





# **ANÁLISIS DE DATOS EXPERIMENTALES EN INGENIERÍA**

**Álvaro Mauricio Bustamante Lozano**

**Jorge Alberto Dueñas Suaterna**

**Daniel Abdón Varela Muñoz**

**Mauricio Vinasco Téllez**



**UNIVERSIDAD  
DE LA SALLE**

*Educar para Pensar, Decidir y Servir*  
Acreditación Institucional de Alta Calidad

**Departamento de Ciencias Básicas**

**Bogotá, D. C.**

**2013**

Análisis de datos experimentales en ingeniería / Álvaro Mauricio Bustamante Lozano ... [et al.]. -- Bogotá : Universidad de la Salle, 2013. 248 p.; 14x21 cm.  
Incluye bibliografía.  
ISBN 978-958-8572-64-2  
1. Ingeniería - Mediciones 2. Ingeniería - Procesamiento de datos  
3. Ingeniería - Métodos de simulación 4. Estadísticas matemáticas  
5. Análisis estadístico I. Bustamante, Álvaro Mauricio.  
620 cd 21 ed.  
A1377806

CEP-Banco de la República-Biblioteca Luis Ángel Arango

ISBN: 978-958-8572-64-2

Primera edición: Bogotá, D. C., enero de 2013

© Derechos reservados, Universidad de La Salle

### **Edición**

Oficina de Publicaciones

Cra. 5 No. 59A-44 Edificio Administrativo 3<sup>er</sup> Piso

P.B.X.: (571) 348 8000 Extensión: 1224

Directo: (571) 348 8047 Fax: (571) 217 0885

Correo electrónico: publicaciones@lasalle.edu.co

### **Dirección**

Hno. Fabio Humberto Coronado Padilla. Fsc

*Vicerrector Académico*

### **Dirección Editorial**

Guillermo Alberto González Triana

### **Coordinación Editorial**

Sonia Montaña Bermúdez

### **Corrección de estilo**

Edicsson Quitián

### **Diseño y Diagramación**

Nancy Patricia Cortés Cortés

### **Impresión**

CMYK Diseño e Impresos S.A.S.

Queda prohibida la reproducción total o parcial de este libro por cualquier procedimiento, conforme a lo dispuesto por la ley.

Impreso y hecho en Colombia

Printed and made in Colombia

# Índice

Prefacio .....	17
Introducción .....	21

## CAPÍTULO 1. NOCIONES FUNDAMENTALES

Definiciones básicas.....	23
Cantidades y unidades.....	31
Sistema internacional de cantidades .....	32
Otros sistemas de unidades.....	41
Conversión de unidades .....	43
Ejercicios .....	45

## CAPÍTULO 2. SOBRE EL PROCESO DE MEDICIÓN

La medición experimental .....	49
Cifras significativas.....	53
Incertidumbre de la medición.....	56
Errores involucrados en la medición .....	66
Método general de estimación de la incertidumbre de medición .....	71
Incertidumbre en una función de una sola variable .....	78
Método general para la incertidumbre en funciones de dos o más variables. ....	81
Ejercicios .....	86

### CAPÍTULO 3. ESTADÍSTICA DEL DATO EXPERIMENTAL

Construcción de una tabla de datos .....	91
Medidas de tendencia central .....	95
Medidas de variabilidad .....	96
Medidas de posición relativa .....	99
Valores inusitados: relación $z$ y diagramas de caja .....	101
Variables aleatorias y distribución de probabilidad .....	105
Ejercicios .....	115

### CAPÍTULO 4. LA CONSTRUCCIÓN DE UN MODELO DESDE EL ANÁLISIS DE DATOS

Modelo .....	121
Linealidad .....	128
Método de mínimos cuadrados .....	134
Ejercicios .....	144

### CAPÍTULO 5. APLICACIONES DEL AJUSTE DE GRÁFICAS

Familias de funciones .....	155
Familia de funciones lineales .....	155
Familia de funciones exponenciales .....	160
Familia de funciones potenciales .....	163
Análisis de datos multivariados .....	167
Experimentos cuando no existe un modelo .....	175
Ejercicios .....	179
Apéndice A .....	189
El uso del papel milimetrado .....	189
Papel logarítmico .....	193
Linealización mediante papel semilogarítmico .....	195
Apéndice B .....	201
Uso de las hojas de cálculo en la linealización .....	201
Manejo de calculadora en la linealización de funciones potenciales .....	208

