

Bernd Pesch

Grundlagen der Metrologie

Messunsicherheit

Basiswissen für
Einsteiger und Anwender

Terminologie, Grundlagen, Definitionen
Messunsicherheitseinflüsse
Verteilungen, Sensitivitätskoeffizienten
Messunsicherheitsanalyse
Prozessgleichung, Modellgleichung
Optimierungen, Beispiele
Normalized Error Ratio, Budgets
Ausführliches metrologisches Glossar

Messunsicherheitseinflüsse
Messunsicherheitsanalyse und -budgets
Verteilungen, Sensitivitätskoeffizienten und
Gewichtungsfaktoren
Korrelation, Ergebnisse darstellen, Optimierungspotentiale
Beispiele, ausführliches Glossar

Für meine Kinder

INHALT

1 EINFÜHRUNG

1.1 VORWORT ZUR VERSION „BASISWISSEN“

1.2 DIE BEDEUTUNG DER ERMITTLUNG VON MESSUNGSUNSIKERHEITEN BEI DER KALIBRIERUNG

1.3 WECHSEL DER PARADIGMEN

2 MESSUNGSUNSIKERHEITSEINFLÜSSE

2.1 WAS MACHT MESSUNGEN UNSICHER?

3 WERKZEUGE DER MESSUNGSUNSIKERHEITSANALYSE

3.1 NOTATION UND FORMELZEICHEN

3.2 VORGEHENSWEISE

3.2.1 Auswahl des Verfahrens

3.2.2 Messunsicherheitsanalyse

3.3 MODELL DER IDEALEN MESSUNG (DIE PROZESSGLEICHUNG)

3.4 ENTWICKLUNG DER MODELLGLEICHUNG

3.4.1 Das „Fehler“ fortpflanzungsgesetz nach Gauß

3.5 VERTEILUNGEN UND GEWICHTUNGSFAKTOREN

3.5.2 Rechteckverteilung

3.5.3 Dreieckverteilung

3.5.4 Trapez-Verteilung

3.5.5 U-Verteilung (Arcussinus-Verteilung)

3.5.6 Normalverteilung

3.5.7 Studentverteilung

3.5.8 Beispiele zur Auswahl von Verteilungen

3.6 SENSITIVITÄTSKOEFFIZIENTEN

3.7 KORRELATION ZWISCHEN EINZELNEN EINFLUSSGRÖßEN

3.7.1 Kovarianz

3.7.2 Betrachtung zweier abhängiger Einflussgrößen

3.7.3 Transfer auf mehrere korrelierte Einflussgrößen

3.7.4 Abschätzen der Korrelation

3.8 DER FREIHEITSGRAD EINER GRÖÖE

3.9 AUFBEREITUNG DER KENNTNISSE FÜR DIE BERECHNUNG DER KOMBINIERTEN MESSUNSICHERHEIT

3.10 AUFSTELLEN DES NUMERISCHEN BUDGETS

3.11 NUTZUNG VON TEILBUDGETS

4 BEISPIELBUDGETS

4.1 DAS ERSTE BUDGET: DER BODY MASS INDEX

4.2 REIHENSCHALTUNG VON WIDERSTÄNDEN

4.3 STROMMESSUNG, MESSMITTEL GEGEN MESSMITTEL

4.4 DREHMOMENTMESSSYSTEM

4.4.1 Erste Abschätzungen der Messunsicherheit

4.4.2 Verfeinerung des Modells durch Einbringung weiterer Kenntnisse

4.5 LÄNGENMESSUNG MITTELS ZOLLSTOCK

5 ERGEBNISSE DARSTELLEN UND DOKUMENTIEREN

5.1 ANFORDERUNGEN UND BEISPIELE FÜR KALIBRIERSCHEINE

5.2 DARSTELLUNG VON ERGEBNISSEN

5.2.1 Das vollständige Messergebnis

5.2.2 Auswahl und Angabe des Erweiterungsfaktors

5.3 INTERPRETATION VON SPEZIFIKATIONEN UND MESSERGEBNISSEN

5.4 DARSTELLUNG DER MESSMÖGLICHKEITEN

6 OPTIMIERUNGSPOTENTIALE ERKENNEN

6.1 VERFEINERN BESTEHENDER BUDGETS

6.2 ÄNDERUNG DES MESSVERFAHRENS

6.2.1 Einbringen zusätzlicher Kenntnisse

6.2.2 Betrachtung der bisher eingebrachten Messunsicherheitseinflüsse

6.2.3 Analyse des Funktionsdiagramm

6.3 KENNTNISSE ÜBER AUSSTATTUNG UND METHODEN

6.3.1 Einbringen der Kenntnisse über die
Messausstattung

6.3.2 Historie über Bezugsnormale und Geräte

6.4 ANALYSE DES MESSUNSICHERHEITSBUDGETS

7 KONFORMITÄTSAUSSAGEN UND BEREICHSKALIBRIERUNGEN

7.1 KONFORMITÄT

7.2 MESSUNSICHERHEITSBETRACHTUNGEN FÜR BEREICHE

7.2.1 Anzahl der Messpunkte im Bereich festlegen

