (1),

$$\theta = 100 \frac{x - x_0}{x_{100} - x_0}$$

Inversamente, la magnitud x es una función lineal de la temperatura θ :

$$x = x_0 (1 + K\theta) \quad \text{con} \quad K = \frac{x_{100} - x_0}{100 x_0} = -\frac{1}{b}$$

• Observemos que los termómetros que utilizan la escala centesimal no pueden medir, sino solamente señalar la temperatura θ (a causa de la elección arbitraria de las temperaturas 0 y 100).

2° Escala absoluta (con un punto fijo)

• Consideremos un termómetro de gas;

—a presión constante ($p = p_0$), el volumen v es función lineal de θ :

$$v = v_0 (1 + \alpha\theta); \quad (2)$$

—a volumen constante ($v = v_0$), la presión p es función lineal de θ :

$$p = p_0 (1 + \beta\theta). \quad (3)$$

La experiencia muestra que, cuando la presión inicial p_0 del gas es muy débil (el gas se comporta como un gas perfecto), todos los termómetros de gas definen la misma escala de temperatura θ , llamada entonces temperatura Celsius o legal, cualquiera que sea la naturaleza del gas empleado; si $p_0 \rightarrow 0$, los coeficientes α y β tienden hacia el valor común

$$\alpha = \beta = \frac{1}{273,15}$$

• Designando por x la variable termométrica, las relaciones (2) y (3) se escriben de modo más general

$$\lim_{p_0 \rightarrow 0} x = x_0 \left(1 + \frac{\theta}{273,15} \right).$$

Hagamos $\boxed{T = \frac{\theta}{(K)} + 273,15}$ = temperatura absoluta; de donde

$$\lim_{p_0 \rightarrow 0} x = x_0 \frac{T}{273,15}, \text{ o sea } T = 273,15 \lim_{p_0 \rightarrow 0} \frac{x}{x_0}.$$

Consideremos en este caso la función termométrica de un punto fijo $T = Ax$, en la que el coeficiente A se define atribuyendo arbitrariamente al punto triple del agua la temperatura $T = 273,16$ K (o $\theta = 0,01$ °C). Si se designa por x_t el valor de la variable termométrica en el punto triple del agua, la función termométrica se escribe

$$T = 273,16 \lim_{p \rightarrow 0} \frac{x}{x_t}$$

Por ejemplo, en el caso de un termómetro a volumen constante:

$$T = 273,16 \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p}{p_t}$$

Estas relaciones muestran que $\lim_{p \rightarrow 0} \frac{pv}{T} = \text{const}$; esta constante es independiente de la naturaleza del gas.

• Observemos que la escala absoluta definida de este modo coincide perfectamente con la escala termodinámica definida a partir del ciclo de Carnot: la temperatura T es una magnitud que se puede medir.

II. ECUACIÓN DE ESTADO. COEFICIENTES TERMOELÁSTICOS

1° Ecuación de estado

Un sistema está caracterizado en el equilibrio por los valores de las variables independientes x e y . Como la temperatura T del sistema es función de x e y , existe una relación entre las tres variables x , y y T :

$$f(x, y, T) = 0 \quad \text{llamada ecuación de estado.}$$

Esta ecuación característica del sistema permite determinar una de las magnitudes x, y o T , si se conocen las otras dos. Observemos que se pueden escoger como variables independientes tanto el par (x, y) como el par (x, T) o el (y, T) .

Ejemplos:

- la ecuación de estado de un fluido de masa dada relaciona entre sí la

4 Termodinámica

presión p , el volumen v y la temperatura absoluta T del fluido:

$$f(p, v, T) = 0;$$

• la ecuación de estado de un hilo tenso establece una relación entre su tensión F , su longitud l y su temperatura T :

$$f(F, l, T) = 0.$$

2° Relación entre derivadas parciales

Designaremos por $\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_T$ la derivada parcial de x con respecto a la variable y , a temperatura T constante.

Consideremos la ecuación de estado de un sistema: $f(x, y, T) = 0$;

—si se escogen como variables independientes y y T , la diferencial de x se escribe

$$dx = \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_T dy + \left(\frac{\partial x}{\partial T}\right)_y dT; \quad (4)$$

—si se escogen como variables independientes x y T , la diferencial de y se escribe

$$dy = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_T dx + \left(\frac{\partial y}{\partial T}\right)_x dT. \quad (5)$$

Ahora bien, la relación (4) se escribe

$$dy = \frac{1}{\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_T} dx - \frac{\left(\frac{\partial x}{\partial T}\right)_y}{\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_T} dT; \quad (6)$$

y comparando las expresiones (5) y (6), se obtienen las relaciones generales

$$\boxed{\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_T \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_T = 1} \quad \text{y} \quad \boxed{\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_T \left(\frac{\partial y}{\partial T}\right)_x \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_y = -1} \quad (7)$$

Permutando los papeles de las variables x , y y T , se obtienen relaciones análogas.

