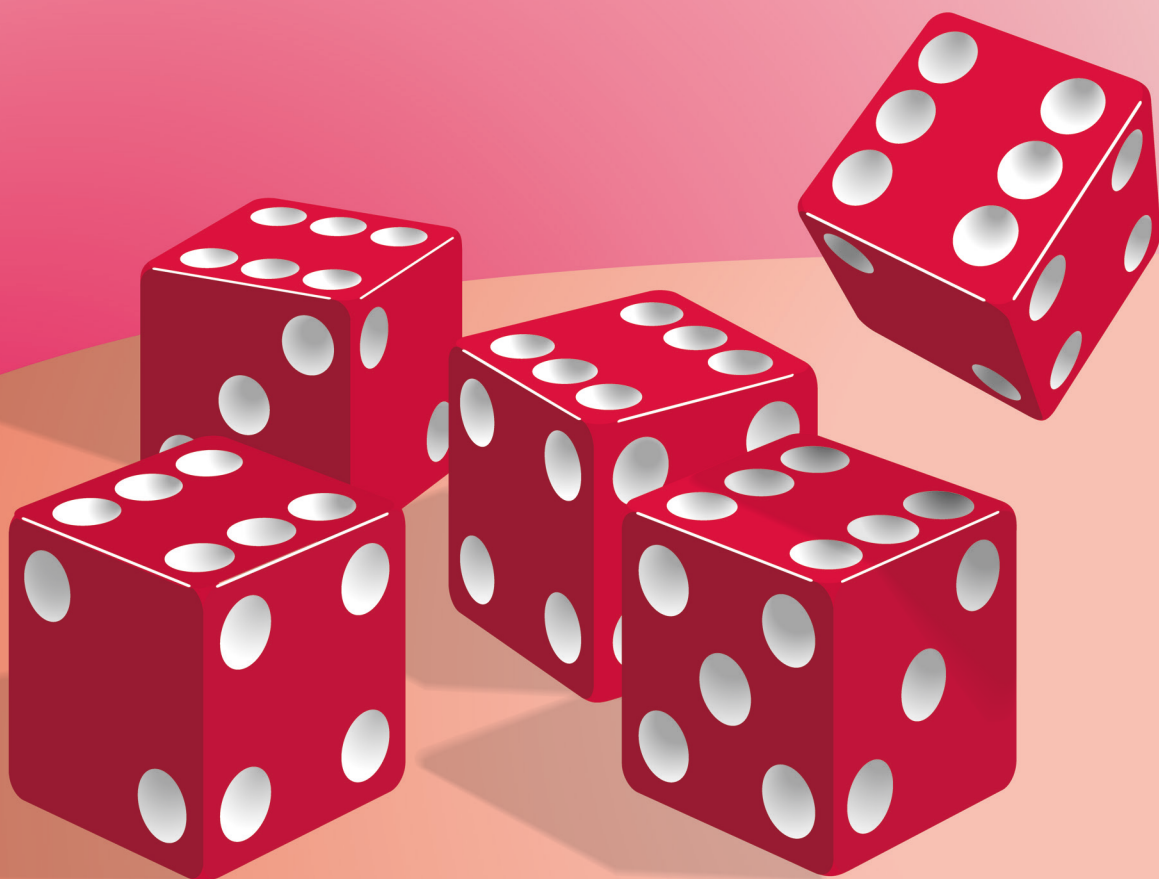


orell füssli



DMK | Deutschschweizerische Mathematikkommission

# Stochastik

Kommentierte Lösungen  
und Ergänzungen

Inklusive  
E-Book

# **Stochastik**

Kommentierte Lösungen  
und Ergänzungen



DMK | Deutschschweizerische Mathematikkommission des VSMP  
(Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte)

# Stochastik

Kommentierte Lösungen  
und Ergänzungen

**orell füssli**  
verlag

Herausgeberin: DMK Deutschschweizerische Mathematikkommission des VSMP  
(Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte), <http://dmk.vsmf.ch>

Autoren: Eva Frenzel, Fabian Glötzner, Hansruedi Künsch, Nora Mylonas, Hansjürg Stocker  
Gesamtleitung: René Kaeslin

2. durchgesehene Auflage 2020  
ISBN 978-3-280-03894-9 (E-Book)

Satz: Marco Schmid, Baar  
Illustrationen: Flavia Korner, Baar

Orell Füssli Verlag, [www.ofv.ch](http://www.ofv.ch)  
© 2020 Orell Füssli AG, Zürich  
Alle Rechte vorbehalten



Abdruck und Vervielfältigung sowie Erstellen von Kopien  
irgendwelcher Art zu irgendwelchen Zwecken sind – auch  
nur auszugsweise – nur mit Bewilligung des Verlags gestattet.

