

Passend zu allen
Schulbüchern!



Komplett Trainer

Mathematik 10. Klasse

Gymnasium

Der **komplette** Lernstoff

- Wissen, üben, testen in einem Buch
- Aufgaben mit ausführlichen Lösungen bringen Sicherheit
- Extra: über 100 Online-Übungen



Klett

Heike Homrighausen

Klett

Komplett Trainer

Mathematik 10. Klasse

Gymnasium

Der **komplette** Lernstoff

Klett Lerntraining

Heike Homrighausen ist Gymnasiallehrerin für die Fächer Mathematik und Informatik, in der Lehreraus- und -weiterbildung tätig und langjährige Autorin von Lehrwerken und Lernhilfen.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages. Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Fotomechanische Wiedergabe nur mit Genehmigung des Verlages.

3. Auflage 2019

© PONS GmbH, Stöckachstraße 11, 70190 Stuttgart 2016. Alle Rechte vorbehalten.
www.klett-lernttraining.de, kundenservice@klett-lernttraining.de

Der Zugriff auf das Online-Angebot ist bis drei Jahre nach Ersterscheinen des Buches gewährleistet.

Umschlagfoto: www.thomas-weccard.de
Satz und grafische Zeichnungen: DTP-Studio Andrea Eckhardt, Göppingen

ISBN 978-3-12-050183-1


So übst du mit diesem Buch	5
So kommst du zu den Online-Aufgaben	6
Mein Lernplan	7
1 Rund um die Ableitung	
1.1 Die durchschnittliche Änderungsrate	8
1.2 Die momentane Änderungsrate – die Ableitung	12
1.3 Vokabular zum Beschreiben von Graphen und Änderungsraten	14
1.4 Übersicht über den Zusammenhang von f und f'	16
1.5 Funktionen grafisch ableiten	20
1.6 Ableitungsregeln	24
Test	26
Checkliste	29
2 Trigonometrische Funktionen	
2.1 Das Bogenmaß	30
2.2 Sinus und Kosinus am Einheitskreis	33
2.3 Die Sinus- und Kosinusfunktion	36
2.4 Verschieben in y -Richtung	38
2.5 Verschieben in x -Richtung	42
2.6 Streckung und Stauchung in y -Richtung	45
2.7 Streckung und Stauchung in x -Richtung	47
2.8 Amplitude und Periode – die Sinusfunktion f mit $f(x) = a \sin(bx)$	49
2.9 Verschieben, gespiegelt und gestreckt – die allgemeine Sinusfunktion f mit $f(x) = a \sin(b(x+c))$	52
Test	56
Checkliste	59
3 Ganzrationale Funktionen	
3.1 Potenzfunktionen	60
3.2 Was sind ganzrationale Funktionen?	64
3.3 Darstellung mit Linearfaktoren	66
3.4 Verlauf des Graphen ganzrationaler Funktionen	68
3.5 Symmetrie	70
3.6 Nullstellen von ganzrationalen Funktionen	72
3.7 Nullstellen und Linearfaktoren	74
3.8 Hoch- und Tiefpunkte	76
3.9 Monotonie	78
Test	80
Checkliste	83

4	Vektoren	
4.1	Punkte im dreidimensionalen Koordinatensystem	84
4.2	Abstand zweier Punkte im Raum	88
4.3	Was sind Vektoren	90
4.4	Rechnen mit Vektoren – Addieren und Subtrahieren	94
4.5	Vervielfachen von Vektoren	96
4.6	Linearkombinationen	98
4.7	Länge von Vektoren	100
4.8	Figuren im Raum mit Vektoren beschreiben	101
	Test	103
	Checkliste	105
5	Geraden im Raum	
5.1	Parameterdarstellung einer Geraden im Raum	106
5.2	Grundaufgaben zu Geraden	107
5.3	Gegenseitige Lage von Geraden	112
5.4	Rechnerische Überprüfung der Lagen von Geraden – Lösen von linearen Gleichungssystemen	114
5.5	Vermischte Aufgaben zu Lagebeziehungen von Geraden	118
	Test	119
	Checkliste	121
6	Wahrscheinlichkeitsrechnung – Binomialverteilung	
6.1	Zufallsvariable und Wahrscheinlichkeitsverteilung	122
6.2	Erwartungswert einer Zufallsvariablen	125
6.3	Modellieren mit dem Erwartungswert – wann ist ein Spiel fair?	128
6.4	Bernoulli-Experimente	131
6.5	Bernoulli-Ketten	133
6.6	Der Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$ – Anzahl der Pfade mit k Treffern	135
6.7	Bernoulli-Formel zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten	137
6.8	Mindestens oder höchstens? Kumulierte Wahrscheinlichkeiten	140
	Test	143
	Checkliste	145
	Lösungen	147
	Stichwortverzeichnis	205

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

der KomplettTrainer Mathematik Gymnasium 10. Klasse ist genau das Richtige für dich, denn mit diesem Buch kannst du den kompletten Lernstoff wiederholen und üben.

