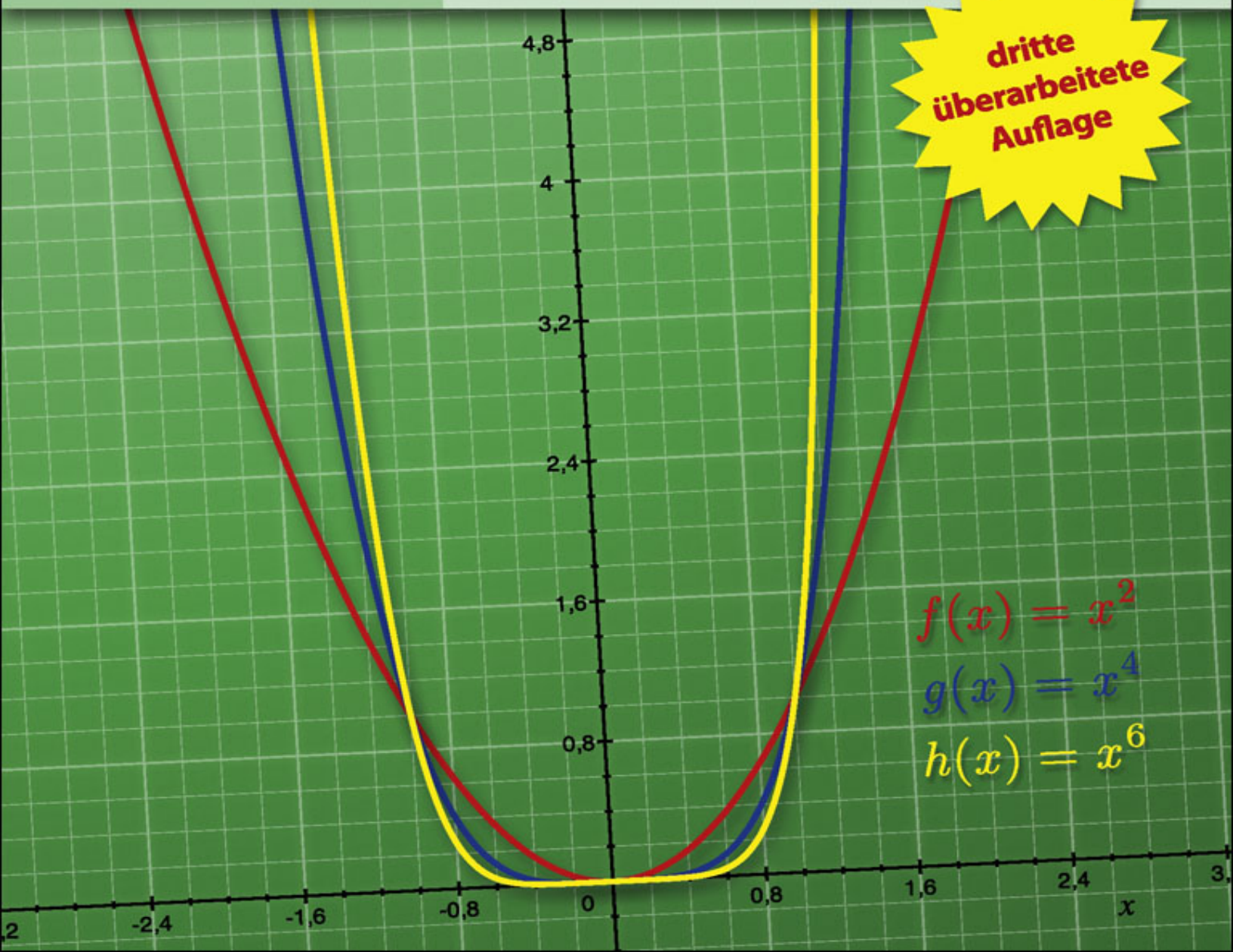


Reimund Homann ^{y 7,2}

Aufgabensammlung zur Mittelstufenmathematik

**dritte
überarbeitete
Auflage**

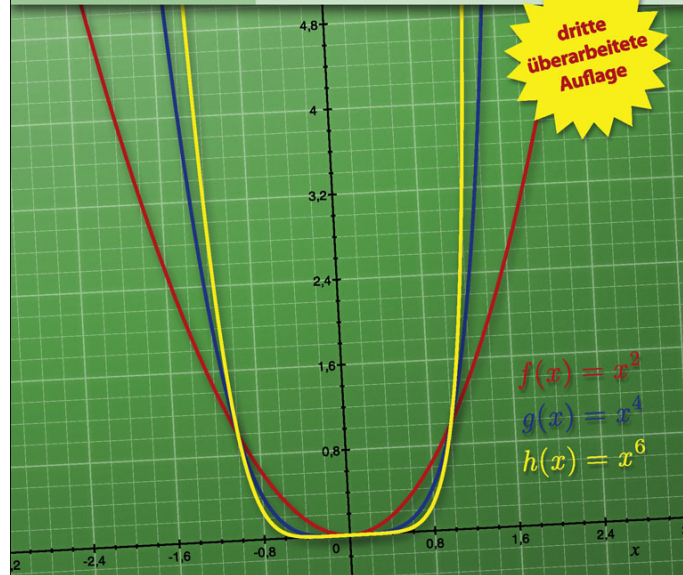
$$f(x) = x^2$$
$$g(x) = x^4$$
$$h(x) = x^6$$



Reimund Homann^{y 7,2}

Aufgabensammlung zur Mittelstufenmathematik

dritte
überarbeitete
Auflage



Aufgabensammlung zur Mittelstufenmathematik

Reimund Homann

Books on Demand

Inhaltsverzeichnis

[Vorwort zur dritten Auflage](#)

[Vorwort zur ersten Auflage](#)

[Teil A: Aufgaben](#)

[1 Zahlen, Terme und Termumformungen](#)

[1.1 Die verschiedenen Zahlenmengen und ihre Gesetze](#)

[1.2 Terme und Termumformungen](#)

[1.3 Brüche](#)

[1.4 Potenzen](#)

[1.5 Wurzeln](#)

[2 Gleichungen und Ungleichungen](#)

[2.1 Lineare Gleichungen mit einer Variablen](#)

[2.2 Lineare Gleichungen mit mehreren Variablen](#)

[2.3 Quadratische Gleichungen](#)

[2.4 Gleichungen dritten und höheren Grades](#)

[2.5 Ungleichungen](#)

[3 Zuordnungen](#)

[3.1 Einführung](#)

[3.2 Lineare Funktionen](#)

[3.3 Quadratische Funktionen](#)

