

Essener Beiträge zur Mathematikdidaktik

RESEARCH

Raja Herold-Blasius

# Problemlösen mit Strategieschlüsseln

Eine explorative Studie  
zur Unterstützung von  
Problembearbeitungsprozessen bei  
Dritt- und Viertklässlern

MOREMEDIA



Springer Spektrum

---

# Essener Beiträge zur Mathematikdidaktik

## Reihe herausgegeben von

Bärbel Barzel, Fakultät für Mathematik, Universität Duisburg-Essen, Essen,  
Deutschland

Andreas Büchter, Fakultät für Mathematik, Universität Duisburg-Essen, Essen,  
Deutschland

Florian Schacht, Fakultät für Mathematik, Universität Duisburg-Essen, Essen,  
Deutschland

Petra Scherer, Fakultät für Mathematik, Universität Duisburg-Essen, Essen,  
Deutschland

In der Reihe werden ausgewählte exzellente Forschungsarbeiten publiziert, die das breite Spektrum der mathematikdidaktischen Forschung am Hochschulstandort Essen repräsentieren. Dieses umfasst qualitative und quantitative empirische Studien zum Lehren und Lernen von Mathematik vom Elementarbereich über die verschiedenen Schulstufen bis zur Hochschule sowie zur Lehrerbildung. Die publizierten Arbeiten sind Beiträge zur mathematikdidaktischen Grundlagen- und Entwicklungsforschung und zum Teil interdisziplinär angelegt. In der Reihe erscheinen neben Qualifikationsarbeiten auch Publikationen aus weiteren Essener Forschungsprojekten.

Weitere Bände in der Reihe <http://www.springer.com/series/13887>

---

Raja Herold-Blasius

# Problemlösen mit Strategieschlüsseln

Eine explorative Studie zur  
Unterstützung von  
Problembearbeitungsprozessen bei  
Dritt- und Viertklässlern



Springer Spektrum

Raja Herold-Blasius  
Essen, Deutschland

Dissertation der Universität Duisburg-Essen, 2019  
Von der Fakultät für Mathematik der Universität Duisburg-Essen genehmigte  
Dissertation zur  
Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften „Dr. rer. nat.“  
Datum der Disputation: 18. Dezember 2019  
Erstgutachter: Prof. Dr. Benjamin Rott, Universität zu Köln  
Zweitgutachter: Prof. Dr. Timo Leuders, Pädagogische Hochschule Freiburg

ISSN 2509-3169 ISSN 2509-3177 (electronic)  
Essener Beiträge zur Mathematikdidaktik  
ISBN 978-3-658-32291-5 ISBN 978-3-658-32292-2 (eBook)  
<https://doi.org/10.1007/978-3-658-32292-2>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Der/die Herausgeber bzw. der/die Autor(en), exklusiv lizenziert durch Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2021  
Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung der Verlage. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.  
Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.  
Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Carina Reibold  
Springer Spektrum ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.  
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

*Für Dominic und Carla*

---

## Geleitwort

Kennengelernt habe ich Raja Herold (damals noch ohne „-Blasius“) im Sommer 2013. Nachdem wir uns zuvor schon ein paar Mal über den Weg gelaufen waren, waren es eine internationale Konferenz in Kiel und insbesondere die Bahnfahrt von Freiburg dorthin, auf der wir uns die ersten Male intensiv ausgetauscht haben. Gemeinsame Forschungs- (u. a. Problemlösen) und Freizeitinteressen (insb. Brettspiele) waren schnell gefunden. Raja war damals seit kurzer Zeit Referendarin, ich noch relativ frisch gebackener Postdoc an der PH Freiburg.

Von der Postdoc-Stelle in Freiburg bin ich im Sommer 2014 auf eine Junior-Professur an die Universität Duisburg-Essen gewechselt und konnte Raja nach Abschluss ihres Referendariats mit einem Promotionsstipendium als erstes Mitglied meiner Arbeitsgruppe gewinnen. Von Beginn an hat sie sich mit großem Engagement in die (wissenschaftliche) Arbeit gestürzt und gleichzeitig den kompletten Arbeitsbereich der Mathematikdidaktik im besten Sinne aufgemischt.

Drei Jahre später, im Sommer 2017, bin ich an die Universität zu Köln gewechselt. Raja Herold-Blasius war zu diesem Zeitpunkt mit ihrem Mann und ihrer ersten Tochter so fest im Ruhrpott verankert, dass sie dieses Mal nicht mitgewechselt ist. Sie ist an der Uni in Essen geblieben und hat dort erste Lehrerfahrungen sammeln können. Ihre Dissertation hat Raja im Herbst 2019 eingereicht und im Dezember desselben Jahres erfolgreich verteidigt.

Apropos Dissertation: In der vorliegenden Arbeit findet sich eine spannende Studie, in der verschiedene, bisher vernachlässigte Bereiche untersucht und miteinander in Verbindung gebracht werden – eine echte Pionierarbeit. Man mag es kaum glauben, aber Hilfekarten – die zum Standardrepertoire vieler Lehrer\*innen und insbesondere Referendar\*innen gehören – sind wissenschaftlich bislang kaum untersucht worden. Und wenn es dann um Hilfekarten für besonders anspruchsvolle Tätigkeiten wie das mathematische Problemlösen geht, wird

der Forschungsstand richtig dünn. Dieser Forschungslücke hat sich Raja Herold-Blasius angenommen und hier beachtliche Fortschritte erzielt, sowohl was die theoretische Einordnung von Hilfekarten, als auch was eine empirische Untersuchung ihrer Wirkungsweise anbelangt. In Bezug auf die theoretische Einordnung werden – neben Hilfekarten – die Konzepte Prompts, Nudges und Scaffolding aus unterschiedlichen Forschungsdisziplinen und -traditionen aufbereitet und zueinander in Beziehung gesetzt – nach meiner Kenntnis die erste Synthese dieser Art. In Bezug auf das empirische Studium werden qualitativ Typen herausgearbeitet, mit denen dargestellt werden kann, wie Schüler\*innen die untersuchten Hilfen nutzen.