Apéndice C .....	211
Métodos generales de estimación de la incertidumbre de medición.....	211
Estimación de la incertidumbre: tipo A.....	216
Estimación de la incertidumbre: tipo B.....	221
Apéndice D .....	233
Bibliografía .....	237
Glosario de términos .....	239
Índice de conceptos.....	243





# Índice de figuras

Figura 1.1. Esquema general del procedimiento de medición. ....	26
Figura 1.2. Ejemplo de los relojes para ilustrar la diferencia entre los conceptos de <i>precisión</i> y <i>exactitud</i> .....	29
Figura 1.3. Ejemplo gráfico de los patrones de tiro al blanco para ilustrar la diferencia entre los conceptos de <i>precisión</i> y <i>exactitud</i> .....	30
Figura 2.1. Intervalo sobre una escala genérica, asociado con la medición de un mesurando $m$ .....	57
Figura 2.2. Medición de la longitud de un lápiz para ilustrar el concepto de <i>incertidumbre</i> .....	58
Figura 2.3. Extremo derecho del lápiz de la figura 2.2, cuya longitud se pretende determinar comparándolo con una regla cuya resolución de escala de medición es hasta la milésima de metro (1 mm) .....	59
Figura 2.4. Ejemplo de determinación de la incertidumbre de medición en un instrumento digital, tomando en cuenta las especificaciones dadas por el fabricante. ....	62

Figura 2.5. Sistema de medición (balanza analítica y nonio) para la determinación de la masa y el diámetro de una esfera metálica, con el fin de hallar la densidad del material que la constituye. ....	64
Figura 3.1. Histograma de frecuencias para un experimento.....	94
Figura 3.2. Diagrama de cajas para valores inusitados. ....	103
Figura 3.3. Histograma de frecuencia correspondiente a la tabla 3.5 .....	104
Figura 3.4. Función de densidad de probabilidad normal.....	109
Figura 3.5. Distribución normal estandarizada .....	110
Figura 3.6. Dimensiones del cojinete y el agujero para un ajuste a presión, entre 0,0015 in y 0,0035 in. (a) Tamaño del agujero. (b) Tamaño del cojinete .....	113
Figura 3.7. Distribución de frecuencias para 50 casquillos .....	113
Figura 3.8. Distribución de áreas que representan el desperdicio en la producción. ....	115
Figura 4.1. Diagrama teórico de análisis para un experimento sobre un péndulo simple.....	124
Figura 4.2. Gráfica de datos experimentales de periodo versus longitud.....	127
Figura 4.3. Posibles líneas que pasan por los datos experimentales	129
Figura 4.4. Posible curva de ajuste para los datos experimentales	130
Figura 4.5. Uso adecuado del papel logarítmico en la linealización	132
Figura 4.6. Ajuste de una línea recta a un conjunto de puntos por mínimos cuadrados.....	134
Figura 4.7. Distintos casos del coeficiente de correlación $R$ , según la distribución de la “nube de puntos” producida por el esquema de datos. ....	142

Figura 5.1. Representación genérica de una relación lineal entre variables y conjunto básico general de miembros de la familia .....	157
Figura 5.2. Resultado del análisis de datos experimentales mediante computador, para la relación lineal.....	159
Figura 5.3. Representación genérica de una relación exponencial entre variables y conjunto básico general de miembros de la familia .....	160
Figura 5.4. Resultado del análisis de datos experimentales mediante computador para la relación exponencial .....	163
Figura 5.5. Representación genérica de relaciones potenciales entre variables.....	164
Figura 5.6. Resultado del análisis de datos experimentales mediante computador, para una regresión potencial.....	167
Figura 5.7. Montaje para el experimento de Melde.....	168
Figura 5.8. Curvas que representan la dependencia de la frecuencia con respecto a la tensión para los diferentes modos normales de vibración.....	170
Figura 5.9. Curvas que representan la dependencia de la frecuencia con respecto a la longitud de onda para las diferentes tensiones.....	172
Figura 5.10. Recta que resulta de graficar los datos de frecuencia contra $(T^{0,5})/\lambda$ .....	173
Figura A.1. Representación no adecuada de datos experimentales en escala lineal .....	191
Figura A.2. Representación adecuada de datos experimentales en escala lineal .....	192
Figura A.3. Uso adecuado del papel logarítmico en la linealización .....	194

