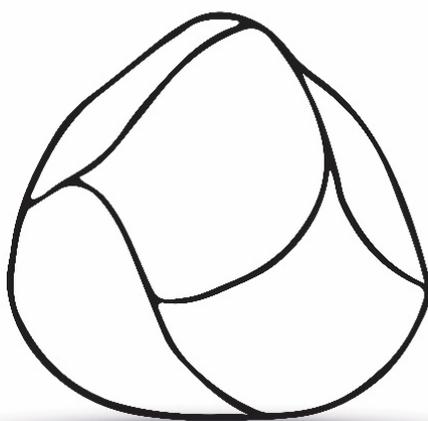


**Gabriella Ambrus, Johann Sjuts,
Ödön Vancsó, Éva Vásárhelyi
(Hrsg.)**

Komplexer Mathematikunterricht

**Die Ideen von Tamás Varga
in aktueller Sicht**



WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Mathematiklehren und -lernen in Ungarn

Herausgegeben von
Éva Vásárhelyi und Johann Sjuts

Band 2

**Gabriella Ambrus, Johann Sjuts,
Ödön Vancsó, Éva Vásárhelyi
(Hrsg.)**

**Komplexer Mathematikunterricht.
Die Ideen von Tamás Varga
in aktueller Sicht**

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte Informationen sind im Internet über <http://www.dnb.de> abrufbar.

Druck durch:
winterwork
04451 Borsdorf
<http://www.winterwork.de/>

Mit dem Gömböc fanden die ungarischen Mathematiker Gábor Domokos und Péter Várkonyi im Jahr 2006 eine Lösung für einen dreidimensionalen Körper mit der Eigenschaft, nur eine stabile und nur eine labile Gleichgewichtslage zu haben.

Gömböc-Abbildung auf der Buchvorderseite: Attila Daróci

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlags in irgendeiner Form reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

All Rights Reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form, electronic, mechanical, recording, photocopying, or otherwise, without the permission of the copyright holder.

<https://doi.org/10.37626/GA9783959871648.0>

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, Münster 2020
ISBN 978-3-95987-163-1 ISBN 978-3-95987-164-8 (E-Book)

Anmerkung und Danksagung

Die Beiträge dieses Bandes wurden mittels eines von Éva Vásárhelyi und Johann Sjuts organisierten Peer-Review-Verfahrens aufgenommen.

Die Verantwortung für Inhalt und Sprache liegt bei den Autorinnen und Autoren.

Ein besonderer Dank für den regelmäßigen Austausch und für die hilfreiche Unterstützung gilt Gabriella Ambrus, der Sprecherin des Arbeitskreises Mathematiklehren und -lernen in Ungarn, und Ödön Vancsó, dem Leiter des Mathematikdidaktischen Zentrums an der Eötvös Loránd Universität Budapest.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	7
ZUM LEBEN UND WERK VON TAMÁS VARGA	9
Katalin GOSZTONYI: Tamás Vargas Reformbewegung und der ungarische Guided Discovery-Ansatz	9
PERSÖNLICHE WÜRDIGUNGEN	27
Katalin FÖLDESI: Ein wichtiges Thema in der Korrespondenz zwischen Tamás Varga und dem Ehepaar Reményi	27
Roland J.K. STOWASSER: Kombinatorik mit Augenmaß – Erinnerung an Tamás Varga	41
Gergely SZMERKA: Das Erbe von Tamás Varga – Film, Didaktik und narrative Identität	53
THEMATISCHE BETRACHTUNGEN	63
Gabriella AMBRUS: Untersuchung von Schülerlösungen mit Hilfe von Lösungsniveaus bei Textaufgaben mit realitätsnahe Inhalt	63
András BENEDEK und Ágnes TUSKA: Synthesizing the legacy of Varga and Dienes	79
Manfred BOROVCNIK: Elementarisierung oder Vielfalt als Schlüssel für die Gestaltung eines Zugangs zur beurteilenden Statistik	91
Ervin DEÁK: Mathematische, historische und didaktische Betrachtungen über die Einlagerungseigenschaft der Zerlegungsgleichheit	115
András Ferenc DUKÁN, Csaba SZABÓ, Éva VÁSÁRHELYI: Logic in secondary school: From Tamás Varga's proposed curriculum to board games	143
Péter FEJES TÓTH: Inferential statistics – Research on the introduction of a new topic in the Hungarian high-school curriculum	157
Katalin FRIED: Unusual thoughts on mathematics lessons	181
Katalin FRIED, Judit TÖRÖK & Éva VÁSÁRHELYI: Überbringen Störche Babys? Dinge, die wir Kindern nicht erzählen (können)	195
Enikő JAKAB: It is worth turning on GeoGebra 3D	221
Zsuzsanna JÁNVÁRI: Teaching descriptive statistics, developing statistical literacy – Results of a pilot study	235

Tünde KÁNTOR: Tamás Varga und sein inspirierender Einfluss auf den Mathematikunterricht – ein Blick zurück	247
Ryota MATSUURA and Réka SZÁSZ: Guided discovery for preservice teachers	273
Józsefné PÁLFALVI: Reformen des Mathematikunterrichts in Ungarn in den 1960-70er Jahren	283
Marianna PINTÉR: The effect of complex mathematics teachings experiments on my work	305
Anna RYBAK: Discovering mathematical knowledge by students as the way to successful learning of mathematics	317
Johann SJUTS: Die Bedeutung von Darstellungen beim Aufbau probabilistischen und algebraischen Denkens in ausgewählten deutschsprachigen Büchern von Tamás Varga	333
Kinga SZÚCS: Arguing and Proving in Vargas's German-Language Work	353
Ödön VANCSÓ und Eszter VARGA: Kannst du das System schlagen? Wetten im Sport als Kontext für die Kombination der Ideen der klassischen, statistischen und subjektivistischen Wahrscheinlichkeit	367
AUTORINNEN UND AUTOREN	391

Vorwort

Zu den herausragenden ungarischen Persönlichkeiten in Mathematik und Mathematikdidaktik zählt Tamás Varga (1919-1987). Seine Ideen haben das Lehren und Lernen von Mathematik in Ungarn von der Vorschule bis zur Universität beeinflusst.

Die nachhaltige Wirkung seines Ansatzes *Komplexer Mathematikunterricht* führte in den letzten Jahren zu einer mehrjährigen intensiven wissenschaftlichen Arbeit: Mit Unterstützung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften entstand an der Eötvös Loránd Universität unter der Leitung von Ödön Vancsó eine Forschungsgruppe zum Vorhaben *Recent Complex Mathematics Education* (2016 bis 2020), das der mathematikdidaktischen Forschung neue Impulse gegeben hat.

Anlässlich seines 100. Geburtstages fand zur Erinnerung an Tamás Varga und seine Verdienste eine vielbeachtete internationale Tagung mit dem Thema *Connecting Tamás Varga's Legacy and Current Research in Mathematics Education* an der Ungarischen Akademie der Wissenschaften in Budapest statt. Die Akademie hat die Tagung dankenswerterweise mit einer bedeutenden finanziellen Zuwendung gefördert.

Ausgewählte Beiträge der Hauptveranstaltung *Tamás Varga 100* vom 6. bis zum 8. November 2019 und der im Zusammenhang mit ihr durchgeführten Tagungen sowie weitere Aufsätze bilden den Inhalt des vorliegenden Bandes 2 der Reihe *Mathematiklehren und -lernen in Ungarn*. Persönliche Würdigungen und thematische Betrachtungen widmen sich darin dem Leben und Werk von Tamás Varga, seinem progressiven und innovativen Streben, den von ihm inspirierten und organisierten Reformen des Mathematikunterrichts und nicht zuletzt dem Fortbestehen und der Fortführung seiner Ideen.

Seine zentrale Arbeit, das Reformprojekt *Komplexer Mathematikunterricht*, umfasst vieles, was in der Mathematikdidaktik von grundlegender Bedeutung ist: Zu nennen sind die Ansätze der Gestaltung von Lehren und Lernen, die von spielerischen Vorgehensweisen bis zu heuristischen Problemlöseprozessen reichen, die mittels ausgeklügelter Aufgabensysteme schulmathematische Sachgebiete mit dem Aufbau mathematischen Wissens und Könnens verknüpfen, die auf externe Repräsentationen samt ihrem Grad von Visualisierung und Symbolisierung hohen Wert legen und die in verschiedenen und stetig weiterentwickelten Formen von *Guided Discovery*

Learning und Inquiry Based Education dem Mathematikunterricht ein experimentelles Gepräge geben.