Alle Kapitel sind gleich aufgebaut, so findest du dich schnell zurecht. Gehe am besten so vor:

1. Suche dir aus dem Inhaltsverzeichnis das Thema heraus, das du wiederholen möchtest.
2. Sieh dir zuerst an, was im Wissenskasten **WISSEN** steht. Wir haben für dich wichtige Regeln, Formeln und Merksätze mit Beispielen zusammengestellt. Wenn du in dem Thema schon fit bist, genügt dir sicher ein kurzer Blick. Bist du unsicher, lies die Erklärungen genau durch.
3. Mit den (unterschiedlich schwierigen) Übungsaufgaben kannst du jetzt üben, üben, üben. Schwierige Aufgaben haben wir mit einem Sternchen ★ versehen. Mit den ausführlichen Lösungen am Ende des Buches überprüfst du deine Ergebnisse. Wenn du eine Abwechslung brauchst oder lieber am Computer arbeitest, gehe doch einfach ins Internet und übe online auf unseren Übungsseiten. Wie du dahin kommst, erfährst du auf der nächsten Seite.
4. Hast du ein Kapitel durchgearbeitet, mache den **TEST** am Kapitelende. Vermischte und übergreifende Aufgaben überprüfen deinen Kenntnisstand. Vergleiche deine Ergebnisse mit den Lösungen und gib dir Punkte.
5. Mithilfe der Checkliste  siehst du dann sofort, was du gut gelernt hast. Du kannst dort auch ablesen, welche Themen und Aufgaben du wiederholen solltest.



Gehe auf die Seite www.klasse5bis10.klett-lerntaining.de.

Dort kannst du alle passenden Online-Übungen zum **KomplettTrainer** Mathematik 10. Klasse mit und ohne Anmeldung nutzen.

Bitte beachte: Wenn du dich nicht anmeldest, kann dein Lernstand der Übungen nicht gespeichert werden.

Wähle die Reihe **KomplettTrainer** und dann **Mathematik 10. Klasse** aus. Du erhältst eine Übersicht über alle Kapitel, zu denen es **Online-Übungen** gibt.

Jetzt kannst du eine Übungseinheit auswählen und bearbeiten.

Viel Erfolg wünschen dir deine Autoren und das Team von Klett Lerntraining.

Mit deinem Lernplan behältst du immer den Überblick!

Für jedes Kapitel kannst du hier abhaken, was du im Buch oder online bereits erledigt hast.

Mein Lernplan

		Übungen im Buch	Übungen online	Abschlusstest im Buch
1	Rund um die Ableitung			
2	Trigonometrische Funktionen			
3	Ganzrationale Funktionen			
4	Vektoren			
5	Geraden im Raum			
6	Wahrscheinlichkeits- rechnung – Binomial- verteilung			

1 Rund um die Ableitung

1.1 Die durchschnittliche Änderungsrate

Mit Funktionen und ihren Graphen können viele Vorgänge und Situationen beschrieben und damit auch interpretiert werden. Häufig spielt dabei auch das Änderungsverhalten der Graphen, z. B. wann der Graph am steilsten ist oder wann der Graph seinen Hochpunkt hat, eine Rolle. Solche Aussagen über das Änderungsverhalten von Graphen kannst du mithilfe der Ableitung treffen.

WISSEN

Was ist die durchschnittliche Änderungsrate?

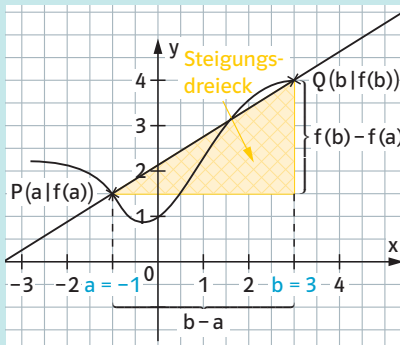
Statt durchschnittlicher Änderungsrate findest du auch den Begriff mittlere Änderungsrate.

Eine Gerade durch zwei Punkte eines Graphen heißt auch Sekante.

Gegeben ist eine Funktion f und ihr zugehöriger Graph. Die durchschnittliche Änderungsrate kann man geometrisch und rechnerisch beschreiben.

geometrisch:

Die **Steigung der Geraden durch zwei Punkte** $P(a | f(a))$ und $Q(b | f(b))$ des Graphen gibt die durchschnittliche Änderungsrate in dem Intervall $[a; b]$ an.



rechnerisch:

Die Steigung m einer Geraden durch zwei Punkte und damit auch die durchschnittliche Änderungsrate wird berechnet durch

$$m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Dieser Quotient heißt auch **Differenzenquotient**.

Beispiel:

$$a = -1; \quad b = 3; \quad f(a) = 1,5; \quad f(b) = 4$$

$$m = \frac{4 - 1,5}{3 - (-1)} = \frac{2,5}{4} = 0,625$$

Die durchschnittliche Änderungsrate im Intervall $[-1; 3]$ beträgt also 0,625.