3° Coeficientes termoelásticos

• A partir de la ecuación de estado de un fluido $f(p, v, T) = 0$, se pueden prever sus propiedades termoelásticas determinando sus coeficientes termoelásticos positivos α , β y χ :

—el coeficiente de aumento de volumen (dilatación) a presión constante (isobaro), definido por la relación (2), es

$$\alpha = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_n ;$$

—el coeficiente de aumento de presión a volumen constante (isócoro), definido por la relación (3), es

$$\beta = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v ;$$

—el coeficiente de compresibilidad a temperatura constante (isotermo), definido como la variación relativa del volumen del fluido debido a una variación de presión igual a la unidad, es

$$\chi = - \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T .$$

Ahora bien, la relación (7) se escribe en el caso de un fluido

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_p = - 1 ;$$

de donde se deduce la relación general entre los coeficientes termoelásticos:

$$\boxed{\frac{\chi\beta}{\alpha} = \frac{1}{p}}$$

• Los coeficientes α y β se pueden determinar gráficamente con la ayuda de las isothermas de Amagat de ecuación $pv = A + Bp + Cp^2 + Dp^3 + \dots$. En el caso de presiones inferiores a 2 atmósferas, las isothermas tienen por ecuación $pv = A + Bp$ y vienen representadas por una recta de pendiente B en el diagrama de Amagat (pv p).

III. GAS PERFECTO

1° Ecuación de estado

Se ha visto en (I, 2°) que para un gas real se tiene

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{pv}{T} = \text{cte.}$$

Un gas es perfecto si obedece rigurosamente a las leyes límites de los gases reales: para un gas perfecto, cualesquiera que sean p y T , se tendrá

$$\frac{pv}{T} = \text{cte} ;$$

6 Termodinámica

la constante es designada por R para 1 mol (1 mol = \mathcal{N} moléculas = 6.10^{23} moléculas). Así, pues, la ecuación de estado de un mol de gas perfecto se escribe

$$\frac{pv}{T} = R \text{ ó } pv - RT = 0 \text{ y } \boxed{pv - nRT = 0} \text{ para } n \text{ moles.}$$

2° Coeficientes termoelásticos

De acuerdo con la ecuación de estado, se obtiene

$$\alpha = \beta = \frac{1}{T} \text{ y } \chi = \frac{1}{p}.$$

3° Teoría cinética

Un gas está formado por partículas (moléculas) eléctricamente neutras, en movimiento incesante. En el caso de un gas perfecto,

– las dimensiones de las moléculas son infinitamente pequeñas comparadas con las distancias intermoleculares.

– las moléculas no ejercen entre sí fuerza alguna fuera de los choques: las fuerzas intermoleculares se suponen nulas.

En este caso, la presión del gas es debida únicamente a los choques de las moléculas, de masa m , contra las paredes. Se demuestra que la presión del gas está ligada al número n_1 de moléculas por unidad de volumen y a la velocidad cuadrática media de las moléculas por medio de la expresión

$$\boxed{p = \frac{1}{3} n_1 m u^2} \quad (\text{cfr: Ejercicio I-17})$$

Si se considera un mol de gas, la densidad molecular será

$$n_1 = \frac{\text{número de moléculas}}{\text{volumen}} = \frac{\mathcal{N}}{V}$$

Se deduce que

$$pV = \frac{1}{3} \mathcal{N} m u^2 ;$$

ahora bien, $\mathcal{N} m = M =$ masa molar del gas, luego $\boxed{pV = \frac{1}{3} M u^2}$

Introduzcamos la energía cinética media de traslación de las moléculas del gas:

$$E_c = \frac{1}{2} (M) u^2 ; \text{ luego } pV = \frac{2}{3} E_c.$$

Si comparamos con la ecuación de estado del gas, se obtiene la energía cinética de un mol:

$$E_c = \frac{3}{2} RT$$

y, por consiguiente, la de una molécula: $e_c = \frac{3}{2} \frac{RT}{\mathcal{N}} = \frac{3}{2} kT$, siendo k la constante de Boltzmann.

De este modo, la energía cinética de las moléculas de un gas perfecto (luego u) no depende más que de la temperatura T del gas.