[3.4 Potenzfunktionen](#)

[3.5 Exponential- und Logarithmusfunktionen](#)

[3.6 Trigonometrische Funktionen](#)

[3.7 Wurzelfunktionen](#)

[4 Statistik](#)

[4.1 Beschreibende Statistik](#)

[4.2 Einführung in die
Wahrscheinlichkeitsrechnung](#)

[Teil B: Lösungsvorschläge mit Erläuterungen](#)

[1 Zahlen, Terme und Termumformungen](#)

[1.1 Die verschiedenen Zahlenmengen und ihre Gesetze](#)

[1.2 Terme und Termumformungen](#)

1.3 Brüche

1.4 Potenzen

1.5 Wurzeln

2 Gleichungen und Ungleichungen

2.1 Lineare Gleichungen mit einer Variablen

2.2 Lineare Gleichungen mit mehreren Variablen

2.3 Quadratische Gleichungen

2.4 Gleichungen dritten und höheren Grades

2.5 Ungleichungen

3 Zuordnungen

3.1 Einführung

3.2 Lineare Funktionen

3.3 Quadratische Funktionen

3.4 Potenzfunktionen

3.5 Exponential- und Logarithmusfunktionen

3.6 Trigonometrische Funktionen

3.7 Wurzelfunktionen

4. Statistik

4.1 Beschreibende Statistik

4.2 Einführung in die

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Teil C: Lösungsvorschläge ohne Erläuterungen und Zwischenschritte