Die durchschnittliche Änderungsrate kennst du aus dem Alltag, z. B. die Durchschnittsgeschwindigkeit, den durchschnittlichen Benzinverbrauch, die durchschnittliche Steigung in einem Gelände oder auch die durchschnittliche Temperaturänderung. In der Regel haben solche Angaben im Anwendungsbezug immer einen **Quotienten als Einheit**, wie z. B. $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

WISSEN

So kannst du die durchschnittliche Änderungsrate rechnerisch bestimmen

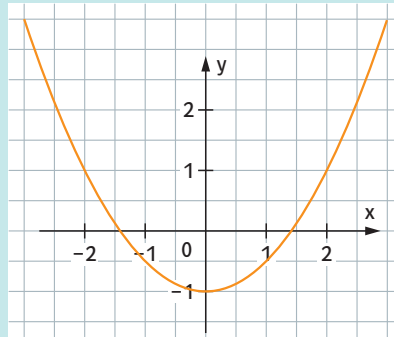
Beispiel:

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$.

Bestimme die durchschnittliche Änderungsrate im Intervall $[-1; 3]$.

0. Skizziere den Graphen. Eine Skizze kann dir helfen zu überprüfen, ob du richtig gerechnet hast.

Skizze:



1. Bestimme $f(a)$ und $f(b)$, indem du die Werte für a und b in den Funktionsterm von f einsetzt.

$$\begin{aligned} f(a) &= f(-1) = \frac{1}{2} \cdot (-1)^2 - 1 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1 - 1 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(b) &= f(3) = \frac{1}{2} \cdot 3^2 - 1 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 9 - 1 = \frac{9}{2} - 1 \\ &= \frac{7}{2} = 3,5 \end{aligned}$$

2. Berechne den Differenzenquotienten

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$\begin{aligned} \frac{f(b) - f(a)}{b - a} &= \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} \\ &= \frac{3,5 - (-0,5)}{4} = \frac{4}{4} = 1 \end{aligned}$$

Die durchschnittliche Änderungsrate im Intervall $[-1; 3]$ beträgt 1.

1

Bestimme rechnerisch den Differenzenquotienten der Funktion im angegebenen Intervall.

a) $f(x) = \frac{2}{x}$; $[-1; 4]$

b) $f(x) = -x^2 + 3$; $[-2; 1]$

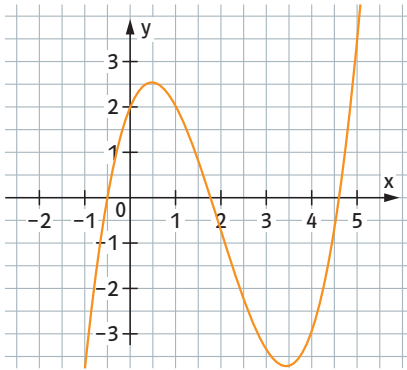
c) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$; $[2; 5]$

d) $f(x) = x^2 + 4$; $[1; 3]$

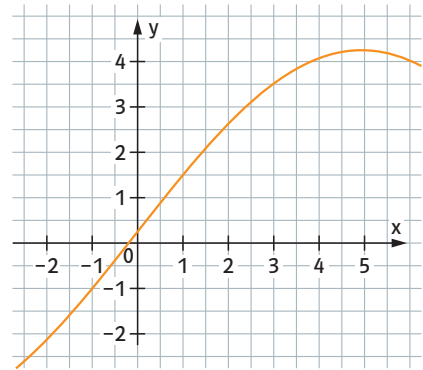
2

Bestimme anhand der Graphen die durchschnittliche Änderungsrate im Intervall $[1; 5]$.

a)



b)



3

Beachte die Einheiten. Auch hier gilt wie bei der Steigung $\frac{\text{Einheit } y}{\text{Einheit } x}$.

Die Tabelle gibt einen Überblick über die erwartete Größe eines Kindes (Größe Mutter: 167 cm, Größe Vater: 182 cm).

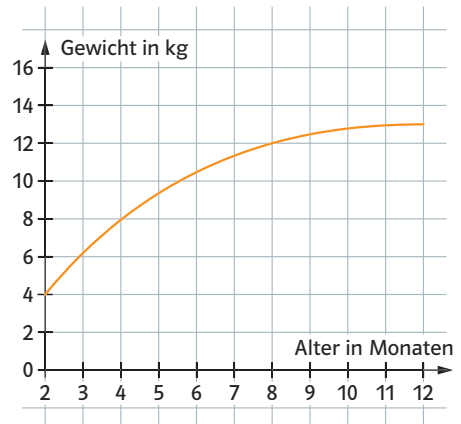
Alter (in Jahren)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Größe (in cm)	51	74	87	94	102	109	115	122	128

- Wie viel wächst das Kind durchschnittlich pro Jahr in den ersten 5 Jahren?
- Wie groß ist die durchschnittliche Änderungsrate im Alter von 3 bis 6 Jahren?

4

Die Abbildung zeigt die Gewichtszunahme eines Cocker-Spaniel-Welpen in den ersten 2 bis 12 Monaten.

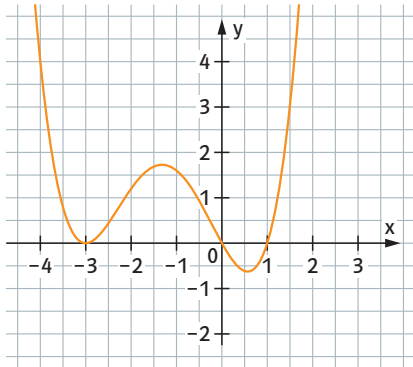
- Bestimme mithilfe der Grafik die durchschnittliche Gewichtszunahme in den ersten 2 bis 8 Monaten.
- Wie viel Gewicht nimmt der Hundewelpen im Schnitt vom 8. bis zum 12. Monat zu?



