



Dierk Schröder
Joachim Böcker *Hrsg.*

Elektrische Antriebe – Regelung von Antriebssystemen

5. Auflage

 Springer Vieweg

Elektrische Antriebe – Regelung von Antriebssystemen

Dierk Schröder · Joachim Böcker
(Hrsg.)

Elektrische Antriebe – Regelung von Antriebssystemen

5. Auflage

Hrsg.

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. h. c. Dierk Schröder
Technische Universität München
München, Deutschland

Prof. Dr.-Ing. Joachim Böcker
Universität Paderborn
Paderborn, Deutschland

ISBN 978-3-662-62699-3 ISBN 978-3-662-62700-6 (eBook)
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-62700-6>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 1995, 2001, 2009, 2015, 2020

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Vorwort zur 1. Auflage

Das vorliegende Lehrbuch ist das zweite Buch in der vierbändigen Reihe „Elektrische Antriebe“.

Die Schwerpunktthemen dieses Bandes sind die Regelungsvarianten sowohl der drehzahlvariablen Gleichstrom- als auch der Drehstrom-Antriebe.

Der vorliegende Band baut auf dem ersten Band „Elektrische Antriebe 1, Grundlagen“ auf. Dies bedeutet, dass Fragen zur Auslegung von Antriebssystemen, die Signalflusspläne für Gleichstrom- und Drehstrom-Maschinen, die Steuereingriffe und deren Wirkung sowie die Funktion der Stellgliedvarianten im Ansatz als bekannt vorausgesetzt werden. Dies gilt ebenso für die grundlegendsten Kenntnisse der Regelungstechnik.

Großer Wert wird auf die durchgängige Darstellung der mathematischen Behandlung von Regelkreisen, der Stabilität sowie der Optimierungskriterien und deren praktische Anwendung gelegt. Es wird deshalb nicht nur das Betragsoptimum und das symmetrische Optimum, sondern auch das allgemein anwendbare Dämpfungsoptimum ausführlich behandelt.

Ein weiterer Schwerpunkt ist die Darstellung der Regelungen von Drehfeldmaschinen. Aufgrund der Bedeutung dieses Gebiets werden die grundlegenden Signalflusspläne der Asynchron- und Synchron-Maschine und deren Abwandlungen in den verschiedenen Koordinatensystemen und Orientierungen noch einmal kurz wiederholt. Erweitert werden die Darstellungen um die permanent erregten Drehfeldmaschinen. Es folgt eine ausführliche Darstellung von Entkopplungsverfahren zur Regelung von Drehfeldmaschinen. Diese Vorgehensweise hat zwei Vorteile: Erstens wird damit das komplexe Thema der Feldorientierung leichter verständlich und zweitens resultieren die Entkopplungsverfahren in relativ einfach zu realisierenden Regelverfahren. Es folgen die Erläuterungen zur feldorientierten Regelung einschließlich der Diskussion verschiedener Modelle und der Parameteradaption.

In einem weiteren Kapitel werden die Rückwirkungen mechanischer Systeme auf den elektrischen Antrieb beispielhaft erläutert.

Um die angestrebte Durchgängigkeit des Lehrbuchs zu erreichen, wurden auch Sonderfragen wie Fehlereinflüsse, Genauigkeit sowie Schirmung oder Approximationen des dynamischen Stellglied-Verhaltens dargestellt.

Das Ziel dieses Lehrbuches ist, sowohl eine Einführung zu geben für Studierende der elektrischen Antriebstechnik an den Fachhochschulen und den Technischen

Hochschulen als auch den in der Industrie Tätigen eine Auffrischung des Wissens zu ermöglichen.

Wiederum möchte ich meiner Familie und meinen wissenschaftlichen Mitarbeitern danken für das Verständnis, die Unterstützung und die hilfreichen Diskussionen bei der Abfassung. Gedankt sei auch den Mitautoren von Lehrgängen des VDI-Bildungswerkes, mit denen ich vor vielen Jahren einen intensiven Gedankenaustausch über die industriell angewandten Regelungsverfahren hatte.

München, im Frühjahr 1995

Dierk Schröder

Vorwort zur 5. Auflage

Die 5. Ausgabe des Buchs *Elektrische Antriebe — Regelung von Antriebssystemen* stellt sowohl die Grundlagen der geregelten Maschinen als auch weitergehende Spezialthemen ausführlich dar. Dies ist nicht nur für die klassischen elektrischen Antriebssysteme aus Industrie und Bahntechnik, sondern nunmehr auch für Windkraftanlagen und elektrisch angetriebene Straßenfahrzeuge von hoher Relevanz.

In der neuen Auflage wurden verschiedene Anpassungen vorgenommen. Die regelungstechnischen Grundlagen wurden weitgehend im ersten Kapitel zusammengefasst, die Kapitel über Gleichstrommaschinen und netzgeführte Stellglieder gestrafft. Einige Kapitel sind auch entfallen, wie die über Simulation und Identifikation, da es inzwischen andere umfangreiche Materialien gibt.

Andere Teile wurden ausgebaut oder ergänzt wie die neuen Abschnitte über Reluktanz-Synchronmaschinen und permanent erregte Synchronmaschinen von C. M. Hackl. Hier wird u. a. die Trichter-Stromregelung (Funnel Control) vorgestellt, welche ohne ein Streckenmodell auskommt und dennoch quantitative Vorgaben einhalten kann. Bekanntermaßen resultiert das stark nichtlineare Verhalten der permanent erregten Synchronmaschine und der Reluktanz-Synchronmaschine in nicht-trivialen Betriebskennlinien (wie z. B. Maximum-Torque-per-Losses, MTPL), die in diesen neuen Abschnitten durch methodisch gut durchdachte Optimierungsansätze systematisch entwickelt und analytisch berechnet werden.

Auch an vielen anderen Abschnitten wurden kleinere und größere Überarbeitungen vorgenommen, Druckfehler beseitigt und wenn möglich Bezeichnungen und Symbole vereinheitlicht.

Die Herausgeber danken Herrn Dr.-Ing. Karl Stephan Stille für seine tatkräftige Unterstützung bei der Überarbeitung des umfangreichen Latex-Quellcodes.

München und Paderborn, im Herbst 2020

Inhaltsverzeichnis

1	Regelungstechnische Grundlagen	1
1.1	Regelungstechnische Grundbegriffe und Grundregeln	1
1.1.1	Gegenüberstellung von Steuerung und Regelung	1
1.1.2	Beschreibung des dynamischen Verhaltens durch Signalfusspläne	5
1.1.3	Frequenzgang	10
1.1.4	Rechenregeln, Umwandlungsregeln, Signalfussplan	16
1.1.5	Führungs- und Störungsübertragungsfunktion	23
1.2	Stabilisierung und Optimierung von Regelkreisen	27
1.2.1	Stabilität	28
1.2.2	Stabilitätsprüfung anhand der Übertragungsfunktion	36
1.2.3	Optimierung bei offenem Kreis (Bode-Diagramm)	41
1.3	Standard-Optimierungsverfahren	45
1.3.1	Betragsoptimum (BO)	46
1.3.2	Symmetrisches Optimum (SO)	60
1.3.3	Auswahl des Reglers und Bestimmung der Optimierung	75
1.3.4	Führungsverhalten bei rampenförmiger Anregung	79
1.3.5	Resonanter P-Regler	85
1.4	Verallgemeinerte Optimierungsverfahren	88
1.4.1	Dämpfungsoptimum (DO)	88
1.4.2	Beispiele zum Dämpfungsoptimum	97
1.4.3	Zählerpolynom und äquivalente Sollwertglättung	102
1.4.4	Erweitertes Dämpfungsoptimum	104
1.4.5	Reglerentwurf durch Gütefunktionale	109
1.4.6	Reglerauslegung mit MATLAB	113
1.5	Regelkreisstrukturen	117
1.5.1	Allgemein vermaschter Regelkreis	118
1.5.2	Kaskadenregelung	120
1.5.3	Modellbasierte Regelungen	124
1.5.4	Vorsteuerung	129
1.5.5	Zustandsregelung	135
1.5.6	Stellbegrenzungen in Regelkreisen (<i>P. Hippe, C. Wurmthaler</i>)	159
1.5.7	Sensor-Begrenzung in Regelkreisen (<i>P. Hippe</i>)	186