Nicht unerwähnt bleiben soll, welche Bedeutung Tamás Varga den Lehrerinnen und Lehrern zuschrieb. Für ihn waren sie maßgebliche Akteure in der Beteiligung an der forschungsbezogenen Entwicklung von Schule und Unterricht. Und selbstverständlich haben gerade sie die Aufrechterhaltung einer gelingenden Schule sicherzustellen: mit ihrer fachlichen und pädagogischen Expertise, mit ihrer persönlichen und beruflichen Autonomie und Verantwortung und mit ihrem Beispiel für eine freiheitliche und demokratische Kultur.

Insgesamt zeigt das Buch: Die in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts entwickelten und erprobten Konzepte hatten einen wegweisenden Einfluss auf den ungarischen Mathematikunterricht und weit darüber hinaus. Sie sind in vielfacher Hinsicht noch heute überaus aktuell.

Zu den Autorinnen und Autoren gehören einige (Ervin Deák, Katalin Fried, Tünde Kántor, Józsefné Pálfalvi, Roland J. K. Stowasser, Judit Török), die Tamás Varga persönlich gekannt, erlebt und mit ihm zusammengearbeitet haben, sowie seine Enkelin Eszter Varga.

Die Autorinnen und Autoren der Beiträge dieses Buches haben sich intensiv mit Vargas Werk und Wirken beschäftigt. Für die in diesem Buch vorliegenden Ergebnisse ihrer Recherchen und Analysen sei ihnen allen herzlich gedankt.

Gabriella Ambrus, Johann Sjuts, Ödön Vancsó, Éva Vásárhelyi

ZUM LEBEN UND WERK VON TAMÁS VARGA

Katalin GOSZTONYI, Budapest

Tamás Vargás Reformbewegung und der ungarische *Guided-Discovery-Ansatz*¹

Kurzfassung: In diesem Artikel wird die zentrale Leistung im Lebenswerk von Tamás Varga dargestellt, nämlich das von ihm zwischen 1963 und 1978 geleitete ungarische Reformprojekt *Komplexer Mathematikunterricht* mit dem zugrunde liegenden Konzept dieses Mathematikunterrichts, dem *Guided-Discovery-Ansatz*. Im ersten Teil beschreibe ich Vargas Leben und Werdegang. Im zweiten Teil stelle ich sein Reformprojekt in einen internationalen und nationalen historischen Kontext, einschließlich der internationalen Bewegung *New Math* und der Unterrichtstradition *Guided Discovery*, die ein wesentlicher Bestandteil der mathematischen Kultur in Ungarn ist. Im dritten Teil analysiere ich Vargas Konzeption zum Mathematikunterricht in didaktischer Hinsicht; dabei werden insbesondere einige Merkmale hervorgehoben, die mit dem *Inquiry Based Mathematics Education*, dem Forschenden Lernen im Mathematikunterricht zusammenhängen. Abschließend möchte ich kurz auf Vargas Erbe heute eingehen.

Title: Tamás Varga’s reform movement and the Hungarian *Guided Discovery* approach

Abstract: This paper presents Tamás Varga’s work focusing especially on the Hungarian Complex Mathematics Education reform project led by him between 1963 and 1978 and the underlying conception on mathematics education named “guided discovery approach”. In the first part, I describe Varga’s career. In the second part, I situate his reform project in its international and national historical context, including the international *New Math* movement and the *Guided Discovery* teaching tradition, something which is embedded in Hungarian mathematical culture. In the third part, I propose a didactic analysis of Varga’s conception on mathematics education, underlining especially certain of its characteristics which can be related to *Inquiry Based Mathematics Education*. Finally I briefly discuss Varga’s legacy today.

Classification: A30, D30, D40, D50.

¹ Dieser Beitrag ist eine Übersetzung eines Artikels, der in der Sonderausgabe der Zeitschrift *Teaching Mathematics and Computer Science* aus Anlass der Varga 100 Konferenz 2020 veröffentlicht wurde.

Keywords: Tamás Varga, Guided Discovery approach, Inquiry Based Mathematics Education, history of mathematics education, curricular reform.

Einführung²

Tamás Varga ist eine der namhaftesten Persönlichkeiten in der Geschichte des ungarischen Mathematikunterrichts. Die ungarische Community für mathematische Bildung hält die Erinnerung an ihn unter anderem im Namen eines Wettbewerbs für Schülerinnen und Schüler, eines Preises und einer Konferenz für Lehrerinnen und Lehrer lebendig. Der Hauptgrund für dieses aktive Gedenken ist das Reformprojekt *Komplexer Mathematikunterricht*, das zwischen 1963 und 1978 von Varga geleitet wurde und als einer der Meilensteine in der Geschichte des Mathematikunterrichts in Ungarn gilt. Es führte 1978 zu einem nationalen Lehrplan und beeinflusste den Mathematikunterricht auf verschiedene Weise bis heute.

Die Reform bot nicht nur einen neuen Lehrplan, sondern auch einen neuen Ansatz für den Mathematikunterricht mit neuen und neu strukturierten Inhalten, Lehr- und Lernunterstützungsmitteln und Unterrichtsverfahren. Varga entwickelte eine kohärente Gesamtkonzeption, die sich auf die mathematische Aktivität der Lernenden sowie auf Problemlösen und Forschendes Lernen konzentrierte und das Lernen von Mathematik mit spielerischem und kreativem Handeln der Lernenden in Einklang brachte. Diese Konzeption mit dem Namen „felfedezettő matematikaoktatás“ („angeleitetes entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht“) ist in vielerlei Hinsicht im Spiegel der gegenwärtigen Bemühungen um die Entwicklung und Implementierung der *Inquiry Based Mathematics Education*, dem Forschenden Lernen im Mathematikunterricht auf der ganzen Welt relevant.

Varga war auch einer der aktivsten ungarischen Teilnehmer in der internationalen Community: Er brachte in den 1960er und 1970er Jahren die Erkenntnisse aus verschiedenen internationalen Forschungen und Erfahrungen nach Ungarn und wurde international für seine Arbeit anerkannt, insbesondere in den Unterrichtsgebieten zur Logik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit für die ersten Klassen.

Nachfolgend werde ich zunächst Vargas Werdegang darstellen, wobei ich mich insbesondere auf die verschiedenen Kontakte und Auswirkungen konzentriere, die die Entwicklung seines Reformprojekts und den zugrunde

² Einige Teile dieses Artikels sind schon veröffentlicht worden in der ICMI Study 24: School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities conference (Gosztonyi et al., 2018).

liegenden Ansatz beeinflusst haben. Im zweiten Teil werde ich den historischen Kontext betrachten, in dem seine Reformbewegung entwickelt wurde, einschließlich ihres politischen, institutionellen, mathematischen und pädagogischen Hintergrunds. Ich werde herausstellen, wie diese Reform eine Synthese von Einflüssen der internationalen Bewegung *New Math* und einer *heuristischen* Epistemologie in der Mathematik war, die von einer ungarischen mathematischen Community vertreten wird. Im dritten Teil des Artikels werde ich Vargas Reform und die zugrunde liegende Konzeption unter didaktischen Gesichtspunkten analysieren und dabei insbesondere die ursprünglichen Elemente und die Aspekte hervorheben, die sie mit aktuellen Überlegungen zum Forschenden Lernen im Mathematikunterricht verbinden. Ich werde den Artikel mit einer kurzen Reflexion über Vargas Erbe heute abschließen.

Tamás Vargas Leben und Werdegang

Tamás Varga (geboren am 3. November 1919 in Kunszentmiklós, gestorben am 1. November 1987 in Budapest) wurde als zweites von sieben Kindern eines kalvinistischen Priesters, Tamás Vargha, geboren. Die Familie bot ein dynamisches intellektuelles Milieu: Einige seiner Geschwister wurden auch bekannte Intellektuelle, nämlich der Romanautor und Journalist Domokos Varga und ebenso Balázs Vargha, ein Schriftsteller, Historiker der Literatur und Anthropologe der Spiele³. Sie alle lassen den Einfluss ihrer Eltern auf ihre spätere Arbeit erkennen, zum Beispiel den der logischen und sprachlichen Spiele, die sie mit ihrem Vater gespielt haben (Balogh, 2014; Dancs, 2016). Die drei Brüder standen auch in gutem Kontakt mit dem kalvinistischen Pädagogen, Linguisten und Schriftsteller Sándor Karácsony – wir werden später auf seinen Einfluss auf Vargas Arbeit zurückkommen.