Ganz konkret hat sie allgemein-strategische Hilfen, d. h. heuristische Hinweise und Anregungen in Form sogenannter Strategieschlüssel, untersucht. Dieses „Werkzeug“ wird jetzt schon von vielen Lehrer\*innen eingesetzt und findet in Zukunft hoffentlich noch weitere Verbreitung, denn mit ihm können Schüler\*innen zu mehr Eigenständigkeit beim Problemlösen angeleitet werden. Es bedarf sicherlich noch weiterer Forschung zu diesen und ähnlichen Hilfekarten, beispielsweise was ihre Langzeitwirkung anbelangt oder welche Schülergruppen am meisten von ihnen profitieren. Aber dass sie wirken können und auf welchen Ebenen dies geschieht, dazu liegen jetzt die ersten Erkenntnisse vor.

Ich wünsche allen Leser\*innen eine interessante Lektüre.



Prof. Dr. Benjamin Rott



---

## Kurzzusammenfassung

Lernhilfen in Form von Hilfe- oder auch Tippkarten werden als Methode und Material zur Differenzierung im Unterricht eingesetzt. Ob Hilfekarten Lernende tatsächlich dabei unterstützen, Hürden zu überwinden, ist bisher unzureichend geklärt. Für die vorliegende Untersuchung dienen sogenannte Strategieschlüssel als Interventionsinstrument. Strategieschlüssel sind schülerbezogene Impulskarten, die Problemlösestrategien und selbstregulatorische Aktivitäten anregen sollen. Mit diesem Material werden Lernenden insgesamt acht heuristische Impulse auf sprachlicher und visueller Ebene angeboten, z. B. „Male ein Bild“ oder „Finde ein Beispiel“. Dabei dürfen die Lernenden selbst entscheiden, ob, wann und auf welche Schlüssel sie ggf. zurückgreifen möchten.

Die theoretische Einbettung der Strategieschlüssel mit Hilfe von vier theoretischen Konzepten (Hilfekarten, Prompts, Nudges und Scaffolding) lässt vermuten, dass die Strategieschlüssel den Einsatz von Strategien triggern und die Selbstregulation im Bearbeitungsprozess anregen.

Zur Untersuchung der Strategieschlüssel im Rahmen einer explorativen Studie bietet sich inhaltlich das mathematische Problemlösen an. Hier treffen Schülerinnen und Schüler naturgemäß Hürden an, die es zu überwinden gilt und die ggf. mit Hilfe der Strategieschlüssel überwunden werden können.

Das Erkenntnisinteresse der vorliegenden Arbeit besteht darin, zu untersuchen, auf welche Art und Weise die Strategieschlüssel den Problembearbeitungsprozess von Dritt- und Viertklässlern beeinflussen. Dazu wird betrachtet, (a) wie die Nutzung der Strategieschlüssel mit dem Problembearbeitungsprozess (konkretisiert durch Phasen (Episodentypen), den Heurismeneinsatz und den Lösungserfolg) zusammenhängt; (b) welche Weisen der Strategieschlüsselnutzung sich unterscheiden lassen; (c) welche selbstregulatorischen Tätigkeiten mit der

Strategieschlüsselnutzung zusammen hängen und (d) welche Muster bei der Strategieschlüsselnutzung unter Verwendung der Erkenntnisse der Forschungsfragen (a) bis (c) beschrieben werden können.

Zur Beantwortung der Fragen wurden Dritt- und Viertklässler beim Bearbeiten von mathematischen Problemlöseaufgaben in Form von aufgabenbasierten Interviews videografiert. Insgesamt wurden 41 Problembearbeitungsprozesse aufgezeichnet. Diese wurden dann in Teilen transkribiert und auf vier verschiedene Weisen kodiert: (1) Phasen im Problembearbeitungsprozess, (2) Heurismen, (3) externe Impulse, z. B. durch Strategieschlüssel, und (4) Lösungserfolg. Die Datenauswertung erfolgte mit Hilfe quantitativer (z. B.  $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest) und qualitativer Methoden (z. B. Qualitative Inhaltsanalyse).

Die quantitativen Analysen ergaben einen statistisch hoch signifikanten Zusammenhang zwischen der Schlüsselinteraktion, dem Heurismeneinsatz und dem Wechsel zwischen Episodentypen. Durch die qualitativen Analysen wurde gezeigt, dass die Strategieschlüssel auf neun verschiedene Weisen genutzt werden, den Einsatz von Heurismen triggern und selbstregulatorische Tätigkeiten bei den Schülerinnen und Schülern anregen. Darüber hinaus konnten neun Muster bzgl. der Interaktion mit den Strategieschlüsseln identifiziert werden.

---

## Abstract

In teaching, aid or tip cards are often used as method or material to support learning in a heterogenous classroom. However, it is still to investigate whether or not such cards actually support students to overcome obstacles in a working process. For this study, so called strategy keys were utilised as instrument for intervention. Strategy keys are prompt cards to trigger mathematical problem solving heuristics and self-regulatory activities. Therefore, this material provides eight heuristic prompts (e. g. „Draw a picture“ or „Find an example“), formulated and visualized according to student needs, who are then allowed – in the intervention – to decide on their own if, when, and which strategy keys they want to use.

From a theoretical perspective, strategy keys are embedded in four concepts: aid cards, prompts, nudges, and scaffolding. With this theoretical framework, it is assumed that strategy keys can trigger the use of (problem solving) strategies and foster students' self-regulation during a working process.

To investigate the use of strategy keys within an explorative study, mathematical problem solving is a suitable content since students naturally encounter barriers they are asked when working with mathematical problems – and strategy keys are likely to help them during that process.

The research interest of this study is to investigate how strategy keys influence problem solving processes of primary school students. To answer this, four sub-questions are focused: (a) How is the use of strategy keys related to the problem solving process (episodes in the process, the use of problem solving heuristics or the final success); (b) How can the use of strategy keys be distinguished from each other; (c) Which self-regulatory activities relate to the use of strategy keys; and (d) Which patterns of strategy key usage can be described using the results from questions (a) to (c).