1.6	Abtastsysteme	198
1.6.1	Grundlagen der z -Transformation	198
1.6.2	Übertragungsfunktionen von Abtastsystemen	207
1.6.3	Einschleifige Abtastregelkreise	227
1.6.4	Optimierung des Reglers bei Abtastregelkreisen	235
1.6.5	Entwurf zeitdiskreter Regelkreise auf endliche Einstellzeit	239
1.6.6	Diskretisierungs-Nullstelle — Digitale Signalverarbeitung	252
1.7	Fehlereinflüsse und Genauigkeit bei geregelten Systemen.....	264
1.7.1	Ausregelbare Fehler.....	264
1.7.2	Nicht ausregelbare Fehler.....	267
1.7.3	Abschätzung der Auswirkung der Fehler.....	272
1.7.4	Erreichbare Genauigkeit analog drehzahl geregelter Antriebe	278
1.7.5	Fehler in Systemen mit digitaler Erfassung von Position und Drehzahl	280
1.7.6	Geber.....	284
1.7.7	EMV, störstichere Signalübertragung und Störschutzmaßnahmen	302
	Literatur.....	308
2	Regelung der Gleichstrommaschine	317
2.1	Geregelte Gleichstrommaschine im Ankerstellbereich	318
2.1.1	Stromregelkreis	319
2.1.2	Drehzahlregelkreis	330
2.1.3	Lageregelung	341
2.2	Geregelte Gleichstrommaschine im Feldschwächbereich	345
2.2.1	Erregerstromregelung	348
2.2.2	Schaltungsvarianten	351
2.2.3	Sammelschienenantrieb.....	352
2.2.4	Contiflux-Regelung	355
2.2.5	Spannungsabhängige Feldschwächung	356
	Literatur.....	368
3	Dynamische Modellbildung netzgeführter Stellglieder.....	371
3.1	Stromregelungen	371
3.1.1	Großsignal-Verhalten	371
3.1.2	Adaptiver Stromregler	381
3.1.3	Prädiktive Stromregelung	386
3.2	Abtastmodelle	389
3.2.1	Untersuchung des Steuergerätes ohne dynamische Symmetrierung	389
3.2.2	Untersuchung des Stromrichters	392
3.2.3	Stromrichterstellglied bei lückendem Strom	396
	Literatur.....	401

4	Asynchronmaschine	403
4.1	Grundlagen	403
4.1.1	Funktionsprinzip der Drehfeld-Asynchronmaschine	404
4.1.2	Raumzeiger	405
4.1.3	Zusammenhang der Raumzeiger mit der Feldverteilung ...	406
4.1.4	Drehende Koordinatensysteme	409
4.1.5	Spannungsgleichungen	411
4.1.6	Leistungsbilanz und Drehmoment	412
4.1.7	Bestimmung der Raumzeiger aus Motordaten	414
4.2	Signalfusspläne der Asynchronmaschine im Koordinatensystem K	415
4.2.1	Beschreibendes Gleichungssystem	415
4.2.2	Signalfussplan der spannungsgesteuerten Asynchronmaschine mit Stranggrößen	425
4.2.3	Signalfussplan der stromgesteuerten Asynchronmaschine .	426
4.2.4	Stationärer Betrieb der Asynchronmaschine	427
4.2.5	Umrechnungen für Stern- und Dreieckschaltung	430
4.3	Steuerverfahren der Asynchronmaschine	432
4.3.1	Signalfussplan bei Statorflussorientierung	434
4.3.2	Signalfussplan bei Rotorflussorientierung	436
4.3.3	Signalfussplan bei Luftspaltflussorientierung	442
4.4	Regelungsverfahren der Asynchronmaschine	448
4.4.1	Entkopplungsregelung der Asynchronmaschine	448
4.4.2	Entkopplung bei Umrichtern mit eingepprägter Spannung .	450
4.4.3	Entkopplung bei Umrichtern mit eingepprägtem Strom	460
4.4.4	Feldorientierte Regelung der Asynchronmaschine	467
4.5	Modellbildung der Asynchronmaschine	475
4.5.1	I_1 -Modell (Strommodell)	476
4.5.2	I_1 - β_L -Modelle und I_1 - Ω_L -Modelle	480
4.5.3	U_1 - I_1 -Modell	486
4.5.4	U_1 - I_1 - Ω_L -Modell	488
4.5.5	U_1 - Ω_L -Modell	493
4.5.6	Zusammenfassung der Modelle	494
4.6	Parameterbestimmung an Drehstrom-Asynchronmaschinen (<i>W. Michalik</i>)	498
4.6.1	Übersicht zu Methoden der Parameterbestimmungen an Drehstrom-Asynchronmaschinen	498
4.6.2	Parameterbestimmungen mit herkömmlichen Verfahren der Maschinenprüfung	501
4.6.3	Parameterbestimmungen mit Parameterschätzverfahren ..	512
4.7	Asynchronmaschine in normierter Darstellung	549
4.8	Feldschwächbetrieb der Asynchronmaschine	554
4.9	Einschränkungen bei der Realisierung der Regelung von Drehfeldantrieben	556
4.9.1	Abtastender Regler	556
4.9.2	Sättigungseffekte	558

4.9.3	Realisierbare Entkopplungsstruktur	559
4.10	Direkte Regelungen (<i>A. Steimel</i>)	562
4.10.1	Direkte Selbstregelung	562
4.10.2	Indirekte Statorgrößen-Regelung	574
4.10.3	Direct Torque Control	578
	Literatur	581
5	Stromregelung von Drehstrommaschinen mit pulsweitenmodulierten Stromrichtern	587
5.1	Regelstrecke und Stellglied der Statorstromregelung	587
5.2	Indirekte Verfahren der Statorstromregelung	593
5.3	Modulationsverfahren (<i>A. Steimel</i>)	595
5.3.1	Grundfrequenztaktung	596
5.3.2	Nichtsynchronisierte Pulsweitenmodulation	600
5.3.3	Diskontinuierliche Taktungen	608
5.3.4	Synchrone Taktungen	613
5.3.5	Wechselrichter-Spannungsfehler	626
5.4	Weitere Verfahren zur Pulserzeugung	630
5.4.1	Spannungsraumzeigermodulation	630
5.4.2	On-line optimierte Pulsmustererzeugung	633
5.4.3	Raumzeiger-Hystereseverfahren	640
5.4.4	Prädiktive Stromregelung mit Schalttabelle	650
5.4.5	Dead-Beat-Pulsmustererzeugung	655
5.5	Entwurf der Stromregelung (<i>N. Hoffmann, F. W. Fuchs</i>)	664
5.5.1	Motivation zur digitalen Stromregelung	664
5.5.2	Modellbildung	665
5.5.3	Klassifizierung der indirekten Regelverfahren	681
5.5.4	Stromregelung im rotierenden Koordinatensystem	684
5.5.5	Praktische Aspekte bei der Regelungsimplementierung ..	713
5.6	Stromzustandsregelung (<i>U. Nuß</i>)	714
5.6.1	Motivation für den Einsatz eines Zustandsreglers	714
5.6.2	Zustandsraumbeschreibung der Statorstromregelstrecke bei Drehstromantrieben	715
5.6.3	Entwurf des Statorstromzustandsreglers	726
5.6.4	Vergleich der Statorstromzustandsregelung mit anderen Stromregelverfahren	747
5.7	Drehzahlzustandsregelung (<i>U. Nuß</i>)	750
5.7.1	Vorbemerkungen	750
5.7.2	Erreichbare Dynamik mit klassischen Drehzahlreglern	751
5.7.3	Erreichbare Dynamik mit einem Drehzahlzustandsregler ..	759
5.8	Zusammenfassung Statorstrom-Regelungen	771
5.9	Regelung zeitvarianter Systeme mittels Polfesselung (<i>C. Heising, A. Steimel</i>)	782
5.9.1	Stabilitätsanalyse leistungselektronischer Systeme	782
5.9.2	Der neue Polfesselungs-Ansatz	789

5.9.3	Anwendung in der Praxis	799
5.9.4	Pulsstromrichter am Dreileiternetz (Active Front End) . . .	813
5.9.5	Ausblick	817
	Literatur	817
6	Synchronmaschine	829
6.1	Synchron-Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung	830
6.1.1	Beschreibendes Gleichungssystem	830
6.1.2	Synchron-Schenkelpolmaschine in normierter Darstellung . .	835
6.1.3	Signalfussplan bei Spannungseinprägung	841
6.1.4	Signalfussplan bei Stromeinprägung	843
6.1.5	Ersatzschaltbild der Synchron-Schenkelpolmaschine	844
6.2	Synchron-Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung	848
6.2.1	Beschreibendes Gleichungssystem und Signalfussplan	848
6.2.2	Ersatzschaltbild der Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung	850
6.3	Synchron-Vollpolmaschine	854
6.3.1	Beschreibendes Gleichungssystem und Signalfusspläne . . .	854
6.3.2	Ersatzschaltbild der Synchron-Vollpolmaschine	860
6.3.3	Feldorientierte Darstellung der Synchron-Vollpolmaschine mit Dämpferwicklung	864
6.3.4	Steuerbedingungen der Vollpolmaschine ohne Dämpferwicklung	872
6.4	Regelung der Synchronmaschine durch Entkopplung	873
6.5	Regelung der SM durch Feldorientierung (<i>F. Bauer</i>)	884
6.5.1	Modelle zur Flussermittlung	885
6.5.2	Spannungsmodell (U_1 - I_1 -Modell)	885
6.5.3	Regelung der Synchronmaschine	893
6.5.4	Ablösung verschiedener Modelle	900
6.5.5	Flussregelung	907
6.5.6	Flussführung im Feldschwäcbereich	908
6.5.7	Steuerung des ϕ der fremderregten Synchronmaschine . .	909
6.6	Nichtlineare Stromregelverfahren für RSM (<i>C. M. Hackl et al.</i>) . . .	913
6.6.1	Motivation	914
6.6.2	Problemstellung	915
6.6.3	Modellierung	917
6.6.4	Windup-Problematik und Anti-Windup	928
6.6.5	Adaptive Trichter-Stromregelung	929
6.6.6	Nichtlineare Stromregelung nach Betragsoptimum	933
6.6.7	Nichtlineare Stromregelung mit E/A-Linearisierung	938
6.6.8	Simulative und experimentelle Validierung	941
6.7	Permanentmagneterregte Synchronmaschine (PM-Maschine)	949
6.7.1	Signalfussplan der PM-Maschine	949
6.7.2	Regelung der PM-Maschine ohne Reluktanzeinflüsse	955
6.7.3	Rechteckförmige Stromeinprägung ohne Reluktanzeinflüsse	957

6.7.4	Vergleich der sinus- und rechteckförmig gespeisten PM-Maschine	963
6.7.5	Feldschwächbereich der PM-Maschine	964
6.8	PM-Maschine mit Reluktanzeinflüssen	972
6.8.1	Maximales Drehmoment pro Strom	976
6.8.2	Verlustminimierung	983
6.8.3	Maximales Drehmoment pro Spannung	987
6.8.4	Feldschwächung unter Strom- und Spannungsbegrenzung ..	989
6.8.5	Zusammenfassung der Steuerverfahren	990
6.8.6	Einbindung in ein Antriebssystem	999
6.8.7	Feldschwächregelung mit Rückkopplung	1003
6.8.8	Hybride Feldschwächregelungsstruktur	1004
6.9	Optimale Betriebsführung von nichtlinearen SM (<i>C. M. Hackl et al.</i>)	1006
6.9.1	Motivation	1007
6.9.2	Modellierung	1010
6.9.3	Problemstellung: Optimale Sollstromberechnung (OSSB) .	1016
6.9.4	Mathematische Vorüberlegungen	1023
6.9.5	Optimale Betriebsstrategien	1032
6.9.6	Analytische Berechnung der optimalen Sollströme	1040
6.9.7	Auswahl der optimalen Betriebsstrategie	1052
6.9.8	Simulative und experimentelle Validierung	1056
6.9.9	Zusammenfassung und Ausblick	1068
	Literatur	1068
7	Drehgeberlose Regelung von Drehfeldmaschinen	1081
7.1	Einführung	1081
7.1.1	Prinzipielle Grundgleichungen	1087
7.2	Grundlegendes nichtadaptives Verfahren	1090
7.3	Nichtadaptive Verfahren: Statorspannungsgleichungen	1094
7.4	Nichtadaptive Verfahren: Flussgleichungen	1099
7.5	Nichtadaptive Verfahren: Sollgrößenansatz	1100
7.6	Direkte Schätzung der Rotordrehzahl	1103
7.7	Adaptive Verfahren	1108
7.7.1	MRAS-Verfahren	1113
7.7.2	Problematik bei tiefen Frequenzen	1115
7.7.3	MRAS-Verfahren: EMK-Berechnung	1119
7.7.4	MRAS-Verfahren: Flussberechnung	1120
7.7.5	MRAS-Verfahren, basierend auf Blindleistungsberechnung	1122
7.7.6	Verfahren mittels Zustandsschätzung	1124
7.8	Schätzverfahren mit neuronalen Netzen	1138
7.9	Auswertung von Harmonischen	1141
7.10	Anisotropie-basierte Schätzung der Rotorlage (<i>P. Landsmann</i>)	1143
7.10.1	Analytische Betrachtung der Anisotropie einer Induktivität	1144
7.10.2	Verfahren zur Identifikation der Anisotropie	1148
7.10.3	Zusammenhang zwischen Anisotropie und Rotorlage	1164

7.10.4	Initiale Bestimmung der Polarität	1174
7.11	Zusammenfassung sensorlose Drehfeldantriebe	1176
7.11.1	Modellbasierte Verfahren – Einführung	1176
7.11.2	Modellbasierte Verfahren	1177
7.11.3	Hochfrequente Zusatzsignale	1181
7.11.4	Symmetrische Maschinen	1182
	Literatur	1185
8	Geschaltete Reluktanzmaschine (<i>R. De Doncker, A. Wörndle</i>)	1201
8.1	Funktionsweise und Aufbau	1201
8.2	Grundgleichungen	1205
8.2.1	Spannungsgleichung	1205
8.2.2	Drehmomentgleichung und Energiebilanz bei linearer Betrachtung	1206
8.2.3	Energiebilanz bei nichtlinearen Verhältnissen	1208
8.2.4	Einfluss der Sättigung	1212
8.3	Umrichterschaltungen	1213
8.4	Steuerung und Regelung	1215
8.4.1	Stromregelung	1215
8.4.2	Drehmomentregelung	1218
8.4.3	Drehzahlregelung	1220
8.4.4	Drehgeberlose Regelung	1222
8.5	Weitere Aspekte zur Auslegung	1222
8.5.1	Rückwirkung auf den Zwischenkreis	1222
8.5.2	Akustische Analyse	1224
8.5.3	Verlustmodellierung	1225
8.5.4	Modellierung mit Hilfe von Reluktanz-Netzwerken	1226
8.5.5	Betrachtung von Fehlerfällen	1227
	Literatur	1228
9	Regelung elastischer und reibungsbehafteter Systeme	1231
9.1	Drehzahlregelung bei elastischer Verbindung zur Arbeitsmaschine	1231
9.1.1	Regelung der Arbeitsmaschinendrehzahl	1233
9.1.2	Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl	1239
9.1.3	Zustandsregelung des Zweimassensystems	1249
9.1.4	Verallgemeinerung: Mehrmassensysteme	1264
9.1.5	Nichtlineare Systeme — Intelligente Strategien	1271
9.2	Schwingungsdämpfung	1279
9.3	Lokal geregelte Absorption von Vibrationen (<i>D. Filipović</i>)	1286
9.3.1	Einführung	1286
9.3.2	Resonanzabsorber: Linearer aktiver Resonator (LAR)	1288
9.3.3	Absorber mit lokaler Rückführung in Multimassensystemen	1295
9.3.4	Zusammenfassung	1314
9.4	Dynamische Reibungsmodellierung (<i>C. M. Hackl</i>)	1315
9.4.1	Motivation	1316
9.4.2	Reibungsmodellierung	1325

9.4.3	Konsequenzen der dynamischen Reibungsmodellierung ...	1347
9.4.4	Regelung von Antriebssystemen mit dynamischer Reibung	1352
9.4.5	Fazit	1356
	Literatur	1357
10	Ausgewählte Anwendungen	1367
10.1	Modellierung u. Regelung kont. Fertigungsanlagen (<i>W. Wolfermann</i>)	1367
10.1.1	Einführung	1367
10.1.2	Modellierung des Systems	1369
10.1.3	Systemanalyse	1379
10.1.4	Drehzahlregelung mit PI-Reglern in Kaskadenstruktur ...	1384
10.1.5	Bahnkraftregelung mit PI-Reglern	1389
10.1.6	Registerfehler bei Rotationsdruckmaschinen.....	1392
10.1.7	Zustandsregelung des Gesamtsystems	1401
10.1.8	Dezentrale Regelung	1403
10.1.9	Beobachter	1414
10.1.10	Zusammenfassung	1426
10.2	Prozessmodelle für Rotationsdruckmaschinen (<i>G. Brandenburg</i>) ...	1428
10.2.1	Einführung	1428
10.2.2	Ideale Walzen mit Dehnschlupf.....	1430
10.2.3	Walzen mit Gleitschlupf und Partialschlupf	1454
10.2.4	Neue Regelungsverfahren	1467
10.2.5	Ableitung des Teil-Schnittregisterfehlers	1481
10.2.6	Ableitung des dynamischen q-Modells.....	1491
10.2.7	Optimierung der Zweigrößenregelung	1493
10.2.8	Dank	1497
10.3	Modellierung und Regelung von Windkraftanlagen (<i>C. M. Hackl et al.</i>)	1498
10.3.1	Motivation und Einleitung	1498
10.3.2	Nomenklatur und Grundlagen.....	1507
10.3.3	Modellierung von Windkraftanlagen	1519
10.3.4	Steuerung und Regelung von Windkraftanlagen	1532
10.3.5	Simulation der Gesamtanlage	1572
	Literatur	1580
	Variablenverzeichnis	1591
	Sachverzeichnis	1611

1.1 Regelungstechnische Grundbegriffe und Grundregeln

1.1.1 Gegenüberstellung von Steuerung und Regelung

Bei technischen — aber auch anderen — Systemen besteht häufig die Aufgabe, bestimmte Größen auf einen gewünschten Wert zu bringen und dort zu halten. Diese Größen bezeichnet man als Ausgangsgrößen x des Systems. Damit aber die Ausgangsgrößen auf den gewünschten Wert gebracht und dort gehalten werden können, müssen die geeigneten Eingangsgrößen u der Strecke bekannt und zugänglich sein.

In Abb. 1.1 ist dies symbolisch und am Beispiel der Strecke *Gleichstrommaschine* (GM) dargestellt. Die Eingangsgröße bzw. die Stellgröße u ist hierbei die Ankerspannung U_A . Der Ausgangsgröße x entspricht in diesem Beispiel die Motor-Drehzahl N . Der Block *Strecke* sei in Abb. 1.1 nur die Gleichstrommaschine. Die mathematischen bzw. funktionellen Zusammenhänge sind im Band „Elektrische Antriebe — Grundlagen“ beschrieben [Sch94; Sch00a; Sch07b; Sch09b; Sch13].

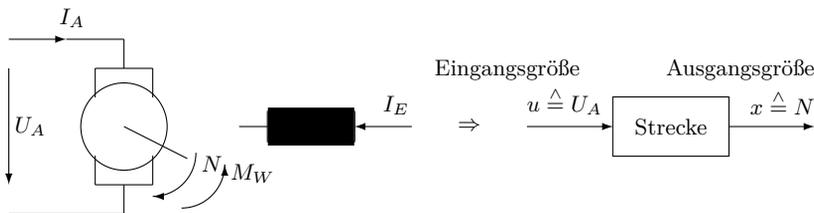


Abb. 1.1 Steuerung der Gleichstrommaschine (GM)

Wenn der Zusammenhang zwischen U_A und N genau bekannt ist (beispielsweise bei Leerlauf im stationären Betrieb $N = K U_A$), dann kann durch Verstellen von U_A die gewünschte Drehzahl N eingestellt und dort gehalten werden. Wesentlich ist im vorliegenden Fall die proportionale Abhängigkeit zwischen N und U_A . Diesen Vorgang nennt man *Steuerung*.

Im Allgemeinen ist aber der Zusammenhang zwischen der Stellgröße u und der Ausgangsgröße x nicht genau bekannt, da unbekannte Störgrößen z vorhanden sind, deren zeitlicher Verlauf nicht vorhergesagt werden kann.

Bei der betrachteten Gleichstrommaschine kann sich beispielsweise im Ankerstellbereich der Erregerstrom I_E ändern; der Erregerstrom ist in diesem Fall eine der möglichen Störgrößen, die Ankerspannung U_A die Eingangsgröße. Wenn sich nun der Erregerstrom I_E ändert und dies nicht bekannt ist, führt dies auch zu einer — unerwünschten — Änderung der Drehzahl. Eine andere Störgröße ist die Belastung der Maschine, das Lastdrehmoment M_W , das bei Änderungen ebenso Änderungen der Drehzahl N verursacht.

Solange diese Störgrößen in ihrer Größe und in ihrem zeitlichen Verlauf nicht genau bekannt sind, werden durch die Störgrößen somit unerwünschte Veränderungen der Ausgangsgröße $x = N$ nicht zu vermeiden sein.

Um eine gezielte Beeinflussung des Systems zu erreichen, ist es deshalb notwendig, die Ausgangsgröße x zu beobachten und die Stellgröße u so zu verändern, dass die Ausgangsgröße in einem vorher vereinbarten Toleranzbereich bleibt. Der klassische Weg ist die Einführung des Regelkreises (Abb. 1.2).

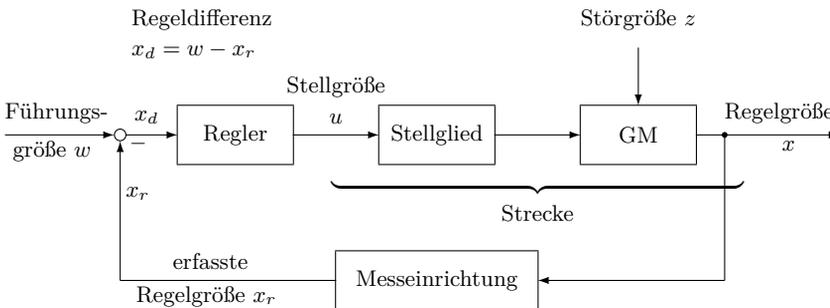


Abb. 1.2 Regelkreis am Beispiel der Gleichstrommaschine

Wie in Abb. 1.1 auf der vorherigen Seite ist die Eingangsgröße der Strecke die Stellgröße u und die Ausgangsgröße die Drehzahl N , die in Regelkreisen wie in Abb. 1.2 Regelgröße x genannt wird. Die Strecke besteht jetzt allerdings aus dem leistungselektronischen Stellglied und der GM. Zusätzlich sind die Störgrößen z eingetragen, die in der Strecke eingreifen und die Regelgröße x beeinflussen.

Um die Regelgröße x auf den gewünschten Wert zu bringen und dort zu halten, wird sie durch eine Messeinrichtung erfasst. Häufig wird die Regelgröße dabei in eine andere physikalische Größe umgeformt. In unserem Fall der Drehzahlregelung wird die Drehzahl häufig mit einem Tachogenerator in eine Spannung umgeformt. Diese so erfasste Regelgröße x_r ist der ursprünglichen Regelgröße x proportional; dies gilt zumindest im stationären Betriebsfall. Die erfasste Regelgröße x_r wird nun mit dem Sollwert w verglichen; der Vergleich erfolgt durch Differenzbildung. Die Ausgangsgröße des Vergleichs ist die Regeldifferenz x_d .

$$x_d = w - x_r = w - K_r x \quad (1.1)$$

Gleichung (1.1) besagt, dass die Regeldifferenz x_d null ist, wenn der Sollwert mit der erfassten Regelgröße x_r übereinstimmt bzw. $x = w/K_r$ ist. Für $K_r = 1$ gilt damit $x = w$.

Die Funktion des Regelkreises in Abb. 1.2 auf der vorherigen Seite kann wie folgt erläutert werden. Es wird angenommen, dass bei jedem der Blöcke *Regler*, *Stellglied*, *GM* und *Messeinrichtung* eine Vergrößerung der jeweiligen Eingangsgröße im stationären Betrieb auch eine entsprechende Vergrößerung der Ausgangsgröße bewirkt. Der Regler sei beispielsweise ein Verstärker mit der Verstärkung K_R , das Stellglied könne mit dem Verstärkungsfaktor K_{STR} , die GM könne mit der Verstärkung K_S im stationären Zustand approximiert werden. Dann gilt:

$$x = K_S K_{STR} u = K_S K_{STR} K_R x_d = K x_d \quad (1.2)$$

Dies bedeutet, je höher die resultierende Verstärkung K ist, desto geringer kann das ansteuernde Signal sein, um den gewünschten Ausgangszustand (Arbeitspunkt) zu erhalten.

Nun gilt aber zusätzlich die Gleichung

$$x_d = w - x_r = w - x \quad \text{mit} \quad K_r = 1 \quad (1.3)$$

Eine erste Erkenntnis aus dieser Gleichung ist, dass die Regelgröße x im stationären Zustand der Sollgröße w mit einem Regelfehler x_d folgt, der umso kleiner ist, je größer die resultierende Verstärkung K ist. Die zweite Erkenntnis ist, dass bei nur proportionalem Verhalten im Vorwärtskanal Regler-Strecke der Istwert x den Sollwert w im stationären Betrieb nicht exakt erreichen kann. Der Vorteil der Regelung ergibt sich bei Einwirkung von Störgrößen z .

Wird eine Störgröße z wie z. B. das Lastdrehmoment M_W an der Welle erhöht, dann werden die Drehzahl N bzw. Regelgröße x und damit die erfasste Regelgröße x_r absinken. Die Regeldifferenz x_d wird aufgrund $x_d = w - x_r$ zunehmen, dies gilt ebenso für u , so dass die Regelgröße an den Sollwert herangeführt wird. Verringert sich eine Störgröße, so wird die Drehzahl N bzw. die Regelgröße x zunehmen, die Regeldifferenz x_d und die Größe u dagegen abnehmen, so dass die Regelgröße x wiederum an den Sollwert w zurückgeführt wird.

Die Aufgabe der Regelung besteht somit darin, die Auswirkung der Störgröße z auf die Regelgröße x zu begrenzen. Die gewählte Struktur in Abb. 1.2 auf der vorherigen Seite bewirkt, dass die Regelgröße x der Führungsgröße w folgt. Die Regelung hat somit die zweifache Aufgabe, die Regelgröße x auf die Führungsgröße w einzuregeln und Störungen auszuregeln. Bei den bisherigen Überlegungen hat sich im stationären Zustand jeweils eine stationäre Regeldifferenz x_d ergeben, die umso geringer ist, je größer die resultierende Verstärkung gewählt wird. Eine andere Lösung ist eine Reglerstruktur, die einen Integralanteil enthält und die somit im stationären Betrieb $x_d = 0$ erzwingt.

Bei einer Änderung der Führungsgröße w bzw. bei Änderungen der Störgrößen z wird die Regelgröße x allerdings nicht sofort den stationären Endzustand erreichen

können, sondern mit einer gewissen Verzögerung reagieren. Beispielsweise wird eine Erhöhung der Drehzahl-Führungsgröße w zu einer Erhöhung des Reglerausgangssignals u und zu einer Erhöhung der Ausgangsgröße des Stellglieds führen. Aufgrund des Trägheitsmoments des Rotors der Gleichstrommaschine wird die Regelgröße x (Drehzahl N) aber nicht sofort folgen können.

Wenn nun die Verstärkung K_R des Reglers erhöht wird, dann wird die Stellgröße u wesentlich mehr ausgesteuert als vorher. Dadurch wird sich die Regelgröße x schneller ändern als bei einer kleineren Verstärkung des Reglers. Eine Erhöhung der Verstärkung im Regelkreis führt somit zu einer Verringerung der Verzögerung im Führungsverhalten des Regelkreises. Allerdings kann die Verzögerung nicht immer durch eine Erhöhung von K_R beliebig verringert werden. Die gleiche Aussage gilt für das Störverhalten.

Die grundsätzlichen Eigenschaften der Regelung sind (ohne Beweise):

- Der Wirkungsablauf findet in einem geschlossenen Kreis — dem Regelkreis — statt.
- Der Einfluss von Nichtlinearitäten und unstetig arbeitenden Systemkomponenten,
- der Einfluss der Störgrößen und
- der Einfluss von Verzögerungen in der Strecke werden in der Auswirkung auf die Regelgröße x verringert.

Die Regelung hat gegenüber der Steuerung somit beachtliche Vorteile. Zusammenfassend ergeben sich folgende charakteristische Eigenschaften von Regelungen und Steuerungen, die in der Tabelle Seite 5 oben zusammengestellt sind.

Zur Beurteilung der Güte von Regelkreisen dient häufig die Sprungantwort, d. h. der zeitliche Verlauf der Regelgröße bei Beaufschlagung des Regelkreises mit einer sprunghaften Änderung der Führungsgröße oder einer Störgröße. Die dafür wichtigen Definitionen sind einer typischen Sprungantwort (sprunghafte Änderung der Führungsgröße) zu entnehmen, vgl. Abb. 1.3 auf Seite 6.

Es ergeben sich somit drei Forderungen für die Regelung:

1. Der Regelkreis muss stabil sein.
2. Die bleibende (stationäre) Regeldifferenz muss innerhalb eines gegebenen Toleranzbandes bleiben bzw. möglichst klein sein.
3. Die Regelgröße x soll der Führungsgröße w so schnell wie möglich folgen.

Eigenschaft	in Steuerungen	in Regelungen
<i>Grundstruktur</i>	Kettenstruktur	Kreisstruktur
<i>Wirkungsablauf</i>	stets nur in einer Richtung vom Eingang zum Ausgang	im geschlossenen Kreis, d. h. Rückkopplung der Regelgröße auf den Eingang zum Sollwert
<i>Einfluss von Nichtlinearitäten in der Regelstrecke</i>	volle Auswirkung	verminderte Auswirkung
<i>Einfluss von Störgrößen auf die Regelstrecke</i>	voller Einfluss	reduzierter Einfluss
<i>Zeitverhalten</i>	wie von der Regelstrecke vorgegeben	z. B. durch Überverstellung Verringerung der Einstellzeiten möglich
<i>Stabilität</i>	von der Strecke vorgegeben	die Möglichkeit der Instabilität ist gegeben. Instabile Strecken können stabilisiert werden

Jede dieser Forderungen ist eine Bedingung sowohl für das Führungsverhalten als auch für das Störverhalten des Regelkreises. Ziel der weiteren Überlegungen muss daher sein, trotz hoher resultierender Verstärkung des Regelkreises und damit kleiner stationärer Regeldifferenz sowie geringem Einfluss von Störgrößen, die Stabilität und ein gewünschtes dynamisches Verhalten sicherzustellen. Dazu ist notwendig, dass zunächst die Übertragungsfunktionen der Komponenten des Regelkreises bekannt sind. Mit diesen Kenntnissen wird dann die Analyse des Regelkreises und der Entwurf (Synthese) der geeigneten Regeleinrichtung ermöglicht.

1.1.2 Beschreibung des dynamischen Verhaltens eines Systems durch den Signalfussplan

Der Signalfussplan eines Systems wird in zwei Schritten aufgestellt:

1. Aufgrund der physikalischen Gesetze werden die Funktionalbeziehungen (Übertragungsfunktionen) ermittelt, die zwischen den verschiedenen zeitveränderlichen Größen der betrachteten Komponente bestehen.
2. Durch geeignete (vereinbarte) Symbole werden diese Funktionalbeziehungen im Signalfussplan anschaulich dargestellt.

Dieses Vorgehen soll am Beispiel eines unbelasteten RC-Gliedes gezeigt werden (Abb. 1.4 auf Seite 7).

Bei der Aufstellung der physikalischen Gleichungen empfiehlt es sich meist, mit den Zusammenhängen für die *energetragenden Größen* zu beginnen. Im Falle des RC-Gliedes wird im elektrischen Feld des Kondensators Energie gespeichert, be-

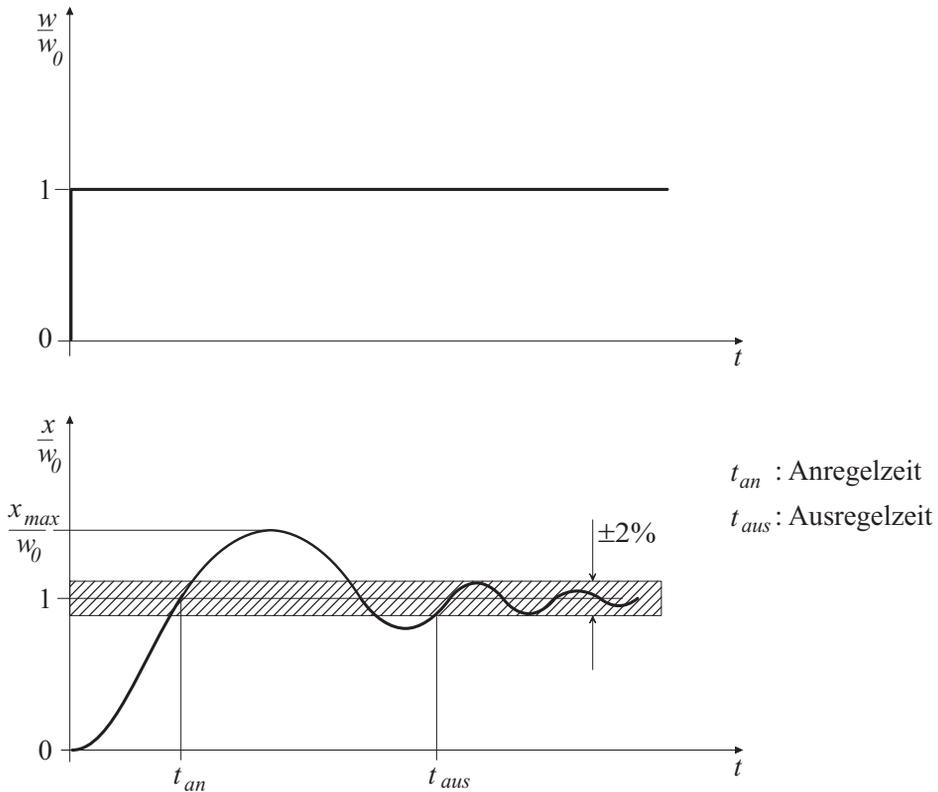


Abb. 1.3 Charakteristische Größen der Sprungantwort eines Regelkreises mit dem Bezugs-Sollwert w_0

schreibbar durch die Ladung oder die Spannung des Kondensators. Im vorliegenden Fall ist die Kondensatorspannung gleichzeitig die Ausgangsgröße des Systems und deswegen zu dessen Beschreibung besonders geeignet.

Aus der Kondensatorgleichung folgt:

$$\frac{dU_a(t)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{C} I(t) \quad (1.4)$$

Aus der Schaltung folgt für den Strom $I(t)$:

$$I(t) = \frac{1}{R} (U_e(t) - U_a(t)) \quad (1.5)$$

Wird Gl. (1.5) in (1.4) eingesetzt, dann ergibt sich nach Umformung die Differentialgleichung für die Ausgangsspannung $U_a(t)$ mit der Zeitkonstante $T = RC$ des RC-Gliedes zu

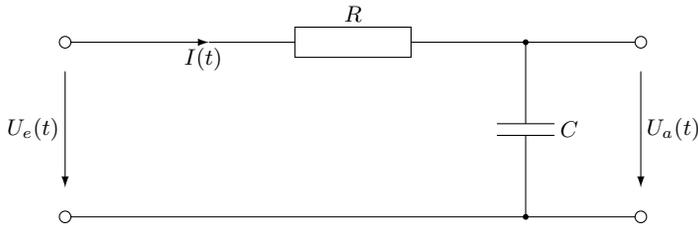


Abb. 1.4 RC-Glied

$$RC \frac{dU_a(t)}{dt} + U_a(t) = U_e(t) \quad (1.6)$$

$$T \frac{dU_a(t)}{dt} + U_a(t) = T \dot{U}_a + U_a = U_e(t) \quad (1.7)$$

Die letzte Gleichung stellt die Differentialgleichung 1. Ordnung des RC-Gliedes dar. Für vorgegebene Verläufe der Eingangsgröße lässt sich durch Lösung der Differentialgleichung der zugehörige Verlauf der Ausgangsgröße berechnen. Für den Fall des Einschaltens einer Gleichspannung U_0 zum Zeitpunkt $t = 0$ ergibt sich der bekannte Exponentialverlauf der Ausgangsgröße:

$$U_e(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ U_0 & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

$$U_a(t) = U_0 \left(1 - e^{-t/T}\right) \quad (1.9)$$

Wird statt der sprunghaften Eingangsspannung mit der Amplitude U_0 eine Eingangsspannung mit der normierten Amplitude Eins an den Eingang geschaltet, dann ist das Eingangssignal die Testfunktion $\sigma(t)$ (Einheitssprungfunktion) und das Ausgangssignal wird *Sprungantwort* oder auch *Übergangsfunktion* des Übertragungsgliedes genannt. Dies ist im Symbol anschaulich dargestellt (vgl. Abb. 1.5 auf der nächsten Seite rechts).

Die Ermittlung des Signalflussplanes vereinfacht sich wesentlich, wenn statt der Aufstellung und der Lösung der Differentialgleichung im Zeitbereich direkt in einem Bildbereich gearbeitet wird. Vorzugsweise wird die Laplace-Transformierte benutzt. Im Fall des RC-Tiefpasses kann die Differentialgleichung in den Laplace-Bereich transformiert werden, indem im wesentlichen die Differentiation durch den Laplace-Operator s ersetzt wird. Man erhält (alle Anfangsgrößen $U_i(t < 0) = 0$) aus Gl. (1.7):

$$U_a(s) (sT + 1) = U_e(s) \quad (1.10)$$

oder mit $G(s)$ als Übertragungsfunktion des RC-Tiefpasses:

$$G(s) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} = \frac{1}{1 + sT} \quad (1.11)$$

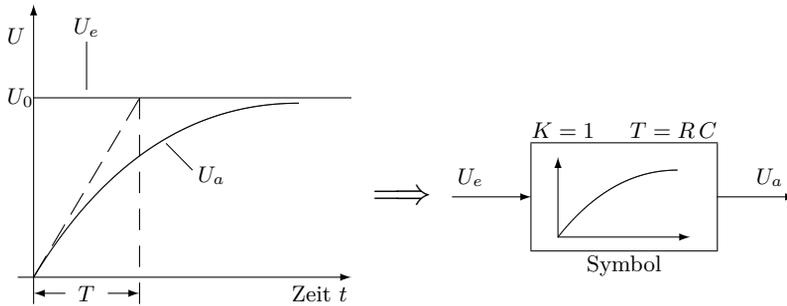


Abb. 1.5 Sprungantwort und Symbol der Übergangsfunktion

Im Spezialfall eines linearen elektrischen Netzwerks kann die Laplace-Übertragungsfunktion mittels komplexer Rechnung allerdings viel schneller bestimmt werden, wenn im komplexen Rechnungsgang $j\omega$ durch s ersetzt wird.

$$U_e(s) = I(s) \left(R + \frac{1}{sC} \right) \quad (1.12)$$

$$U_a(s) = I(s) \frac{1}{sC} \quad (1.13)$$

also mit $s = \sigma + j\omega$

$$G(s) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRC} = \frac{1}{1 + sT} \quad (1.14)$$

Wesentlich ist, dass unterschiedliche physikalische Systeme dieselbe Übertragungsfunktion haben können. Wir betrachten z. B. Abb. 1.6 auf der nächsten Seite.

Es gilt:

$$G(s) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} \quad (1.15)$$

$$U_a(s) = I(s) R \quad (1.16)$$

$$U_e(s) = I(s) (R + sL) \quad (1.17)$$

und mit $T = L/R$:

$$G(s) = \frac{R}{R + sL} = \frac{1}{1 + s\frac{L}{R}} = \frac{1}{1 + sT} \quad (1.18)$$

Dieses Verfahren ist insbesondere bei linearen Systemen besonders einfach anzuwenden, da bei Kettenstrukturen von Übertragungsgliedern die einzelnen Übertra-

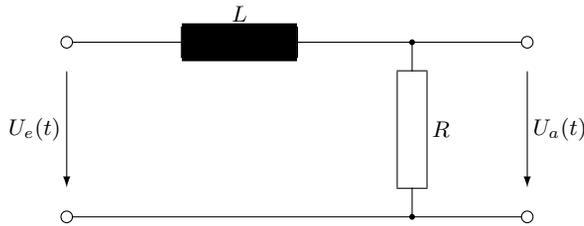


Abb. 1.6 LR-Tiefpass

gungsfunktionen multipliziert werden (vgl. Kap. 1.1.3.2 auf Seite 13). Nichtlinearitäten müssen dabei als getrennte Blöcke dargestellt werden.

Wesentlich bei der Ermittlung der Differentialgleichung bzw. der Übertragungsfunktion ist, dass dabei die Auftrennung des gesamten Systems in Einzelblöcke an rückwirkungsfreien Stellen erfolgt, d. h. dass sich durch die Verkettung der Einzelfunktionen zum Gesamtsystem nicht die einzelnen Übertragungsfunktionen an sich ändern. Diese Voraussetzung ist allgemein zu beachten.