1 Zahlen, Terme und Termumformungen

1.1 Die verschiedenen Zahlenmengen und ihre Gesetze

1.2 Terme und Termumformungen

1.3 Brüche

1.4 Potenzen

1.5 Wurzeln

2 Gleichungen und Ungleichungen

2.1 Lineare Gleichungen mit einer Variablen

2.2 Lineare Gleichungen mit mehreren Variablen

2.3 Quadratische Gleichungen

2.4 Gleichungen dritten und höheren Grades

2.5 Ungleichungen

3 Zuordnungen

3.1 Einführung

3.2 Lineare Funktionen

3.3 Quadratische Funktionen

3.4 Potenzfunktionen

3.5 Exponential- und Logarithmusfunktionen

3.6 Trigonometrische Funktionen

3.7 Wurzelfunktionen

4. Statistik

4.1 Beschreibende Statistik

4.2 Einführung in die
Wahrscheinlichkeitsrechnung

Vorwort zur dritten Auflage

In der jetzt vorliegenden dritten Auflage der „Aufgabensammlung zur Mittelstufenmathematik“ wurden neben kleineren inhaltlichen Änderungen des Kapitels zu den Exponential- und Logarithmusfunktionen auch setzerische Verbesserungen sowie die Beseitigung gefundener Fehler vorgenommen.

Für Unterstützung bei der Erstellung dieser Auflage danke ich (in alphabetischer Reihenfolge): Marlin Berries, Christian Fiedler, Trixi Freitag, Melisa Husidic, Torben Koop, Benjamin Malkoc, Henry Naeve, Moritz Rohr, Josephine Rügge, Hendrik Saalman, John Starke, Katharina Trebitsch, und Zoltan Trebitsch. Weiterhin danke ich von der Northern Business School in Hamburg (ebenfalls in alphabetischer Reihenfolge) Christina Günther, Daniel Strzyzewski und Sascha Weber.

Für Hilfe bei der technischen Umsetzung danke ich Gerhard Uhlhorn.

Für die Betreuung der Webseite

www.mittelstufenmathematik.de

danke ich Sabine Gržabović.

Hamburg im Mai 2011

Vorwort zur ersten Auflage

Zur Erweiterung des im Oktober 2008 im Books on Demand-Verlag erschienenen Buches „Mittelstufenmathematik - leicht erklärt“ liegt jetzt der Erweiterungsband „Aufgabensammlung zur Mittelstufenmathematik“ vor.

Leser des Lehrbuches finden jetzt eine Fülle von Aufgaben, die das Gelesene bzw. Erlernte durch Übung verbessern sollen. Hierbei erscheint es sinnvoll, vor der Bearbeitung der Aufgaben zuerst das Lehrbuch zu lesen bzw. zu wiederholen, da die Aufgaben teilweise Kenntnisse in mehreren Themengebieten voraussetzen. So wird z.B. in einigen Aufgaben zur Bruchrechnung das Verstehen der binomischen Formeln vorausgesetzt.

Der Struktur des vorliegenden Bandes liegt folgende Überlegung zugrunde: Zuerst sollen die Aufgaben aus [Teil A](#) eigenständig bearbeitet werden. Die Ergebnisse werden dann mit den in [Teil C](#) zu findenden Ergebnissen verglichen. Liefert die eigene Rechnung dasselbe Ergebnis wie in [Teil C](#), so ist das Ergebnis vermutlich richtig und der eigene Lösungsweg kann mit dem in [Teil B](#) beschriebenen Weg verglichen werden. Ist das eigene Ergebnis nicht mit dem in [Teil C](#) stehenden Ergebnis identisch, ist es in den meisten Fällen nicht korrekt. Es sollte daher zunächst versucht werden, den eigenen Fehler zu finden und zu korrigieren, sodass die selbst errechneten Ergebnisse mit denen des Buches übereinstimmen. Anschließend kann (sei der Fehler nun gefunden oder nicht) dann der eigene Lösungsweg mit dem in [Teil B](#) stehenden verglichen werden.

Es sei noch angemerkt, dass es bei einigen Aufgaben nicht nur verschiedene Lösungswege, sondern auch verschiedene Lösungen geben kann. Sollte es jedoch mehrere Lösungen geben, so ist dies in [Teil B](#) erklärt.

Für Anregungen und Unterstützung danke ich (in alphabetischer Reihenfolge): Farina Fischer, Christin Herbrechtsmeier, Silja Hummel, Patrick Kroepels, Ann-Sophie Löhde, Henry Naeve, Freya von Pfeil, Moritz Rohr, Johanna Schneider, Maximilian Tesch, Yannick Tharun, Ana Tomas, Zoltan Trebitsch und Victoria Uhlhorn.

Für technische Unterstützung danke ich Gerhard Uhlhorn.

Weitere Informationen finden sich unter:

www.mittelstufenmathematik.de

Und nun viel Spaß mit den Übungen.