Tamás Varga heiratete die Psychologin Ágnes Binét, eine Studentin von Piaget und eine enge Mitarbeiterin von Ferenc Mérei, einem besonders einflussreichen ungarischen Psychologen in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts, der sich auf Kinderpsychologie spezialisiert hatte⁴. Diese Beziehungen trugen zum psychologischen Hintergrund von Vargas Arbeit bei.

Varga erhielt nach seinem Abschluss an der Universität der Wissenschaften von Budapest (der späteren Eötvös Loránd Universität) als Mathematik- und Physiklehrer ein Stipendium für einen 18-monatigen Aufenthalt an der

³ Tamás and Domokos haben das „h“ in der Schreibweise des Nachnamens gestrichen.

⁴ Siehe z. B. ihre gemeinsame Arbeit (Mérei & Binét, 1970).

Scuola Normale Superiore in Pisa, Italien (Szendrei, 2017). Er begann 1945 an der Sekundarschule von Kunszentmiklós Mathematik zu unterrichten, wurde aber sehr früh, 1947, in das Bildungsministerium und später in das Pädagogische Institut berufen, um an neuen Lehrplänen und Lehrbüchern zu arbeiten. Ab 1951 war er in der Mathematiklehrausbildung an der Eötvös Loránd Universität tätig. Ab 1955 übernahm er den Mathematikunterricht in einer Klasse der Oberstufe (Pálfalvi, 2019).

Die wichtigste Anregung für den Beginn von Experimenten zur Erneuerung der Lehrpläne für Mathematik waren eine Reihe von Vorträgen von Paul Dienes in Budapest im Jahr 1960 und ein 1962 in Budapest organisiertes UNESCO-Symposium zum Mathematikunterricht (Ungarische Nationale Kommission für die UNESCO, 1963; Pálfalvi, 2019). Varga wurde mit W. Servais beauftragt, ein auf dieser Konferenz basierendes Buch herauszugeben (Servais & Varga, 1971)⁵. Nach einem kurzen Experiment im Jahr 1961 startete Varga 1963 das Projekt *Komplexer Mathematikunterricht*. Beginnend mit zwei ersten Klassen in einer Grundschule wuchs das Projekt schrittweise und erreichte Hunderte von Lerngruppen von der 1. bis zur 8. Klasse (für alle Niveaus der Schulpflicht) im ganzen Land. Anfang der 1970er Jahre wurde das Projekt von einem ministeriellen Komitee als Grundlage für den neuen Lehrplan ausgewählt. Eine vorläufige und fakultative Version des Lehrplans wurde 1974 eingeführt, die obligatorische Version 1978 im Rahmen einer allgemeinen Lehrplanreform.

Ab 1967 wurde Varga an das Nationale Pädagogische Institut versetzt, wo er das für die Entwicklung des Reformprojekts zuständige Team leitete. Das Team arbeitete eng mit einer Gruppe zusammen, die im Mathematischen Forschungsinstitut angesiedelt war und die für die Entwicklung der Lehrpläne für auf Mathematik spezialisierte Oberschulklassen verantwortlich war. Varga verteidigte seine Dissertation auf der Grundlage des Reformprojekts im Jahr 1975 und erhielt für seine Arbeit mehrere nationale Preise und Anerkennungen.

Ab der zweiten Hälfte der 1960er Jahre machte Varga eine internationale Karriere im Rahmen der aufstrebenden mathematisch-pädagogischen Forschungsgemeinschaft. Er publizierte und wurde regelmäßig sowohl in die Länder des *Ostens* als auch des *Westens* eingeladen, darunter Polen, die UdSSR, Frankreich, Italien, Kanada und die USA. Er übernahm auch die Verantwortung in verschiedenen internationalen Organisationen: Er war beispielsweise Mitglied des *Editorial Board of Educational Studies in*

⁵ Über die Beziehung von Varga und Servais siehe De Bock (2020).

Mathematics und stellvertretender Vorsitzender von CIEAEM (Szendrei, 2017).

Das Reformprojekt *Komplexer Mathematikunterricht* im historischen Kontext

Politischer und institutioneller Kontext

Ungarn war zu der Zeit ein sozialistisches Land unter dem Einfluss der UdSSR. Die Reform begann jedoch nach einer wichtigen politischen Wende. In den 1950er Jahren führte die schwerste Zeit der Diktatur 1956 zur Revolution und zur folgenden Vergeltung, aber ab 1962 begann eine Konsolidierung. Die 1960er und 1970er Jahre sind die Zeit eines sanfteren Autoritarismus mit eingeschränkter Unterdrückung und einer gewissen Liberalisierung des kommunistischen Systems und einer gewissen Öffnung zur westlichen Welt (Romsics, 1999). Obwohl wir keine Beweise haben, ist es wahrscheinlich, dass die Möglichkeit, 1962 eine internationale UNESCO-Konferenz in Ungarn zu organisieren und von dieser Konferenz inspirierte Experimente zu starten, mit dieser politischen Wende zusammenhängt.

Die Rahmenbedingungen für das Bildungssystem, in dem diese Reform stattfand, wurden seit 1946 festgelegt. Die Schulpflicht wurde an ungegliederten Grundschulen mit 8 Klassen erfüllt, bestehend aus Elementarstufe (Klasse 1-4) und Sekundarstufe I (Klasse 5-8). Die Sekundarstufe II befand sich an allgemeinen und beruflichen Sekundarschulen. In den 1950er und 1960er Jahren wurde die Regulierung des Bildungssystems mit detaillierten Lehrplananweisungen extrem zentralisiert. Der sowjetische Einfluss und die kommunistische Ideologie wurden sowohl in Anweisungen als auch in Lehrmaterialien dieser Zeit deutlich. Ab den späten 1960er Jahren wurde jedoch eine langsame Liberalisierung eingeleitet (Báthory, 2001): Der Einfluss der Ideologie rückte in den Hintergrund, pädagogische und psychologische Überlegungen fanden Berücksichtigung, Differenzierung sowie Autonomie und Freiheit der Lehrkräfte wurden betont. Diese Wende spielt eine entscheidende Rolle bei der Vorbereitung der Reform von 1978, und wie wir weiter unten sehen werden, kann Vargas Projekt als Pionierleistung in diesem Sinne angesehen werden.

Im Gegensatz zu einigen anderen Reformen in der Ära der *New Math*⁶,

⁶ Der Begriff *New Math* wurde ursprünglich in den USA verwendet, er ist aber weit verbreitet und beschreibt auch die internationale Bewegung der mathematischen Bildungsreformen der 1950er, 1960er und 1970er Jahre (Karp & Schubring, 2014, S. 198).

die in den Rahmen eines Vereinheitlichungsprozesses des Bildungssystems passten, wie die Errichtung des „Collège Unique“ in Frankreich (d’Enfert & Kahn, 2011), wurde die ungarische Bewegung aus einem einheitlichen System heraus gegründet und in einen Liberalisierungsprozess eingebunden. Die Auswirkungen dieses Kontextes sind auf viele Aspekte der Reform von Varga spürbar, selbst in weniger offensichtlichen Merkmalen wie der Rolle der mathematischen Sprache: Während die erwähnte französische Reform der „mathématique moderne“ auf der einheitlichen Rolle einer formalen mathematischen Sprache bestand, betonte Vargas Reformprojekt *Komplexer Mathematikunterricht*, wie wichtig es ist, mit der Vielfalt der persönlichen Ausdrucksformen der Schülerinnen und Schüler zu arbeiten.

