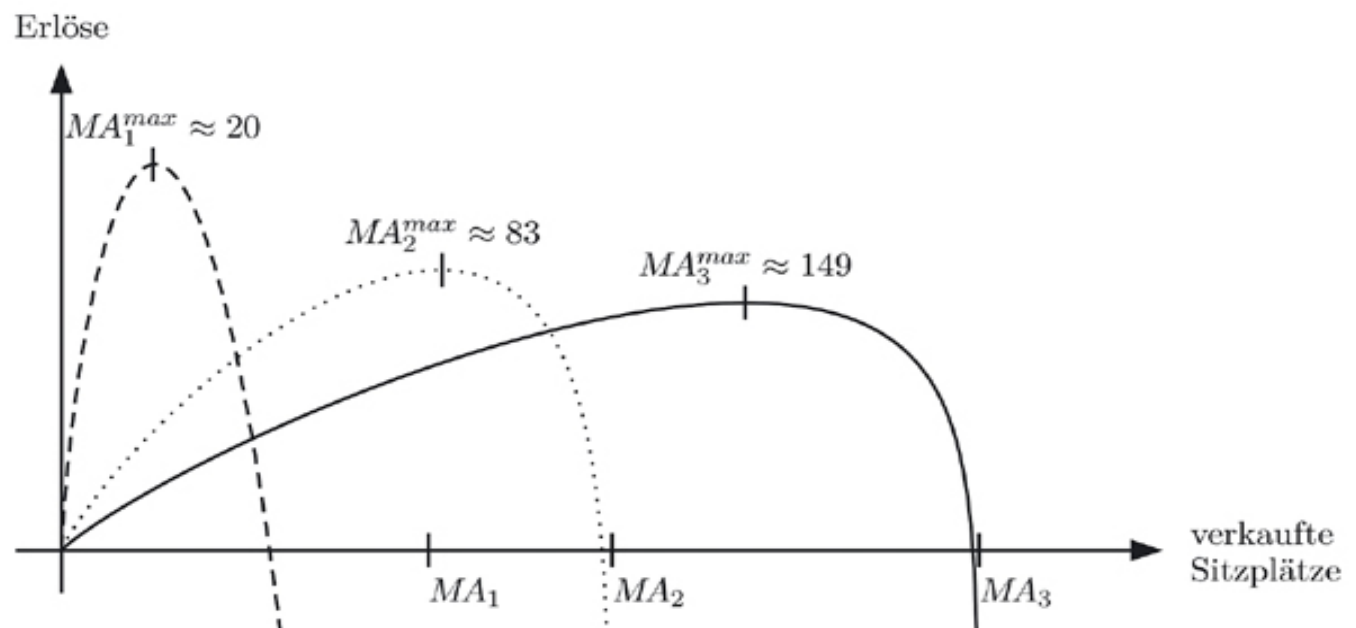


Oliver K. Faust

# Nachfrageorientiertes Scheduling für Point-to-Point Airlines

**Mathematische Modelle,  
Branch-and-Price Verfahren und  
Mathematical Programming Heuristiken  
unter Berücksichtigung des  
Passagiernachfrageverhaltens**



# **Inhaltsverzeichnis**

## **Abbildungsverzeichnis**

## **Tabellenverzeichnis**

## **Abkürzungsverzeichnis**

## **Symbolverzeichnis**

## **1 Einleitung**

1.1 Grundlegende Begriffe und Annahmen

1.2 Airline Scheduling

1.2.1 Schedule Design

1.2.2 Fleet Assignment

1.2.3 Aircraft Maintenance Routing

1.2.4 Crew Scheduling

1.2.5 Revenue Management

1.3 Low-Cost Airlines

1.3.1 Charakteristika

1.3.2 Herausforderungen

1.4 Literaturüberblick

1.4.1 Integrierte Airline Scheduling-Ansätze

1.4.2 Integration von Revenue Management in das Airline Scheduling

1.5 Problembeschreibung und Beitrag

1.6 Aufbau der Arbeit

## **2 Problemstellung**

- 2.1 Konkrete Ausgestaltung des Airline Scheduling Problems
- 2.2 Abbildung des Passagiernachfrageverhaltens
- 2.3 Time-Line Netzwerke und Rotationen
- 2.4 Modellformulierung
- 2.5 Beispiel zur Modellformulierung
- 2.6 Duales Problem