To answer these research questions, 16 students (aged 7–10 years, grades 3 and 4) were videotaped when working on mathematical problems. In total, 41 problem-solving processes were recorded. All of them were partially transcribed and coded in four different ways: (1) episodes within a problem solving process, (2) heuristics, (3) external prompts, e. g. through strategy keys and (4) success. For data analyses, quantitative and qualitative methods are used (e. g.  $\chi^2$ -tests and qualitative content analyses).

Quantitative analyses show a high statistical correlation between the interaction with strategy keys, the use of heuristics, and the change between episodes. Qualitative analyses discovered nine different ways of using strategy keys, showed that the use of heuristics is triggered, and self-regulatory activities are supported when interacting with strategy keys. Moreover, nine patterns of key usage could be identified.

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	1
<b>Teil I Theoretische Verortung der Strategieschlüssel</b>		
<b>2</b>	<b>Strategieschlüssel – Das Interventionsinstrument</b> .....	9
<b>3</b>	<b>Hilfekarten</b> .....	19
3.1	Begriffsklärung .....	19
3.2	Arten von Hilfekarten .....	20
3.3	Hilfekarten im Schulkontext .....	22
3.4	Stand der Forschung .....	22
<b>4</b>	<b>Prompts</b> .....	25
4.1	Begriffsklärung .....	25
4.2	Arten von Prompts .....	26
4.3	Stand der Forschung .....	29
<b>5</b>	<b>Nudges</b> .....	35
5.1	Begriffsklärung .....	35
5.1.1	Wahlarchitekt und Wahlarchitektur .....	37
5.1.2	Libertärer Paternalismus .....	39
5.2	Arten von Nudges .....	42
5.3	Nudges im Schulkontext .....	43
5.4	Stand der Forschung .....	44
<b>6</b>	<b>Scaffolding</b> .....	47
6.1	Begriffsklärung .....	47
6.2	Arten von Scaffolding .....	50
6.3	Stand der Forschung .....	53

<b>7</b>	<b>Theoretische Verortung der Strategieschlüssel</b>	57
7.1	Die Arbeit mit Theorien auf der Metaebene	57
7.2	Vergleich und Gegenüberstellung der vier theoretischen Konzepte	59
7.2.1	Grundsätze und Schlüsselkonzepte der vier Konzepte	65
7.2.2	Methodologie der vier Konzepte	67
7.2.3	Forschungsfragen zu den vier Konzepten	68
7.3	Verbindung und Kombination der vier theoretischen Konzepte	69
7.3.1	Die Verbindung zwischen Strategieschlüsseln und Hilfekarten	69
7.3.2	Die Verbindung zwischen Strategieschlüsseln und Prompts	71
7.3.3	Die Verbindung zwischen Strategieschlüsseln und Nudges	73
7.3.4	Die Verbindung zwischen Strategieschlüsseln und Scaffolding	74
7.4	Zusammenfassung	76

## Teil II Facetten des mathematischen Problemlösens

<b>8</b>	<b>Problemlösen</b>	83
8.1	Begriffsklärung	83
8.2	Phasenmodelle des mathematischen Problemlösens	86
8.3	Problemlösen im Schulkontext	90
8.3.1	Relevanz von Problemlösen	90
8.3.2	Mathematisches Problemlösen fördern und trainieren	92
8.3.3	Bewertung mathematischer Problemlösungen	96
<b>9</b>	<b>Heurismen</b>	101
9.1	Begriffsklärung	101
9.2	Taxonomien von Heurismen	105
9.3	Das Erwerben von (Problemlöse-) Strategien	106
<b>10</b>	<b>Metakognition und Selbstregulation</b>	109
10.1	Begriffsklärung	109
10.1.1	Metakognition	109
10.1.2	Selbstregulation	111

---

10.2	Modelle zur Beschreibung von Selbstregulation .....	112
<b>11</b>	<b>Stand der Forschung</b> .....	117
11.1	Problemlösen .....	117
11.2	Heurismen .....	119
11.3	Metakognition .....	122
11.4	Selbstregulation .....	124
11.5	Zusammenfassung .....	125
<b>12</b>	<b>Das Forschungsinteresse</b> .....	127
<b>Teil III Empirische Studie – Methodisches Vorgehen</b>		
<b>13</b>	<b>Datenerhebung</b> .....	133
13.1	Auswahl der Probanden .....	133
13.2	Design der Interviewsituation .....	134
13.3	Auswahl der Aufgaben .....	135
13.3.1	Bauernhof .....	137
13.3.2	Sieben Tore und Eine Tüte Smarties .....	138
13.3.3	Kleingeld und Legosteine .....	142
13.3.4	Schachbrett .....	147
13.3.5	Zusammenfassung .....	149
<b>14</b>	<b>Datenaufbereitung</b> .....	151
14.1	Kodierung der Phasen im Problembearbeitungsprozess .....	152
14.1.1	Bestehende Phaseneinteilungen und Kodierweisen .....	152
14.1.2	Vorgehensweise beim Kodieren der vorliegenden Daten .....	153
14.2	Kodierung der Heurismen im Problembearbeitungsprozess .....	157
14.2.1	Bestehende Kodierweisen .....	157
14.2.2	Vorgehensweise beim Kodieren der vorliegenden Daten .....	158
14.2.3	Grenzen der Kodierung .....	161
14.3	Kodierung der externen Impulse im Problembearbeitungsprozess .....	168
14.3.1	Deduktive Vorgehensweise zur Kategorienbildung .....	168
14.3.2	Induktive Vorgehensweise zur Kategorienbildung .....	171