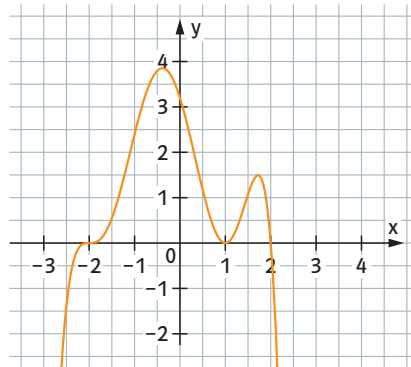
5

Ordne die passenden Graphen zu.

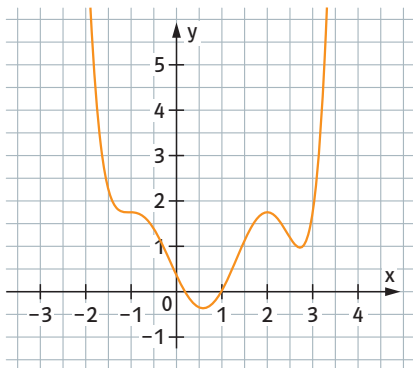
①



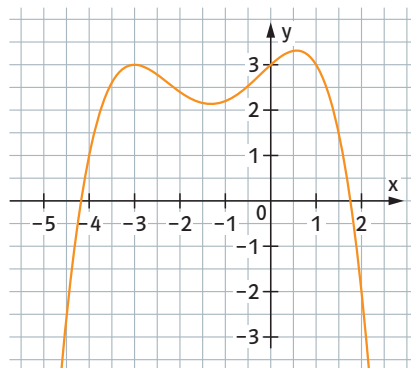
②



③



④



- Die durchschnittliche Änderungsrate im Intervall $[1; 3]$ beträgt 1.
- Die durchschnittliche Änderungsrate im Intervall $[-1; 1,5]$ beträgt $-\frac{3}{5}$.
- Die durchschnittliche Änderungsrate im Intervall $[-3; 1]$ beträgt 0.
- Die durchschnittliche Änderungsrate im Intervall $[-4; 0]$ beträgt -1.

6

Skizziere den Graphen einer Funktion f , der im angegebenen Intervall die angegebene durchschnittliche Änderungsrate hat.

- $[-1; 2]$; durchschnittliche Änderungsrate 2
- $[-1; 3]$; durchschnittliche Änderungsrate -1
- $[-1; 2]$; durchschnittliche Änderungsrate 0

1.2 Die momentane Änderungsrate – die Ableitung

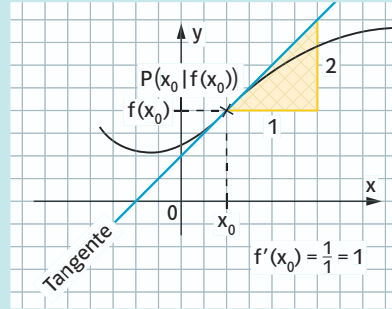
WISSEN

Was ist die momentane Änderungsrate?

Die **momentane Änderungsrate** einer Funktion f an einer Stelle x_0 gibt die Steigung des Graphen von f im Punkt $P(x_0 | f(x_0))$ an.

Diese entspricht der **Steigung der Tangente** im Punkt $P(x_0 | f(x_0))$ an den Graphen und heißt **Ableitung** der Funktion f an der Stelle x_0 .

Bezeichnung: $f'(x_0)$



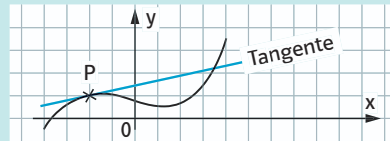
Die Tangente (lat. tangere = berühren) ist die Gerade, die den Graphen in einem Punkt P berührt.

Tipp:

Geht man vom Punkt $P(x_0 | f(x_0))$ aus am Steigungsdreieck 1 Einheit nach rechts, entspricht der zugehörige y -Wert des Steigungsdreiecks der Steigung $f'(x_0)$ des Graphen im Punkt $P(x_0 | f(x_0))$. Dann kannst du die Ableitung direkt ablesen.

Beachte:

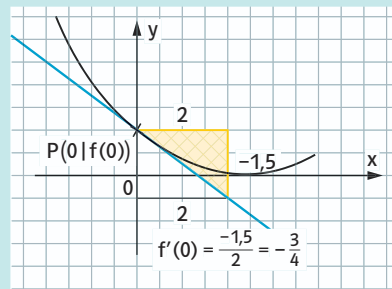
Die Tangente im Punkt $P(x_0 | f(x_0))$ kann den Graphen noch in weiteren Punkten berühren oder schneiden.