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter [www.dnb.de](http://www.dnb.de) abrufbar.

Weitere Werkbestandteile:  
Stochastik – Theorie und Aufgaben für die Sekundarstufe II, 978-3-280-04139-0  
Stochastics – Theory and Exercises for ‘Sekundarstufe II’, 978-3-280-04182-6

Orell Füssli Verlag Lernmedien  
[lernmedien@orellfuessli.com](mailto:lernmedien@orellfuessli.com)  
[www.ofv.ch/lernmedien](http://www.ofv.ch/lernmedien)

---

## Vorwort

In diesem Lösungsband finden sich alle ausführlichen und kommentierten Lösungen der Aufgaben des Theoriebandes. Ausserdem werden die Lösungen der Einstiegsaufgaben eingehend diskutiert und mögliche Lösungswege und -ideen gezeigt.

Im Kapitel «Weiterführende Informationen und Ergänzungen» werden jeweils zusätzliche Informationen, Literaturtipps, didaktische Hinweise und Ausblicke zum entsprechenden Thema gegeben. Die Exkurse und Ergänzungen können einerseits in den Unterricht einfließen oder als Vorschläge für Projektarbeiten verwendet werden. Motivierten Schülerinnen und Schülern eröffnen die Kapitel im Selbststudium neue Themen und Gesichtspunkte. Die Themen sind nicht in einem abschliessenden Sinne zu verstehen, denn wir wollen die Lehr- und Methodenfreiheit in keinsten Weise einschränken.

Ohne finanzielle Unterstützung wäre dieses Buchprojekt nicht umsetzbar gewesen. Die Akademien der Wissenschaften Schweiz haben uns im Rahmen der MINT-Förderung diesbezüglich geholfen, unsere Idee eines Lehrmittels zur Stochastik, welches die Vorgaben vom Kanon Mathematik greifbar macht, umzusetzen. Für diese Unterstützung bedanken wir uns herzlich.

Wir haben uns um geschlechterneutrale Formulierungen bemüht. Aus Gründen der leichteren Lesbarkeit wurde jedoch auf Doppelformen verzichtet. Zudem sprechen wir die Leserschaft mit Du an. Rückmeldungen zu diesem Buch sind sehr willkommen, sei es ein Lob, eine Kritik oder eigene, zusätzliche Ideen, welche den Stochastikunterricht bereichern können. Meldungen sind mit dem Vermerk «Stochastik» an [lernmedien@orellfuessli.com](mailto:lernmedien@orellfuessli.com) zu richten.

Wir wünschen viel Freude an der Stochastik.

Januar 2018

Das Autorenteam

## Inhaltsverzeichnis

<b>0 Beschreibende Statistik</b>	<b>1</b>
0.1 Hinweise zum Kapitel . . . . .	1
0.2 Lösungen und Bemerkungen zur Einstiegsaufgabe . . . . .	1
0.3 Weiterführende Informationen und Ergänzungen . . . . .	2
0.4 Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .	2
<b>Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>6</b>
Lösungen und Bemerkungen zur Einstiegsaufgabe . . . . .	6
Weiterführende Informationen und Ergänzungen . . . . .	7
<b>1 Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>9</b>
1.1 Hinweise zum Kapitel . . . . .	9
1.2 Lösungen und Bemerkungen zur Einstiegsaufgabe . . . . .	9
1.3 Weiterführende Informationen und Ergänzungen . . . . .	10
1.4 Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .	13
<b>2 Kombinatorik</b>	<b>20</b>
2.1 Hinweise zum Kapitel . . . . .	20
2.2 Lösungen und Bemerkungen zur Einstiegsaufgabe . . . . .	20
2.3 Weiterführende Informationen und Ergänzungen . . . . .	22
2.4 Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .	24
<b>3 Mehrstufige Zufallsexperimente</b>	<b>32</b>
3.1 Hinweise zum Kapitel . . . . .	32
3.2 Lösungen und Bemerkungen zur Einstiegsaufgabe . . . . .	32
3.3 Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .	34
<b>4 Bedingte Wahrscheinlichkeit</b>	<b>38</b>
4.1 Hinweise zum Kapitel . . . . .	38
4.2 Lösungen und Bemerkungen zur Einstiegsaufgabe . . . . .	38
4.3 Weiterführende Informationen und Ergänzungen . . . . .	40
4.4 Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .	41
<b>5 Zufallsgrösse und Erwartungswert</b>	<b>46</b>
5.1 Hinweise zum Kapitel . . . . .	46
5.2 Lösungen und Bemerkungen zur Einstiegsaufgabe . . . . .	46
5.3 Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .	47