8 MESSUNSICHERHEITSANALYSE BEI BESONDEREN MESSTECHNISCHEN AUFGABEN

8.1 VERGLEICHBARKEIT VON MESSERGEBNISSEN VERSCHIEDENE KALIBRIERUNGEN UNTEREINANDER

8.1.1 E_N – Normalized Error Ratio

8.1.2 Direkter Vergleich

8.2 RINGVERGLEICHE

9 DEFINITIONEN UND GLOSSAR

10 INHALTE, QUERVERWEISE UND BEZÜGE

10.1 INDEX

1 EINFÜHRUNG

1.1 VORWORT ZUR VERSION „BASISWISSEN“

Im Jahre 2003 haben wir die dreijährige Arbeit an der Erstausgabe *Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM* abschließen können und dies Buch auf den Markt gebracht. Die Resonanz war derart groß und verschiedene Anregungen konnten wir aus der praktischen Arbeit, aus Fachausschusstätigkeiten und aus der Rückmeldung bei verschiedenen Seminaren sammeln. So folgte 2010 nach einer weiteren redaktionellen Phase von etwa zwei Jahren die überarbeitete, zweite Auflage.

Im Rahmen der Seminare haben wir bereits Buchauszüge aus dieser Kurzversion benutzt, in welcher der theoretische Anteil auf das Wesentliche reduziert wurde. Hier verzichten wir bewusst auf komplexe Herleitungen, mehrdimensionale Betrachtungen, verschiedene Beispiele und die Beschreibung der Monte Carlo Simulation. Dennoch decken wir nach unserer Meinung gut 95 Prozent aller Messaufgaben mit dem vorliegenden Material ab. Wo das klassische Modell nicht ausreichend ist, zeigen wir explizit die möglichen Alternativen auf.

Mit diesem Buch wollen wir insbesondere Berufsanfänger, Studenten und Techniker an der Werkbank ansprechen, die sich „urplötzlich“ mit der Frage konfrontiert sehen: „Wie genau messe ich eigentlich?“

Etwa seit Mitte der 90 Jahre und spätestens seit der Publikation des *Guide To The Expression Of Uncertainty In*

Measurements“ - oder kurz *GUM* wurde das international abgestimmte Bestreben deutlich, die *Genauigkeit* von Messungen auf der Basis allgemein anerkannter Verfahren zu bestimmen und somit auch Ergebnisse vergleichbar zu machen.

Seitdem hat sich das Verfahren weiterentwickelt, obwohl der Kern unverändert blieb. Die Entwicklungen sind aber zumeist ergänzender und formaler Natur. Wer jedoch genauer hinschaut, wird feststellen, dass man lediglich gelernt hat, das vorhandene Wissen über die eigene Messung besser zu strukturieren und konsequenter zu nutzen, was sich wiederum direkt monetär auswirkt.

Ich darf nochmals Dank all jenen aussprechen, die geholfen haben, die Inhalte der ersten Ausgabe zu optimieren und konstruktive Beiträge beisteuerten.

Zülpich im September 2010.

1.2 DIE BEDEUTUNG DER ERMITTLUNG VON MESSUNGSICHERHEITEN BEI DER KALIBRIERUNG

Stellen sie sich die globalisierte Produktion des neuen Airbus A380 vor. An diesem Projekt sind viele Firmen in verschiedenen Ländern beteiligt. Wie stellen sie nun sicher, dass alle Zulieferer Komponenten liefern, die zum Rumpf passen? Wie vermeidet man, dass die beiden Tragflächen nicht symmetrisch zueinander sind? Derartige Probleme bleiben nicht auf Großprojekte beschränkt, sondern beginnen im Kleinen. Schon bei der Frage, ob die in Italien gefertigten Gewindebolzen mit den Muttern aus Großbritannien verschraubt werden können, ist die Maßhaltigkeit der Komponenten bedeutend.