Figura A.4. Representación de la velocidad de desintegración de un isótopo de $^{126}\text{I}$ , en escala lineal .....	198
Figura A.5. Uso del papel semilogarítmico .....	199
Figura B.1. Pasos seguidos para la obtención de los parámetros mediante el uso de computador .....	202
Figura B.2. Selección de la opción del tipo de gráfico .....	203
Figura B.3. Selección del tipo de diseño gráfico por usar, en este caso, dispersión .....	204
Figura B.4. Selección de la rotulación de la gráfica .....	205
Figura B.5. Selección de la curva de tendencia para los datos graficados y elección de mostrar sobre el gráfico la ecuación del modelo de los datos con el parámetro de correlación .....	206
Figura B.6. Presentación final del análisis de los datos correspondientes a la tabla 4.1 .....	207
Figura B.7. Pasos seguidos en el análisis de datos experimentales mediante el uso de una calculadora común, para la relación potencial .....	209
Figura C.1. Distribución normal de un conjunto de mediciones efectuadas por observadores independientes para un mismo mesurando (corriente eléctrica $i$ ), bajo las mismas condiciones de reproducibilidad .....	229

# Índice de tablas

## CAPÍTULO 1

Tabla 1.1. Cantidades y unidades base del Sistema Internacional de Unidades.....	37
Tabla 1.2. Ejemplos de cantidades adimensionales y derivadas, así como de sus respectivas unidades en el Sistema Internacional de Unidades .....	39
Tabla 1.3. Listado de prefijos más usados en el Sistema Internacional de Unidades. ....	41
Tabla 1.4. Listado de cantidades y unidades base del sistema inglés y del United States Customary System.....	43
Tabla 1.5. Algunas equivalencias del sistema inglés y el Sistema Internacional.....	44

## CAPÍTULO 3

Tabla 3.1. Período versus longitud .....	92
Tabla 3.2. Datos medidos para tabular tan solo el primer valor de la variable periodo de la tabla 3.1 .....	92
Tabla 3.3. Frecuencia relativa de los datos .....	93

Tabla 3.4. Tabla de análisis de variabilidad de datos experimentales.....	98
Tabla 3.5. Resultado proveniente del análisis de valores inusitados de la tabla 3.2. ....	104
Tabla 3.6. Número de piezas producidas y su diámetro.....	112

## **CAPÍTULO 4**

Tabla 4.1. Diez personas han sido seleccionadas al azar y se les ha tomado su estatura con el correspondiente peso .....	140
Tabla 4.2. Ajuste de mínimos cuadrados a partir de la tabla de datos 3.1 .....	143
Tabla 4.3. Datos de fuerza y elongación para un muelle.....	146
Tabla 4.4. Casillas para completar .....	146
Tabla 4.5. Datos para el experimento de rozamiento.....	147
Tabla 4.6. Datos de corriente y resistencia.....	148
Tabla 4.7. Datos para la transferencia de calor en una placa .....	149
Tabla 4.8. Datos de velocidad crítica para algunos botes de diferente longitud.....	150
Tabla 4.9. Datos de frecuencia y potencial de frenado para un experimento de efecto fotoeléctrico .....	152
Tabla 4.10. Datos del ejercicio 7.....	153
Tabla 4.11. Datos para una aleación de zinc y cobre.....	154

## **CAPÍTULO 5**

Tabla 5.1. Datos experimentales medidos a seis círculos.....	158
Tabla 5.2. Población de México desde 1980.....	162

Tabla 5.3. Datos experimentales medidos en un experimento de caída libre.....	166
Tabla 5.4. Datos de propagación de una onda estacionaria en una cuerda.....	169
Tabla 5.5. Datos de frecuencia contra $T^{0.5} \times \lambda^{-1}$ . ....	172
Tabla 5.6. Dimensiones de las variables involucradas en el flujo de un líquido que se mueve a través de un tubo circular.....	178
Tabla 5.7. Datos experimentales para un muelle cargado con diferentes pesos.....	180
Tabla 5.8. Datos experimentales para la ley de Boyle-Mariotte ....	181
Tabla 5.9. Datos experimentales para la descarga de un condensador .....	182
Tabla 5.10. Datos experimentales para el tiempo de descarga de un líquido contenido en un recipiente .....	183
Tabla 5.11. Datos experimentales para determinar la permeabilidad magnética.....	184
Tabla 5.12. Valores observados de la fitomasa fotosintetizante con su tasa de crecimiento.....	186
Tabla A.1 Datos experimentales medidos para seis círculos .....	190
Tabla A.2 Datos experimentales medidos en un experimento de caída libre .....	193
Tabla A.3. Velocidad de desintegración en el tiempo .....	196

## APÉNDICES

Tabla B.1. Datos experimentales medidos a 6 círculos .....	202
Tabla B.2. Datos experimentales medidos en un experimento de caída libre .....	208
Tabla C.1. Tabla de ejemplo para una distribución normal .....	229





## Prefacio

El propósito de este texto es llenar un vacío didáctico que se ha percibido en los procesos de acompañamiento de la formación de estudiantes en ciencias e ingeniería, y que está relacionado con los métodos de análisis básico de datos, obtenidos estos a partir de prácticas experimentales. La gran mayoría de los textos existentes se muestran ya caducos y, por supuesto, no adoptan la nueva terminología que se viene implementado en los procedimientos metrológicos, de modo que utilizar las denominaciones tradicionales genera una profusa confusión en el lector, dada la adhesión estrecha que demuestra la literatura hacia esa complicada terminología tradicional. En esa medida, este texto se acoge a la propuesta más recientemente promulgada en el *Vocabulario de términos generales y básicos en metrología* (JCGM, 2008) o simplemente *Vocabulario internacional en metrología* (VIM). Por otra parte, también acopia, según la normativa ISO en vigor, los lineamientos fundamentales que respaldan los métodos y procedimientos de medición involucrados en toda labor de observación y valoración experimental, sin por esto aspirar a convertirse en manual de referencia en el campo de

la metrología, ya que esto está por fuera de su propósito, pues lo que se desea es presentar apenas nociones básicas válidas en un procedimiento simple de medición y el posterior análisis de los datos resultantes. Ello lo ubica como un texto de referencia y consulta dentro del sector de estudiantes que están terminando su educación básica secundaria o que se hallan cursando los dos primeros años de estudios universitarios de fundamentación en campos como la ingeniería y las ciencias.

Los procedimientos de reducción y análisis de datos, a través de ajustes de modelos matemáticos representados por relaciones funcionales, se apoyan en novedosas y muy recientes aplicaciones computacionales basadas en *software* de libre adquisición, distribuido a través de la Red. Así, para ilustrar buena parte de los ejemplos en el análisis de datos mediante gráficas y por tratarse de herramientas de cómputo muy simples, se utilizan aplicaciones como QtiPlot para Linux (o la versión SciDavis para Windows), LabPlot (Linux), así como la hoja de cálculo del paquete Open Office, con el fin de promover el uso del *software* libre y no generar conflictos con posibles registros de licencias comerciales, ya que el texto muestra gráficas tomadas de estos paquetes. Los lectores pueden acceder a estas aplicaciones libremente, incluyendo la propia plataforma Linux (Ubuntu, Debian, Mandriva, Suse, Red Hat, entre otras) a través de la red mundial de Internet, sin el inconveniente de incurrir en acciones ilegales.

Estas aplicaciones computacionales, junto con la calculadora corriente (la más sencilla y popular entre los estudiantes, por su accesibilidad), cuyo uso también se ilustra ampliamente para la realización de esta clase de cálculos, demuestran a lo largo del

texto su enorme poder didáctico para apoyar la labor del estudiante novato de los programas de ciencia e ingeniería, a quien va dirigido principalmente este trabajo, que finalmente es el producto de una larga experiencia acopiada por los autores durante el ejercicio de su labor docente como profesores de física.

*Los autores*



## Introducción

*Con frecuencia digo que, cuando se puede medir y expresar con números aquello sobre lo cual se está hablando, se sabe algo acerca del tema; pero cuando no se puede medir, cuando no es posible expresarlo con números, el conocimiento es mezquino e insatisfactorio; tal vez sea el principio del conocimiento, pero solo representa un pequeño paso hacia la etapa científica, sea cual fuere el tema de que se trate.*

*William Thompson (Lord Kelvin)*

El avance acelerado de la tecnología y sus aplicaciones al campo de la ingeniería, la ciencia y, en general, al bienestar humano, hace que los futuros ingenieros y científicos se preparen desde el comienzo de su proyecto de vida profesional o disciplinar para comprender los elementos básicos de la innovación tecnológica y para desarrollar su propia iniciativa, con el objeto de lograr la adaptación a los respectivos campos de trabajo. El desarrollo de la tecnología es un proceso esencialmente experimental y, por esta razón, es necesario promover competencias pertinentes en el estudiante, encaminadas por el trabajo experimental y para este.

Dentro de los nuevos paradigmas de currículo para las carreras de ingeniería y ciencias en particular, la primera oportunidad de desarrollar dicho trabajo se presenta en los espacios académicos de formación con recursos compartidos, correspondientes a las prácticas de laboratorio, en las cuales el estudiante se pone en contacto con una observación controlada real (en algunos casos con una simulación) que le induce a adquirir los conocimientos y competencias necesarias para realizar adecuadamente un experimento, reducir y analizar datos, así como derivar diagnósticos y conclusiones a partir de los resultados.

# Nociones fundamentales

## DEFINICIONES BÁSICAS

Todo proceso de medición exige la utilización de un instrumento, que normalmente actúa como una extensión de las facultades sensoriales del ser humano y que le permite cuantificar los atributos de un cuerpo, objeto o sustancia, a partir de ciertas características básicas. Por tanto, se puede definir un instrumento de medición como aquel dispositivo o combinación de dispositivos diseñados para la determinación cuantitativa de cualidades (llamadas de este modo *cantidades*) en los cuerpos, objetos o sustancias, que normalmente varían cuando se alteran las condiciones de su entorno. La medición implica un procedimiento que está basado en un modelo teórico. En la práctica, a su vez, la medición presupone un sistema de medición calibrado, posiblemente verificado de manera subsecuente al ejercicio de estos procedimientos. Al campo de conocimiento que tiene que ver con la medición se le denomina *metrología*.

Este texto hará énfasis en cantidades físicas, puesto que en su mayoría, son las que intervienen en los procedimientos de medición de interés para las ramas de la ingeniería y las ciencias. En consideración al proceso de unificación y normalización mundial, este texto se acoge a la terminología adoptada en el VIM, en consecuencia, se denominará *medición* al proceso de obtención experimental de información sobre la magnitud de una cantidad (física).

Se llama *mesurando* a la cantidad que se intenta medir, por ejemplo, una longitud, un volumen, una temperatura, entre otras, donde *medir* significa comparar contra un patrón ya establecido mediante acuerdos internacionales, verbigracia, el patrón universal de masa que se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas, ubicada en Francia.

Se denomina *calibración de un sistema o conjunto de dispositivos de medida* tanto al proceso como al conjunto de operaciones que establecen la relación entre los valores indicados por un instrumento y los valores conocidos de una magnitud de medida. Todos los instrumentos deben ser calibrados con respecto a los patrones establecidos por la Oficina Internacional de Pesas y Medidas.

Dos problemas frecuentes ligados con el proceso de medición tienen que ver con el instrumento mismo y su escala de medición (apreciación nominal) y, además, en el primer caso el problema se presenta en la medición bajo las condiciones del objeto que se desea medir (falta de definición). En ese orden de ideas, y con el fin de ampliar estas nociones, se pueden establecer las siguientes definiciones aclaratorias:

- *Material para la medida*: dispositivo que durante su uso, de manera permanente, reproduce o proporciona cantidades



de un determinado tipo, cada una de las cuales tiene un valor asignado. Por ejemplo, las pesas en una balanza de medición de masas, que se utilizan como objetos con valores asignados de referencia con fines de comparación (50 g, 100 g, 500 g) en la industria o en los laboratorios didácticos y de investigación, representan un ejemplo muy familiar de lo que sería un material para la medida.

- *Valor de una cantidad:* magnitud de una cantidad, que viene representada por un número y una referencia a un patrón de medición establecido, comúnmente llamado *unidad de medida*. Es decir, si el mesurando es la longitud que representa el ancho de una pared, la magnitud de esa cantidad es el valor numérico que arrojó la cinta métrica, por ejemplo, 5, junto con una unidad de medida, normalmente metros (m).
- *Sistema de medición:* conjunto de instrumentos de medición y otros dispositivos ensamblados y adaptados para la medición de cantidades físicas dentro de intervalos de valores de validez de la medición, que tienen en cuenta las reglas y los procedimientos en la medida. Un buen ejemplo de un sistema de medición lo constituye todo el cúmulo de instrumentos con los que se puede efectuar la medida de un mesurando como el voltaje: voltímetros, multímetros, osciloscopios, entre otros.
- *Sistema de visualización o despliegue:* simplemente es todo aquel dispositivo que proporciona la indicación de un sistema de medición, en forma visual, como por ejemplo, el tablero de un reloj de pulso, la pantalla de un reloj digital, el dial de un termómetro de bordón, la pantalla de un osciloscopio o