## **3 Exakte Lösungsverfahren**

- 3.1 Branch-and-Bound
  - 3.1.1 Grundlagen
  - 3.1.2 Anwendung auf das Airline Scheduling Problem
- 3.2 Spaltengenerierung
  - 3.2.1 Grundlagen
    - 3.2.1.1 Dantzig-Wolfe Dekomposition
    - 3.2.1.2 Spaltengenerierung bei Degeneration
    - 3.2.1.3 Stabilisierte Spaltengenerierung
    - 3.2.1.4 Beschleunigung von Spaltengenerierungsverfahren
    - 3.2.1.5 Ermittlung einer zulässigen Startlösung für Spaltengenerierungsverfahren
  - 3.2.2 Anwendung auf das Airline Scheduling Problem
    - 3.2.2.1 Lösung des Subproblems der Spaltengenerierung
    - 3.2.2.2 Längste-Wege-Probleme

3.2.2.3 Formulierung des Subproblems als Längste-Wege-Problem

3.2.2.4 Lösung des Subproblems mit dem FIFO-Algorithmus

### 3.3 Branch-and-Price

3.3.1 Komponenten

3.3.2 Verzweigungsregeln

3.3.2.1 Verzweigung auf Pfeilflüssen

3.3.2.2 Verzweigung auf der Summe geflogener Legs

3.3.2.3 Verzweigung auf der Summe geflogener Legs in Zeitfenstern

3.3.2.4 Verzweigung auf der Summe geflogener Legs in Kanten

3.3.2.5 Verzweigung auf der Summe geflogener Legs in Strecken

3.3.2.6 Verzweigung auf der Summe geflogener Legs in Zeitfenstern und Kanten

3.3.2.7 Verzweigung auf der Summe geflogener Legs in Zeitfenstern und Strecken

3.3.2.8 Verzweigung auf der Summe von Rotationsstarts in Zeitfenstern und Strecken

3.3.2.9 Verzweigung auf der Summe geflogener Legs an Zeitpunkten

3.3.2.10 Verzweigung auf der Summe von Rotationsstarts an Zeitpunkten

## **4 Heuristiken**

4.1 Column Generation-Heuristik

4.2 Dive-and-Fix-Heuristik

## 4.3 Best-Practice-Heuristik

### 4.3.1 Rotationsmuster

### 4.3.2 Funktionsweise der Best-Practice-Heuristik

## **5 Verfahrensauswertung**

### 5.1 Generierung der Testinstanzen

#### 5.1.1 Praxisdatensatz

#### 5.1.2 Berechnung der Gesamterlösfunktionen zur Abbildung des Passagiernachfrageverhaltens

#### 5.1.3 Berechnung der Stützstellen und des Yields zur Linearisierung der Gesamterlösfunktionen

#### 5.1.4 Generierung von Testinstanzen zur Auswertung der exakten Verfahren

#### 5.1.5 Generierung von Testinstanzen zur Auswertung der heuristischen Verfahren

#### 5.1.6 Beispiel einer Testinstanz

### 5.2 Analyse der exakten Verfahren

#### 5.2.1 Vergleich der Verzweigungsregeln

##### 5.2.1.1 Gewinnanalyse

##### 5.2.1.2 Laufzeitanalyse

##### 5.2.1.3 B&P-Analyse

#### 5.2.2 Analyse der besten Verzweigungsregel

##### 5.2.2.1 Gewinnanalyse

##### 5.2.2.2 Laufzeitanalyse

##### 5.2.2.3 B&P-Analyse

##### 5.2.2.4 Instanzanalyse

### 5.3 Analyse der heuristischen Verfahren

#### 5.3.1 Vergleich der heuristischen Verfahren

##### 5.3.1.1 Gewinnanalyse

- 5.3.1.2 Laufzeitanalyse
- 5.3.1.3 Rotationsanalyse
- 5.3.2 Vergleich des besten exakten mit dem besten heuristischen Verfahren
  - 5.3.2.1 Gewinnanalyse
  - 5.3.2.2 Laufzeitanalyse
  - 5.3.2.3 Rotationsanalyse
- 5.4 Technische Details der Verfahrensauswertung

## **6 Fazit**

## **A Anhang**

- A.1 Gewinn linearisiert
  - A.1.1 FIFO vollständig
  - A.1.2 CPLEX
- A.2 Gewinn nicht linearisiert
  - A.2.1 FIFO vollständig
  - A.2.2 CPLEX
- A.3 Gap Linearisierung
  - A.3.1 FIFO vollständig
  - A.3.2 CPLEX
- A.4 Laufzeit
  - A.4.1 FIFO vollständig
  - A.4.2 CPLEX
- A.5 Laufzeit für zweite zulässige Lösung
  - A.5.1 FIFO vollständig
  - A.5.2 CPLEX
- A.6 Anzahl vollständig gelöster Probleminstanzen
  - A.6.1 FIFO vollständig
  - A.6.2 CPLEX

- A.7 Anzahl zulässiger Lösungen
  - A.7.1 FIFO vollständig
  - A.7.2 CPLEX
- A.8 Anzahl generierter Rotationen
  - A.8.1 FIFO vollständig
  - A.8.2 CPLEX
- A.9 Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation
  - A.9.1 FIFO vollständig
  - A.9.2 CPLEX
- A.10 Anzahl verwendeter Rotationen
  - A.10.1 FIFO vollständig
  - A.10.2 CPLEX
- A.11 Anteil verwendeter Rotationen
  - A.11.1 FIFO vollständig
  - A.11.2 CPLEX
- A.12 Maximale Tiefe B&P
  - A.12.1 FIFO vollständig
  - A.12.2 CPLEX
- A.13 Anzahl Knoten B&P
  - A.13.1 FIFO vollständig
  - A.13.2 CPLEX
- A.14 Anzahl bedienter Flughäfen
  - A.14.1 FIFO vollständig
  - A.14.2 CPLEX

## **Literaturverzeichnis**

# Abbildungsverzeichnis

- 1.1 Markteintritte und Marktaustritte von Low-Cost Airlines
- 1.2 Unidirektionales lineares Netzwerk mit vier Flughäfen
- 1.3 Bidirektionales lineares Netzwerk mit vier Flughäfen
- 1.4 Vollständiges Point-to-Point Netzwerk mit vier Flughäfen
- 1.5 Hub-and-Spoke Netzwerk mit vier Flughäfen
- 1.6 Airline Scheduling Prozess
  
- 2.1 Logit Preisabsatzfunktion für ein Produkt
- 2.2 Inverse Logit Preisabsatzfunktion für ein Produkt
- 2.3 Logit Gesamterlösfunktion für ein Produkt
- 2.4 Logit Gesamterlösfunktionen für drei Produkte
- 2.5 Linearisierung der Logit Gesamterlösfunktion eines Business-Produkts
- 2.6 Time-Line Netzwerk für eine Teilflotte und eine Flottenbasis
- 2.7 Ablaufdiagramm zur Konstruktion des Netzwerks  $Net_{k,fb}$
- 2.8 Ablaufdiagramm zur Bereinigung des Netzwerks  $Net_{k,fb}$
- 2.9 Darstellung des Beispiel-Flugnetzwerks  $Net_{k=1,fb=1}$
- 2.10 Berechnung von Rotationsstartzeiten
- 2.11 Obere Schranken für die Passagiervariablen eines Business-Produkts  $p$
  
- 3.1 Ablaufdiagramm Branch-and-Bound für Maximierungsprobleme
- 3.2 Ablaufdiagramm der Spaltengenerierung



- 3.3 Lösungsraum des Beispielproblems
- 3.4 Lösungsraum des zweiten Beispielproblems
- 3.5 Ablaufdiagramm der Spaltengenerierung für das Airline Scheduling Problem
- 3.6 Ablaufdiagramm zur Lösung des Subproblems der Spaltengenerierung für das Airline Scheduling Problem
- 3.7 Beispieldaten - erstes Subnetzwerk
- 3.8 Beispieldaten - zweites Subnetzwerk
- 3.9 Flow Decomposition Theorem - erstes Netzwerk
- 3.10 Flow Decomposition Theorem - zweites Netzwerk
- 3.11 Flow Decomposition Theorem - drittes Netzwerk
- 3.12 B&P-Verfahren mit Verzweigung auf Pfeilflüssen
- 3.13 B&P-Verfahren mit Verzweigung auf der Summe geflogener Legs
- 4.1 Ablaufdiagramm der Column Generation-Heuristik
- 4.2 Ablaufdiagramm der Dive-and-Fix-Heuristik
- 4.3 D&F-Heuristik mit Verzweigung auf Pfeilflüssen
- 4.4 Ping-Pong Flug  $\omega^{PP}$
- 4.5 Zusammengesetzter Ping-Pong Flug  $\omega^{CPP}$
- 4.6 Dreiecksflug  $\omega^{tr}$
- 4.7 Vierecksflug  $\omega^{sq}$
- 4.8 Fünfecksflug  $\omega^{pent}$
- 4.9 Ablaufdiagramm der BP-Heuristik für das Netzwerk  $Net_{k,fb}$
- 4.10 BP-Heuristik für das Netzwerk  $Net_{k,fb}$  - Komponente 1)
- 4.11 BP-Heuristik für das Netzwerk  $Net_{k,fb}$  - Komponente 1a)
- 4.12 BP-Heuristik für das Netzwerk  $Net_{k,fb}$  - Komponente 1b)
- 4.13 BP-Heuristik für das Netzwerk  $Net_{k,fb}$  - Komponente 1c)
- 4.14 BP-Heuristik für das Netzwerk  $Net_{k,fb}$  - Komponente 2)

#### 4.15 BP-Heuristik für das Netzwerk $Net_{k,fb}$ – Komponente 3)

# Tabellenverzeichnis

- 1.1 Beispieldaten für Produkte mit Umsteigeverkehr
- 1.2 Betriebskosten unterschiedlicher Flugzeuge
- 1.3 Low Cost Airlines nach Gebiet im Jahr 2011
  
- 2.1 Parameter zum Aufbau der Flugnetzwerke
- 2.2 Parameter des gemischt-ganzzahligen Optimierungsmodells
- 2.3 Entscheidungsvariablen des gemischt-ganzzahligen Optimierungsmodells
- 2.4 Dualvariablen des Airline Scheduling Problems
  
- 3.1 Parameter des allgemeinen LPPs
- 3.2 Entscheidungsvariablen des allgemeinen LPPs
- 3.3 Parameter des LPPs für das Netzwerk  $Net_{k,fb}^*$
- 3.4 Entscheidungsvariablen des LPPs für das Netzwerk  $Net_{k,fb}^*$
- 3.5 Schlupfvariablenwerte des ersten RMPs
- 3.6 Dualvariablenwerte des ersten RMPs
- 3.7 Schlupfvariablenwerte des zweiten RMPs
- 3.8 Dualvariablenwerte des zweiten RMPs
- 3.9 Belegungen der Felder  $D$  und  $R$  nach Abschluss des FIFO-Algorithmus
- 3.10 Spaltengenerierung durch Lösung der Subprobleme mit dem [Algorithmus 3.6](#)
  
- 5.1 Parameter des Referenzdatensatzes

- 5.2 Größe der Probleminstanzen
- 5.3 Verzweigungsregeln der exakten Verfahren
- 5.4 Kombinationen von Verzweigungsregeln der exakten Verfahren
- 5.5 Exakte Verfahren - Durchschnittlicher Gewinn linearisiert
- 5.6 Exakte Verfahren - Durchschnittlicher Gewinn nicht linearisiert
- 5.7 Exakte Verfahren - Durchschnittlicher Gap Linearisierung
- 5.8 Exakte Verfahren - Durchschnittliche Laufzeit [mm:ss,HHH]
- 5.9 Exakte Verfahren - Durchschnittliche Laufzeit [mm:ss,HHH] für zweite zulässige Lösung
- 5.10 Exakte Verfahren - Durchschnittliche Anzahl zweiter zulässiger Lösungen
- 5.11 Exakte Verfahren - Durchschnittliche Anzahl vollständig gelöster Instanzen
- 5.12 Exakte Verfahren - Durchschnittliche Anzahl zulässiger Lösungen
- 5.13 Exakte Verfahren - Durchschnittliche maximale Tiefe B&P
- 5.14 Exakte Verfahren - Durchschnittliche Anzahl Knoten B&P
- 5.15 Exakte Verfahren - Durchschnittliche Anzahl generierter Rotationen
- 5.16 Exakte Verfahren - Durchschnittliche Anzahl verwendeter Rotationen
- 5.17 Exakte Verfahren - Durchschnittlicher Anteil verwendeter Rotationen
- 5.18 Kombinationen der Preissensitivitäten