Am einfachsten wäre es nun, wenn man sich keine weiteren Gedanken über derartige Fragen machen müsste. Damit dies jedoch umgesetzt werden kann, ist es notwendig, dass sich alle Vertragspartner auf eine gemeinsame messtechnische Basis beziehen. Ein internationales Messwesen mit gemeinsam definierten Spezifikationen und Messunsicherheiten wäre eine solche Basis. Im Rahmen dieser Vereinbarungen könnte man festlegen, welche Messmittel eingesetzt werden, wie diese auf nationale Normale zurückzuführen sind und welche Maßnahmen im Rahmen des Qualitätsmanagements zu ergreifen sind.

Dies bildet dann die Basis der gegenseitigen Anerkennung von Messergebnissen. Hierzu werden internationale Abkommen geschlossen. Insbesondere auf der europäischen Ebene ist man damit recht weit fortgeschritten. International hapert es gelegentlich noch etwas mit der formalen gegenseitigen Anerkennung. Auf deutscher Seite können sie

ihre Messgeräte über ein im DKD organisiertes Labor kalibrieren lassen und stellen somit sicher, dass die notwendigen Anforderungen erfüllt werden. Bei besonders hohen Anforderungen - welche nicht über die DKD-Labore bedient werden können - stehen ihnen auch die nationalen Institute, wie die PTB, direkt als Ansprechpartner zur Verfügung.

Zudem sichern internationale Abkommen die gegenseitige Anerkennung der Kalibrierergebnisse. Und sie können auch über akkreditierte Labore in anderen Ländern, welche die EA oder ILAC-Vereinbarungen unterschrieben haben und Akkreditierungssysteme im EURAMET haben, ihre Messgrößen zurückführen. Natürlich können sie auch eigene Messmöglichkeiten nutzen, wenn diese zuverlässig sind; was sie dann am besten im Rahmen einer DKD Akkreditierung wiederum nachweisen.

Ein Kalibrierlabor ordnet jedem Messwert eine *Vertrauensgröße* zu. Hierzu wird die Angabe der *erweiterten Messunsicherheit* verwendet. Alle Ergebnisse und deren Messunsicherheiten werden in einem Kalibrierschein festgehalten, in welchem auch die Rahmenbedingungen der Messung in knapper Form erläutert werden.

(a) DIE GESAMTWIRTSCHAFTLICHE RELEVANZ VON MESSABWEICHUNGEN

Die Notwendigkeit, Messergebnisse so genau wie möglich zu erzielen, wird wohl jedem Messtechniker geläufig sein. Mit welchen wirtschaftlichen Dimensionen wir dabei umgehen, bleibt jedoch häufig im Verborgenen. Am deutlichsten würden wir es persönlich merken, wenn wir unsere monatliche Abrechnung für Energie (Gas und Strom) betrachten, oder wenn wir die Heizöltanks füllen. Da kommen bei einer Verkehrsfehlergrenze von 1,0% für die

Messwerke der Tankfahrzeuge bei einer Tankfüllung von 6 000 l durchaus mal 60 Euro mehr oder weniger heraus. Volkswirtschaftlich addieren sich die Summen. So müssen Zapfsäulen an Tankstellen nach der Eichordnung, Anlage 5, Nr.3 mit einer Eichfehlergrenze von $\pm 0,5\%$ (gemäß §33 Absatz 4, Eichgesetz) geeicht werden. Die Verkehrsfehlergrenze liegt gemäß §12 EO dann bei $\pm 1,0\%$.



***Abbildung 1.2-1: Zapfsäule in Bingham, New Mexico.
Diese Säule wird sicher nicht mehr zur
Preisfestsetzung genutzt.***

Es wäre eine böse Unterstellung, anzunehmen, dass Tankstellenpächter ihre Zapfanlagen zu Ungunsten der Kunden abgleichen lassen wollten. So gehen wir einfach einmal von einem Jahresverbrauch an Kraftstoffen in der Bundesrepublik Deutschland von $75 \cdot 10^9$ l bei einem Durchschnittspreis von 1,30 Euro je Liter aus. So ergibt sich eine mögliche maximale Abweichung über die Verkehrsfehlergrenze von immerhin einer Milliarde Euro. Zum Glück liegt aber die Erfassung statistisch verteilter Größen zu Grunde, so dass der Schaden für den Kraftfahrer deutlich geringer ausfallen wird. Theoretisch würde er sogar an einer Zapfsäule das mehr tanken, was er zuvor an einer anderen Zapfsäule zu wenig getankt hat und im langfristigen Mittel keinen Nachteil erleiden.