14.4	Kodierung der Schülerlösung .....	175
14.5	Zusammenlegung der Kodierungen .....	178
<b>15</b>	<b>Datenauswertung .....</b>	<b>183</b>
15.1	Quantitative Datenauswertung .....	184
15.1.1	Lage- und Streuungsparameter .....	184
15.1.2	Der $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest .....	186
15.1.3	$2 \times 2 \times 2$ -Kontingenzwürfel .....	190
15.2	Qualitative Datenauswertung .....	192
15.2.1	Interpretation relevanter Passagen mit Fokus auf Schlüsselnutzweisen .....	194
15.2.2	Interpretation relevanter Passagen mit Fokus auf selbstregulatorische Tätigkeiten .....	199
15.2.3	Exemplarische Beschreibung zweier Problembearbeitungsprozesse .....	200
 <b>Teil IV Empirische Studie – Analyse und Ergebnisse</b>		
<b>16</b>	<b>Quantitative Datenanalyse .....</b>	<b>209</b>
16.1	Analyse der Lösungskategorien .....	209
16.2	Analyse der Episodentypen im Problembearbeitungsprozess .....	213
16.2.1	Übersicht über die Datenmenge mit Blick auf die Episodentypen .....	213
16.2.2	Identifizierung von wild-goose-chase Prozessen ....	216
16.2.3	Episodenwechsel im Bearbeitungsprozess .....	218
16.2.4	Strategieschlüsselinteraktionen pro Episodentyp ....	225
16.2.5	Zusammenfassung und Interpretation .....	230
16.3	Analyse der Heurismen im Problembearbeitungsprozess ....	233
16.3.1	Übersicht über die Datenmenge mit Blick auf die Heurismen .....	233
16.3.2	Heurismen und ihr Auftreten in bestimmten Episodentypen .....	244
16.3.3	Zusammenfassung und Interpretation .....	247
16.4	Analyse der externen Impulse .....	249
16.5	Statistische Zusammenhänge zwischen den vier Kodierungen .....	254
16.5.1	Episodenwechsel (Fünftupel) und Prozessprofil ....	256
16.5.2	Lösungskategorie und Prozessprofil .....	257
16.5.3	Lösungskategorie und Schlüsselinteraktion .....	259



16.5.4	2 × 2 × 2-Kontingenzanalyse	260
16.5.5	Zusammenfassung und Interpretation	272
16.6	Zwischenfazit	273
<b>17</b>	<b>Qualitative Datenanalyse</b>	277
17.1	Problembearbeitungsprozesse ohne Schlüsselinteraktion	278
17.1.1	Collin (Schachbrett-Aufgabe)	278
17.1.2	Simon (Bauernhof-Aufgabe)	280
17.1.3	Vicky (Bauernhof-Aufgabe)	281
17.1.4	Zusammenfassung	282
17.2	Problembearbeitungsprozesse mit Schlüsselinteraktion und ohne sichtbaren Einfluss auf Heurismen oder Episodenwechsel	283
17.2.1	Laura (Bauernhof-Aufgabe)	284
17.2.2	Vicky (Smarties-Aufgabe)	285
17.2.3	Zusammenfassung	287
17.3	Problembearbeitungsprozesse mit Schlüsselinteraktion und mit sichtbarem Einfluss auf Heurismen	288
17.3.1	Anne (Bauernhof-Aufgabe)	289
17.3.2	Christin (Schachbrett-Aufgabe)	291
17.3.3	Fabian (Legosteine-Aufgabe)	293
17.3.4	Hannes (Bauernhof-Aufgabe)	295
17.3.5	Laura (Schachbrett-Aufgabe)	302
17.3.6	Zusammenfassung	304
17.4	Problembearbeitungsprozesse mit Schlüsselinteraktion und mit sichtbarem Einfluss auf Heurismen und Episodenwechsel	306
17.4.1	Anja (Bauernhof-Aufgabe)	306
17.4.2	Christin (Bauernhof-Aufgabe)	312
17.4.3	Christin (Sieben Tore-Aufgabe)	317
17.4.4	Felix (Smarties-Aufgabe)	324
17.4.5	Julius (Sieben Tore-Aufgabe)	327
17.4.6	Richard (Bauernhof-Aufgabe)	329
17.4.7	Richard (Kleingeld-Aufgabe)	332
17.4.8	Richard (Sieben Tore-Aufgabe)	334
17.4.9	Til (Kleingeld-Aufgabe)	339
17.4.10	Zusammenfassung	342
17.5	Zwischenfazit zu den qualitativen Analysen	344
17.5.1	Nutzweisen der Strategieschlüssel	344

17.5.2	Muster bei der Interaktion mit Strategieschlüsseln .....	349
17.5.3	Überblick über die selbstregulatorischen Tätigkeiten .....	354
<b>18</b>	<b>Fazit und Ausblick .....</b>	<b>359</b>
18.1	Beantwortung der Forschungsfragen .....	361
18.1.1	Forschungsfrage (A): Zusammenhang zwischen Schlüsselnutzung und Problembearbeitungsprozess .....	361
18.1.2	Forschungsfrage (B): Nutzweisen der Strategieschlüssel .....	362
18.1.3	Forschungsfrage (C): Selbstregulatorische Tätigkeiten im Zusammenhang mit den Strategieschlüsseln .....	365
18.1.4	Forschungsfrage (D): Strategieschlüssel und Verwendungsmuster .....	367
18.1.5	Übergeordnete Forschungsfrage: Einfluss der Strategieschlüssel auf Problembearbeitungsprozesse .....	369
18.2	Interpretation der Ergebnisse .....	371
18.3	Reflexion der Methoden und Grenzen der Studie .....	375
18.4	Diskussion und weiterführende Fragen .....	377
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>381</b>