---

<b>6 Binomialverteilung</b>	<b>52</b>
6.1 Hinweise zum Kapitel . . . . .	52
6.2 Lösungen und Bemerkungen zur Einstiegsaufgabe . . . . .	53
6.3 Weiterführende Informationen und Ergänzungen . . . . .	54
6.4 Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .	56
<b>7 Testen von Hypothesen</b>	<b>61</b>
7.1 Hinweise zum Kapitel . . . . .	61
7.2 Lösungen und Bemerkungen zur Einstiegsaufgabe . . . . .	63
7.3 Weiterführende Informationen und Ergänzungen . . . . .	65
7.4 Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .	71
<b>8 Die Normalverteilung als Approximation der Binomialverteilung</b>	<b>81</b>
8.1 Hinweise zum Kapitel . . . . .	81
8.2 Lösungen und Bemerkungen zur Einstiegsaufgabe . . . . .	82
8.3 Weiterführende Informationen und Ergänzungen . . . . .	82
8.4 Ausführliche Lösungen zu den Aufgaben . . . . .	84
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>87</b>





## 0 Beschreibende Statistik

### 0.1 Hinweise zum Kapitel

Dieses Kapitel dient hauptsächlich als kurze Einführung in die beschreibende Statistik und kann unabhängig von den anderen Kapiteln behandelt werden. Anhand einiger Beispiele werden die Grundbegriffe der beschreibenden Statistik sowie die gängigsten Lage- und Streuungsmasse eingeführt. Bei den grafischen Darstellungsmöglichkeiten von Daten haben wir uns auf das Histogramm und den Boxplot (Kastenschaubild) beschränkt, da sich hier Lage- und Streuungsmasse besonders gut visualisieren lassen. Auf die Behandlung von weiteren grafischen Darstellungen haben wir entsprechend verzichtet; dies würde zudem den Rahmen einer Einführung sprengen. Aus denselben Gründen werden auch Themen wie «Lesen von Statistiken» oder «Lügen mit Statistiken» nicht behandelt. Informationen zu diesen Themen finden sich z. B. in Krämer (2015) oder Bauer et al. (2016).

Damit die Schülerinnen und Schüler ein Gefühl für die verschiedenen Lage- und Streuungsmasse erhalten, wurden die Beispiele und Aufgaben so gewählt, dass sie auch ohne spezielle Programme oder Taschenrechnerbefehle bearbeitet werden können. Nach der Einführungsphase sollten die Lage- und Streuungsmasse aber sinnvollerweise mit einem entsprechenden Computer- oder Taschenrechnerprogramm berechnet werden.

Bei den Streuungsmassen werden die empirische Varianz und die empirische Standardabweichung eingeführt. Eine saubere und sorgfältige Begründung, wieso durch  $(n-1)$  und nicht durch  $n$  dividiert wird, würde den Rahmen des für das Grundlagenfach bestimmten Buches sprengen. Auf die Erwähnung der theoretischen Varianz und der theoretischen Standardabweichung wird an dieser Stelle verzichtet. Allerdings sind die entsprechenden Formeln mit einer kurzen Erläuterung im Kapitel 0.3 zu finden.

Anhand der linearen Regression wird die mögliche Korrelation zweier verschiedener Merkmale betrachtet. Da zur Berechnung der Regressionsgeraden und des Korrelationskoeffizienten unbedingt auf ein Computerprogramm oder entsprechende Taschenrechnerbefehle zurückgegriffen werden soll, wird auf die ausführliche Herleitung des Korrelationskoeffizienten verzichtet. Bei der Herleitung der Regressionsgeraden werden nur die entscheidenden Gedankengänge aufgezeigt und dargelegt. Die dazugehörigen Berechnungen werden nicht detailliert ausgeführt. Anhand einiger Beispiele wird anschliessend illustriert, dass aus einer starken Korrelation nicht zwingend Kausalität folgen muss.

Die Aufgaben sind in zwei Blöcke aufgeteilt: Die Aufgaben 1 bis 11 befassen sich mit einführenden Fragen der beschreibenden Statistik bis und mit Boxplot. Die Aufgaben 12 bis 17 beinhalten Aufgabenstellungen zu den Themen Regression und Korrelation.

### 0.2 Lösungen und Bemerkungen zur Einstiegsaufgabe

Der Mittelwert ist die wohl bekannteste Kenngrösse der beschreibenden Statistik. Die meisten Schülerinnen und Schüler werden entsprechend die Teilaufgabe a) ohne weitere Hilfe lösen können. Der durchschnittliche Lohn liegt bei Fr. 7862.50.

Mit Teilaufgabe b) soll eine Klassendiskussion angeregt werden. Es ist offensichtlich, dass der Mittelwert in diesem Fall keine aussagekräftige Grösse ist.