Hamburg im Mai 2009

Teil A: Aufgaben

1 Zahlen. Terme und Termumformungen

1.1 Die verschiedenen Zahlenmengen und ihre Gesetze

I) Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:

- a) Vereinigt man alle positiven ganzen Zahlen und 0, so erhält man die Menge der natürlichen Zahlen.
- b) Die Menge aller Zahlen, die nicht-periodisch und nicht abbrechend sind, ist die Menge der irrationalen Zahlen.
- c) Vereinigt man die Menge der rationalen Zahlen mit der Menge der irrationalen Zahlen, so erhält man die Menge der reellen Zahlen.
- d) Jede irrationale Zahl ist abbrechend.
- e) Jede ganze Zahl ist eine natürliche Zahl.
- f) Die Schnittmenge von rationalen Zahlen und irrationalen Zahlen ist nicht leer.
- g) Reelle Zahlen, die keine rationalen Zahlen sind, können auch keine irrationalen Zahlen sein.

II) Entscheiden Sie, ob folgende Gleichungen bzw. Aussagen wahr oder falsch sind:

- a) $a + b = b + a$
- b) $a - (-b) = a + b$
- c) $a \cdot b = b \cdot a$
- d) Die Division reeller Zahlen mit homogenen Vorzeichen ergibt eine negative Zahl.
- e) Das Additionsinverse von a ist a .
- f) Das neutrale Element der Multiplikation und Division ist 0.
- g) Innerhalb einer Klammer ist die Regel „Punkt- vor Strichrechnung“ außer Kraft gesetzt.

III) Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke:

a) $(3 - 1) : 2$

b) $x - y - (-x)$

c) $7c : c + 8 \cdot 9$

d) $9 - (-(-7))$

e) $5 \cdot a - a \cdot 5$

f) $3x : 3 + 3,5 \cdot 2x$

g) $3 : (-z + z)$

1.2 Terme und Termumformungen

I) Bestimmen Sie die Definitionsmenge folgender Brüche:

a) $\frac{1}{x}$

b) $\frac{3}{x}$

c) $\frac{5}{x+2}$

d) $\frac{3x}{r^2+1}$

e) $\frac{y}{0,5z}$

f) $\frac{a+1}{3b-5}$

g) $\frac{7}{(2x-1)(-3x+3)}$

II) Multiplizieren Sie folgende Terme aus:

a) $3(a + 5)$

b) $7(b + 7)$

c) $9(-c - 8)$

d) $d(3 - d)$

e) $-e(2e + 5)$

f) $2,5f(3 - 2f)$

g) $(3g - 5g^2) \cdot 2g$

III) Multiplizieren Sie folgende Terme aus:

a) $(a + b)(c + d)$

b) $(2a - e)(f + 3)$

c) $(5c + 3)(2e - 1)$

d) $(3 - f)(3c^2 + 5)$

e) $(-7 + a)(ab + ac)$

f) $(3a + 2b)(5c - 7d)$

g) $(-5,7a^2 + bc^2)(3b^2 + 2,5a)$

IV) Multiplizieren Sie folgende Terme aus:

- a) $(a + b)(c + d)(e + f)$
- b) $(1 + a)(2 + b)(3 + c)$
- c) $(3a + 1)(2b + 5)(4c - 5)$
- d) $(a^2 + b)(3 - c^2)(5 + t)$
- e) $a(e - 2b)(c + b^2)$
- f) $(3,5x - y)(x^2 + 3)x$
- g) $(5,1a^2 + 7,2b)(3ab - 5a)(-8,2ab + b^2)$

V) Klammern Sie aus:

- a) $3a + 3b + 3c$
- b) $a^2 + ab + ac$
- c) $10x + 15y + 20z$
- d) $48a^2bc + 60ab^2c - 72abc^2$
- e) $1,96a^3 - 2,8a^2 + 1,4a^5$
- f) $-13x - 26y - 39z$
- g) $190d^2e^2f^5 + 361d^2e^3f^5 + 399d^3e^3f^5$

VI) Führen Sie folgende Additionen bzw. Subtraktionen aus:

- a) $(a + b) + (2a + 7b)$
- b) $(2x + 3y) + (x - 2y)$
- c) $(5 + c) + (-2c + 1)$
- d) $(3a + 3b) - (a + 2b)$
- e) $(2x - y) - (x - y)$
- f) $(-7c + 3d + 1) - (1,2c + 0,7e - 8)$
- g) $(3a^2 + b + 1) - (a + b^2 - 14)$