---

# Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1	Schlüsselbund bestehend aus acht Strategieschlüsseln mit jeweils einem in Schülersprache formulierten Heurismus und einer passenden Visualisierung	10
Abbildung 7.1	Übersicht über Strategien zum Networking von Theorien (Prediger, Bikner-Ahsbahs und Arzarello 2008, S. 170)	58
Abbildung 8.1	Bewertungsschema hier am Beispiel der Legosteine-Aufgabe (Herold-Blasius, Holzäpfel und Rott 2019, S. 307)	98
Abbildung 10.1	Phasenmodell eines Selbstregulationsprozesses	114
Abbildung 14.1	Christin (Schachbrett-Aufgabe): Arbeitsblatt	161
Abbildung 14.2	Simon (Schachbrett-Aufgabe): Arbeitsblatt	167
Abbildung 14.3	Übersicht über den generellen Ablauf einer qualitativen Inhaltsanalyse (Kuckartz 2014, S. 50)	171
Abbildung 14.4	Richards Bearbeitungsprozess der Bauernhofaufgabe (verwendete Abkürzungen: Geg/Ges: Gegeben und Gesucht, Bsp: Beispiel, Tab: Tabelle, SpF: Spezialfall, SyP: Systematisches Probieren)	179
Abbildung 14.5	Vickys Bearbeitungsprozess der Bauernhofaufgabe (verwendete Abkürzungen: Geg/Ges: Gegeben und Gesucht, RoA: Routineaufgabe)	181

Abbildung 15.1	2 × 2 × 2-Kontingenzwürfel mit den Ebenen F, G und H und konkretem Zahlenmaterial in absoluten Werten .....	191
Abbildung 15.2	Collin (Bauernhof-Aufgabe) und Richard (Sieben Tore-Aufgabe): Arbeitsblätter .....	195
Abbildung 15.3	Julius (Kleingeld-Aufgabe): Arbeitsblatt (Ausschnitt) .....	198
Abbildung 15.4	Laura (Kleingeld-Aufgabe): Kodierschema und Arbeitsblatt .....	202
Abbildung 15.5	Simon (Kleingeld-Aufgabe): Kodierschema .....	203
Abbildung 15.6	Simon (Kleingeld-Aufgabe): Arbeitsblatt .....	203
Abbildung 16.1	Kontingenzanalyse mit den Merkmalen Heurismen (Zählweise (2)), Episodenwechsel (Achtstupel) und Schlüsselinteraktion .....	264
Abbildung 17.1	Collin (Schachbrett-Aufgabe): Kodierschema und Arbeitsblatt .....	279
Abbildung 17.2	Simon und Vicky (Bauernhof-Aufgabe): Kodierschemata .....	280
Abbildung 17.3	Vicky (Bauernhof-Aufgabe): Arbeitsblatt .....	281
Abbildung 17.4	Laura (Bauernhof-Aufgabe): Kodierschema .....	284
Abbildung 17.5	Vicky (Smarties-Aufgabe): Kodierschema .....	286
Abbildung 17.6	Anne (Bauernhof-Aufgabe): Kodierschema .....	288
Abbildung 17.7	Christin (Schachbrett-Aufgabe): Kodierschema und Arbeitsblatt .....	291
Abbildung 17.8	Fabian (Legosteine-Aufgabe) und Hannes (Bauernhof-Aufgabe): Kodierschemata .....	294
Abbildung 17.9	Hannes (Bauernhof-Aufgabe): Arbeitsblatt .....	296
Abbildung 17.10	Laura (Schachbrett-Aufgabe): Kodierschema .....	302
Abbildung 17.11	Anja und Christin (Bauernhof-Aufgabe), Til (Kleingeld-Aufgabe): Kodierschemata .....	307
Abbildung 17.12	Anja (Bauernhof-Aufgabe): Arbeitsblatt (Ausschnitt) .....	309
Abbildung 17.13	Christin (Sieben Tore-Aufgabe): Kodierschema .....	318
Abbildung 17.14	Christin (Sieben Tore-Aufgabe): Arbeitsblatt (Ausschnitt) .....	320
Abbildung 17.15	Felix (Smarties-Aufgabe): Kodierschema und Arbeitsblatt .....	325
Abbildung 17.16	Julius (Tore-Aufgabe): Kodierschema .....	328

---

Abbildung 17.17	Julius (Sieben Tore-Aufgabe): Arbeitsblatt (Ausschnitt) .....	329
Abbildung 17.18	Richard (Bauernhof-Aufgabe): Kodierschema .....	330
Abbildung 17.19	Richard (Bauernhof-Aufgabe): Arbeitsblatt .....	331
Abbildung 17.20	Richard (Kleingeld-Aufgabe): Kodierschema .....	332
Abbildung 17.21	Richard (Kleingeld-Aufgabe): Arbeitsblatt .....	334
Abbildung 17.22	Richard (Sieben Tore-Aufgabe): Kodierschema .....	335
Abbildung 17.23	Richard (Sieben Tore-Aufgabe): Arbeitsblatt .....	336
Abbildung 18.1	Interpretation der Nutzweisen von Strategieschlüsseln als Selbstregulation .....	366

---

# Tabellenverzeichnis

Tabelle 2.1	Einteilung der Strategieschlüssel in Komplexität und Zugangsschwelle .....	16
Tabelle 4.1	Übersicht über mögliche Klassifizierungen von Prompts .....	27
Tabelle 6.1	Übersicht über die verschiedenen Arten des Scaffoldings .....	53
Tabelle 7.1a	Vergleich der vier theoretischen Konzepte, Analysebereich <i>Grundsätze und Schlüsselkonzepte</i> .....	62
Tabelle 7.1b	Vergleich der vier theoretischen Konzepte, Analysebereich <i>Methodologie</i> .....	63
Tabelle 7.1c	Vergleich der vier theoretischen Konzepte, Analysebereich <i>Forschungsfragen</i> .....	64
Tabelle 7.2	Überblick über die Passung und Nichtpassung der einzelnen theoretischen Konzepte .....	70
Tabelle 7.3	Zusammenfassung der Forschungserkenntnisse und offene Fragen bei den vier theoretischen Konzepten ...	77
Tabelle 13.1	Algebraische Herangehensweise an die Bauernhofaufgabe nach Pólya (1962, S. 24) .....	137
Tabelle 13.2	Lösungsmöglichkeiten der Kleingeld-Aufgabe ohne Berücksichtigung der Reihenfolge .....	143
Tabelle 14.1	Überblick über die Codes zur Kodierung der Episodentypen im Problembearbeitungsprozess, <sup>1</sup> Schoenfeld (1985), <sup>2</sup> Rott (2013, Anhang A2), <sup>3</sup> adaptiert für die hiesigen Zwecke .....	155
Tabelle 14.2	Episodeneinteilung von Richards Bearbeitung der Bauernhof-Aufgabe .....	156