Nota: Los gases reales obedecen a menudo a la ecuación de estado de Van der Waals:

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) - RT = 0,$$

que introduce, con respecto a la ecuación $pv - RT = 0$ del gas perfecto, dos términos correctivos

—uno, $\frac{a}{v^2}$, con las dimensiones de una presión, que tiene en cuenta las fuerzas intermoleculares;

—el otro, b , con las dimensiones de un volumen, que tiene en cuenta el volumen propio de las moléculas.

PROBLEMAS DEL CAPÍTULO 1

1 – ESCALA TERMOMÉTRICA LINEAL

Un termómetro de mercurio, graduado linealmente, es sumergido en hielo fundente; el mercurio queda enrasado en la división -2 . En vapor de agua hirviendo, a la presión de 76 cm de mercurio, queda enrasado en la división $+103$.

1° En un baño tibio, el mercurio alcanza la división $n = +70$. Determinar la temperatura θ del baño, indicada por este termómetro.

2° De manera más general, determinar la corrección a efectuar sobre la lectura de la división n , en la forma $\theta - n = f(n)$. Deducir la temperatura θ para la que no es necesaria ninguna corrección.

Solución

1° Se elige como magnitud termométrica el número n de la división en la que queda enrasado el mercurio. La relación termométrica lineal $\theta = f(n)$ se escribe

$$\theta = an + b . \quad (1)$$

–En el hielo fundente ($\theta = 0^\circ\text{C}$), $0 = an_0 + b$.

–En el vapor de agua hirviendo ($\theta = 100^\circ\text{C}$), $100 = an_{100} + b$.

De aquí se deduce que

$$a = \frac{100}{n_{100} - n_0} \quad \text{y} \quad b = -\frac{100 n_0}{n_{100} - n_0}.$$

Por consiguiente, la relación (1) se escribe

$$\theta = 100 \cdot \frac{n - n_0}{n_{100} - n_0}$$

Aplicación numérica: $n_0 = -2$, $n_{100} = +103$, $n = 70$, se obtiene $\theta = 68,57^\circ\text{C}$

2° La corrección a efectuar es

$$\theta - n = n(a - 1) + b, \text{ según la relación (1),}$$

o sea

$$\theta - n = \frac{n [100 - (n_{100} - n_0)] - 100 n_0}{n_{100} - n_0}. \quad (2)$$

La corrección termométrica es pues una función lineal de la graduación n . No habrá que efectuar corrección alguna si $\theta - n = 0$, luego

$$\boxed{n = \theta = \frac{100 n_0}{100 - (n_{100} - n_0)}} \text{ de acuerdo con la relación (2).}$$

Aplicación numérica: Se obtiene $\theta = 40^\circ\text{C}$.

2 – COMPARACIÓN DE LAS ESCALAS CENTESIMAL Y CELSIUS EN UN TERMÓMETRO DE RESISTENCIA

La ecuación termométrica de un termómetro de resistencia de platino es, entre 0°C y 630°C , de la forma

$$R = A_0 + A_1 t + A_2 t^2,$$

en donde R designa la resistencia del hilo de platino a la temperatura Celsius t .

Se dan los siguientes valores:

$$\begin{aligned} A_0 &= 2 \Omega, \quad A_1 = 8,12 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot ^\circ\text{C}^{-1}, \\ A_2 &= -1,2 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot ^\circ\text{C}^{-2}. \end{aligned}$$

1° Expresar la diferencia $\theta - t$ entre la temperatura centesimal lineal θ definida por este termómetro y la temperatura legal Celsius t , en función de t .

Aplicación numérica: $t = 80^\circ\text{C}$.

2° Determinar a qué temperatura t_1 la diferencia $\theta - t$ pasa por un valor máximo. Deducir esta diferencia máxima.

Solución

1º La temperatura centesimal θ viene definida por la relación

$$\frac{\theta}{100} = \frac{R - R_0}{R_{100} - R_0} \quad \text{con} \quad \begin{aligned} R &= A_0 + A_1 t + A_2 t^2, \\ R_0 &= A_0, \\ R_{100} &= A_0 + 100 A_1 + 10\,000 A_2. \end{aligned}$$

De ahí se deduce que

$$\theta = 100 \frac{A_1 t + A_2 t^2}{100 A_1 + 10\,000 A_2} \quad \text{o} \quad \theta = \frac{A_1 t + A_2 t^2}{A_1 + 100 A_2}.$$

La diferencia entre las temperaturas centesimal y Celsius es pues

$$\theta - t = \frac{A_1 t + A_2 t^2 - t(A_1 + 100 A_2)}{A_1 + 100 A_2},$$

$$\theta - t = \frac{A_2 t (t - 100)}{A_1 + 100 A_2};$$

o bien $\boxed{\theta - t = 1,5 \cdot 10^{-4} t (100 - t)}$. (1)

Aplicación numérica: $t = 80^\circ\text{C}$; se obtiene $\theta - t = 0,240^\circ\text{C}$.