So kannst du die Ableitung bzw. die momentane Änderungsrate in einem Punkt grafisch bestimmen

1. Zeichne die Tangente im Punkt P ein.
2. Zeichne ein (geeignetes) Steigungsdreieck so ein, dass du die zugehörigen x - und y -Werte gut ablesen kannst.
3. Berechne

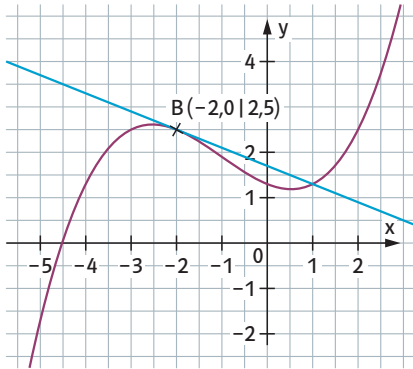
$$f'(x_0) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$



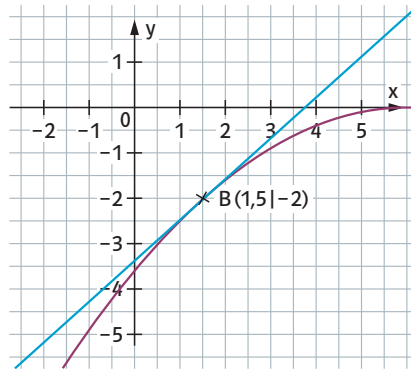
7

Bestimme grafisch die Ableitung des Graphen von f im Punkt P .

a)

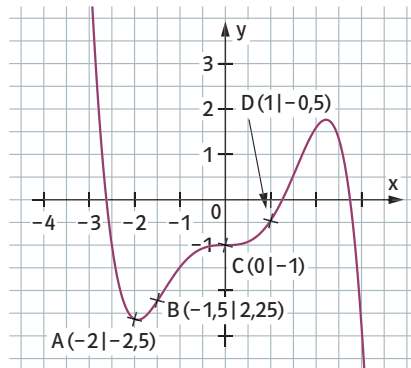


b)



8

Bestimme die Steigung des Graphen in den angegebenen Punkten mithilfe der Tangenten.



9

Zeichne die Graphen der Funktionen in ein Koordinatensystem und bestimme zeichnerisch die Steigung im Punkt $P(2 | f(2))$.

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = \frac{1}{x}$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 1$

d) $f(x) = \sqrt{x}$

10★

Ein Gegenstand bewegt sich so, dass er in t Sekunden $s(t) = \frac{1}{2}t^2$ Meter zurücklegt.

a) Zeichne den Graphen von s für $0 \leq t \leq 4$ in ein Koordinatensystem und bestimme zeichnerisch (näherungsweise) die momentane Änderungsrate für $t_0 = 1$ und $t_1 = 3$.

Beachte die Einheit.

b) Welche Bedeutung hat die momentane Änderungsrate in diesem Sachzusammenhang?

1.3 Vokabular zum Beschreiben von Graphen und Änderungsraten

WISSEN

Diese Fachbegriffe kannst du zum Beschreiben von Graphen verwenden

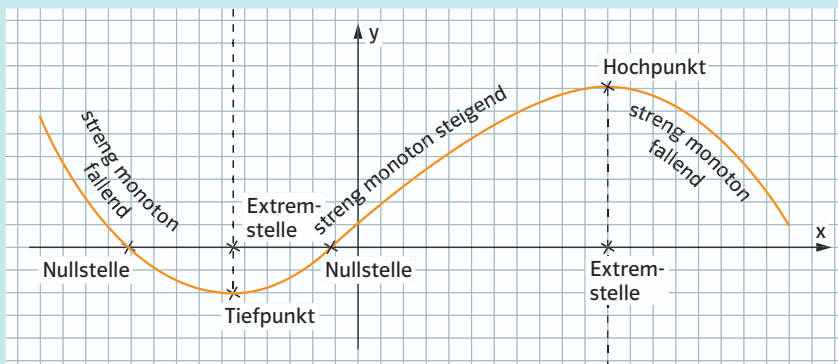
(1) lokale Eigenschaften

Lokale Eigenschaften eines Graphen sind besondere Punkte bzw. Stellen. Ein **Punkt** ist eine Ortsangabe im Koordinatensystem und besteht aus einer x-Koordinate und der zugehörigen y-Koordinate bzw. dem zugehörigen Funktionswert $f(x)$. Ein Punkt P wird mit $P(x|y)$ bzw. $P(x|f(x))$ bezeichnet. Besondere Punkte sind **Extrempunkte** wie **Hochpunkte** oder **Tiefpunkte**. Die zugehörigen x-Werte nennt man Extremstellen, die y-Werte **Maximum** bzw. **Minimum**.

Eine **Stelle** besteht nur aus einem Wert, in den meisten Fällen dem x-Wert (z.B. Nullstelle $x_0 = 1$, Extremstelle $x_1 = -2$), in selteneren Fällen auch aus dem y-Wert (Stelle, an der der Graph die y-Achse schneidet, z.B. $y = 2$).

(2) globale Eigenschaften

Globale Eigenschaften eines Graphen beschreiben den ganzen Graphen bzw. Bereiche, die so genannten **Intervalle**. Besonders wichtig sind hier Intervalle, in denen der Graph streng monoton wächst (also $f' > 0$) oder streng monoton fällt (also $f' < 0$).