...zumindest statistisch gesehen.

...oder theoretisch...

(b) RELEVANZ DER MESSUNSICHERHEIT IN DER PRODUKTION

Wenn auch die gesamtwirtschaftliche Relevanz der Messunsicherheit eine fiktive und schwer schätzbare Größe ist, und wir noch nicht die einzelne Messung im Rahmen einer Kalibrierung im Fokus haben, bleibt die Relevanz für die Produktion als wirtschaftlicher Kernpunkt zu betrachten.

Messergebnisse und die zugeordnete Messunsicherheit bilden die Basis für Konformitätsprüfungen und hierauf basierend für die Go/-NoGo-Entscheidungen in der Produktion.

Wirtschaftliches Ziel muss es sein, die Risiken der Fehlentscheidungen zu minimieren. Hierbei hilft es, Messunsicherheiten so weit wie möglich zu reduzieren.

Der Messwert ist immer ein Schätzwert. Die Schätzung erfolgt auf der Basis technischer Verfahren mehr oder

minder genau. Dieses „*mehr oder minder*“ wird durch die Zuordnung der Messunsicherheit numerisch beschrieben. Dem Messwert wird also ein Vertrauensbereich zugeordnet, indem der richtige Wert mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit – von in der Regel 95% - erwartet wird. Je kleiner dieses 95%-Intervall ist, desto näher kann man sich an Spezifikationsgrenzen hin tasten. Betrachten wir zunächst den Begriff des Risikos in der Definition nach dem ISO-Guide 73:2002:

Risiko ist die Kombination aus Wahrscheinlichkeit und Auswirkung eines Ereignisses.

Definition 1.2-1: Risiko

Für uns ist hierbei die Frage entscheidend, wer welches Risiko trägt. Hierzu gibt es folgende Fälle:

- Ein Objekt weist spezifikationskonforme Merkmale auf und wird akzeptiert:
→ Richtige Entscheidung
- Ein Objekt weist spezifikationskonforme Merkmale auf, wird aber abgelehnt:
Dieser Fall kann auftreten, wenn wir uns zwar noch innerhalb der Spezifikationsgrenzen bewegen, aber näher an den Grenzen sind, als die Messunsicherheit breit ist. Hier hat der Hersteller eine falsche Entscheidung zu seinen Ungunsten getroffen. Durch eine kleinere Messunsicherheit bei der Bewertung der Konformität wäre dieses Risiko minimierbar.
→ Fehler 1. Art (Lieferantenrisiko)
- Ein Objekt ist nicht spezifikationskonform, wird aber angenommen:
Hier geht das Risiko zu Lasten des Kunden, der wiederum das Objekt zurückweisen könnte.
→ Fehler 2. Art (Kundenrisiko)

- Ein Objekt ist nicht spezifikationskonform und wird abgelehnt:
→ Richtige Entscheidung

Die beiden fehlerhaften Entscheidungen sind häufig direkte Folgen einer großen Messunsicherheit. Hier stellt sich direkt die Frage nach dem Optimierungspotential und dessen Kosten. Entweder optimiert man den Produktionsprozess, um die Ausschussquote auch bei schlechten Messmöglichkeiten reduzieren zu können, oder man sorgt für eine bessere Bewertbarkeit der Konformität. In den meisten Fällen rechnen sich die zusätzlichen Ausgaben für eine bessere Messtechnik und die Entwicklung entsprechender Messverfahren, denn Änderungen im Produktionsprozess sind in der Regel teurer.

1.3 WECHSEL DER PARADIGMEN

Zu einer vernünftigen Vermarktung der Dienstleistungen *Messen, Prüfen* und *Kalibrieren* ist es notwendig, dass ein Kunde erkennen kann, welche Dienstleistung für sein Geld durchgeführt wurde. Dieses Denken spiegelt sich zum Beispiel darin wieder, dass die im DKD akkreditierten Kalibrierlabore auf ihren Kalibrierscheinen alle relevanten Informationen zur Messwertermittlung liefern. Somit erhält der Kunde die Gewähr, ein sorgfältig ermitteltes und dokumentiertes Ergebnis - also ein gutes Produkt - zu erhalten, denn...

Transparenz schafft Vertrauen!

In der ISO-Schrift *GUIDE TO THE EXPRESSION OF UNCERTAINTY IN MEASUREMENT*, oder kurz in dem GUM spiegelt sich das neue Denken der Messunsicherheitsbestimmung wieder.