Tabelle 14.3	Episodeneinteilung von Simons Bearbeitung der Bauernhof-Aufgabe .....	157
Tabelle 14.4	Heurismenkodierung von Anja bei der Bauernhof-Aufgabe, durchgeführt von zwei unabhängigen Ratern, H: Hühner, K: Kaninchen, B: Beine .....	160
Tabelle 14.5a	Übersicht zur Identifizierung von Heurismen am Beispiel verschiedener Aufgaben: [1] Bauernhof, [2] Sieben Tore, [3] Smarties, [4] Kleingeld, [5] Legosteine, [6] Schachbrett; mit * markiert sind die von Rott (2013; 2018) übernommenen Heurismen .....	162
Tabelle 14.5b	Fortsetzung: Übersicht zur Identifizierung von Heurismen am Beispiel verschiedener Aufgaben: [1] Bauernhof, [2] Sieben Tore, [3] Smarties, [4] Kleingeld, [5] Legosteine, [6] Schachbrett; mit * markiert sind die von Rott (2013; 2018) übernommenen Heurismen .....	163
Tabelle 14.5c	Fortsetzung: Übersicht zur Identifizierung von Heurismen am Beispiel verschiedener Aufgaben: [1] Bauernhof, [2] Sieben Tore, [3] Smarties, [4] Kleingeld, [5] Legosteine, [6] Schachbrett; mit * markiert sind die von Rott (2013; 2018) übernommenen Heurismen .....	164
Tabelle 14.5d	Fortsetzung: Übersicht zur Identifizierung von Heurismen am Beispiel verschiedener Aufgaben: [1] Bauernhof, [2] Sieben Tore, [3] Smarties, [4] Kleingeld, [5] Legosteine, [6] Schachbrett; mit * markiert sind die von Rott (2013; 2018) übernommenen Heurismen .....	165
Tabelle 14.5e	Fortsetzung: Übersicht zur Identifizierung von Heurismen am Beispiel verschiedener Aufgaben: [1] Bauernhof, [2] Sieben Tore, [3] Smarties, [4] Kleingeld, [5] Legosteine, [6] Schachbrett; mit * markiert sind die von Rott (2013; 2018) übernommenen Heurismen .....	166
Tabelle 14.6	Übersicht über die vergebenen Codes für externe Impulse durch die Strategieschlüssel .....	172

Tabelle 14.7	Übersicht über die vergebenen Codes für externe Impulse durch die interviewende Person .....	174
Tabelle 14.8	Übersicht über die operationalisierten Kategorien zur Bewertung der Schülerlösungen bei den Aufgaben Bauernhof, Sieben Tore und Smarties .....	176
Tabelle 14.9	Übersicht über die operationalisierten Kategorien zur Bewertung der Schülerlösungen bei den Aufgaben Kleingeld, Legosteine und Schachbrett .....	177
Tabelle 15.1	Kreuztabelle eines allgemeinen $k \times 1 \chi^2$ -Tests .....	187
Tabelle 15.2	Simon (Kleingeld-Aufgabe): Transkriptauszug der Schlüsselinteraktion .....	204
Tabelle 16.1	Übersicht über die Aufgabenbearbeitungen je Schülerin bzw. Schüler .....	211
Tabelle 16.2	Lösungskategorien pro Kind .....	212
Tabelle 16.3	Quantitative Auswertung der Lösungskategorien und Episodentypen .....	214
Tabelle 16.4	Problembearbeitungsprozesse mit und ohne Explorationsphasen pro Aufgabe .....	215
Tabelle 16.5	Übersicht zur Identifizierung von wild-goose-chase Prozessen (grau markiert); Darstellung der Prozessprofile als Fünftupel .....	217
Tabelle 16.6a	Übersicht zur Analyse der Episodenwechsel auf Basis von Fünftupeln; $H_E$ : absolute Häufigkeit der Episodenwechsel pro Kind oder Aufgabe, $M_E$ : arithmetisches Mittel der Episodenwechsel pro Kind oder Aufgabe, $SD$ : Standardabweichung .....	220
Tabelle 16.6b	Fortsetzung: Übersicht zur Analyse der Episodenwechsel auf Basis von Fünftupeln; $H_E$ : absolute Häufigkeit der Episodenwechsel pro Kind oder Aufgabe, $M_E$ : arithmetisches Mittel der Episodenwechsel pro Kind oder Aufgabe, $SD$ : Standardabweichung .....	221



Tabelle 16.7a	Übersicht zur Analyse der Episodenwechsel auf Basis von Fünftupeln; $H_E$ : absolute Häufigkeit der Episodenwechsel pro Kind oder Aufgabe, $M_E$ : arithmetisches Mittel der Episodenwechsel pro Kind oder Aufgabe, $SD$ : Standardabweichung; hellgrau hinterlegt: zuvor identifizierte wild-goose-chase Prozesse; dunkelgrau hinterlegt: wild-goose-chase Prozesse, bei denen ausschließlich eine Lesephase hinzugekommen ist .....	223
Tabelle 16.7b	Fortsetzung: Übersicht zur Analyse der Episodenwechsel auf Basis von Fünftupeln; $H_E$ : absolute Häufigkeit der Episodenwechsel pro Kind oder Aufgabe, $M_E$ : arithmetisches Mittel der Episodenwechsel pro Kind oder Aufgabe, $SD$ : Standardabweichung; hellgrau hinterlegt: zuvor identifizierte wild-goose-chase Prozesse; dunkelgrau hinterlegt: wild-goose-chase Prozesse, bei denen ausschließlich eine Lesephase hinzugekommen ist .....	224
Tabelle 16.8a	Übersicht über das Auftreten von Schlüsselinteraktionen pro Aufgabe und Kind; $H_{SI}$ : absolute Häufigkeit der Schlüsselinteraktionen; $M_{SI}$ : arithmetisches Mittel der Schlüsselinteraktionen pro Aufgabe und Kind; $SD$ : Standardabweichung; Episoden mit Schlüsselinteraktionen sind fett markiert und unterstrichen .....	226
Tabelle 16.8b	Übersicht über das Auftreten von Schlüsselinteraktionen (SI) pro Aufgabe und Kind; $H_{SI}$ : absolute Häufigkeit der Schlüsselinteraktionen; $M_{SI}$ : arithmetisches Mittel der Schlüsselinteraktionen pro Aufgabe und Kind; $SD$ : Standardabweichung; Episoden mit Schlüsselinteraktionen sind fett markiert und unterstrichen .....	227