WISSEN

So beschreibst du Änderungsraten im Sachzusammenhang

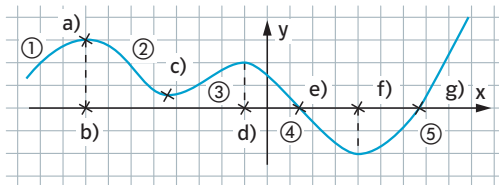
In der Regel beschreibt die Funktion f die Zuordnung zu einem Bestand (in Abhängigkeit z. B. von der Zeit), die Änderungsrate die Änderung des Bestandes z. B. in einem bestimmten Zeitabschnitt oder zu einem bestimmten Zeitpunkt.

Funktion f / Bestand	durchschnittliche Änderungsrate [Einheit]	momentane Änderungsrate f' [Einheit]
Zeit [h] → Weg [km]	Durchschnittsgeschwindigkeit [km/h]	Momentangeschwindigkeit [km/h]
Zeit [min] → Höhe [m]	durchschnittliche Steigung [m/min]	momentane Steigung [m/min]
Zeit [min] → Wassermenge [l]	durchschnittlicher Zu-/Abfluss [l/min]	momentaner Zu-/Abfluss [l/min]
Zeit [Jahre] → Größe [m]	durchschnittliches Wachstum [m/Jahre]	momentanes Wachstum [m/Jahr]
Zeit [s] → Geschwindigkeit [m/s]	durchschnittliche Beschleunigung [m/s ²]	momentane Beschleunigung [m/s ²]

Den Bruchstrich bei der Einheit liest du „pro“, also z. B. km pro Stunde.

11

Ordne die passenden Fachbegriffe zu.



- streng monoton wachsend –
- streng monoton fallend –
- Hochpunkt – Tiefpunkt –
- Sattelpunkt – Nullstelle –
- Extremstelle

12

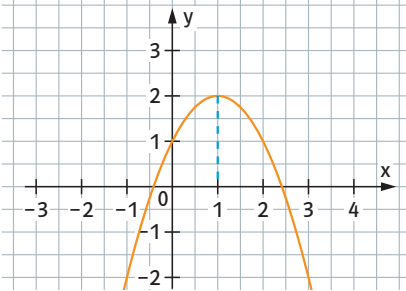
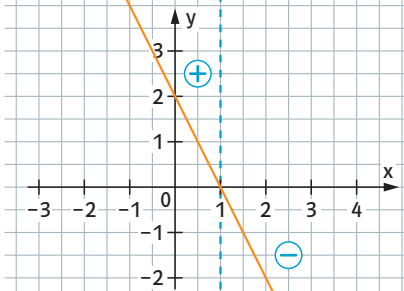
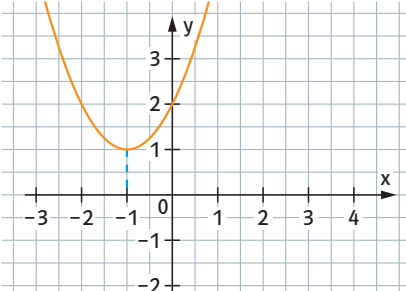
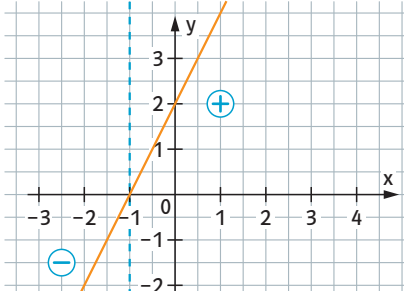
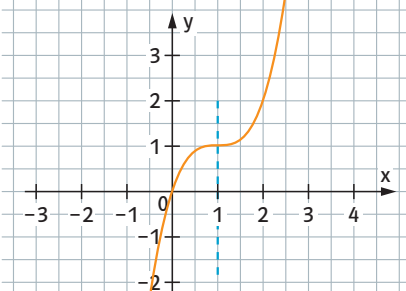
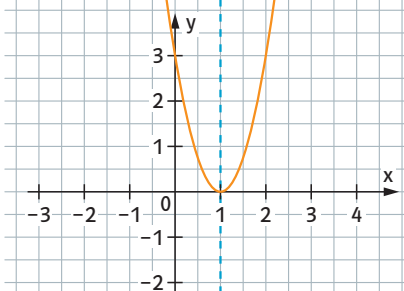
Ergänze die Bedeutung von f' bzw. f im jeweiligen Sachzusammenhang.

f	f'
a) Tauchvorgang eines U-Bootes Zeit [min] → Tiefe [m]	
b)	Wachstumsgeschwindigkeit von Hefepilzen [Anzahl/Tag]
c) Ein Ruderer rudert Zeit [min] → Strecke [m]	

1.4 Übersicht über den Zusammenhang von f und f'