- 5.19 FIFO abgebrochen - Gewinn linearisiert ( $|M| = 5, 10$ ;  
 $|FB| = 1$ )
- 5.20 FIFO abgebrochen - Gewinn linearisiert ( $|M| = 15$ ;  $|FB|$   
 $= 1, 2$ )
- 5.21 FIFO abgebrochen - Gewinn linearisiert ( $|M| = 20, 30$ ;  
 $|FB| = 2$ )
- 5.22 FIFO abgebrochen - Gewinn linearisiert ( $|M| = 40, 52$ ;  
 $|FB| = 2$ )
- 5.23 FIFO abgebrochen - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 5$ ,  
 $10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.24 FIFO abgebrochen - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 15$ ;  
 $|FB| = 1,2$ )
- 5.25 FIFO abgebrochen - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 20$ ,  
 $30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.26 FIFO abgebrochen - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 40$ ,  
 $52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.27 FIFO abgebrochen - Gap Linearisierung ( $|M| = 5,10$ ;  
 $|FB| = 1$ )
- 5.28 FIFO abgebrochen - Gap Linearisierung ( $|M| = 15$ ;  $|FB|$   
 $= 1,2$ )
- 5.29 FIFO abgebrochen - Gap Linearisierung ( $|M| = 20,30$ ;  
 $|FB| = 2$ )
- 5.30 FIFO abgebrochen - Gap Linearisierung ( $|M| = 40,52$ ;  
 $|FB| = 2$ )
- 5.31 FIFO abgebrochen - Laufzeit [mm:ss,HHH] ( $|M| = 5,10$ ;  
 $|FB| = 1$ )
- 5.32 FIFO abgebrochen - Laufzeit [hh:mm:ss] ( $|M| = 15$ ;  $|FB|$   
 $= 1,2$ )
- 5.33 FIFO abgebrochen - Laufzeit [hh:mm:ss] ( $|M| = 20,30$ ;  
 $|FB| = 2$ )
- 5.34 FIFO abgebrochen - Laufzeit [hh:mm:ss] ( $|M| = 40,52$ ;  
 $|FB| = 2$ )

- 5.35 FIFO abgebrochen - Laufzeit [mm:ss,HHH] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.36 FIFO abgebrochen - Laufzeit [hh:mm:ss] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- 5.37 FIFO abgebrochen - Laufzeit [hh:mm:ss] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.38 FIFO abgebrochen - Laufzeit [hh:mm:ss] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.39 FIFO abgebrochen - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.40 FIFO abgebrochen - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- 5.41 FIFO abgebrochen - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.42 FIFO abgebrochen - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.43 FIFO abgebrochen - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.44 FIFO abgebrochen - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- 5.45 FIFO abgebrochen - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.46 FIFO abgebrochen - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.47 FIFO abgebrochen - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.48 FIFO abgebrochen - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- 5.49 FIFO abgebrochen - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.50 FIFO abgebrochen - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )

- 5.51 FIFO abgebrochen - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.52 FIFO abgebrochen - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- 5.53 FIFO abgebrochen - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.54 FIFO abgebrochen - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.55 FIFO abgebrochen - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.56 FIFO abgebrochen - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- 5.57 FIFO abgebrochen - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.58 FIFO abgebrochen - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.59 FIFO abgebrochen - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.60 FIFO abgebrochen - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- 5.61 FIFO abgebrochen - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.62 FIFO abgebrochen - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.63 FIFO abgebrochen - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.64 FIFO abgebrochen - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- 5.65 FIFO abgebrochen - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.66 FIFO abgebrochen - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )

- 5.67 FIFO abgebrochen - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.68 FIFO abgebrochen - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- 5.69 FIFO abgebrochen - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.70 FIFO abgebrochen - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.71 FIFO abgebrochen - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.72 FIFO abgebrochen - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- 5.73 FIFO abgebrochen - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.74 FIFO abgebrochen - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.75 Heuristische Verfahren - Durchschnittlicher Gewinn linearisiert
- 5.76 Heuristische Verfahren - Durchschnittlicher Gewinn nicht linearisiert
- 5.77 Heuristische Verfahren - Durchschnittlicher Gap Linearisierung
- 5.78 Heuristische Verfahren - Durchschnittliche Laufzeit [hh:mm:ss]
- 5.79 Heuristische Verfahren - Durchschnittliche Anzahl generierter Rotationen
- 5.80 Heuristische Verfahren - Durchschnittliche Anzahl verwendeter Rotationen
- 5.81 Heuristische Verfahren - Durchschnittlicher Anteil verwendeter Rotationen
- 5.82 CG-Heuristik - Gewinn linearisiert ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )



- 5.83 CG-Heuristik - Gewinn linearisiert ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- 5.84 CG-Heuristik - Gewinn linearisiert ( $|M| = 20, 30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.85 CG-Heuristik - Gewinn linearisiert ( $|M| = 40, 52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.86 CG-Heuristik - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.87 CG-Heuristik - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- 5.88 CG-Heuristik - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 20, 30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.89 CG-Heuristik - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 40, 52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.90 CG-Heuristik - Gap Linearisierung ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.91 CG-Heuristik - Gap Linearisierung ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- 5.92 CG-Heuristik - Gap Linearisierung ( $|M| = 20, 30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.93 CG-Heuristik - Gap Linearisierung ( $|M| = 40, 52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.94 CG-Heuristik - Laufzeit [mm:ss,HHH] ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.95 CG-Heuristik - Laufzeit [mm:ss,HHH] ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- 5.96 CG-Heuristik - Laufzeit [mm:ss,HHH] ( $|M| = 20, 30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.97 CG-Heuristik - Laufzeit [hh:mm:ss] ( $|M| = 40, 52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.98 CG-Heuristik - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )

- 5.99 CG-Heuristik - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- 5.100 CG-Heuristik - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.101 CG-Heuristik - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.102 CG-Heuristik - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.103 CG-Heuristik - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- 5.104 CG-Heuristik - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.105 CG-Heuristik - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.106 CG-Heuristik - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- 5.107 CG-Heuristik - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- 5.108 CG-Heuristik - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- 5.109 CG-Heuristik - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.1 FIFO vollständig - Gewinn linearisiert ( $|M| = 5, 10$ ;  $|F B| = 1$ )
- A.2 FIFO vollständig - Gewinn linearisiert ( $|M| = 15$ ;  $|F B| = 1, 2$ )
- A.3 FIFO vollständig - Gewinn linearisiert ( $|M| = 20, 30$ ;  $|F B| = 2$ )
- A.4 FIFO vollständig - Gewinn linearisiert ( $|M| = 40, 52$ ;  $|F B| = 2$ )
- A.5 CPLEX - Gewinn linearisiert ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )

- A.6 CPLEX - Gewinn linearisiert ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- A.7 CPLEX - Gewinn linearisiert ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.8 CPLEX - Gewinn linearisiert ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.9 FIFO vollständig - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 5, 10$ ;  
 $|FB| = 1$ )
- A.10 FIFO vollständig - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- A.11 FIFO vollständig - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 20, 30$ ;  
 $|FB| = 2$ )
- A.12 FIFO vollständig - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 40, 52$ ;  
 $|FB| = 2$ )
- A.13 CPLEX - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.14 CPLEX - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- A.15 CPLEX - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.16 CPLEX - Gewinn nicht linearisiert ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.17 FIFO vollständig - Gap Linearisierung ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.18 FIFO vollständig - Gap Linearisierung ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- A.19 FIFO vollständig - Gap Linearisierung ( $|M| = 20, 30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.20 FIFO vollständig - Gap Linearisierung ( $|M| = 40, 52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.21 CPLEX - Gap Linearisierung ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.22 CPLEX - Gap Linearisierung ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- A.23 CPLEX - Gap Linearisierung ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.24 CPLEX - Gap Linearisierung ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.25 FIFO vollständig - Laufzeit [mm:ss,HHH] ( $|M| = 5,10$ ;  
 $|FB| = 1$ )