VII) Berechnen Sie folgende Ausdrücke mittels der binomischen Formeln:

- a) $(a + 3)^2$
- b) $(b - 5)^2$
- c) $(x + y)(x - y)$
- d) $(2a + 3f)^2$
- e) $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7}x\right)^2$

$$f) (0,1c - 0,9d) (0,1c + 0,9d)$$

$$g) \left(\frac{1}{5}a + 0,3b\right)^2$$

VIII) Faktorisieren Sie mittels der binomischen Formeln:

$$a) x^2 + 2xy + y^2$$

$$b) e^2 - 2ef + f^2$$

$$c) t^2 - z^2$$

$$d) 9a^2 + 30ab + 25b^2$$

$$e) u^2 - 12uv + 36v^2$$

$$f) \frac{1}{49}a^2 - \frac{1}{81}b^2$$

$$g) 0,01r^2 + rt + 25t^2$$

IX) Ergänzen Sie folgende Ausdrücke bei den Unterstreichungen so, dass mittels einer binomischen Formel faktorisiert werden kann und führen Sie die Faktorisierungen durch:

$$a) a^2 + 2ab + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$b) x^2 - 2xy + \underline{\hspace{1cm}}$$

$$c) g^2 - \underline{\hspace{1cm}}$$

$$d) 25t^2 + \underline{\hspace{1cm}} + 49r^2$$

$$e) \underline{\hspace{1cm}} - 20gh + 100h^2$$

$$f) \underline{\hspace{1cm}} - 169z^2$$

$$g) 289u^2 - 51uv^{10} + \underline{\hspace{1cm}}$$

X) Berechnen Sie mittels der binomischen Formeln im Kopf:

$$a) 31^2$$

$$b) 49^2$$

$$c) 17 \cdot 23$$

$$d) 52^2$$

$$e) 89^2$$

$$f) 72 \cdot 68$$

$$g) 105^2$$

1.3 Brüche

I) Kürzen Sie folgende Brüche vollständig:

a) $\frac{3}{9}$ b) $\frac{8}{12}$ c) $\frac{22}{33}$ d) $\frac{34}{51}$ e) $\frac{156}{169}$ f) $\frac{0,2}{0,6}$ g) $\frac{3,24}{3,96}$

II) Kürzen Sie folgende Brüche vollständig:

a) $\frac{ab}{a^2}$ b) $\frac{ab}{abc}$ c) $\frac{k^2 l}{k}$ d) $\frac{3t^2}{6t^3}$ e) $\frac{144axz}{12a^2}$ f) $\frac{27b^2 c^3}{18b^5 c}$
g) $\frac{3,24 x^2 y^2 z}{3,06 xyz^2}$

III) Kürzen Sie folgende Brüche vollständig:

a) $\frac{(x+3)^2}{x+3}$ b) $\frac{x^2+10x+25}{x+5}$ c) $\frac{(z+2)^2}{z^2+2z}$ d) $\frac{y^2+5y+6}{y^3+2y^2}$
e) $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$ f) $\frac{h^3+6h^2+8h}{h^2+3h+2}$ g) $\frac{2k^5+10k^4+12k^3}{5k^2+20k+20}$

IV) Machen Sie folgende Brüche mittels Erweiterns nennergleich:

a) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{7}$ d) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$
e) $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{12}$ f) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$ g) $\frac{7}{12}$; $\frac{3}{14}$; $\frac{1}{18}$

V) Machen Sie folgende Brüche mittels Erweiterns nennergleich:

a) $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{y}$ b) $\frac{2}{z}$; $\frac{3}{z^2}$ c) $\frac{x}{a}$; $\frac{y}{b}$; $\frac{z}{c}$ d) $\frac{1}{tx}$; $\frac{3}{ty}$
e) $\frac{5}{x^2 y z}$; $\frac{7}{x y^2 z}$; $\frac{10}{xyz^2}$ f) $\frac{a}{7d}$; $\frac{b}{5e}$; $\frac{c}{9f}$
g) $\frac{2h}{3ax^2}$; $\frac{3t}{4bxy}$; $\frac{5g}{7cy^2 z^2}$

VI) Machen Sie folgende Brüche mittels Erweiterns
nennergleich:

- a) $\frac{1}{x+3}$; $\frac{2}{(x+3)^3}$
 b) $\frac{r}{x+2}$; $\frac{t}{x+5}$
 c) $\frac{1}{x+1}$; $\frac{2}{x^2-1}$
 d) $\frac{7}{x^2-6x}$; $\frac{3}{x^2-12x+36}$
 e) $\frac{1}{x}$; $\frac{2}{x^2+2x}$; $\frac{5}{x^2+5x+6}$
 f) $\frac{s}{x^2+7x}$; $\frac{t}{x^2-14x+49}$; $\frac{w}{x^2-49}$
 g) $\frac{1}{x^2+5x+6}$; $\frac{1}{3x^2+21x+36}$; $\frac{1}{9-x^2}$

VII) Führen Sie folgende Additionen durch:

- a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ d) $\frac{5}{8} + \frac{7}{12}$ e) $\frac{1}{7} + \frac{8}{14}$
 f) $\frac{33}{34} + \frac{5}{51}$ g) $\frac{3}{7} + \frac{26}{28}$

VIII) Führen Sie folgende Additionen durch:

- a) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ b) $\frac{1}{x} + \frac{2x}{x^2}$ c) $\frac{r}{ab} + \frac{s}{bc}$ d) $\frac{5}{3x} + \frac{10}{5y}$
 e) $\frac{z}{5k^2} + \frac{v}{10k}$ f) $\frac{1}{x^2yz} + \frac{2}{xy^2z} + \frac{3}{xyz^2}$ g) $\frac{t}{3a^3} + \frac{5}{6ab^2} + \frac{a}{10x^7}$

IX) Führen Sie folgende Additionen durch:

- a) $\frac{1}{x+7} + \frac{5}{(x+7)^2}$ b) $\frac{y}{x+2} + \frac{y^2}{(x+2)^2}$ c) $\frac{g}{k+5} + \frac{3g}{k^2-25}$
 d) $\frac{5x}{x^2+9x} + \frac{7x^2}{x^2+18x+81}$ e) $\frac{3}{v} + \frac{7v}{v^2-4v} + \frac{v^2}{v^2-6v+8}$

$$f) \frac{1}{x^2+x} + \frac{2}{x^2+2x+1} + \frac{3}{x^2-1}$$

$$g) \frac{1}{x^2+8x+15} + \frac{1}{-2x^2-20x-50} + \frac{1}{3x^2-75}$$

X) Führen Sie folgende Subtraktionen durch:

$$a) \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \quad b) \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \quad c) \frac{2}{3} - \frac{5}{6} \quad d) \frac{1}{15} - \frac{1}{18} \quad e) \frac{11}{13} - \frac{3}{14}$$

$$f) \frac{7}{90} - \frac{2}{126} \quad g) \frac{1}{17} - \frac{2}{68}$$

XI) Führen Sie folgende Subtraktionen durch:

$$a) \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \quad b) \frac{10}{a} - \frac{x}{a^2} \quad c) \frac{3}{xy} - \frac{5}{yz} \quad d) \frac{7}{5a} - \frac{1}{6a}$$

$$e) \frac{a}{14h} - \frac{b}{21h^2} \quad f) \frac{5}{a^2b^2c^2} - \frac{7}{a^2b^3c^5} - \frac{9}{abc} \quad g) \frac{k}{3x^3} - \frac{l}{5xy^2} - \frac{m}{9y}$$

XII) Führen Sie folgende Subtraktionen durch:

$$a) \frac{2}{x-2} - \frac{3}{(x-2)^2} \quad b) \frac{z^2}{(z+1)^2} - \frac{z}{z+1} \quad c) \frac{7+x}{x^2-9} - \frac{5-x}{x+3}$$

$$d) \frac{4}{x^2+3x} - \frac{2}{x^2+6x+9} \quad e) \frac{1}{a} - \frac{a}{a^2-3a} - \frac{a}{a^2-6a+9}$$

$$f) \frac{5}{y^2} - \frac{3}{y^2-1} - \frac{2}{y^4-y^2} \quad g) \frac{1}{z^2-49} - \frac{1}{2z^2-28z+98} - \frac{1}{5z+35}$$