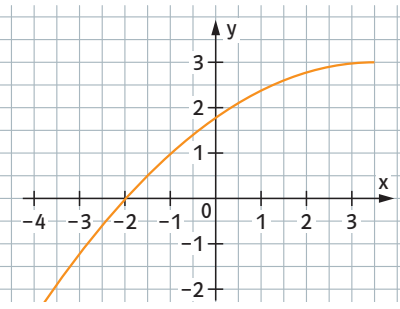
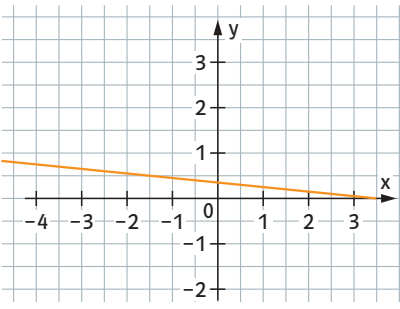
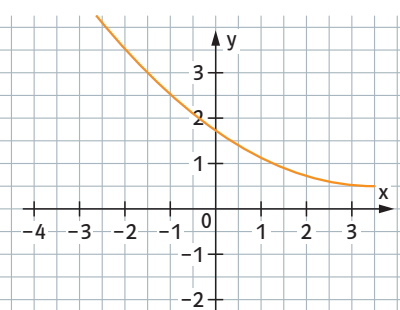
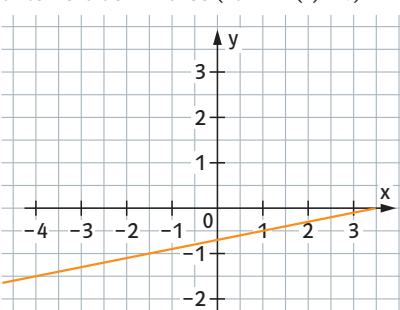
WISSEN

lokale Eigenschaften

Der Graph von f hat an der Stelle x_0 ...	Der Graph von f' hat an der Stelle x_0 ...
<p>... einen Hochpunkt</p> 	<p>... eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel von + nach -</p> 
<p>... einen Tiefpunkt</p> 	<p>... eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel von - nach +</p> 
<p>... Sattelpunkt</p> 	<p>... eine Nullstelle ohne Vorzeichenwechsel</p>  <p>Solch eine Nullstelle ohne Vorzeichenwechsel nennt man auch doppelte Nullstelle.</p>

WISSEN

globale Eigenschaften

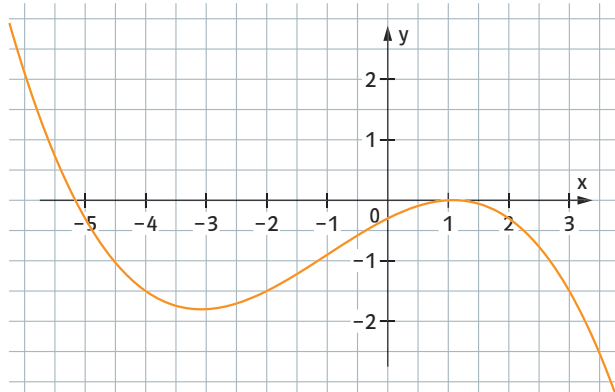
Der Graph von f ist ...	Der Graph von f' ist ...
<p>... streng monoton wachsend</p>  <p>Der Graph hier ist erst steil, dann wird er flacher.</p>	<p>... überall größer Null, d.h. er verläuft oberhalb der x-Achse (kurz: $f'(x) > 0$)</p>  <p>Der Graph hier ist weiter weg von der Null und nähert sich ihr immer mehr an.</p>
<p>... streng monoton fallend</p>  <p>Der Graph hier ist erst steil, dann wird er flacher.</p>	<p>... überall kleiner Null, d.h. er verläuft unterhalb der x-Achse (kurz: $f'(x) < 0$)</p>  <p>Der Graph hier ist weiter weg von der Null und nähert sich ihr immer mehr an.</p>

Der Graph heißt monoton wachsend, wenn gilt: $f'(x) \geq 0$

Der Graph heißt monoton fallend, wenn gilt: $f'(x) \leq 0$

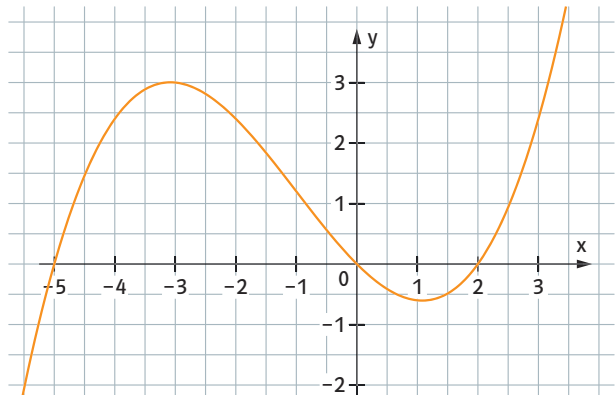
13

Gegeben ist der Graph einer Funktion f .
 Markiere alle Bereiche, in denen der Graph von f streng monoton wächst bzw. streng monoton fällt.



14

Die Abbildung zeigt den Graphen von f . Welche Aussagen sind wahr, welche falsch? Kreuze an und begründe deine Entscheidung.

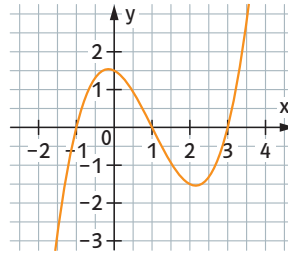


Aussage	richtig	falsch	Begründung
a) Für $-5 < x < 0$ ist der Graph von f' oberhalb der x -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
b) Für $x = -3$ hat der Graph von f' eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
c) Für $0 < x < 2$ verläuft der Graph von f' unterhalb der x -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
d) Für $x < -3$ verläuft der Graph von f' oberhalb der x -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
e) Für $-3 < x < 1$ verläuft der Graph von f' unterhalb der x -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
f) Für $x > 1,5$ verläuft der Graph von f' oberhalb der x -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

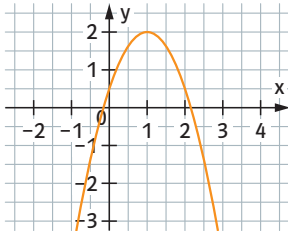
15

Gegeben ist der Graph einer Funktion f (s. rechts).

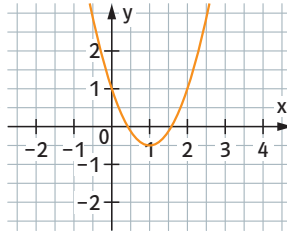
Welcher Graph gehört zur Ableitung f' ? Begründe deine Entscheidung.



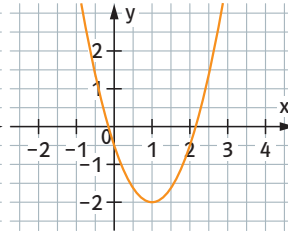
a)



b)



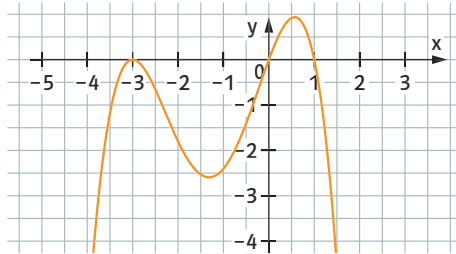
c)



16

Die Abbildung zeigt den Graphen von f' .

Welche Aussagen über den Graphen von f sind wahr, welche falsch? Kreuze an und begründe deine Entscheidung.



Aussage	richtig	falsch	Begründung
a) Für $-3 > x$ ist der Graph von f monoton wachsend.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
b) Für $x = 0$ hat der Graph von f einen Hochpunkt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
c) Für $0 < x < 1$ ist der Graph von f streng monoton wachsend.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
d) Für $-1 < x < 0,5$ ist der Graph von f monoton wachsend.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
e) Für $-3 = x$ hat der Graph von f einen Sattelpunkt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
f) Für $x < 0$ ist der Graph von f monoton fallend.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

1.5 Funktionen grafisch ableiten

Das Ermitteln des Steigungsverhaltens nennt man **ableiten**.

Das Steigungsverhalten eines Graphen kann nicht nur in einzelnen Punkten, sondern für den ganzen Graphen beschrieben werden. Damit erhält man einen Überblick über das Änderungsverhalten der Funktion und kann Aussagen darüber machen, z. B. wann der Graph ansteigt, fällt oder gar nicht steigt, d. h. die Steigung null hat.

Bemerkung:

Da beim grafischen Ableiten die Gleichung der Funktion keine Rolle spielt, kann man den Graphen der Ableitung, d. h. den Graphen, der das Steigungsverhalten beschreibt, nur näherungsweise angeben. Genaue Werte spielen dabei nur eine untergeordnete Bedeutung.

WISSEN

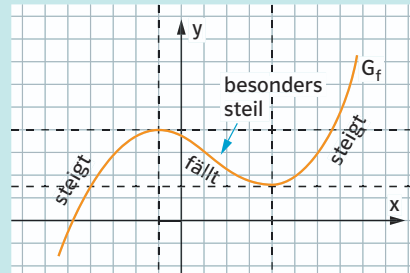
So kannst du den Graphen der Ableitung skizzieren

Tipp:

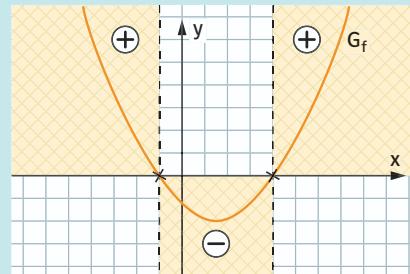
Bei der Beschreibung des Steigungsverhaltens einer Kurve hilft es dir, wenn du dir vorstellst, dass du den Graphen als Berg- und Talfahrt mit dem Fahrrad abfährst.

Du kannst den Graphen der Ableitung auch in das gleiche Koordinatensystem zeichnen.

1. Markiere die Stellen, an denen die Steigung null ist. Zeichne in das Koordinatensystem von f' Geraden parallel zur y -Achse durch diese Stellen. Markiere evtl. auch die steilsten Stellen. Dort hat f' seinen größten oder kleinsten Funktionswert.



2. Markiere die Bereiche, in denen
 - f steigt bzw. wächst, also $f' > 0$
 (also oberhalb der x -Achse)
 - f fällt, also $f' < 0$
 (also unterhalb der x -Achse).



3. Skizziere den Graphen von f' durch die markierten Punkte und nur in den markierten Bereichen.