Tabelle 16.9	Übersicht über die Anzahl von Schlüsselinteraktionen sortiert nach Episoden im Problembearbeitungsprozess und nach Prozessprofilen .....	229
Tabelle 16.10a	Überblick über die Anzahl der Heurismen je Aufgabe und je Kind gezählt nach den Zählweisen (1), (2) (dargestellt in Klammern) und (3) (umrahmt von Gedankenstrichen); $H_H$ : absolute Häufigkeit der Heurismen pro Kind oder pro Aufgabe; $M_H$ : arithmetisches Mittel der Heurismen pro Kind oder pro Aufgabe; $SD$ : Standardabweichung .....	235
Tabelle 16.10b	Fortsetzung: Überblick über die Anzahl der Heurismen je Aufgabe und je Kind gezählt nach den Zählweisen (1), (2) (dargestellt in Klammern) und (3) (umrahmt von Gedankenstrichen); $H_H$ : absolute Häufigkeit der Heurismen pro Kind oder pro Aufgabe; $M_H$ : arithmetisches Mittel der Heurismen pro Kind oder pro Aufgabe; $SD$ : Standardabweichung .....	236
Tabelle 16.10c	Fortsetzung: Überblick über die Anzahl der Heurismen je Aufgabe und je Kind gezählt nach den Zählweisen (1), (2) (dargestellt in Klammern) und (3) (umrahmt von Gedankenstrichen); $H_H$ : absolute Häufigkeit der Heurismen pro Kind oder pro Aufgabe; $M_H$ : arithmetisches Mittel der Heurismen pro Kind oder pro Aufgabe; $SD$ : Standardabweichung .....	237
Tabelle 16.10d	Fortsetzung: Überblick über die Anzahl der Heurismen je Aufgabe und je Kind gezählt nach den Zählweisen (1), (2) (dargestellt in Klammern) und (3) (umrahmt von Gedankenstrichen); $H_H$ : absolute Häufigkeit der Heurismen pro Kind oder pro Aufgabe; $M_H$ : arithmetisches Mittel der Heurismen pro Kind oder pro Aufgabe; $SD$ : Standardabweichung .....	238

Tabelle 16.10e	Fortsetzung: Überblick über die Anzahl der Heurismen je Aufgabe und je Kind gezählt nach den Zählweisen (1), (2) (dargestellt in Klammern) und (3) (umrahmt von Gedankenstrichen); $H_H$ : absolute Häufigkeit der Heurismen pro Kind oder pro Aufgabe; $M_H$ : arithmetisches Mittel der Heurismen pro Kind oder pro Aufgabe; $SD$ : Standardabweichung	239
Tabelle 16.11	Übersicht über die Anzahl der Heurismen je Aufgabe, gezählt nach den Zählweisen (1) und (2) (in Klammern angegeben)	242
Tabelle 16.12	Identifizierte Heurismen (Zählweise (1)) pro Episodentyp	245
Tabelle 16.13	Übersicht über absoluten Anzahlen der kodierten externen Impulse durch die Interviewerin; $H$ : absolute Häufigkeit; $h$ : relative Häufigkeit; $M$ : arithmetisches Mittel	250
Tabelle 16.14	Übersicht über absoluten Anzahlen der kodierten externen Impulse durch die Strategieschlüssel; $H$ : absolute Häufigkeit; $h$ : relative Häufigkeit; $M$ : arithmetisches Mittel	251
Tabelle 16.15	Schlüsselinteraktionen pro Kind und Aufgabe	253
Tabelle 16.16	Übersicht über die Merkmale und Merkmalsausprägungen zur Kontingenzanalyse	255
Tabelle 16.17	$\chi^2$ -Unabhängigkeitstest für die Anzahl der Episodenwechsel und das Prozessprofil	257
Tabelle 16.18	$\chi^2$ -Unabhängigkeitstest für die Lösungskategorien und die Prozessprofile „wild-goose-chase“ und „sonstige“	258
Tabelle 16.19	$\chi^2$ -Unabhängigkeitstest für die Lösungskategorien und die Schlüsselinteraktion	259
Tabelle 16.20	$\chi^2$ -Unabhängigkeitstest für die Anzahl der Heurismen und die Episodenwechsel (Achtupel)	261
Tabelle 16.21	$\chi^2$ -Unabhängigkeitstest für die Anzahl der Heurismen und die Anzahl der Schlüsselinteraktionen	262
Tabelle 16.22	$\chi^2$ -Unabhängigkeitstest für die Anzahl der Episodenwechsel und die Anzahl der Schlüsselinteraktionen	263