XIII) Führen Sie folgende Multiplikationen durch:

$$a) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \quad b) \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} \quad c) \frac{2}{7} \cdot \frac{21}{6}$$

$$d) \frac{15}{18} \cdot \frac{5}{15} \quad e) \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4} \quad f) \frac{17}{18} \cdot \frac{36}{51}$$

$$g) \frac{19}{15} \cdot \frac{45}{171}$$

XIV) Führen Sie folgende Multiplikationen durch:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{a \cdot c}{b \cdot d} & \text{b) } \frac{z \cdot t}{t^2 \cdot a} & \text{c) } \frac{abc}{x} \cdot \frac{xyz}{a} \\ \text{d) } \frac{3f}{8g} \cdot \frac{12g^2}{3f^3} & \text{e) } \frac{13a}{14b} \cdot \frac{28c}{169d} & \text{f) } \frac{17ak^2}{3b} \cdot \frac{9ab^2}{51k} \\ \text{g) } \frac{1,7ab^3c^2}{19xy^2} \cdot \frac{171x^2y}{2,89b^2c} & & \end{array}$$

XV) Führen Sie folgende Multiplikationen durch:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{x+1}{y-3} \cdot \frac{y-3}{x+1} & \text{b) } \frac{x+1}{2} \cdot \frac{2t+6}{x^2-1} & \text{c) } \frac{x^2-9}{y-1} \cdot \frac{y^2-1}{x-3} \\ \text{d) } \frac{x^2+6x+9}{y-2} \cdot \frac{3y-6}{x+3} & \text{e) } \frac{t^2+5t+6}{2z^2-16z} \cdot \frac{z+9}{t+2} & \text{f) } \frac{y^2-4y+4}{-5z-15} \cdot \frac{3z^2-27}{8-2y^2} \\ \text{g) } \frac{2x^2-72}{3x^2-54x+243} \cdot \frac{-x^2+81}{-4x^2+20x+24} & & \end{array}$$

XVI) Führen Sie folgende Divisionen durch:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{1}{2} : \frac{1}{3} & \text{b) } \frac{1}{2} : \frac{1}{4} & \text{c) } \frac{3}{4} : \frac{5}{4} & \text{d) } \frac{3}{5} : \frac{6}{5} \\ \text{e) } \frac{1}{8} : \frac{1}{4} & \text{f) } \frac{8}{17} : \frac{24}{51} & \text{g) } \frac{13}{19} : \frac{169}{171} & \end{array}$$

XVII) Führen Sie folgende Divisionen durch:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{1}{x} : \frac{1}{y} & \text{b) } \frac{1}{t} : \frac{1}{t^2} & \text{c) } \frac{2}{x^2y^2} : \frac{14}{xy} & \text{d) } \frac{t}{x} : \frac{t}{x} \\ \text{e) } \frac{2}{5a} : \frac{8}{10a^2} & \text{f) } \frac{3abc}{5xyz} : \frac{6x^2}{10y^2} & \text{g) } \frac{0,9a^2tx}{0,49b} : \frac{0,81atx}{0,7b^2} & \end{array}$$

XVIII) Führen Sie folgende Divisionen durch:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{y+1}{x^2-1} : \frac{y+1}{x+1} & \text{b) } \frac{1,3x}{yz} : \frac{1,69x^2}{y^2z-yz^2} & \text{c) } \frac{z+3}{3t} : \frac{z^2-9}{6t+15} \\ \text{d) } \frac{a^2+10a+25}{b+2} : \frac{a^2-25}{b^2+4b+4} & & \text{e) } \frac{g^2+7g+12}{g^2+5g+6} : \frac{g^2+6g+8}{g^2-4} \\ \text{f) } \frac{2x+6}{5} : \frac{3x^2+18x+27}{10} & & \text{g) } \frac{2r^2-2t^2}{5r^2+10rt+5t^2} : \frac{-r^2+2rt-t^2}{3r-3t} \end{array}$$

1.4 Potenzen

I) Berechnen Sie folgende Potenzen:

- a) 2^3
- b) 3^2
- c) 1^{10}
- d) 9^0
- e) $x^0; x \neq 0$
- f) 3^{-2}
- g) 1^{-7}

II) Vereinfachen Sie folgende Terme:

- a) $2^3 \cdot 2^5$
- b) $3^2 \cdot 3^7$
- c) $x^2 \cdot x^3$
- d) $y^5 \cdot y^k$
- e) $z^{2k} \cdot z^{3k+1}$
- f) $49 \cdot 7^3$
- g) $243 \cdot 3^{2z}$

III) Vereinfachen Sie folgende Terme:

- a) $\frac{3^7}{3^5}$
- b) $5^9 : 5^6$
- c) $\frac{7^3}{7}$
- d) $\frac{x^5}{x^3}$
- e) $y^k : y^2$
- f) $81 : 9^5$
- g) $\frac{z^{3k}}{z^{2k-7}}$

IV) Vereinfachen Sie folgende Terme:

- a) $2^5 \cdot 7^5$
- b) $x^z \cdot y^z$
- c) $3^7 \cdot t^7$
- d) $2^{-4} \cdot 3^{-4}$
- e) $49 \cdot 8^2$
- f) $8 \cdot 216$
- g) $z^{-2} \cdot \frac{1}{9}$

V) Vereinfachen Sie folgende Terme:

- a) $6^5 : 3^5$
- b) $x^z : y^z$
- c) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{4}\right)^5$
- d) $12^{3k} : 6^{3k}$
- e) $144 : 6^2$
- f) $(x^2)^3 : x^3$
- g) $10^{-3} : \frac{1}{8}$

VI) Vereinfachen Sie folgende Terme:

- a) $(2^3)^4$
- b) $(x^2)^3$
- c) $(5^7)^3$
- d) $(1^2)^3$
- e) $(z^0)^3$
- f) $(2^1)^{-3}$
- g) $(x^2y)^{7z}$

VII) Vereinfachen Sie folgende Terme:

a) $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^6}$

b) $\frac{(x^2)^3}{x^5}$

c) $\left(\frac{x}{2}\right)^3$

d) $\frac{(5x)^3}{y^0}$

e) $(2x)^3 \cdot (3x)^2$

f) $(5z)^3 \cdot 5^{-2} \cdot z^{-1}$

g) $y^0 \cdot \frac{x^{-2}}{z^0 \cdot x^{-3}}$

VIII) Schreiben Sie folgende Zahlen in der wissenschaftlichen Schreibweise:

a) 57.000

b) 380.000

c) 2.100.000

d) 90.500

e) 0,003

f) 0,000047

g) 0,0000000819

1.5 Wurzeln

I) Ziehen Sie folgende Wurzeln:

- a) $\sqrt{25}$
- b) $\sqrt{49}$
- c) $\sqrt{144}$
- d) $\sqrt{0}$
- e) $\sqrt{0,81 x^2}$
- f) $\sqrt{0,09 y^{10}}$
- g) $\sqrt{-169}$

II) Ziehen Sie folgende Wurzeln:

- a) $\sqrt[3]{8}$
- b) $\sqrt[3]{27}$
- c) $\sqrt[3]{125}$
- d) $\sqrt[10]{1}$
- e) $\sqrt[5]{243x^5}$
- f) $\sqrt[3]{0,343 y^3}$
- g) $\sqrt[8]{-1}$

III) Ziehen Sie folgende Wurzeln teilweise:

- a) $\sqrt{90}$
- b) $\sqrt{98}$
- c) $\sqrt{75}$
- d) $\sqrt{0,27}$
- e) $\sqrt[3]{250}$
- f) $\sqrt[3]{72x^3 z}$
- g) $\sqrt[5]{96x^{10} y^5 z}$

IV) Multiplizieren Sie zunächst folgende Wurzeln. Ziehen Sie dann die entstandenen Wurzeln.

- a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{72}$
- b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$
- c) $\sqrt{125} \cdot \sqrt{5}$
- d) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{0,05}$
- e) $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{49}$
- f) $\sqrt[5]{3x^3} \cdot \sqrt[5]{81x^2}$
- g) $\sqrt[7]{100z^5} \cdot \sqrt[7]{0,01z^2}$

V) Bringen Sie den vorne stehenden Faktor unter die Wurzel:

- a) $3 \cdot \sqrt{2}$
- b) $5 \cdot \sqrt{3}$
- c) $7 \cdot \sqrt{7}$
- d) $0,9 \cdot \sqrt{12}$
- e) $2 \cdot \sqrt[3]{5}$
- f) $x \cdot \sqrt[5]{3}$
- g) $y^2 \cdot \sqrt[3]{7}$

VI) Dividieren Sie folgende Wurzeln:

- a) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$
- b) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}}$
- c) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$
- d) $\frac{\sqrt{x^5}}{\sqrt{x^3}}$
- e) $\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{6}}$
- f) $\frac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{3}}$
- g) $\frac{\sqrt[3]{54x^8y^{17}}}{\sqrt[3]{2x^5y^8}}$

VII) Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke: