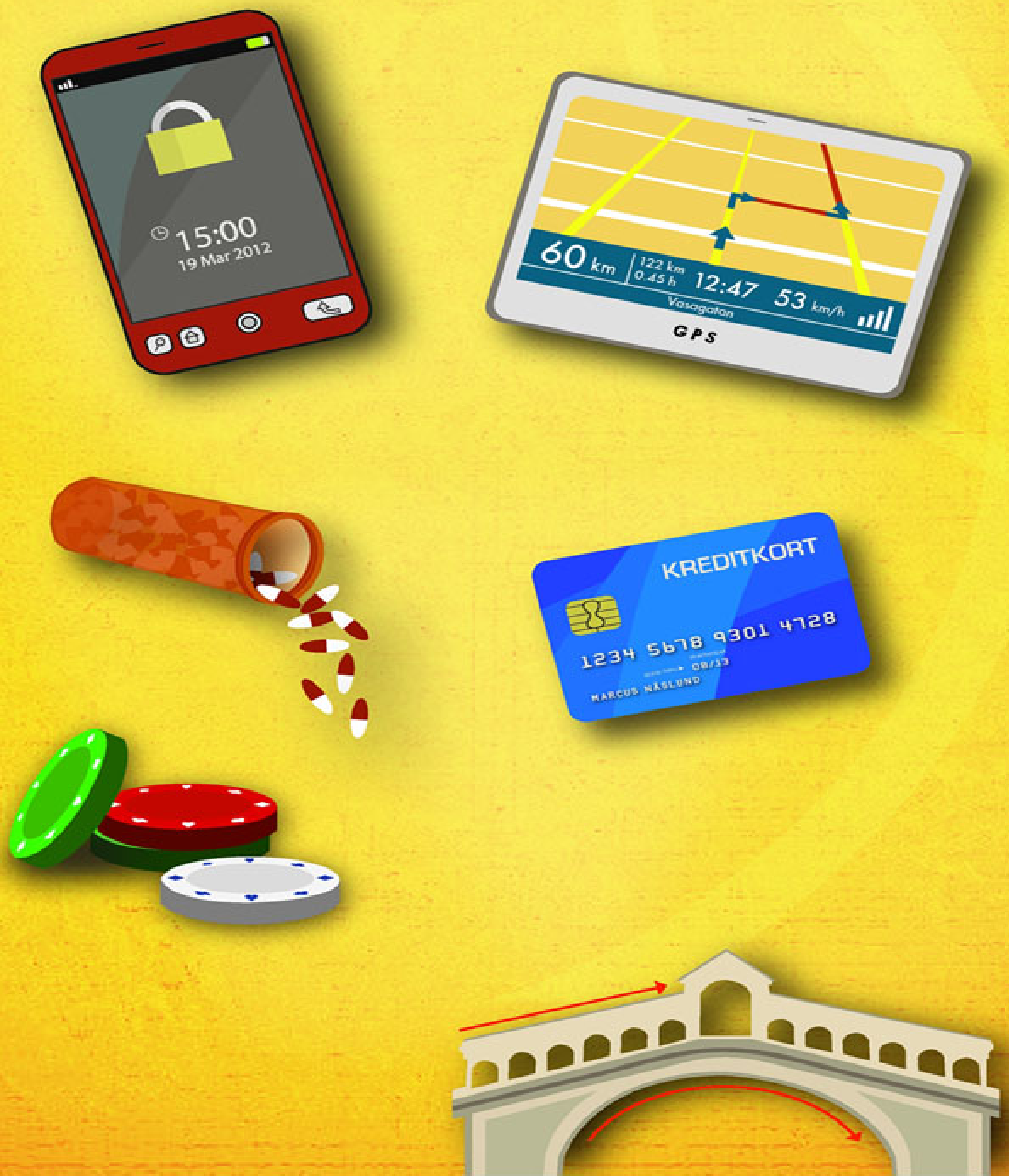
√ERKLIGHETENS KVADRATRÖTTER

Vad den där matematiken faktiskt används till




√VERKLIGHETENS KVADRATRÖTTER
Vad den där matematiken faktiskt används till
15:00
19 Mar 2012
60 km
12:47
53 km/h
GPS
KREDITKORT
1234 5678 9301 4728

Marcus Näslund

VERKLIGHETENS KVADRATRÖTTER

Vad den där matematiken faktiskt används till

Books on Demand

Stort tack till

Mattecentrum

för att ha gett boken det stöd den inte klarat sig utan och all hjälp ni erbjuder matematikelever i Sverige.

www.mattecentrum.se

INNEHÅLL

INLEDNING

Jag vill börja med att försöka förklara varför den här boken kom till och vad dess syfte är tänkt att vara. Matematik är ett ämne som alla till olika grad får lära sig i skolan, samtidigt som det nog tillhör det mest oförstådda och minst populära, såväl i skolan som i vardagen. Det beskrivs som onödigt och tråkigt, trots att det fascinerat människan och studerats i tusentals år. Hur kan det egentligen gå ihop?

Samtidigt vill jag få chansen att visa upp det ämne jag valt att viga så mycket av mitt liv åt. Jag vill kunna visa upp hur vackert och viktigt ämnet kan vara. När så många ser ner på matte eller avfärdar det som obegripligt nonsens förstår jag hur viktigt det är att genomföra detta projekt. Även om skönhet är subjektivt och svårt att förmedla i skriven form kan jag åtminstone visa på praktiska användningsområden, vilket också är precis vad jag valt att göra.

Vad är matematik och vad ska man med det till?

Ekonomi och statistik är två vanliga, vardagliga områden. Redan här används mycket mer matematik än vad de flesta känner till, men normalt ser allmänheten på matteutbildning med mycket sneda ögon. I min mening beror det ofta på en missuppfattning om vad ämnet faktiskt handlar om och framförallt hur det lärs ut.

Oftast bottnar denna missförståelse i okunskap. Inte om matematiken i sig, de flesta har ändå ett hum om decimaler, multiplikationstabellen, areor och kvadratrötter. Men varför sysslar man med sådant? Varför skulle man vilja läsa matte? Vad har man för glädje av det egentligen?

Matematik är ett spännande område att studera och arbeta inom. En undersökning[1] utförd av den amerikanska arbetsförmedlingen *Careercast,* publicerad i bland annat *Wall Street Journal,* analyserade faktorer som arbetsmiljö, stress, framtidsutsikter, potentiella faror och lön för att rangordna olika arbeten. Matematiker utsågs då till det bästa av alla yrken.

Dessvärre porträtteras matematik sällan som spännande i skolan eller samhället. Idag när alltmer blir digitalt är det matematiska och logiska språket kanske viktigare än någonsin, eftersom det också är datorernas språk. Samtidigt erbjuder ämnet många verktyg och framförallt insikt i hur världen fungerar för att hjälpa dig genom livet och ligger till grunden för mycket vi idag tar för givet. Är du lärare är det ditt ansvar att försöka förmedla den mentaliteten. Är du elev är det uppiggande att veta om dessa saker då de fungerar som motivationshöjare.

Problemet är inte att matematiken är oanvändbar, alldeles för abstrakt eller tråkig. Något som fascinerat människan i tusentals år kan inte vara tråkigt. Den paradoxala sanningen är istället att matematiken, genom att den görs så abstrakt och oanvändbar, samtidigt blir så ofattbart användbar! Dessutom tränar matematikutbildning dig i logiskt och rationellt tänkande, vilket är en positiv och avsiktlig men ofta förbisedd bieffekt. Denna bok kommer diskutera flera olika tillfällen då abstrakta och till synes oanvändbara matematiska teorier fått stor praktisk betydelse.

Matematiken är verkligheten, nedtecknad på ett effektivt och förståeligt sätt. Språket är lika förståeligt som franska när matematikens ord och grammatik har lärts in och lika oförståeligt om de inte har lärts in.

Vi måste alla någon gång ta ställning till lån på olika summor, olika räntor, se att ett visst politiskt parti vuxit sig si och så många procentenheter större och så vidare. De som är utbildade i ämnet behöver inte nödvändigtvis tala sanning. De som har kunskap är snarare de som lättare kan manipulera andra! Okunskap oavsett form är inget att se upp till och okunnighet i matematik kan vara precis lika farligt som att inte kunna läsa och skriva. Även om inte alla människor hamnar i matematikintensiva yrken betyder det inte att ämnet har för stort fokus. Tvärtom menar jag att vi har mycket mer nytta av matten än skolan lyckas förmedla.

Art veta vad ett primtal är eller att det finns oändligt många är ett exempel. De spelar tillsammans med resten av matematiken en ädel roll i bakgrunden, undangömda i skuggorna av vardagen trots det ljus som hela vetenskapen ständigt skänker. Primtalen är en ovärderlig del hos säkerheten i kreditkort och när du sköter bankärenden på internet. När du vet det blir det plötsligt mycket roligare att lära sig om dem.

Denna nyfikenhet är själva kärnan i all forskning, oavsett om det praktiska är i fokus eller ej. Den kan dröja länge innan en tillämpning av ett matematiskt område kommer, ibland flera hundra år, men de verkar alltid dyka upp så småningom.

Så **vad kan denna bok göra för mig?**

Även om matematiken tränar logiskt tänkande och problemlösning som båda utgör viktiga delar av livet kan den snabbt bli tråkig när det talas alltför lite om användningsområden. Matematik blir då ett mycket isolerat ämne, till synes helt utan syfte. *Verklighetens Kvadratrötter* försöker ta itu med denna missuppfattning och riktar sig främst mot gymnasieelever och mattelärare då jag tror att de kanske får ut mest av den, men boken kan säkerligen gagna vem som helst.

Inom språkundervisning har man sedan länge förstått vitsen med att inte bara lära ut ord och grammatik utan att också låta elever få prata språket, använda det med andra. Det är samtidigt mycket lätt att se hur språket används, som kommunikationsmedel mellan människor. Matematisk notation kan lika väl ses som ett språk, men den undervisningen kan lätt handla för mycket om ordförråd och grammatik. För mycket om hur man löser en ekvation, för lite om vad den innebär.

Fokus i denna bok ligger på att förklara anledningar, motiv och forskningsområden. Just hur du räknar matematik lär du dig i diverse mattekurser. Här skriver jag istället om varför detta ämne är så viktigt och hur det används – hur det matematiska språket *talas!* Realistiska och verklighetsbaserade exempel genomsyrar hela denna bok, inte något obegripligt scenario som till exempel:

Tove köper 352 vattenmeloner och äter upp en fjärdedel på en kvart.

Hur lång tid tar det för henne för att äta alla?

De fungerar kanske bra ur ett pedagogiskt (och komiskt) syfte, men har i slutändan inget med verkligheten att göra. Om det inte är någon vattenmelon-ätar-tävling på gång, det vill säga. Uppgiften besvarar inte den väsentliga frågan ”Varför?”. Det är just denna fråga som driver mig och som jag försöker besvara här. Det är inte frågan det är fel på, den är fundamental för inlärningen och jag önskar att fler människor ställde frågor av denna karaktär. Problemen bottnar i hur få det är som får ett svar och vad det gör för allmänhetens uppfattning av matte och vetenskap.

Själv kan jag inte spela något instrument. Jag måste inte spela ett instrument för att klara mig i livet eller ens uppskatta producerad musik. Men min kunskap och insikt i hur instrumenten hanteras och hur musik produceras ger mig mycket mer förundran och glädje av musiken i helhet. Mer, aldrig mindre! På samma sätt befinner sig inte alla människor i matematikintensiva yrken, men alla är i kontakt med saker beroende av ämnet! Att folk avskyr ämnet på grund av missförstånd är något som aktivt måste motverkas.

Jag brukar höra det sägas att man tyvärr måste läsa mycket matematik för att kunna förstå tillämpningar och att de därför inte går att förklara. Det håller jag inte alls med om och tycker att denna bok utgör ett bra bevis för detta. Att arbeta inom matematikintensiva yrken (såsom datorprogrammerare, forskare, meteorolog, ingenjör, aktuarie eller kärnkraftstekniker, för att nämna några få) kräver liksom musiker en hel del utbildning och träning. Att uppskatta resultaten och se deras vikt för samhället är en helt annan sak och något vi alla kan göra.

Vem är egentligen matematiker? Bara de som pluggat matematik på ett universitet? Var går gränsen? Titeln matematiker reserveras i denna bok för alla som på någon nivå förstår och framförallt tillämpar matematiken. Vi kommer i denna bok se att denna benämning innefattar oss alla. Vi är alla matematiker, till någon grad.

Svaret på frågan ”Varför?” kan kanske inte alltid ges i all detalj, men tillräckligt väl för att kunna se resonemangen och få ett svar. Varje kapitel inleds med en kortfattad översikt av de mest framträdande matematiska verktygen som används i kapitlet. I texten ser du sedan exempel på hur de används inom området. Förhoppningsvis kan *Verklighetens Kvadratrötter* skänka lite insikt i just verklighetens del av matematiken.

”Om du ej vill lära dig, kan ingen hjälpa dig.

Om du vill lära dig, kan ingen stoppa dig.”

---

1 *”Doing the math to find good jobs“*
Wall Street Journal (6 januari 2009):
http://online.wsj.com/article/SB123119236117055127.html

LITEN ORDLISTA

Matematisk modell

Uttrycket ”matematisk modell” förekommer ofta inom vetenskap och även så i denna bok. Det är en representation av exempelvis ett flygplan, spridningen av influensan eller vädret här på jorden. En översättning av något verkligt händelseförlopp till det matematiska språket. Dessa saker tecknas ned med matematiska uttryck och ekvationer för att möjliggöra beräkningar, ge oss förståelse och erbjuda prognoser för framtiden. De används ofta för simuleringar på datorer.

Algoritm

Ordet algoritm går långt tillbaka men fick ingen ordentlig definition förrän på 1930-talet av Alan Turing, känd som datavetenskapens fader. En algoritm är en uppsättning instruktioner för att utföra en viss uppgift och kan liknas med ett recept, som precis beskriver vad som behövs och vad som ska uträttas för att tillaga en viss maträtt.

Teori

En vetenskaplig teori är en vetenskaplig slutsats och modell för att kunna förklara ett fenomen. Att något kallas för ”lag”, till exempel Newtons lagar, har inget att göra med att det är mer säkert än en teori. En vetenskaplig lag är oftast mer specifik, medan en teori är mer övergripande, till exempel sannolikhetsteori, evolutionsteori eller gravitationsteori.

ARKITEKTUR, KONSTRUKTION OCH SNICKERI

Att bygga något med matematikens hjälp

Geometri, trigonometri, skala, vektorer

Antiken

Vetenskap och då även matematik var något som historiskt sågs som mycket mer mystiskt. Bland de som tog det till sin spets var de gamla Pythagoréerna i antikens Grekland; de såg matematiken som något nästintill religiöst, en kraft som låg bakom hela universum.

Pythagoréerna gjorde liksom andra grekiska vetenskapsmän vid denna tidpunkt många viktiga matematiska upptäckter. De lade grunden för dagens matematiska arbetssätt och den syn vi har på ämnet idag, som vetenskapens grund. Deras upptäckter har utvecklats under de millenier som senare passerat.

Matematik har sedan antiken hjälpt till med att på långa avstånd träffa rätt med kanoner. Idag används samma uträkningar för artilleri och prickskytte och ofta inom polisutredningar. Vid mordet av före detta president John F. Kennedy användes geometriska uträkningar och analyser av ljudinspelningar för att räkna ut var skytten var placerad.

Kapitlet kommer inte bara diskutera ”vardagsmatte” och hur geometri möjliggör byggnadskonst utan även naturens matte. Mönster som kanske kan förklara matematikens roll i universum och varför ämnet fungerar så bra för att representera och förklara naturen. Det blir en mjukstart inför mer tekniska kapitel.

Emmy Noether, ett namn som ofta figurerar vid högre studier av algebra, var en tysk matematiker som på 1900-talet fastslog kopplingen mellan universums grundläggande krafter och den abstrakta tanken på *symmetri.* Med symmetri menas i vardagen oftast en spegling av något slag, men termen har en mer abstrakt och generell betydelse som är vanlig inom matematik och annan vetenskap.

Just symmetri är ett exempel på matematisk forskning som senare blir anpassad till många olika områden eftersom den, just för att den är matematisk, är så grundläggande. Det har börjat användas djupare inom partikelfysiken som modell för de allra mest grundläggande byggstenarna i universum.[2]

Naturens mönster

Titta på följande talserie och fundera över om det finns något mönster:

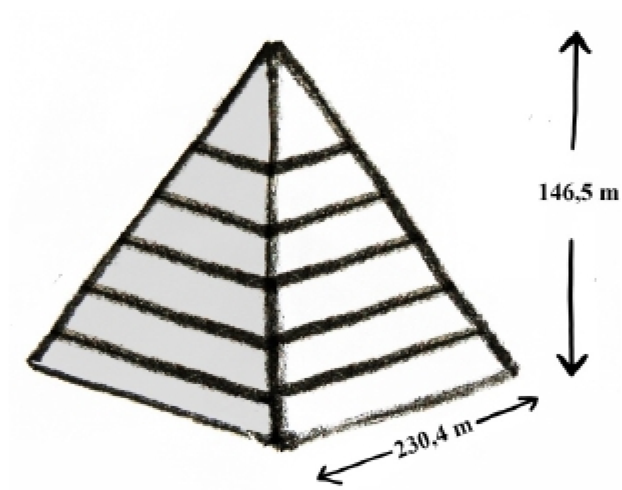
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144

Hittar du mönstret? Serien börjar med två ettor, och summerar du ihop dem blir det 1 + 1 = 2, vilket är nästa tal. De senaste två talen är då 1 och 2, summan av dessa är 3, vilket är nästa tal. Därefter följer 2 + 3 = 5 och så vidare. Denna serie är mycket berömd och kallas *Fibonacciserien* efter matematikern Fibonacci som på 1200-talet förde in vårt nuvarande talsystem med tio siffror till Europa från öst.

Talserien har visat sig vara mycket intressant att studera då den ofta förekommer i naturen, bland spiraler i allt från snäckor till galaxer. En gran- eller tallkottes fjäll bildar nedifrån och upp spiraler såväl medsols som motsols. Är kotten hel är antalet spiraler lika med Fibonaccitalen 5, 8 eller 13. Ungefär samma sak kan observeras i en solros där antalet spiraler kan vara lika med 34, 55, 89 eller 144 vilka alla är Fibonaccital.