- A.26 FIFO vollständig - Laufzeit [hh:mm:ss] ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- A.27 FIFO vollständig - Laufzeit [hh:mm:ss] ( $|M| = 20, 30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.28 FIFO vollständig - Laufzeit [hh:mm:ss] ( $|M| = 40, 52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.29 CPLEX - Laufzeit [mm:ss,HHH] ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.30 CPLEX - Laufzeit [hh:mm:ss] ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- A.31 CPLEX - Laufzeit [hh:mm:ss] ( $|M| = 20, 30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.32 CPLEX - Laufzeit [hh:mm:ss] ( $|M| = 40, 52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.33 FIFO vollständig - Laufzeit [mm:ss,HHH] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.34 FIFO vollständig - Laufzeit [hh:mm:ss] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- A.35 FIFO vollständig - Laufzeit [hh:mm:ss] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 20, 30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.36 FIFO vollständig - Laufzeit [hh:mm:ss] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 40, 52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.37 CPLEX - Laufzeit [mm:ss,HHH] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.38 CPLEX - Laufzeit [hh:mm:ss] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- A.39 CPLEX - Laufzeit [hh:mm:ss] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 20, 30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.40 CPLEX - Laufzeit [hh:mm:ss] für zweite zulässige Lösung ( $|M| = 40, 52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.41 FIFO vollständig - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.42 FIFO vollständig - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )

- A.43 FIFO vollständig - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.44 FIFO vollständig - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.45 CPLEX - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.46 CPLEX - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- A.47 CPLEX - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.48 CPLEX - Anzahl vollständig gelöster Instanzen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.49 FIFO vollständig - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.50 FIFO vollständig - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- A.51 FIFO vollständig - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.52 FIFO vollständig - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.53 CPLEX - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.54 CPLEX - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- A.55 CPLEX - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.56 CPLEX - Anzahl zulässiger Lösungen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.57 FIFO vollständig - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.58 FIFO vollständig - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )

- A.59 FIFO vollständig - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.60 FIFO vollständig - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.61 CPLEX - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.62 CPLEX - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- A.63 CPLEX - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.64 CPLEX - Anzahl generierter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.65 FIFO vollständig - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.66 FIFO vollständig - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- A.67 FIFO vollständig - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.68 FIFO vollständig - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.69 CPLEX - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.70 CPLEX - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- A.71 CPLEX - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.72 CPLEX - Anzahl Rotationen für erste LP-Relaxation ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.73 FIFO vollständig - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.74 FIFO vollständig - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )

- A.75 FIFO vollständig - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.76 FIFO vollständig - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.77 CPLEX - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.78 CPLEX - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- A.79 CPLEX - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.80 CPLEX - Anzahl verwendeter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.81 FIFO vollständig - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.82 FIFO vollständig - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- A.83 FIFO vollständig - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.84 FIFO vollständig - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.85 CPLEX - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.86 CPLEX - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- A.87 CPLEX - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.88 CPLEX - Anteil verwendeter Rotationen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.89 FIFO vollständig - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.90 FIFO vollständig - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )

- A.91 FIFO vollständig - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 20, 30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.92 FIFO vollständig - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 40, 52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.93 CPLEX - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.94 CPLEX - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- A.95 CPLEX - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.96 CPLEX - Maximale Tiefe B&P ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.97 FIFO vollständig - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 5, 10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.98 FIFO vollständig - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- A.99 FIFO vollständig - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 20, 30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.100 FIFO vollständig - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 40, 52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.101 CPLEX - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.102 CPLEX - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )
- A.103 CPLEX - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.104 CPLEX - Anzahl Knoten B&P ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.105 FIFO vollständig - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )
- A.106 FIFO vollständig - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1,2$ )
- A.107 FIFO vollständig - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.108 FIFO vollständig - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )
- A.109 CPLEX - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 5,10$ ;  $|FB| = 1$ )



A.110 CPLEX - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 15$ ;  $|FB| = 1, 2$ )

A.111 CPLEX - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 20,30$ ;  $|FB| = 2$ )

A.112 CPLEX - Anzahl bedienter Flughäfen ( $|M| = 40,52$ ;  $|FB| = 2$ )

# Abkürzungsverzeichnis

ASP	Airline Scheduling Problem
B&B	Branch-and-Bound
B&P	Branch-and-Price
BP	Best-Practice
CG	Column Generation
D&F	Dive-and-Fix
d. h.	das heißt
et al.	et alii
EU	European Union / Europäische Union
EU ETS	EU Emissions Trading System
f.	folgende [Seite]
ff.	folgende [Seiten]
FAA	Federal Aviation Administration
FAM	Fleet Assignment Modell
FMM	Flughafen Memmingen
FRA	Frankfurt Airport
FSA	Full Service Airline
FSC	Full Service Carrier
FSNC	Full Service Network Carrier
GE	Geldeinheiten
hh	Stunden
HHH	Millisekunden
HHN	Flughafen Frankfurt-Hahn

Hrsg.	Herausgeber
i. Allg.	im Allgemeinen
i-GOK	inputorientierte Grenzopportunitätskosten
IATA	International Air Transport Association
IFAM	Itinerary-based Fleet Assignment Modell
IT	Information Technology / Informationstechnologie
Kap.	Kapitel
LCC	Low-Cost Carrier
LIFO	Last in first out
LP	Lineares Optimierungsproblem
LPP	Longest Path Problem / Längste-Wege-Problem
LuftVStG	Luftverkehrsteuergesetz
mm	Minuten
MP	Masterproblem
MUB	Maximum upper bound
MUC	Flughafen München „Franz Josef Strauß“
NB	Nebenbedingung
o.B.d.A.	ohne Beschränkung der Allgemeinheit
o. g.	oben genannt
O&D	Origin & Destination
Paf	Preisabsatzfunktion
PMM	Passenger Mix Modell
POA	Product and Organizational Architecture
QSI	Quality of Service Index
RMP	Restricted Masterproblem
S.	Seite
SFAM	Subnetwork-based Fleet Assignment Model

sog. so genannt  
ss Sekunden  
u. a. und andere / unter anderem  
vgl. vergleiche  
z. B. zum Beispiel

# Symbolverzeichnis

Das Verzeichnis der Symbole ist in drei Abschnitte untergliedert. Der erste Abschnitt enthält allgemeingültige Symbole, die in der gesamten Arbeit verwendet werden. In dem zweiten Abschnitt sind alle Symbole aufgeführt, die im Kontext der in den [Kapiteln 2 bis 5](#) untersuchten Airline Scheduling Probleme auftreten. Der dritte Abschnitt beinhaltet Symbole, die ausschließlich in dem [Abschnitt 3.2.1](#) zur Erläuterung der Grundlagen der Spaltengenerierung Anwendung finden.

## Allgemeingültige Symbole

$\leftarrow$	Wertzuweisung
$\forall$	Allaussage
$\exists$	Existenzaussage
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{N}_0$	Menge der natürlichen Zahlen einschließlich 0
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{R}^n$	Menge der $n$ -elementigen reellen Zahlen
$\mathbb{R}^+$	Menge der positiven reellen Zahlen
$\mathbb{R}_0^+$	Menge der nichtnegativen reellen Zahlen
$\emptyset, \{\}$	leere Menge
$\infty$	unendlich
$ A $	Mächtigkeit der Menge $A$

$a \in A$	$a$ ist Element der Menge $A$
$a \notin A$	$a$ ist nicht Element der Menge $A$
$A \setminus \{a\}$	Menge $A$ ohne Element $a$
$A \subseteq B$	$A$ ist Teilmenge der Menge $B$
$A \cap B$	Durchschnitt der Mengen $A$ und $B$
$A \cup B$	Vereinigung der Mengen $A$ und $B$
$\bigcup_{i=1}^n A_i$	Vereinigung der Mengen $A_1, \dots, A_n$
$\lceil a \rceil$	kleinste ganze Zahl größer oder gleich $a$
$\lfloor a \rfloor$	größte ganze Zahl kleiner oder gleich $a$
$\lceil a \rceil$	zu $a$ nächstgelegene ganze Zahl
$(a, b)$	offenes Intervall zwischen $a$ und $b$
$[a, b]$	abgeschlossenes Intervall zwischen $a$ und $b$
$[a, b), (a, b]$	halboffene Intervalle zwischen $a$ und $b$
$a > b$	$a$ ist (echt) größer als $b$
$a \geq b$	$a$ ist größer als oder gleich $b$ / $a$ ist größergleich $b$
$a < b$	$a$ ist (echt) kleiner als $b$
$a \leq b$	$a$ ist kleiner als oder gleich $b$ / $a$ ist kleinergleich $b$
$a \ll b$	$a$ ist viel kleiner als $b$
$a \circ b$	Komposition von $a$ und $b$ ( $a$ nach $b$ )
$\max\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$	Maximum der Werte $a_1$ bis $a_n$
$\min\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$	Minimum der Werte $a_1$ bis $a_n$
$\neg A$	Negation der Aussage <b>A</b>