Tabelle 16.23	Liste über Problembearbeitungsprozesse aus Teilwürfel I; grau: wild-goose-chase Prozessprofil; grün: erfolgreiche Lösungskategorien (2) und (3) . . . . .	265
Tabelle 16.24	Liste über Problembearbeitungsprozesse aus Teilwürfel II; grau: wild-goose-chase Prozessprofil; grün: erfolgreiche Lösungskategorien (2) und (3) . . . . .	267
Tabelle 16.25	Liste über Problembearbeitungsprozesse aus den Teilwürfeln III und IV; grau: wild-goose-chase Prozessprofil; grün: erfolgreiche Lösungskategorien (2) und (3) . . . . .	268
Tabelle 16.26	Liste über Problembearbeitungsprozesse aus Teilwürfel V; grau: wild-goose-chase Prozessprofil; grün: erfolgreiche Lösungskategorien (2) und (3) . . . . .	269
Tabelle 16.27	Liste über Problembearbeitungsprozesse aus Teilwürfel VI; grau: wild-goose-chase Prozessprofil; grün: erfolgreiche Lösungskategorien (2) und (3) . . . . .	269
Tabelle 16.28	Liste über Problembearbeitungsprozesse aus Teilwürfel VII; grau: wild-goose-chase Prozessprofil; grün: erfolgreiche Lösungskategorien (2) und (3) . . . . .	270
Tabelle 16.29	Liste über Problembearbeitungsprozesse aus Teilwürfel VIII; grau: wild-goose-chase Prozessprofil; grün: erfolgreiche Lösungskategorien (2) und (3) . . . . .	271
Tabelle 17.1	Collin (Schachbrett): Transkriptauszug aus dem Interview . . . . .	279
Tabelle 17.2	Laura (Bauernhof-Aufgabe): Transkriptauszug der Schlüsselinteraktion . . . . .	284
Tabelle 17.3	Vicky (Smarties-Aufgabe): Transkriptauszug der Schlüsselinteraktion . . . . .	286
Tabelle 17.4	Anne (Bauernhof-Aufgabe): Transkriptauszug der Schlüsselinteraktion und Ergänzungen aus dem Interview . . . . .	290
Tabelle 17.5	Christin (Schachbrett-Aufgabe): Transkriptauszug der Schlüsselinteraktion . . . . .	292
Tabelle 17.6	Fabian (Kleingeld-Aufgabe): Transkriptauszug der Schlüsselinteraktion . . . . .	295

Tabelle 17.7	Hannes (Bauernhof-Aufgabe): Transkriptauszug der ersten Schlüsselinteraktion .....	297
Tabelle 17.8	Hannes (Bauernhof-Aufgabe): Transkriptauszug aus dem Interview .....	298
Tabelle 17.9	Hannes (Bauernhof-Aufgabe): Transkriptauszug der zweiten Schlüsselinteraktion .....	299
Tabelle 17.10	Hannes (Bauernhof-Aufgabe): Transkriptauszug der dritten Schlüsselinteraktion .....	301
Tabelle 17.11	Laura (Schachbrett-Aufgabe): Transkriptauszug der Schlüsselinteraktion und Auszug aus dem Interview ...	303
Tabelle 17.12	Anja (Bauernhof-Aufgabe): Transkriptauszug der ersten Schlüsselinteraktion .....	308
Tabelle 17.13	Anja (Bauernhof-Aufgabe): Transkriptauszug der zweiten Schlüsselinteraktion .....	311
Tabelle 17.14	Christin (Bauernhof-Aufgabe): Transkriptauszug der ersten Schlüsselinteraktion .....	313
Tabelle 17.15	Christin (Bauernhof-Aufgabe): Transkriptauszug eines Episodenwechsels ohne Interaktion mit Strategieschlüsseln .....	315
Tabelle 17.16	Christin (Bauernhof-Aufgabe), Passage 3: Transkriptauszug aus dem Interview zur Erklärung der Strategieschlüsselinteraktion .....	317
Tabelle 17.17	Christin (Sieben Tore-Aufgabe): Transkriptauszug der ersten Schlüsselinteraktion .....	319
Tabelle 17.18	Christin (Sieben Tore-Aufgabe): Transkriptauszug der zweiten Schlüsselinteraktion .....	321
Tabelle 17.19	Christin (Sieben Tore-Aufgabe): Transkriptauszug aus dem Interview .....	323
Tabelle 17.20	Felix (Smarties-Aufgabe): Transkriptauszug der Schlüsselinteraktion .....	326
Tabelle 17.21	Julius (Sieben Tore-Aufgabe): Transkriptauszug der Schlüsselinteraktion .....	327
Tabelle 17.22	Richard (Bauernhof-Aufgabe): Transkriptauszug der Schlüsselinteraktion .....	331
Tabelle 17.23	Richard (Kleingeld-Aufgabe:) Transkriptauszug der Schlüsselinteraktion .....	333
Tabelle 17.24	Richard (Sieben Tore-Aufgabe): Transkriptauszug der ersten Schlüsselinteraktion .....	336

---

Tabelle 17.25	Richard (Sieben Tore-Aufgabe): Transkriptauszug der zweiten Schlüsselinteraktion .....	337
Tabelle 17.26	Til (Kleingeld-Aufgabe): Transkriptauszug der ersten Schlüsselinteraktion .....	340
Tabelle 17.27	Til (Kleingeld-Aufgabe): Transkriptauszug aus dem Interview .....	341
Tabelle 17.28	Til (Kleingeld-Aufgabe): Transkriptauszug der zweiten Schlüsselinteraktion .....	342
Tabelle 17.29a	Überblick über das Auftreten der einzelnen Nutzweisen der Strategieschlüssel; Häkchen in Klammern bedeuten, dass die Schlüsselinteraktion ausschließlich während des Interviews auftrat. ....	347
Tabelle 17.29b	Fortsetzung: Überblick über das Auftreten der einzelnen Nutzweisen der Strategieschlüssel .....	348
Tabelle 17.30a	Zuordnung der einzelnen Problembearbeitungsprozesse zu einem Muster .....	352
Tabelle 17.30b	Fortsetzung: Zuordnung der einzelnen Problembearbeitungsprozesse zu einem Muster .....	353
Tabelle 17.31a	Überblick über die selbstregulatorischen Tätigkeiten pro Problembearbeitungsprozess .....	355
Tabelle 17.31b	Fortsetzung: Überblick über die selbstregulatorischen Tätigkeiten pro Problembearbeitungsprozess .....	356