Något annat intressant sker om ett tal i serien delas med det föregående. Exempelvis 34/21 ≈ 1,619 och 89/55 ≈ 1,618. Ju större tal som används desto närmre kommer kvoten *det gyllene snittet,* oftast kallat *φ,* med det ungefärliga värdet 1,61803. Detta är ett tal som, precis som Fibonaccitalen, ofta förekommer i naturen och bland arkitektur. Det figurerar i många antika byggnadsverk, exempelvis förhållandet mellan olika delar av det antika grektiska templet *Parthenon.*

Cheopspyramiden hade vid sitt upprättande följande mått:



Hos gamla pyramider i Egpyten gäller att dubbla sidlängden dividerat med höjden ger ett värde mycket nära pi. Vissa diskuterar huruvida detta tyder på att egyptierna använde stora insikter om cirkelns konstruktion för att bygga pyramiderna. Kanske finns något särskilt vackert med gyllene snittet och pi som vi omedvetet eftersträvar.

Vi kan själva se att:

$$\frac{2 * Pyramidens\ sidlängd}{Pyramidens\ höjd} = \frac{2 * 230{,}4}{146{,}5} = 3{,}145 \approx \pi$$

Ingenjörer och arkitekter idag behöver mycket matematik för att utföra sina jobb. Det är viktigt att kunna räkna ordentligt från början, det blir tråkigt att bygga upp ett hus, en fabrik eller en skyskrapa och sedan märka att något borde ha gjorts annorlunda. Vad som ligger bakom sådan planering ska vi se på härnäst.

Skala och planering

Det vore mycket arbetssamt att designa ett hus i naturlig storlek då det fordrar mycket stora papper. Processen vore synnerligen opraktisk. Ritningar målas istället upp i någon skala där en meter kan representeras av en centimeter eller millimeter. Mycket små objekt som skruvar eller kugghjul kan visas i en förstorande skala.

Idén kan tyckas elementär men ligger till grund för mycket mer avancerade saker. Allt som ritas upp på en dator- eller TV-skärm kan sägas vara i någon skala i jämförelse med verkligheten. Bildbehandlingsprogram som *Photoshop* måste ständigt göra intensiva beräkningar når en bild ska visas och i synnerhet når den redigeras.

Bildskärmar och digitala fotografier är uppbyggda av många små enfärgade rutor kallade *pixlar,* som tillsammans formar en bild liksom rutorna på en kakelvägg. Låt säga att en bild med storleken 3264 x 2448 pixlar ska visas i sin helhet på en datorskärm med upplösningen 1920 x 1024 pixlar. Hela bilden får alltså inte plats och måste skalas ner. Frågan är hur mycket?

För en exakt passform ska bilden krympas med en faktor om:

$$\frac{Tillgänglig\ bredd}{Bildens\ bredd} = \frac{1920}{3264} \approx 0{,}5882$$

Ett värde vi kan kalla för “krympningsfaktorn”. Bildens bredd anpassas till

$$Bredd * Krympningsfaktor = 3264 * 0{,}5882 = 1919{,}88$$

det vill säga mycket nära skärmens bredd om 1920 pixlar. Att det inte blir exakt beror på att vi för läslighetens skull avrundade krympningsfaktorn. Höjden på bilden blir

$$Höjd * Krympningsfaktor = 2448 * 0{,}5882 = 1439{,}9$$

Beskåda! Detta är större än de 1024 pixlar som utgör datorskärmens höjd. Vad ska då ske? Om man tvunget vill att hela bilden ska synas på skärmen samtidigt även i höjdled, som vid en presentation, får en ny krympningsfaktor beräknas som är mindre än den tidigare. De principer vi gått igenom är sanna och gäller i många andra avseenden, egentligen överallt där någon form av *zoom* är inblandad. Digitalkameror är ett vanligt exempel.

Riktigt såhär enkelt är det egentligen inte heller. En bildskärm består av en begränsad mängd pixlar. Om en mycket högupplöst bild krymps ned på en liten yta kan inte alla pixlar som ingår i bilden visas (det finns helt enkelt inte så många på den lilla ytan). I så fall måste vissa delar av bilden ignoreras, till exempel varannan pixel, så att bilden kan ritas upp där. Just hur detta ska göras för att inte bilden ska se helknasig ut finns det skiljda åsikter om och vissa