2º La diferencia $\theta - t$ es máxima cuando el producto $t(100 - t)$ es máximo; ahora bien, se trata del producto de dos términos cuya suma es constante e igual a 100; este producto es por consiguiente máximo cuando los dos términos son iguales, es decir $t = 100 - t$, o sea $\boxed{t_1 = 50^\circ\text{C}}$.

La diferencia máxima viene dada entonces por la relación (1),

$$(\theta - t)_{\max} = 1,5 \cdot 10^{-4} \times 50(50) = 0,375^\circ\text{C}.$$

3 – CORRECCIÓN DE LA COLUMNA DE UN TERMÓMETRO

Un termómetro de mercurio se sumerge parcialmente en un baño cuya temperatura θ se desea determinar. Cuando se le sumerge hasta la división $n = 10$ del vástago, indica $t = 75,00^\circ\text{C}$, y cuando se le sumerge hasta la división $n' = 60$, indica $t' = 75,25^\circ\text{C}$. Deducir la temperatura θ del baño en la escala de este termómetro de mercurio: se da la temperatura de la atmósfera $t_a = 15,00^\circ\text{C}$.

Solución

Sea a el coeficiente de dilatación aparente del mercurio.

En la experiencia (1), las $(t - n)$ divisiones a la temperatura exterior t_a corresponden, si estuviesen en el baño de temperatura θ , a un número de divisiones

$$(t - n) \cdot \frac{1 + a\theta}{1 + at_a} \approx (t - n) [1 + a(\theta - t_a)].$$

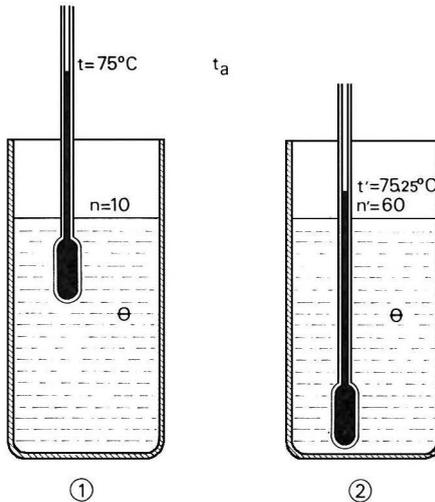


Figura I, 1

La temperatura del baño, en la escala termométrica considerada, es

$$\theta = n + (t - n) [1 + a(\theta - t_a)]$$

o

$$\theta = t + a(t - n)(\theta - t_a).$$

Pero $\theta \approx t$, de donde

$$\boxed{\theta = t + a(t - n)(t - t_a)} \quad (1)$$

En la experiencia (2), se tendrá del mismo modo

$$\theta = t' + a(t' - n')(t' - t_a) \tag{2}$$

Aplicación numérica: Las relaciones (1) y (2) se convierten en

$$\begin{cases} \theta = 75 + a \cdot 65 \cdot 60 = 75 + 3900 a, \\ \theta = 75,25 + a \cdot 15,25 \cdot 60,25 = 75,25 + 920 a. \end{cases}$$

La resolución de este sistema de dos ecuaciones da el resultado: $\theta = 75,33^\circ\text{C}$.

4 – CORRECCIÓN DE TEMPERATURA EN UN TERMÓMETRO DE VÁSTAGO TRONCOCÓNICO

Se considera un termómetro de mercurio cuyo vástago troncocónico lleva graduaciones regularmente espaciadas. En la división 0, el diámetro del vástago es $d_0 = 0,500$ mm y, en la división 100, es $d_{100} = 0,510$ mm. Calcular la corrección $\theta - n = f(n)$ a efectuar en la lectura de la graduación n cuando el termómetro está sumergido en un baño de temperatura θ .

Aplicación numérica: Determinar θ cuando el mercurio está enrasado en la división 30.

Solución

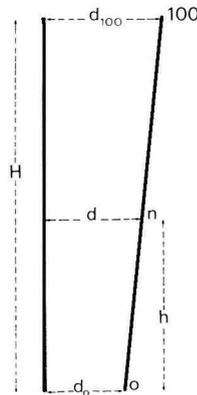


Figura I, 2

La magnitud termométrica es aquí el volumen aparente V del mercurio. La temperatura viene entonces definida por la relación