Die Bedeutung der Bedingung der Auftrennung an rückwirkungsfreien Stellen soll am folgenden Beispiel erläutert werden. Es wird der belastete RC-Tiefpass in Abb. 1.7 auf der nächsten Seite betrachtet.

Wenn $R_2 \rightarrow \infty$ ist, dann gilt mit $T = R_1 C$

$$G_1(s) \Big|_{R_2 \rightarrow \infty} = \frac{1}{1 + sT} \quad (1.19)$$

Wenn $R_2 \neq \infty$ ist, ergibt sich jedoch

$$G_2(s) \Big|_{R_2 \neq \infty} = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} \quad (1.20)$$

$$U_a(s) = I(s) \frac{\frac{R_2}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = I(s) \frac{R_2}{1 + sR_2C} \quad (1.21)$$

$$U_e(s) = I(s) \left(R_1 + \frac{R_2}{1 + sR_2C} \right) \quad (1.22)$$

$$G_2(s) \Big|_{R_2 \neq \infty} = \frac{R_2}{(1 + sR_2C) \left(R_1 + \frac{R_2}{1 + sR_2C} \right)} \quad (1.23)$$

$$G_2(s) \Big|_{R_2 \neq \infty} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + s \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C} \quad (1.24)$$

Aus dem Vergleich der beiden Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$ ergibt

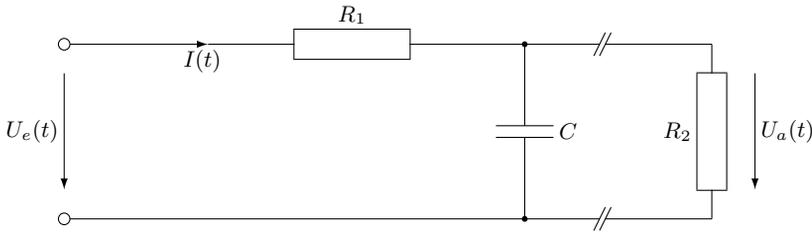


Abb. 1.7 Belasteter RC-Tiefpass

sich, dass sich sowohl die statische Verstärkung als auch die Zeitkonstante des RC-Tiefpasses geändert hat, d. h. eine Auftrennung an dieser Stelle ist unzulässig.

1.1.3 Frequenzgang

Im letzten Abschnitt wurde das Zeitverhalten einer Strecke untersucht, d. h. es interessierte der zeitliche Verlauf der Ausgangsgröße U_a , z. B. nach einer sprunghaften Änderung der Eingangsgröße U_e . Das Verhalten wurde somit im Zeitbereich betrachtet.

Eine andere Betrachtungsweise untersucht die Eigenschaften von Übertragungsgliedern bei sinusförmiger Anregung in Abhängigkeit von der Frequenz. Das Verhalten wird dann im Frequenzbereich betrachtet.

Wir betrachten ein physikalisches System (Abb. 1.8 auf der nächsten Seite), das durch ein sinusförmiges Signal $U_e(t)$ angeregt wird. Die sinusförmige Anregung am Eingang wird beschrieben durch

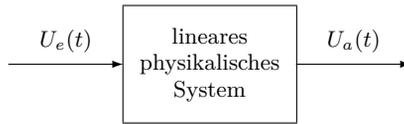
$$U_e(t) = \hat{U}_e \cos \omega t \quad (1.25)$$

mit der Amplitude \hat{U}_e und der Kreisfrequenz ω , kurz Frequenz genannt. Da wir uns hier auf die Behandlung linearer Glieder beschränken wollen, wird bei sinusförmiger Anregung $U_e(t)$ auch die Ausgangsgröße $U_a(t)$ *im eingeschwungenen Zustand* ein sinusförmiges Signal mit der gleichen Frequenz sein. Verändert ist jedoch im Allgemeinen die Amplitude und der Phasenwinkel von $U_a(t)$ gegenüber $U_e(t)$. Für die Ausgangsgröße gilt daher allgemein

$$U_a(t) = \hat{U}_a(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) \quad (1.26)$$

mit der Amplitude \hat{U}_a der Ausgangsschwingung und dem Phasenwinkel $\varphi(\omega)$ zwischen Eingangs- und Ausgangsschwingung.

Wird ein lineares System mit einem sinusförmigen Signal konstanter Amplitude angeregt, so antwortet das System somit im eingeschwungenen Zustand mit einem ebenfalls sinusförmigen Signal mit ebenfalls konstanter Amplitude. Das Am-

**Abb. 1.8** Strecke

Amplitudenverhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangssignal ist abhängig von der Frequenz. Außerdem wird im Allgemeinen zwischen Ein- und Ausgangsschwingung eine Phasenverschiebung festzustellen sein, die ebenso von der Frequenz abhängig ist.

Wenn nun im Frequenzbereich (Bildbereich) der Quotient von Ausgangs- und Eingangsgröße gebildet wird, dann erhält man den Frequenzgang $F(j\omega)$:

$$F(j\omega) = \frac{U_a(j\omega)}{U_e(j\omega)} = |F(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} = \frac{\hat{U}_a(\omega)}{\hat{U}_e(\omega)} e^{j\varphi(\omega)} \quad (1.27)$$

(vgl. Abb. 1.9 auf der nächsten Seite)

Der *Frequenzgang* stellt somit das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsgröße bei sinusförmiger Anregung in Abhängigkeit von der Frequenz dar.

Im Allgemeinen sind sowohl das Amplitudenverhältnis

$$|F(j\omega)| = \frac{\hat{U}_a(\omega)}{\hat{U}_e(\omega)} = \sqrt{\operatorname{Re}^2\{F(j\omega)\} + \operatorname{Im}^2\{F(j\omega)\}} \quad (1.28)$$

als auch der Phasenwinkel $\varphi(\omega)$ frequenzabhängig:

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{\operatorname{Im}\{F(j\omega)\}}{\operatorname{Re}\{F(j\omega)\}} \quad (1.29)$$

Der Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße wird in der komplexen Zahlenebene dargestellt (Abb. 1.10 auf Seite 13 rechts).

Experimentell erhält man den Frequenzgang eines Übertragungsglieds durch Oszillographieren und Vergleichen der sinusförmigen Eingangs- und Ausgangsgröße (Verhältnis der Amplituden, Phasenverschiebung) oder mit industriell gefertigten Geräten.

Die rechnerische Ermittlung des Frequenzganges von $F(j\omega)$ erfolgt nach den Regeln der komplexen Rechnung. Als Beispiel soll die Berechnung des Frequenzganges des RC-Tiefpasses gemäß Abb. 1.11 auf Seite 14 gezeigt werden.

Mit $Z_R = R$ und $Z_C = 1/(j\omega C)$ gilt

$$F(j\omega) = \frac{U_a(j\omega)}{U_e(j\omega)} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad (1.30)$$

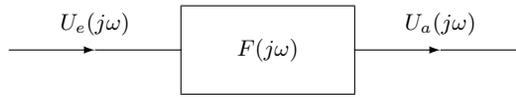


Abb. 1.9 Frequenzbetrachtung

und für $T = RC$ folgt

$$F(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T} \quad (1.31)$$

Der Frequenzgang des RC-Gliedes (Verzögerungsglied) zeigt die zu erwartende Frequenzabhängigkeit. Für $\omega = 0$ gilt $U_a = U_e$, für $\omega \rightarrow \infty$ folgt $U_a = 0$ und für $\omega = 1/T$ wird $U_a = U_e/\sqrt{2}$ und $\varphi = -45^\circ$ (siehe Abb. 1.10 auf der nächsten Seite).

Aus dem Berechnungsgang ist zu entnehmen, dass der Frequenzgang der Sonderfall der Übertragungsfunktion mit $\sigma = 0$ ist:

$$s = \sigma + j\omega \rightarrow j\omega \quad (1.32)$$

Der Grund für die besondere Bedeutung der Frequenzdarstellung liegt in der einfachen messtechnischen Erfassung. Dies ist insbesondere bei Übertragungsgliedern wichtig, bei denen die Funktionalbeziehung theoretisch nicht oder nur sehr schwierig zu ermitteln ist. Außerdem ist das Verfahren außerordentlich anschaulich.

Der Frequenzgang lässt sich sowohl in rechtwinkliger (Ortskurve) als auch in logarithmischer Darstellung (Frequenzkennlinien, Bode-Diagramm) auftragen.