Die ungarische Reform im Kontext der internationalen Bewegung „New Math“

Die internationale Bewegung *New Math* wird oft als im Kontext des wissenschaftlichen und technologischen Wettbewerbs des Kalten Krieges entstanden angesehen. Basierend auf dieser (nur teilweise begründeten) Annahme wäre es eine offensichtliche Hypothese, dass die *New Math* eine westliche Bewegung war, ohne relevante Beiträge des *Ostblocks* oder mit zwei parallelen Bewegungen in den beiden *Blöcken*. Die ungarische Reform ist jedoch ein gutes Beispiel dafür, dass dies nicht der Fall ist. Varga erklärte immer, von der *New Math* beeinflusst zu sein. Ab den 1960er Jahren beteiligte er sich aktiv an der Arbeit verschiedener internationaler Organisationen wie der UNESCO oder der CIEAEM. So kam es, wie wir bereits gesehen haben, zu Einladungen in verschiedene *westliche* Länder und zu dortigen Veröffentlichungen. Laut seiner Dissertation (T. Varga, 1975) sowie den in Interviews geäußerten Erinnerungen seiner Kollegen war der Einfluss des *Ostens* auf seine Arbeit viel weniger ausgeprägt, obwohl er auch in mehreren Ländern des *Ostblocks* veröffentlichte; sein einziger wichtiger Partner aus diesen Ländern war Krygowska, der führende Kopf der polnischen Reform – ebenfalls ein inspirativer und anerkannter Akteur in der internationalen Mathematikdidaktik der 1960er und 1970er Jahre.

Viele Auswirkungen der Bewegung *New Math* sind in der ungarischen Reform zu beobachten: die Einführung eines umfassenden Faches namens „Mathematik“ anstelle von „Rechnen mit Zahlen und Maßen“; neue mathematische Gebiete, die für jüngere Schuljahrgänge eingeführt wurden, wie Mengenlehre oder Logik; der Bezug auf Piagets Psychologie und Dienes’ mathematische Spiele; die wichtige Rolle manipulativer Werkzeuge usw. Varga kritisierte jedoch auch einige Aspekte der Reformen der

New Math, insbesondere die übermäßige Betonung des mathematischen Formalismus.

„Heuristische“ Epistemologie in der Mathematik: eine ungarische Tradition

Wenn seine Kollegen an Vargas Reformbewegung erinnern, unterstreichen sie normalerweise, dass es sich zwar um eine Inspiration der *New Math* handelt, aber auch um eine spezifisch ungarische Konzeption, die in die lokale Tradition des Mathematikunterrichts durch entdeckendes Lernen eingebettet ist. Diese Tradition besteht in der Tat für das Unterrichten junger mathematischer Talente⁷ und reicht zumindest bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts zurück. Varga war bestrebt, diesen Ansatz für eine Bildung in der Breite zu übernehmen und ihn auf den Unterricht kleiner Kinder auszuweiten.

Varga selbst stand seit den 1940er Jahren in intensivem persönlichen Kontakt mit einigen repräsentativen Mathematikern dieser Tradition (u. a. L. Kalmár, R. Péter, A. Rényi, J. Surányi); und sie alle unterstützten mehr oder weniger aktiv Vargas spätere Reformbewegung. Diese Mathematiker vertreten zusammen mit bekannten Denkern wie G. Pólya oder I. Lakatos eine durchaus schlüssige *heuristische* Epistemologie in der Mathematik, die eng mit Fragen des Mathematikunterrichts verbunden ist und hauptsächlich in Texten zur Popularisierung von Mathematik und zu Themen der Mathematikdidaktik veröffentlicht wird (Gosztonyi, 2016).

Sie sehen in der Mathematik eine sich ständig weiterentwickelnde Schöpfung des menschlichen Geistes, die sich an einer Reihe von Problemen orientiert. Ihnen zufolge bilden Intuition und Erfahrung die Quelle der Mathematik. Die mathematische Aktivität ist im Grunde genommen dialogisch und der Mathematikunterricht ist eine gemeinsame Aktivität der Lernenden und der Lehrkraft, bei der die Lehrkraft die Lernenden in der Wiederentdeckung der Mathematik unterstützt. Es gilt, einen entmutigenden frühen und übermäßigen Formalismus zu vermeiden; die formale Sprache sollte das Ergebnis einer Entwicklung sein. Mathematik ist so gesehen eine dem Spielen und den Künsten verwandte kreative Aktivität.

Über die *heuristische* Epistemologie hinaus kann der Einfluss ungarischer Mathematiker auch auf den mathematischen Inhalt der Reform beobachtet werden. Varga war besonders aktiv in Logik, dem Hauptforschungsgebiet von L. Kalmár und R. Péter, in Wahrscheinlichkeitstheorie, einem von A. Rényi in Ungarn eingeführten mathematischen Sachgebiet, und in Kombi-

⁷ Heutzutage ist sein wichtigster Vertreter L. Pósa.

Siehe <http://agondolkodasorome.hu/en/> und (Artigue et al., 2020)

natorik, einem besonders gut entwickelten Sachgebiet in der ungarischen mathematischen Forschung.

Pädagogischer und psychologischer Hintergrund: eine komplexe Situation

Der pädagogische und psychologische Hintergrund der Reform ist nicht ganz einfach zu erschließen. Der Bezug zu Piaget ist offensichtlich, aber nicht der einzige Einfluss auf Vargas Konzeption. Seine Frau Á. Binét und der oben erwähnte F. Mérei, die eine führende Rolle bei der ungarischen Rezeption von Piaget spielen, könnten selbst einen wichtigen Einfluss ausgeübt haben, da ihre Sicht auf die Entwicklung von Kindern teilweise von der Sicht Piagets abweicht (Pléh, 2010).

Varga bezieht sich auch auf einige sowjetische Pädagogen, aber nur wenige Male in seinen politisch relevanten Schriften. Es ist daher schwierig zu erkennen, ob es sich um echte oder nur politisch motivierte Bezüge handelt. Vygotsky fehlt zumeist in seinen Literaturangaben, obwohl Vargas Konzept einige Ähnlichkeiten mit Vygotskys Sozialkonstruktivismus aufweist.

Der sozialkonstruktivistische Ansatz sowie die Bedeutung der visuellen Intuition im Lernprozess können auch von Ansichten des oben erwähnten S. Karácsony inspiriert worden sein, der auch mit den meisten der genannten Mathematiker in Kontakt stand und anscheinend Einfluss auf deren Ansichten zum Mathematikunterricht hatte (Gurka, 2004; Máté, 2006; Szabó, 2013). Laut Vargas Kollegen und seiner Familie hatte Karácsony einen großen Einfluss auf ihn – aber Karácsony konnte aus politischen Gründen nicht in Vargas Schriften erwähnt werden. Insgesamt scheinen pädagogische und psychologische Einflüsse recht komplex zu sein, und ihre detailliertere Identifizierung würde weitere Forschung erfordern.

Die Auswirkungen und die Rezeption der Reform

Vargas experimentelles Projekt wurde von einer mehrdimensionalen psychologischen Wirkungsanalyse begleitet, die zeigte, dass das Experimentieren in verschiedener Hinsicht erfolgreich war (Klein, 1980). Die Lernenden erwarben die gleichen mathematischen Kenntnisse wie im normalen Unterricht, ergänzt um die neuen Elemente des Reformlehrplans, durch die sich unter anderem ihre Lernfähigkeit, ihre Kreativität und ihre Einstellung zur Mathematik verbesserten. Dies ist auch die subjektive Meinung der Kollegen von Varga⁸: Solange der neue Ansatz auf freiwilliger Basis und durch persönlichen Kontakt mit den Leitungspersonen der Expe-

⁸ Basierend auf Interviews mit M. Halmos, Cs. Kovács, E. Csahóczi, E. Neményi, L. Pálmay und E. Deák, durchgeführt 2013.

rimente verbreitet wurde, war die Verbreitung insgesamt erfolgreich, Lehrende und Lernende waren zufrieden. In den 1970er Jahren traten Probleme auf, danach wurde das Projekt zur offiziellen Grundlage des künftigen neuen Lehrplans. In dieser Zeit wuchs die Anzahl der teilnehmenden Klassen exponentiell, die Lehrkräfte waren zur Teilnahme verpflichtet und ein persönlicher Kontakt zwischen den Lehrkräften und den Leitungspersonen war nicht mehr möglich. Diese Bedingungen erzeugten Ausfälle und Widerstand.

In dieser Zeit löste Vargas Reform *Komplexer Mathematikunterricht*, ähnlich wie viele andere Reformen in der Ära der *New Math*, lebhafte öffentliche Debatten aus. 1985 folgte schließlich eine wichtige Korrektur. Die ehemaligen Kollegen von Varga interpretieren dies als Misserfolg und betrachten die obligatorische Einführung der Reform als Hauptgrund für ihre Ablehnung. Demnach hätte Vargas Ansatz im Rahmen eines Bottom-up-Prozesses, wie er während der (allgemein erfolgreichen) Experimente stattfand, schrittweise verbreitet werden müssen – aber diese Art der langsamen Verbreitung wurde politisch nicht unterstützt. Während ein enger Kreis von Lehrkräften (hauptsächlich bestehend aus Kollegen von Varga und ihren Schülern) den *Guided-Discovery*-Ansatz weiterhin mit Erfolg praktizierte, übernahm die Mehrheit der ungarischen Lehrkräfte ihn nicht wirklich oder integrierte nur Teilelemente des Ansatzes in ihre Praxis. Trotzdem ist Vargas Arbeit bis heute in mehrfacher Hinsicht einflussreich für den ungarischen Mathematikunterricht, wie wir weiter unten sehen werden.

Die Hauptmerkmale von Vargas Konzeption zum Mathematikunterricht

Obwohl Tamás Varga mehrere Artikel auf Ungarisch sowie in internationalen Zeitschriften und Büchern veröffentlichte, konzentrierte er sich hauptsächlich auf die praktische Umsetzung seines Reformprojekts und lieferte nie eine umfassende konzeptionelle Beschreibung seines Ansatzes. Bei der Rekonstruktion seiner Konzeption wurden über die oben genannten Artikel hinaus die schriftlichen Quellen der Reform, insbesondere die Leitfäden für die Lehrkräfte, berücksichtigt. Darüber hinaus wurden Interviews mit Vargas Kollegen sowie Beobachtungen der aktuellen Vorgehensweisen in seinem damaligen und nachfolgenden Team und Umkreis durchgeführt.

Der Name von Vargas Reformprojekt *Komplexer Mathematikunterricht* kann auf verschiedene Arten interpretiert werden. Die Komplexität zeigt sich vor allem im Reformprojekt selbst und betrifft den Inhalt und die Struktur des Lehrplans, die Unterrichtsvorgehensweisen, die Unterrichtsmaterialien, die Lehr- und Lernunterstützungsmittel für Lehrende und Lernende sowie die Ausbildung der Lehrkräfte. Die Reform ist auch in ma-

thematischer Hinsicht komplex: Es erscheinen nicht nur neue mathematische Sachgebiete, sondern auch ein Gesamtgefüge verschiedener Bereiche; die reichhaltigen Zusammenhänge zwischen ihnen sind besonders im Fokus. Schließlich kann die Komplexität im pädagogischen Sinne verstanden werden: Die Reform betont die Bedeutung beziehungshaltiger Vorgehensweisen unter Verwendung einer Vielzahl von Unterrichtsmitteln und -methoden.

Vargas Konzeption berücksichtigt den konstruktivistischen Ansatz (der in den 1960er Jahren besonders einflussreich war), distanziert sich jedoch vom radikalen Konstruktivismus⁹. Gleichzeitig ist sie von einem dialogischen Ansatz zur Mathematik und ihrem Unterricht inspiriert, der für die oben erwähnte ungarische *heuristische* Epistemologie charakteristisch ist.

Im Folgenden werde ich verschiedene Merkmale der Reform diskutieren und zeigen, wie sich diese Einflüsse und Ambitionen in Vargas Arbeit manifestieren.

Aufgaben in Vargas Ansatz

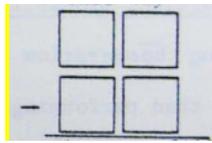
Die von Varga vorgeschlagenen Aufgaben sind in mehrfacher Hinsicht reichhaltige Aufgaben. Zuallererst und ähnlich wie in anderen aufkommenden didaktischen Theorien dieser Zeit¹⁰ sind sie Problemsituationen, die es den Lernenden ermöglichen, mathematische Begriffe zu verstehen, und die einen aktiven Beitrag zum Aufbau mathematischen Wissens erfordern. Vargas Aufgaben sind auch in dem Sinne reichhaltig, dass viele von ihnen mehrere mathematische Bereiche verbinden. Schließlich sind sie reich an Offenheit für mehrere Lösungsstrategien.

Der Reichtum manifestiert sich auch in den Aufgabensammlungen: Eine besondere Rolle spielen die Vielfalt der Problemkontexte, auch die der manipulativen Werkzeuge von gewöhnlichen Objekten im Unterrichtsraum bis zu speziell entworfenen Werkzeugen wie den Cuisenaire-Stäben, ebenso der logische oder der Dienes-Set sowie die Vielfalt der Repräsentationsinstrumente. Eines der Ziele dieser Vielfalt ist die Unterstützung eines fortschreitenden Abstraktionsprozesses, der auf einer Vielzahl von Erfahrungen basiert, und ein anderes ist das Erleben von Mathematik als spielerische und freudvolle Aktivität.

⁹ Diese Kritik am radikalen Konstruktivismus wird mit anderen aufkommenden Ansätzen der 1970er Jahre geteilt, wie der *Theorie der didaktischen Situationen* von Brousseau, aber ihre Lösungen zur Vermeidung des radikalen Konstruktivismus sind unterschiedlich (Gosztonyi, 2017).

¹⁰ Wie das von Brousseau oder Freudenthal.

Das folgende Beispiel, „Subtraktion mit Würfeinsatz“, repräsentiert mehrere der oben genannten Eigenschaften.



The goal is to make the difference as great as possible. They can fill the boxes in any order, but only with random numbers produced by rolling dice. After a number is given by the dice, children write it into one of the boxes which is still empty and cannot change it. After filling the third box they have no choice for the fourth random number. Those with the largest difference get three points, those with the second largest get two, those with the next get one and the others none. Then they start again.

Abbildung 1: Neue Themen für den Mathematiklehrplan der Grundschule (T. Varga, 1982, S. 28)

Dieses Spiel ist eine der Aktivitäten, mit denen die Lernenden den Begriff der Wahrscheinlichkeit entdecken können, während sie sich in Subtraktionen üben und ein tieferes Verständnis für die Eigenschaften der Operation erlangen. Der Wettbewerb ist zwar eine vergnügliche Aktivität für die Lernenden, motiviert sie jedoch zur Entwicklung von Strategien und bietet eine experimentelle Grundlage für den Vergleich verschiedener Strategien.

Das Curriculum

Der mathematische Inhalt und die komplexe, ausgefeilte Struktur des Lehrplans sind Schlüsselemente von Vargas Reformkonzept. Ähnlich wie bei anderen Reformen in der Zeit der *New Math* zielt Varga darauf ab, neue Themen in den Mathematikunterricht zu integrieren und Mathematik als geschlossene Wissenschaft darzubieten, wobei der Lehrplan in Übereinstimmung mit der modernen Mathematik strukturiert wird. Es geht darum, Begriffe auf Mengen und Beziehungen oder die gestärkte Rolle der Algebra zu stützen, wie bei einer Reihe anderer Reformen derselben Zeit – für Varga bedeutet dies jedoch auch die Einführung von Logik, Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit oder algorithmischem Denken in die Primar- und untere Sekundarschulbildung. Varga wurde international gewürdigt für seine Arbeit zum Unterrichten von Logik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit (T. Varga, 1972), also der spezifischen Gebiete, mit denen sich die seine Bewegung unterstützenden ungarischen Mathematiker beschäftigten.

Die innere Kohärenz des Lehrplans wird durch die parallele, spiralige Struktur von fünf großen Bereichen sichergestellt, die alle im gesamten Lehrplan vorhanden sind und häufige und verschiedene interne Verbindungen aufweisen: 1) Mengen und Logik 2) Arithmetik und Algebra 3) Relationen, Funktionen und Reihen 4) Geometrie und Maß und 5) Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit und Statistik.

Ein weiteres wichtiges Merkmal des Lehrplans von Varga ist seine flexible

Struktur: Empfohlene und verpflichtende Themen werden von Anforderungen unterschieden. Dazu erklärt er: „Viele Begriffe und Fertigkeiten müssen im Schuljahr, in dem sie zum ersten Mal im Lehrplan erwähnt werden, noch nicht so beherrscht werden wie in den folgenden Jahren, wenn das im vollem Umfang erwartet wird.“ (Halmos & Varga, 1978, S. 231)

Diese Organisation gibt Lehrkräften wichtige Freiheiten, ermöglicht die Differenzierung zwischen Lernenden, bietet eine reichhaltige und vielfältige experimentelle Grundlage für die fortschreitende Verallgemeinerung und Abstraktion mathematischer Begriffe und unterstützt einen Lernprozess, der auf mathematischen Entdeckungen basiert, bei denen Elemente mathematischen Wissens in Problemlösungssituationen als Werkzeuge entstehen können.

Lehr- und Lernunterstützungsmittel

Im Untersuchungszeitraum in Ungarn war nur eine Sammlung von Lehrbüchern und Lehrerhandbüchern verfügbar, die das Team angefertigt hatte, das selbst für die Erstellung des Lehrplans zuständig war. Für die Grundschule standen in der Zeit der *New Math* ähnlich wie in anderen Ländern Arbeitsblätter zur Verfügung, die neben verschiedenen anderen einen Teil der Lernmittel bildeten. In maßgeblicher Weise dienten offizielle Lehrerhandbücher der Unterstützung der Lehrkräfte. Diese Leitfäden für Lehrkräfte haben eine spezielle Struktur: Ihr Hauptteil enthält quasi fortlaufenden Text, der Beispiele für Aufgaben mit mathematischen, didaktischen und pädagogischen Kommentaren enthält. Die Leitfäden bestehen aus thematischen Kapiteln, die den oben genannten fünf großen Bereichen des Lehrplans folgen. Zu den Aufgaben und kleinen Problemen gibt es mehrere mögliche Variationen, aber auch Vorschläge zur Erfindung neuer Aufgaben und Ideen für deren Ausgestaltung. Der Leitfaden beschreibt häufig mögliche Reaktionen der Lernenden (basierend auf den Experimenten) und berät die Lehrkräfte, wie sie damit umgehen sollen.

Nach diesem Hauptteil präsentieren die Bücher einen *möglichen* Lehrplan für das Jahr, wobei betont wird, dass dies nur ein Beispiel ist. Die Lehrkräfte werden ermutigt, ihren eigenen Unterrichtsfortgang für das Jahr auszuarbeiten. Tatsächlich ist das Befolgen des angebotenen Lehrplans eine recht komplexe Arbeit: Da die Hauptbereiche parallel behandelt werden, können die meisten Lektionen Aktivitäten aus mehreren Bereichen enthalten, die sich in verschiedenen thematischen Kapiteln des Buches befinden. Und da die thematischen Kapitel nicht sehr strukturiert sind und viele interne und implizite Verweise enthalten, müssen die Lehrkräfte sie recht gut kennen, um sie verwenden zu können.

Für die Mittelschule stehen ausführliche Unterrichtsbücher und Arbeitsblätter, allerdings viel weniger detaillierte Lehrerhandbücher zur Verfügung. Ein ungewöhnliches Merkmal dieser Unterrichtsbücher ist die Art und Weise, wie sie neues Wissen einführen: Sie enthalten fiktive Gespräche von Lernenden, die dabei neues Wissen entdecken, während sie zugleich einige mathematische Probleme diskutieren. Der zugehörige Leitfaden ermutigt die Lehrkräfte, ähnliche Diskussionen im Unterricht zu provozieren.

Erwartungen an Unterrichtsverfahren: ein gemeinsames Wiederentdecken von Mathematik

Die Analyse dieser Lehr- und Lernunterstützungsmittel, ihres expliziten Inhalts und ihrer Struktur trägt zum Verständnis von Vargas Konzeption von Unterrichtsverfahren bei. In seinem Ansatz basiert die Umsetzung des Lehrplans nicht nur auf den oben beschriebenen verschiedenen Aufgabensammlungen, sondern auch auf wohlstrukturierten, oft langen und komplexen Lernsequenzen, die in Form von *Problemreihen* aufgebaut sind. In Vargas Konzeption (in Übereinstimmung mit anderen Autoren, die den ungarischen *heuristischen* Ansatz vertreten) sollten mathematische Probleme nicht in isolierten Problemsituationen auftreten, sondern miteinander verknüpft als Teil eines komplexen Unterrichtsprozesses. Das Organisationsprinzip der Reihen kann unterschiedlich sein, etwa die Vielfalt der Kontexte, der manipulativen Werkzeuge oder der zunehmend wachsende Abstraktionsgrad. Abstraktion ist bei diesem Ansatz ein langsamer, fortschreitender Prozess. Die Problemreihen erstrecken sich nach den ersten Erfahrungen oft über mehrere Jahre, bis explizites mathematisches Wissen in formulierter Weise vorliegt (ein Beispiel für Kombinatorik siehe Gosztonyi, 2017). Heuristische Strategien können auch die Probleme verknüpfen: Ergebnisse oder Lösungsmethoden früherer Probleme können durch neue Probleme reorganisiert werden oder umgekehrt durch weiterführende Fragestellungen zu neuen Problemen führen. Die Struktur dieser Reihen ist nicht unbedingt linear: Ein komplexes Netzwerk kann sich hinter einer Sammlung von Problemen verbergen, bei denen die Reihenfolge in einigen Aspekten streng und in anderen flexibel ist. In vielen Fällen unterstützen Problemreihen auch die Verknüpfung mathematischer Sachgebiete mittels Knoten und Fäden des Netzwerks aus Problemen¹¹.

¹¹ Die Begriffe „Fäden“ und „Knoten“ bei Problem-Netzwerken werden insbesondere von Lajos Pósa und seinen Nachfolgern in ihrem Programm für begabte Schülerinnen und Schüler verwendet, das teilweise von Vargas Arbeit inspiriert war und bei dem diese Art der Strukturierung besonders wichtig ist. Einzelheiten siehe (Artigue et al.; Bóra; Katona, 2020). Informationen zu Problemgraphen siehe E. Varga (2020).

Die Schulbücher und Lehrerhandbücher (insbesondere für die Grundschule) enthalten Beispiele dieser Serien. Aber es sind lediglich Beispiele und vielfach nur unvollständige: Obwohl die Handbücher viele Vorschläge zur Erfindung neuer Aufgaben und zur Strukturierung von Reihen enthalten, liegt es hauptsächlich in der Verantwortung der Lehrkräfte, eigene Lernsequenzen passend zu den Besonderheiten und Bedürfnissen ihrer Klassen zu konzipieren. Die Handbücher fordern von den Lehrkräften ausdrücklich eine mittel- und langfristige Planungsarbeit und nicht nur die Vorbereitung einer einzelnen Unterrichtsstunde.

Die Behandlung von Problemsituationen kann verschiedene Formen einschließlich Einzel- und Gruppenarbeit annehmen. Der Plenumsunterricht ist jedoch auch eine sehr typische Form; dabei moderiert die Lehrkraft mit ihrer Erfahrung das forschend-entwickelnde Unterrichtsgespräch. Handbücher bieten zahlreiche Ratschläge zu Fragen und Interventionen der Lehrkraft, um effizient auf die Beiträge der Lernenden zu reagieren, um den kollektiven Prozess des Forschenden Lernens voranzutreiben und zugleich den Lernenden eine wichtige Verantwortung bei der Problemlösung und beim Aufbau mathematischen Wissens zu überlassen. Die fiktiven Unterrichtsgespräche, die in den Schulbüchern der Mittelschule enthalten sind, unterstützen ebenfalls die Umsetzung dieser dialogischen Praxis im Unterricht.

Zusammenfassend können wir sagen, dass sich in Vargas Ansatz die Arbeit der Lehrkräfte auf die Planung, Organisation und kontinuierliche Unterstützung kollektiver Prozesse des Wiederentdeckens von Mathematik konzentriert. Diese Arbeit besteht aus zwei Hauptbestandteilen, dem Entwurf von Problemreihen für die Gestaltung langfristiger Unterrichtsprozesse und dem Management von Problemlösungssituationen durch die Führung von Unterrichtsgesprächen. Die von den Lehrkräften erwartete Arbeit ist durchaus komplex; sie verlangt die Erstellung längerer Unterrichtseinheiten, die Planung von Einzelstunden sowie die Anpassung und Erfindung von Aufgaben, während die Unterrichtsführung viel Aufmerksamkeit und durchdachte Improvisation erfordert, um die individuellen und kollektiven Entwicklungsprozesse unterstützungsvoll zu moderieren.

Varga betrachtet Lehrkräfte als kreative und autonome Intellektuelle mit signifikanten mathematischen und pädagogischen Fähigkeiten. Dies ist sicherlich eine Befreiung für die Lehrkräfte und unterstützt die Schaffung eines demokratischen Milieus im Unterricht, wodurch auch die Autonomie der Lernenden und ihre kreativen Beiträge aufgewertet werden. Gleichzeitig liegt darin eine Herausforderung für die Verbreitung des Ansatzes in großem Maßstab.