Hier wird nun ein formales, numerisches Verfahren vorgestellt, um einer Messgröße – zumindest implizit – eine Aussage über eine zugeordnete Messunsicherheit zuordnen zu können. Dieses ist aber lediglich ein Näherungsverfahren, welches Gültigkeit hat, wenn verschiedene Eingangsvoraussetzungen zutreffen, die wir noch erläutern werden. Das Verfahren des GUM Framework ist allgemein anerkannt und für die Praxis ausreichend. Wir werden es in aller Ausführlichkeit vorstellen.

Die exakte Bestimmung der Messunsicherheit ist aber wesentlich komplexer und wird nur sehr selten praktiziert. Das Verfahren ordnet den einzelnen Messunsicherheitseinflüssen entsprechende, durch Integrale ausgedrückte Messunsicherheiten zu, welche dann miteinander zu verrechnen sind. Hier versagen die meisten numerischen Verfahren und lediglich die Monte Carlo Simulation bietet ein hinreichend gutes Ergebnis. Dieses Verfahren ist nicht mehr Gegenstand dieses Buches.

Das GUM basiert auf den in den letzten Jahren neu strukturierten Erfahrungen über die Gewinnung von Informationen über Messergebnisse und der daraus folgenden Ermittlung von Messunsicherheiten. Es wurde als *Guide* – als Richtlinie – herausgegeben und nun folgt in kleinen Schritten die Umsetzung als (internationale) Norm. Hierdurch setzt sich der Trend der Anwendung des GUMs an Stelle der DIN 1319 fort. Diese DIN galt bisher als Maß zur Bestimmung der Messunsicherheit in Deutschland. Der Vorschrift ist jedoch deutlich anzumerken, dass sie sich zu sehr an den Belangen der Längenmesstechnik orientiert. Durch das GUM werden nun auch die anderen Felder besser berücksichtigt.

Eine weitere Notwendigkeit zum Handeln wurde dadurch vorgegeben, dass es notwendig wurde, vergleichende Messergebnisse im wirtschaftlichen Kreislauf zu erhalten.

Dies resultiert aus der bereits erlassenen DIN ISO EN 9001. Die Voraussetzung für die Vergleichbarkeit ist aber ein einheitliches Vorgehen, wie es der GUM beschreibt. Dies bedeutet aber andererseits auch Abschied nehmen von gängigen Verfahren der Messunsicherheitsbetrachtung, wie die Worst Case Methode, oder das RMS-Verfahren.

Bei der Umstellung auf die nach GUM geforderte Form haben wir in den meisten Fällen lediglich kleinere Unterschiede in den Ergebnissen verzeichnet.

RMS: Root-Mean-Square (Quadratische Addition) aller auftretenden Messunsicherheitsbeiträge, ohne Gewichtung und Erweiterung der verschiedenen Einflussgrößen. Dieses Verfahren kann man durchaus auch weiterhin für erste Abschätzungen anwenden. Es ist jedoch für eine seriöse Weitergabe von Messunsicherheiten nicht geeignet.

Zu diesem Umdenken gehört aber auch, dass man im Allgemeinen keine Aussagen mehr zum WAHREN WERT oder RICHTIGEN WERT eines MESSWERTES macht, sondern Kenntnisse über den gemessenen Wert in der Form wiedergibt, dass man einen Messwert angibt und dessen Annäherung an den wahren Wert mit einer definierten statistischen Sicherheit beschreibt. Letzteres wird über ein Vertrauensintervall – oder die MESSUNSICHERHEIT – beschrieben. Es gilt die Aussage:

Ein Messwert ohne Messunsicherheit ist kein Messwert. Ohne Messunsicherheit hat man keine Möglichkeit, die Zuverlässigkeit eines Ergebnisses zu bewerten.

Messen bedeutet immer, mehr oder minder vollständige Kenntnis von einem Größenwert zu erlangen. Das hierbei

fehlende Wissen um den wahren Wert muss dabei durch Abschätzungen von Unsicherheiten und individuelle Bewertungen der eigenen Messung ergänzt werden, um ein vollständiges Ergebnis einer Messung angeben zu können. Je mehr Kenntnisse man einbringen kann, desto sicherer ist eine Aussage zum richtigen Wert möglich.

Die Ermittlung der Messunsicherheiten beschäftigt sich damit, die eingebrachten Kenntnisse zur Messung formal zu erfassen und im Rahmen einer Messunsicherheitsanalyse zu bewerten. Diese Bewertungen fließen dann in ein Messunsicherheitsbudget ein. Dieses liefert dann letztendlich eine Aussage über die Messunsicherheit, mit welcher der Messwert ermittelt wurde.

Werbung in eigener Sache:

Seminare

Qualifizierung des Personals zahlt sich aus! Zudem fordern die gängigen Qualitätsmanagementnormen die kontinuierliche Weiterbildung der Mitarbeiter.

Am kostengünstigsten führen sie hierzu Seminare im eigenen Hause mit ihren Messaufgaben als Beispiel durch.

Fordern sie doch einfach mal ein Angebot für eine InHouse-Schulung an.

Consulting

Sie haben Probleme mit ihren Budgets oder brauchen Unterstützung bei der Vorbereitung von Audits oder bei der Einführung neuer Messverfahren?

Dann stehe ich ihnen gerne zur Verfügung.

Ein Consulting kann vor Ort, oder in dringenden Fällen auch per eMail oder Telefon durchgeführt werden.

Lassen sie sich unverbindlich beraten:

BerndPesch@Messunsicherheit.com

2 MESSUNSICHERHEITSEINFLÜSSE

2.1 WAS MACHT MESSUNGEN UNSICHER?

Messungen werden auf vielfältige Art und Weise beeinflusst. Diese Einflussgrößen können gewollt sein; also Teil der geplanten Messung sein, oder aber ungewollter Natur.

Die ungewollten Einflussgrößen sind die Ursache für die Messunsicherheit, da diese Größen nicht nur ungewollt, sondern in aller Regel auch unbekannt sind.

Neben der Tatsache, dass auch gewollte Einflüsse eine gewisse Unsicherheit aufweisen, muss man auch berücksichtigen, dass noch ganz andere Einflüsse auf eine Messanordnung wirken. Diese muss man - auch wenn man sie nicht unbedingt erkennt - berücksichtigen und nach Möglichkeit abschätzen.

Durch zusätzliche Messungen kann man versuchen, zumindest einige dieser Größen bestimmen zu können. Denn alles was man kennt, kann man auch korrigieren. Hierbei muss man den zusätzlichen Aufwand sorgfältig abschätzen. Manchmal kann es wirtschaftlicher sein, mit größeren Messunsicherheiten zu arbeiten, als diese besser bekannt zu machen.

Bei Messunsicherheitseinflüssen unterscheidet man zunächst zwischen systematischen und statistischen Einflüssen.

(a) SYSTEMATISCHE EINFLÜSSE

Die systematischen Einflüsse sind „dem Messsystem eingepägt“. Diese Einflüsse werden sich bei Wiederholung einer Messung auch wieder in gleicher Art und Weise wiederholen. Zu den systematischen Einflüssen gehören zum Beispiel die Unlinearitäten der Messmittel, die Ansprechempfindlichkeit oder die Sättigung.

Man unterscheidet die systematischen Einflüsse wiederum in die bekannten systematischen Einflüsse und die unbekannt systematischen Einflüsse.

BEKANNTE SYSTEMATISCHE EINFLÜSSE

Sind die systematischen Einflüsse bekannt, sind die weiteren Maßnahmen schon vorgegeben: Man korrigiert die bekannten Abweichungen (sofern dies die Messmethode ermöglicht).

Beispiel: Ein Gewichtsstück weist bei einem Nennwert von 1 Kilogramm eine bekannte Abweichung von 2,4 Milligramm auf. Bei allen Anwendungen, bei denen eine numerische Korrektur möglich ist, rechnet man eben nicht mit 1kg, sondern mit $m = 1\text{kg} - 2,4\text{mg}$ weiter.

Unglücklich ist der Fall, eine Messabweichung zu kennen; diese aber nicht korrigieren zu können. Dann bleibt entweder die Möglichkeit, einer nachträglichen numerischen Korrektur, oder man muss diese Einflussgröße komplett im Rahmen der Messunsicherheit mit betrachten.

UNBEKANNTE SYSTEMATISCHE EINFLÜSSE

Systematische Einflussgrößen, die unbekannt sind lassen sich nicht korrigieren. Oftmals weiß man noch nicht einmal,

dass sie vorliegen und kann mangels Systemkenntnisse diese nicht näher abschätzen. Hier helfen nur eine konservative Abschätzung der Größenordnung dieser Einflüsse und eine spätere Behandlung im Messunsicherheitsbudget.

Diese Art von Einflussgrößen ist für das Messergebnis am schlimmsten, da sie weder korrigierbar noch zu minimieren sind. Sie zwingen ein Messergebnis immer tendenziell in eine Richtung.

Beispiel: Einfache thermischer Leistungsmesser messen neben der Leistung, die von einem Generator zugeführt wird auch den Einfluss der Erwärmung auf Grund der Umgebungstemperatur. Man weiß um diesen Effekt und kann auch gesichert sagen, dass hierdurch zu viel Leistung angezeigt wird, aber man kann die Größe mangels Systemkenntnisse nicht ausreichend korrigieren.

(b) STATISTISCHE EINFLÜSSE

Um es gleich vorweg zu nehmen: Statistik kann man nur mit Statistik bekämpfen!

Statistische Einflüsse liegen immer dann vor, wenn eine Einflussgröße dem Zufall unterliegt. Typisch hierfür sind die verschiedenen Arten des Rauschens und zum Beispiel das Springen einer Digitalanzeige an der Schaltgrenze zwischen zwei Digits. Der letztere Fall wird später noch anders behandelt und wir wenden uns dem Rauschen zu:

Messergebnisse streuen um einen Häufungswert in Abhängigkeit zufälliger Einflüsse, die man nicht kennt, aber deren Wirkung man durch diese statistische Streuung beschreiben kann.

Indem man nun beliebig oft unter Wiederholbedingungen misst, wird die Wahrscheinlichkeit immer größer, dass der Mittelwert all dieser Messungen nahe am wahren Wert der Messung liegen wird. Es bleibt dann ein statistisch verteilter Rest der als Messunsicherheitseinfluss durch seine Varianz (oder über die Standardabweichung) beschrieben wird.

Beispiel: Eine Spannungsquelle wird durch eine Substitutionsmessung kalibriert, indem Ablesungen mittels eines direkt anzeigenden Multimeters aufgenommen werden. Anschließend werden die nominal gleichen Spannungen durch einen Kalibrator generiert und ebenfalls dem Multimeter zugeführt. Hierbei ist der Kalibrator das Normal und das Multimeter dient lediglich der Anzeige als Transferglied. Der Kalibrator „normiert“ die Anzeige.

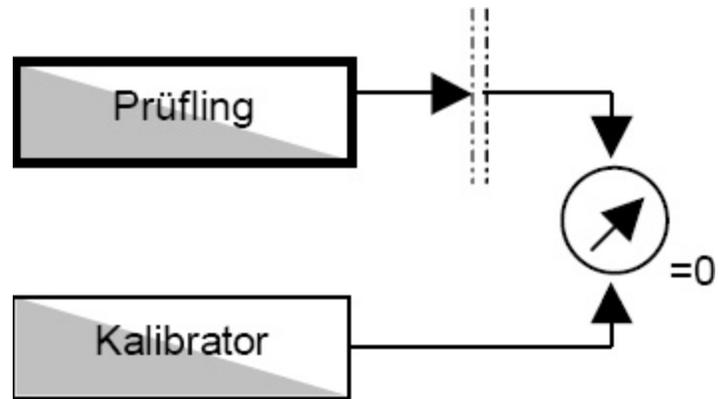


Diagramm 2.1-1: Funktionsdiagramm eines Spannungsvergleichs

Es liegen verschiedene, systematische Unsicherheitseinflüsse vor. Zum einen die des Kalibrators, die aber in der Regel bereits in einem Kalibrierschein gut beschrieben sind.

Systematisch sind auch die Anzeigeabweichungen des Multimeters, aber durch den Einsatz des Kalibrators versucht man, die Systematik dieser Abweichungen zu erfassen und zu korrigieren.

Systematisch vorliegend, aber kaum korrigierbar sind in diesem Falle die auftretenden Thermospannungen. Entweder kann man diese analytisch - über die Materialeigenschaften der Leiter - beschreiben, oder man muss sie als gegeben, aber nicht bekannt annehmen.

Statistisch verteilt sind hingegen die Anzeigeschwankungen des Multimeters auf Grund äußerer Einflüsse (thermisch, elektromagnetisch, und andere). Diese Einflüsse sind durch Mehrfachmessungen minimierbar.

3 WERKZEUGE DER MESSUNGSICHERHEITSANALYSE

3.1 NOTATION UND FORMELZEICHEN

FORMELZEICHEN	BEDEUTUNG
σ	Standardabweichung (einer Stichprobe)
σ^2	Varianz einer Reihe Standardabweichung (einer Stichprobe). Auch gelegentlich Standardabweichung des Mittelwertes genannt.
μ	Erwartungswert (entsprechend dem Mittelwert einer Funktion)
\sqrt{G}	Gewichtungsfaktor (Formfaktor der angenommenen Verteilung). Das Wurzelzeichen wird bei uns in der Regel zusammen mit dem Gewichtungsfaktor G dargestellt, da in der späteren Berechnung des Messunsicherheitsbudgets die \sqrt{G} relevante Größe ist.

	→ Abschnitt 3.5(c) , S. →
A	Halbbreite der Einflussgröße
C	Sensitivitätskoeffizient → Abschnitt 3.6 , Seite →
E_N	Normalized Error Ratio Richtwert zum Vergleich von Messwerten und ihren Messunsicherheiten
M	Messwert
S_S	Vertrauensniveau (Beispiel: $S_S = 0,95$ für ein Vertrauensniveau der Verteilung von 95%)
U	Standardmessunsicherheit in absoluten Werten
U	Erweiterte Messunsicherheit in absoluten Größen. Wir nutzen U als erweiterte Messunsicherheit mit Index für das benutzte/vorgegebene Vertrauensniveau (Beispiel $U_{0,95}$)
w	Standardmessunsicherheit in relativen Größen → Gleichungen 3.4-3 , Seite →
W	Erweiterte Messunsicherheit in relativen Größen. Wir nutzen W als erweiterte Messunsicherheit mit Index für das benutzte/vorgegebene Vertrauensniveau (Beispiel $W_{0,95}$)
δ	Platzhalter für eine bis dato noch nicht numerisch definierte Einflussgröße

Δ	Platzhalter für eine numerisch bekannte Einflussgröße oder einen entsprechenden Korrekturwert
$\frac{\partial}{\partial x}$	Differentialoperator zur Darstellung der partiellen Ableitung
k	(Wählbarer) Erweiterungsfaktor zur Erreichung eines vorgegebenen Vertrauensniveaus
ν	[griech: ν]: Formelzeichen für den Freiheitsgrad einer (Einfluss)größe.

Tabelle 3.1-1: Die wichtigsten Formelzeichen.

3.2 VORGEHENSWEISE

3.2.1 AUSWAHL DES VERFAHRENS

Bevor wir ein passendes Verfahren zur Ermittlung von Messunsicherheiten vorstellen, muss auf der Basis der Messaufgabe festgestellt werden, welche Werkzeuge man sinnvoll einsetzen kann. In der Mehrzahl der Fälle ist das klassische Verfahren zielführend, welches direkt im Anschluss vorgestellt wird. Man muss sich jedoch darüber im Klaren sein, dass in verschiedenen Fällen das klassische GUM nicht anwendbar oder nicht praktikabel ist.

Zu diesem - und zu den weiteren Fällen - gibt es alternativ die Möglichkeit der Anwendung der Monte Carlo-Simulation, die jedoch nicht Gegenstand dieses Buches ist.

Zur Beschreibung der Struktur nehmen wir folgende Begriffe bereits vorweg:

Einflussgröße: Größe, von der die Messgröße abhängt und bei der Ermittlung des Messergebnisses berücksichtigt wird.

Definition 3.2-1: Einflussgröße

Sinngemäß wird auch der Begriff Eingangsgröße verwendet. Einflussgrößen können gewollt sein, oder aber ungewollt in Form von Messunsicherheitseinflüssen vorliegen.

→ *Definition nach VIM 4.1.2, vgl. auch Glossar, Eintrag (59).*

Ausgangsgröße: Ergebnis eines Messunsicherheitsbudgets oder einer Berechnung (eines Ergebnisses).

Definition 3.2-2: Ausgangsgröße

Für die Wahl des passenden Wegs ist die Anzahl der Einfluss- und Ausgangsgrößen, sowie die Anzahl der zur Lösung des Problems verfügbaren Gleichungen ausschlaggebend.

Hier kann man sich an folgender Entscheidungshilfe orientieren, wobei wir lediglich die beiden ersten Fälle betrachten:

Einflussgrößen	Ausgangsgrößen	Gleichungen	Lösungsweg
m	n	n	
1	1	1	Klassisches GUM
>1	1	1	
> 1	>1	1	GUM in Matrizenform
> 1	> 1	> 1	Methode der kleinsten Fehlerquadrate

Tabelle 3.2-1: Entscheidungsmatrix für die Anwendung eines Verfahrens zur Berechnung der Messunsicherheit.