1.1.3.1 Darstellung in rechtwinkligen Koordinaten (Ortskurvendarstellung)

Für jede Frequenz ω ergibt sich nach Kap. 1.1.3 auf Seite 10 ein Punkt für den Frequenzgang in der komplexen Zahlenebene. Die Verbindung der Punkte mit unterschiedlicher Frequenz ergibt die Ortskurve des Frequenzganges $F(j\omega)$.

Zur Berechnung der Ortskurve wird der komplexe Ausdruck in den Real- und den Imaginärteil zerlegt. Der Betrag des Frequenzganges $F(j\omega)$ ergibt sich dann zu

$$|F(\omega)| = \sqrt{\text{Re}^2\{F(j\omega)\} + \text{Im}^2\{F(j\omega)\}} \quad (1.33)$$

Der Phasenwinkel lässt sich berechnen aus

$$\tan \varphi = \frac{\text{Im}\{F(j\omega)\}}{\text{Re}\{F(j\omega)\}} \quad (1.34)$$

Für das RC-Glied mit

$$F(j\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega T)} \quad (1.35)$$

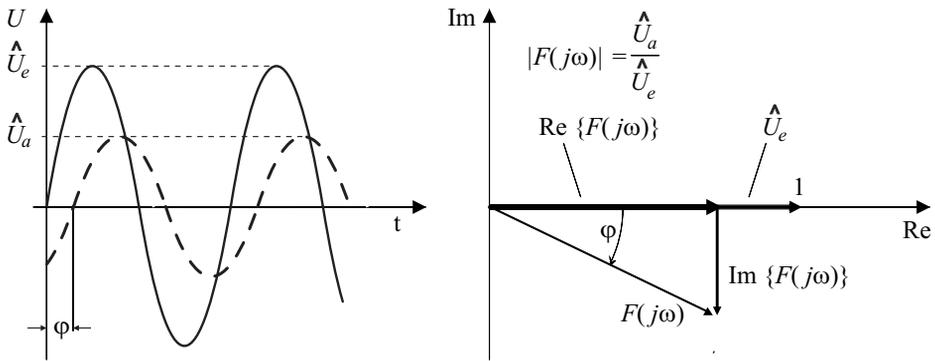


Abb. 1.10 Untersuchung des Frequenzverhaltens

ergibt sich

$$F(j\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2 T^2} - \frac{j\omega T}{1 + \omega^2 T^2} = \operatorname{Re}\{F\} + j \operatorname{Im}\{F\} \quad (1.36)$$

$$\tan \varphi = -\omega T \quad (1.37)$$

$$|F(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \quad (1.38)$$

Die Ortskurve des RC-Gliedes beschreibt einen Halbkreis im 4. Quadranten der komplexen Zahlenebene, vgl. Abb. 1.12 auf Seite 15. Bei einer Änderung der Zeitkonstanten T ändert sich lediglich die ω -Teilung auf dem Halbkreis.

1.1.3.2 Graphische Darstellung in logarithmischer Form (Frequenzkennlinien, Bode-Diagramm)

Bei dieser Darstellung des Frequenzganges werden der *Amplitudengang* $|F(j\omega)|$ und der *Phasengang* $\varphi(\omega)$ getrennt in Abhängigkeit von ω aufgetragen. Für die ω -Achse wird ein logarithmischer Maßstab gewählt. Als Ordinate wird nicht $|F(j\omega)|$, sondern üblicherweise $20 \lg |F(j\omega)|$ mit der Einheit dB (Dezibel) aufgetragen; Beispiele zur Umrechnung sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

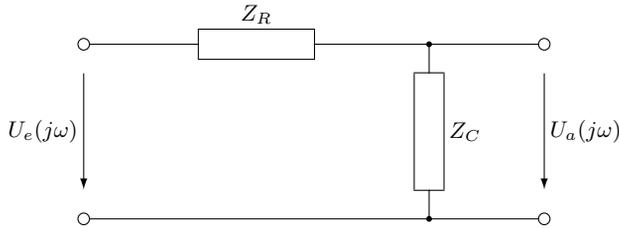


Abb. 1.11 Ermittlung des Frequenzganges durch komplexe Rechnung

$$\begin{aligned}
 |F(j\omega)| \Big|_{\text{dB}} &= 20 \lg |F(j\omega)| \\
 |F(j\omega)| &= 0,1 \hat{=} -20 \text{ dB} \\
 &= 1 \hat{=} 0 \text{ dB} \\
 &= 10 \hat{=} 20 \text{ dB} \\
 &= 100 \hat{=} 40 \text{ dB} \\
 &= 1000 \hat{=} 60 \text{ dB}
 \end{aligned} \tag{1.39}$$

Für ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit einer statischen Verstärkung K ergeben sich folgende Asymptoten:

$$F(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T} = \begin{cases} K & \text{für } \omega T \ll 1 \\ K/(j\omega T) & \text{für } \omega T \gg 1 \end{cases} \tag{1.40}$$

Für den Amplitudengang folgt daraus:

$$|F(j\omega)| \Big|_{\text{dB}} = 20 \lg \frac{K}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = \begin{cases} 20 \lg K & \text{für } \omega T \ll 1, \text{ d.h.} \\ & \text{Gerade parallel} \\ & \text{zur Abszisse im} \\ & \text{Abstand } 20 \lg K \\ 20 \lg K & \text{für } \omega T \gg 1, \text{ d.h.} \\ -20 \lg \omega T & \text{Gerade mit der} \\ & \text{Neigung } -20 \frac{\text{dB}}{\text{Dekade}} \end{cases} \tag{1.41}$$

Die Asymptoten schneiden sich bei $\omega = 1/T$ und $|F| = 20 \lg K$.

Der bei dieser asymptotischen Darstellung maximal auftretende Fehler ist 3 dB, denn bei $\omega = 1/T$ ist $|F(j\omega)| = K/\sqrt{2}$.

Für den Phasengang des gewählten Beispiels gilt (Abb. 1.13 auf Seite 16):

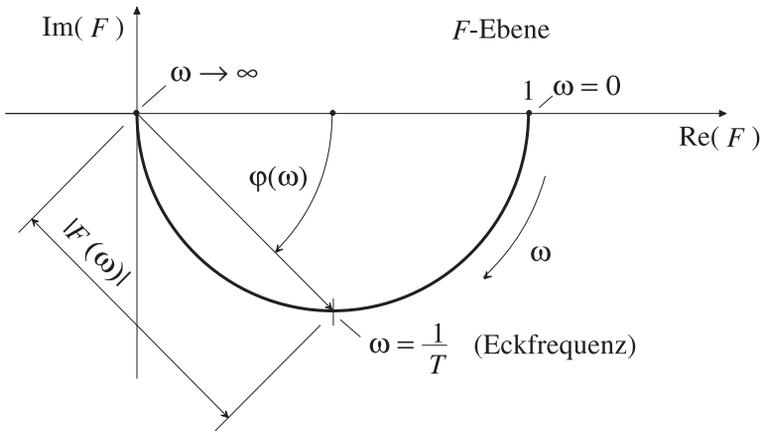


Abb. 1.12 Frequenzgang des RC-Glieds

$$\varphi(\omega) = -\arctan(\omega T) \quad (1.42)$$

Näherungsweise kann mit folgendem Phasengang gearbeitet werden:

$$0 < \omega < \frac{1}{10T} \implies \varphi(\omega) = 0^\circ \quad (1.43)$$

$$\frac{1}{10T} < \omega < \frac{10}{T} \implies \varphi(\omega) = -45^\circ \cdot (1 + \lg(\omega T)) \quad (1.44)$$

$$\frac{10}{T} < \omega < \infty \implies \varphi(\omega) = -90^\circ \quad (1.45)$$

Der maximale Fehler dieser Approximation beträgt 6° .

In der folgenden Tabelle sind von den wichtigsten linearen Übertragungsgliedern, die in Regelkreisen auftreten können, die Differentialgleichung, die Übertragungsfunktion, der Frequenzgang, die Frequenzkennlinie und die Ortskurve aufgeführt.

Da, wie bereits in Kap. 1.1.2 auf Seite 5 nachgewiesen, unterschiedliche physikalische Systeme gleiche Differentialgleichungen, Übertragungsfunktionen etc. haben können, wird im Folgenden grundsätzlich von den normierten Größen (Kleinschreibung) u_e und u_a ausgegangen.