Vargas *Guided-discovery*-Ansatz: ein Fazit

Zusammenfassend können wir sagen, dass die verschiedenen Elemente der Reform, der Lehrplan, die Aufgabengestaltung, die Lehr- und Lernunterstützungsmittel und die Hinweise zu den Erwartungen an die Unterrichtsverfahren insgesamt eine kohärente Konzeption bilden. Diese Konzeption hängt teilweise mit einigen internationalen Trends der Zeit der *New Math* zusammen („moderne Mathematik“ in den Lehrplänen, Beteiligung der Lernenden beim Aufbau mathematischen Wissens, Verwendung manipulativer Werkzeuge usw.). Gleichzeitig entspricht sie der oben erwähnten *heuristischen* Epistemologie der Mathematik, die von ungarischen Mathematikern vertreten wird. Problemlösen und entdeckendes Lernen in Mathematik stehen im Mittelpunkt der Konzeption. Sie wird zudem unterstützt durch die flexible Struktur des Lehrplans, die parallele, dialektische Darstellung verschiedener mathematischer Gebiete, die Verwendung verschiedener materieller Werkzeuge und Darstellungen, den Aufbau langfristiger Unterrichtsprozesse in Form von Problemreihen und die dialogische Unterrichts-führung. Diese Elemente ermöglichen es den Lernenden, in ihrem eigenen Tempo voranzukommen, genügend Zeit und Gelegenheit zu haben, um verschiedene Erfahrungen zu sammeln und einen langsamen Abstraktionsprozess durch fortschreitende Verallgemeinerung zu durchlaufen. Aufgrund all dieser Merkmale können wir feststellen, dass Vargas Konzeption einen *Guided-Discovery*-Ansatz darstellt.

Viele der Merkmale von Vargas *Guided-Discovery*-Ansatz verbinden diesen mit anderen zeitgenössischen Ansätzen, die sich auf das Forschende Lernen in Mathematik beziehen¹². Vargas Konzeption zeigt jedoch eine gewisse Spezifität: zum Beispiel in seiner ausgeklügelten Konstruktion des Lehrplans und der Idee, Lernsequenzen in Form von Problemreihen zu entwerfen. In diesem Sinne ist Vargas Arbeit fortführungsfähig dafür, die aktuelle internationale Diskussion über den Unterricht in Mathematik mit den Ideen zum Problemlösen und zum forschenden Lernen zu bereichern und voranzubringen.

Vargas Erbe heute

Trotz des oben beschriebenen partiellen Scheiterns des Reformprojekts *Komplexer Mathematikunterricht* sowie der Schwierigkeiten und Grenzen der Verbreitung müssen wir unterstreichen, dass Vargas Arbeit in mehrfacher Hinsicht nach wie vor Einfluss auf den ungarischen Mathematikunterricht hat. Pálfalvi (2000) verweist auf die Kontinuität in der Konzepti-

¹² Einige dieser Ansätze finden sich in (Artigue et al., 2020).

on der Lehrpläne: Die Hauptstruktur der ungarischen Lehrpläne und einige ihrer Organisationsprinzipien sind von der Konzeption von Varga inspiriert. Trotz zahlreicher Änderungen blieben die Hauptstruktur und der Inhalt des Lehrplans bis heute recht stabil¹³. Einige der Schulbuchautoren aus Vargas Team waren bis in die 2010er Jahre aktiv und ihre Schulbücher enthalten auch eine wichtige Kontinuität mit den Originalversionen der 1970er Jahre – obwohl jetzt auch andere Schulbücher erhältlich sind. Die meisten Lehrkräfteausbilder halten Vargas *Guided-Discovery*-Ansatz für immer noch relevant und finden Inspiration darin, insbesondere für die Fortbildung von Lehrkräften im Primarbereich – auch wenn nur eine kleine Anzahl von Lehrkräften den Ansatz in ihrer Unterrichtspraxis tatsächlich umsetzt.

Das laufende Forschungsprojekt *MTA-ELTE Complex Mathematics Education* zielt darauf ab, Vargas Reform zu überdenken, zur theoretischen Beschreibung seines Ansatzes beizutragen, ihn auf nationaler und internationaler Ebene verfügbarer zu machen und ihn mit anderen aktuellen didaktischen Ansätzen zu verbinden, Vargas Werk an den aktuellen Kontext und die Herausforderungen der Bildung anzupassen, Erweiterungen dieser Arbeit für den Kindergarten und für das Gymnasium vorzunehmen und zu seiner Verbreitung beizutragen, indem neue Wege zur Unterstützung der Arbeit der Lehrkräfte beschritten werden. In diesem Rahmen werden mehrere Teilprojekte entstehen. Ich erwähne hier nur ein Beispiel, nämlich die Untergruppe, die sich auf die Arbeit der Lehrkräfte mit einer Reihe von Problemanalysen konzentriert, die von ausgewiesenen Experten des *Guided-Discovery*-Ansatzes konzipiert werden. Zudem werden neue Repräsentationswerkzeuge entwickelt, um die Struktur der Reihe sichtbar zu machen. Wir bereiten eine kommentierte Sammlung von Problemreihen vor und experimentieren mit der Verwendung dieser Sammlung durch nicht fachkundige Lehrkräfte im Rahmen sowohl der vorbereitenden als auch der dienstbegleitenden Lehrkräfteausbildung.

Die Varga 100 Konferenz war ein wichtiger Schritt in Richtung der oben aufgeführten Ziele: Viele der Präsentationen haben Vargas Arbeit aufgegriffen, und der Austausch zwischen hochrangigen und jungen Forscherinnen und Forschern aus verschiedenen Ländern, ehemaligen Kolleginnen und Kollegen von Varga und Doktorandinnen und Doktoranden hat zweifellos dazu beigetragen, dass Vargas Werk aktuell und weiterhin einen bedeutenden Rang im Forschungsfeld der mathematikdidaktischen Community einnimmt.

¹³ Bei der Vorbereitung des bevorstehenden offiziellen Lehrplans, der 2020 eingeführt werden soll, wurden die Grundsätze von Varga genau berücksichtigt.

Anmerkung

This article was written in the frame of the “MTA-ELTE Complex Mathematics Education in the 21th Century” project supported by the Hungarian Academy of Sciences (ID number 471028).

Literatur

- Artigue, M., Bosch, M., Doorman, M., Juhász, P., Kvasz, L., & Maass, K. (2020). Inquiry based mathematics education and the development of learning trajectories. *Teaching Mathematics and Computer Science*.
- Balogh, M. (2014). Varga Domokos, az ‘abszolút pedagógus’. *Iskolakultúra*, 24(3), 107–118.
- Báthory, Z. (2001). *Maratoni reform. A magyar közoktatás reformjának története, 1972-2000*. Budapest: Ökonet.
- Bóra, E. (2020). A computational thinking problem-thread for grade 7 students and above from the Pósa method. *Teaching Mathematics and Computer Science*.
- d’Enfert, R., & Kahn, P. (Eds.). (2011). *Le temps des réformes. Disciplines scolaires et politiques éducatives sous la Cinquième République (années 1960)*. Grenoble: Presses Universitaires de Grenoble.
- Dancs, G. (2016). A matematikus abszolút pedagógusról, Varga Tamásól. In Á. Hudra, E. Kiss, & L. Trencsényi (Eds.), *Abszolút pedagógusaink nyomában* (pp. 169–188). Budapest: Magyar Pedagógiai Társaság.
- De Bock, D. (2020). Willy Servais and Tamás Varga – A Belgian-Hungarian perspective on teaching school mathematics. *Teaching Mathematics and Computer Science*.
- Gosztonyi, K. (2016). Mathematical Culture and Mathematics Education in Hungary in the XXst century. In B. Larvor (Ed.), *Mathematical Cultures. The London Meetings 2012-2014* (pp. 71–89). Basel: Springer. <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-28582-5>
- Gosztonyi, K. (2017, February 4). *Understanding didactical conceptions through their history: a comparison of Brousseau’s and Varga’s experimentations*. CERME 10, Dublin. https://keynote.conference-services.net/resources/444/5118/pdf/CERME10_0594.pdf
- Gosztonyi, K. (2020). Tamás Varga’s reform movement and the Hungarian Guided Discovery approach. *Teaching Mathematics and Computer Science*.
- Gosztonyi, K., Kosztolányi, J., Pintér, K., Vancsó, Ö. & Varga, E. (2018). Varga’s Complex Mathematics Education reform: at the crossroad of the New Math and Hungarian mathematical traditions. In Y. Shimizu & R. Vithal (Eds.), *School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities. Conference proceedings* (pp. 133–140). https://drive.google.com/file/d/1xR0QOjI8X_mJb5mmhH-G_OqoMaFE54Gy/view
- Gurka, D. (2004). Kalmár László szerepe Lakatos Imre matematikafilozófiájának alakulásában. In G. Palló & Békés (Eds.), *A kreativitás mintázatai* (pp. 258–280). Budapest: Áron Kiadó.
- Halmos, M. & Varga, T. (1978). Change in mathematics education since the late 1950’s – ideas and realisation. Hungary. *Educational Studies in Mathematics*, 9(2), 225–244.

- Hungarian National Commission for UNESCO. (1963). *Report of the work of the International Symposium on School Mathematics Teaching*. Budapest: Akadémiai Kiadó.
- Karp, A. & Schubring, G. (2014). *Handbook on the history of mathematics education*. New York: Springer.
- Katona, D. (2020). Categorising question-question relationships in the Pósa method. *Teaching Mathematics and Computer Science*.
- Klein, S. (1980). *A komplex matematikatanítási módszer pszichológiai hatásvizsgálata*. Budapest: Akadémiai Kiadó.
- Máté, A. (2006). Árpád Szabó and Imre Lakatos, or the relation between history and philosophy of mathematics. *Perspectives on Science*, 14(3), 282–301.
- Mérei, F. & Binét, Á. (1970). *Gyermeklélektan*. Budapest: Gondolat.
https://www.libri.hu/konyv/merei_ferenc.gyermeklelektan.html
- Pálfalvi, J. (2000). *Matematika didaktikusan*. Budapest: Typotex.
- Pálfalvi, J. (2019). *Varga Tamás élete*. Budapest: Typotex.
https://www.typotex.hu/book/10695/palfalvai_jozsefne_varga_tamas_elete
- Pléh C. (2010). *A lélektan története*. Budapest: Osiris.
https://regi.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/2011_0001_520_a_lelektan_tortenete/adatok.html
- Romsics, I. (1999). *Hungary in the Twentieth Century*. Budapest: Corvina/Osiris.
- Servais, W. & Varga, T. (1971). *Teaching school mathematics. A Unesco source book*. Middlesex: Penguin Books.
- Szabó, M. (2013). Karácsony Sándor nyelvfelfogásának hatása Kalmár László korai matematikafilozófiájára. In Z. Zvolenszky (Ed.), *Nehogy érvgyüölők legyünk* (pp. 164–173). Budapest: L'Harmattan.
- Szendrei, J. (2017). *In memory of Tamás Varga*. CIEAEM.
<http://www.cieaem.org/?q=system/files/varga.pdf>
- Varga, E. (2020). 'How to be well-connected?' Towards the development of Problem Graphs as design tools for teachers. *Teaching Mathematics and Computer Science*.
- Varga, T. (1972). Logic and probability in the lower grades. *Educational Studies in Mathematics*, 4(3), 346–357. <https://doi.org/10.1007/BF00302583>
- Varga, T. (1975). *Komplex matematikatanítás. Kandidátusi alkotás ismertetése* [Thesis]. MTA.¹⁴
- Varga, T. (1982). New topics for the elementary school math curriculum. In T. C. O'Brien (Ed.), *Toward the 21st Century in Mathematics Education* (pp. 12–34). Teachers' Center Project, Southern Illinois University at Edwardsville.

¹⁴ Die erste Stufe der wissenschaftlichen Qualifikation der Ungarischen Akademie der Wissenschaften war – gemäß dem früheren System – der akademische Grad *Candidatus scientiarum* (Abk. CSc.). (Er ist dem deutschen Doktorgrad vergleichbar.) Um diesen Grad zu erhalten, musste eine Dissertation erstellt und erfolgreich verteidigt werden.

PERSÖNLICHE WÜRDIGUNGEN

Katalin FÖLDESI, Mälardalen, Schweden

Ein wichtiges Thema in der Korrespondenz zwischen Tamás Varga und dem Ehepaar Reményi

Kurzfassung: Im Herbst 2019 wurde – parallel zur Tamás Varga 100 Konferenz – auch eine Ausstellung über Leben und Werk von Tamás Varga eröffnet. In dieser Ausstellung gab es ein Poster, auf dem Freunde und enge Kollegen von Tamás Varga aufgelistet waren. Zu lesen waren darauf die Namen von Gusztáv Reményi und seiner Frau. Der Teil ihrer Korrespondenz, der bei der Verfasserin dieses Artikels aufbewahrt ist, stellt – aufgrund der vielen beruflichen Aspekte – ein interessantes Dokument der frühen Stadien ihrer Freundschaft dar.

Zuerst werden wir die Teilnehmer der Korrespondenz vorstellen und dann einige allgemeine Bemerkungen machen. Wir suchen dann nach Piagets Erscheinen in der Korrespondenz, indem wir Fragen stellen, die sich auf frühere Forschungen von Tamás Varga beziehen. Schließlich geben wir weitere mögliche Aspekte der Bearbeitung der Korrespondenz an.

1. Die Teilnehmer der Korrespondenz



Abbildung 1. Foto von Tamás Varga aus einer zeitgenössischen Radiozeitung, was ich in der Korrespondenz gefunden habe.

Tamás Varga lebte von 1919 bis 1987. Zum Zeitpunkt des Beginns der Korrespondenz, die in einem der Briefe von Tamás Varga auf 1951 datiert ist, hat er einen vielfältigen Karriereweg. Nach seinem Abschluss im Lehramt Mathematik und Physik unterrichtet er zum ersten Mal an seiner ehemaligen Mittelschule Kunszentmiklós. Nach einem kurzen gymnasialen Unterricht in Budapest bekommt er eine Stelle beim Ministerium für Religion und öffentliche Bildung. Hier beschäftigt er sich mit Lehrplänen und dem Schreiben von Lehrbüchern. Im Jahr 1948 setzt er diese Arbeit am Nationalen Institut für Erziehungswissenschaften fort.

Nach der unglücklichen Auflösung des Instituts arbeitet Tamás Varga an der Eötvös Loránd Universität, wo er in die Mathematiklehrausbildung für die Sekundarstufe eintritt und Themengebiete unterrichtet, die als Elementare Mathematik und Methodik des Mathematikunterrichts bezeichnet werden (Pálfalvi, 2019).



Abbildung 2: Gusztáv Reményi zum Zeitpunkt der Korrespondenz

Gusztáv Reményi lebte von 1921 bis 2009. Er stammt aus einer Familie in Szarvas mit etlichen Lehrern in mehreren Generationen. Zunächst schreibt er sich an der Musikakademie ein, um Gesangslehrer und Dirigent zu werden. Nach einigen Semestern setzt er jedoch sein Studium in Szeged als

Ein wichtiges Thema in der Korrespondenz zwischen Tamás Varga und dem Ehepaar Reményi

Lehramtskandidat der Fächer Mathematik und Physik fort und beendet es dort.

Auch sein Freund Tibor Szele, ein renommierter Forscher der abstrakten Algebra, spielt bei dieser Entscheidung eine Rolle. Nach seinem Abschluss unterrichtet Gusztáv Reményi kurze Zeit in Szarvas, dann führt sein Weg nach Nyíregyháza. Er lebt dort von den späten 40ern bis zum September 1959. In der Zwischenzeit erhält er eine Qualifikation in Darstellender Geometrie, die nicht nur in der Stadt, sondern auch im Landkreis eine Nische füllt. Er unterrichtet an mehreren Mittelschulen in Nyíregyháza. Auch mit seiner Arbeit in der Szabolcs-Szatmár Landkreisesabteilung der Bolyai János Mathematischen Gesellschaft trägt er zur Entwicklung des mathematischen Lebens des Landkreises bei. Ab Januar 1958 ist er auch Landkreisinspektor.



Abbildung 3: Foto von Gusztávné Reményi aus ihrem jungen Alter

Gusztávné Reményi (geb. Katalin Tóth) lebte von 1921 bis 2006. Sie stammt aus einer armen Familie in Orosháza. Als ehrgeiziges und hoch talentiertes Mädchen schafft sie durch Ermutigung ihrer Lehrer einen Ab-