Larson Hostetler

PRECÁLCULO

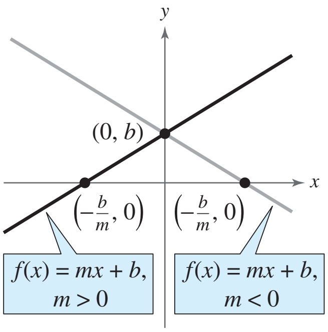
SÉPTIMA EDICIÓN

EDITORIAL REVERTÉ

GRÁFICAS DE LAS FUNCIONES BÁSICAS

Función Lineal

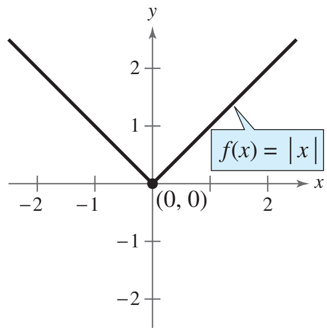
$f(x) = mx + b$



Dominio: $(-\infty, \infty)$
Rango: $(-\infty, \infty)$
Intersección x: $(-b/m, 0)$
Intersección y: $(0, b)$
Creciente cuando $m > 0$
Decreciente cuando $m < 0$

Función valor absoluto

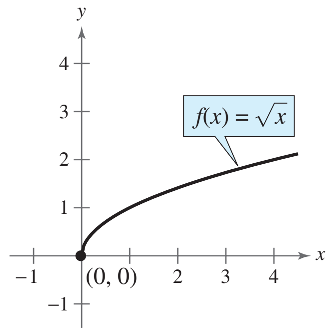
$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$



Dominio: $(-\infty, \infty)$
Rango: $[0, \infty)$
Intersección: $(0, 0)$
Decreciente en $(-\infty, 0)$
Creciente en $(0, \infty)$
Función par
Simetría con respecto al eje y

Función raíz cuadrada

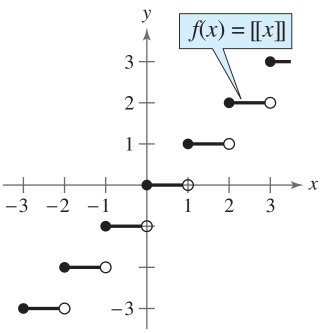
$f(x) = \sqrt{x}$



Dominio: $[0, \infty)$
Rango: $[0, \infty)$
Intersección: $(0, 0)$
Decreciente en $(0, \infty)$

Función entero mayor

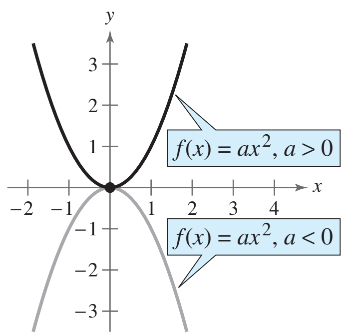
$f(x) = [\![x]\!]$



Dominio: $(-\infty, \infty)$
Rango: el conjunto de enteros
Intersecciones x: en el intervalo $[0, 1)$
Intersección y: $(0, 0)$
Constante entre cada par
de enteros consecutivos
Cambia verticalmente una unidad
en cada valor entero

Función cuadrática (al cuadrado)

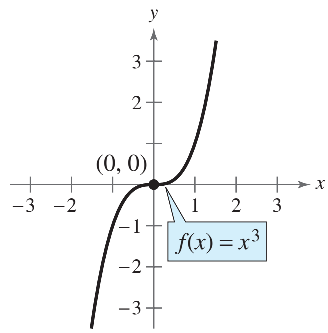
$f(x) = ax^2$



Dominio: $(-\infty, \infty)$
Rango $(a > 0)$: $[0, \infty)$
Rango $(a < 0)$: $(-\infty, 0]$
Intersección: $(0, 0)$
Decreciente en $(-\infty, 0)$ para $a > 0$
Creciente en $(0, \infty)$ para $a > 0$
Creciente en $(-\infty, 0)$ para $a < 0$
Decreciente en $(0, \infty)$ para $a < 0$
Función par
Simetría con respecto al eje y
Mínimo relativo y vértice en $(0, 0)$ $(a > 0)$
Máximo relativo y vértice en $(0, 0)$ $(a < 0)$

Función cúbica

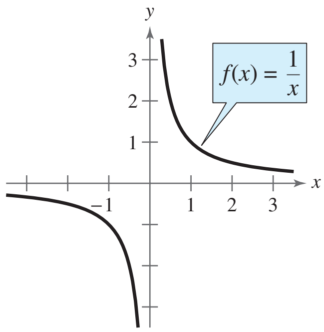
$f(x) = x^3$



Dominio: $(-\infty, \infty)$
Rango: $(-\infty, \infty)$
Intersección: $(0, 0)$
Creciente en $(-\infty, \infty)$
Función impar
Simetría con respecto al origen

Función racional (recíproca)

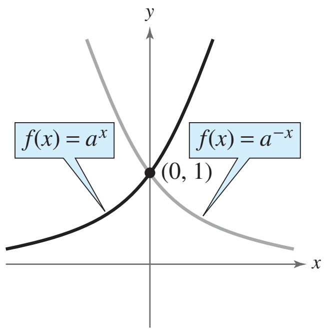
$f(x) = \dfrac{1}{x}$



Dominio: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
Rango: $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$
Sin intersecciones
Decreciente en $(-\infty, 0)$ y $(0, \infty)$
Función impar
Simetría con respecto al origen
Asíntota vertical: eje y
Asíntota horizontal: eje x

Función exponencial

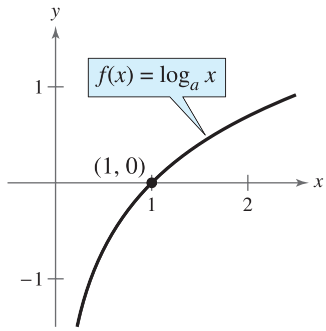
$f(x) = a^x,\ a > 0,\ a \neq 1$



Dominio: $(-\infty, \infty)$
Rango: $(0, \infty)$
Intersección: $(0, 1)$
Creciente en $(-\infty, \infty)$
para $f(x) = a^x$
Decreciente en $(-\infty, \infty)$
para $f(x) = a^{-x}$
Asíntota horizontal: eje de las x
Continua

Función logarítmica

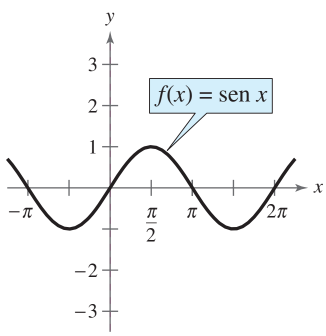
$f(x) = \log_a x,\ a > 0,\ a \neq 1$



Dominio: $(0, \infty)$
Rango: $(-\infty, \infty)$
Intersección: $(1, 0)$
Creciente en $(0, \infty)$
Asíntota vertical: eje de las y
Continua
Reflexión de la gráfica
de $f(x) = a^x$
con respecto a la recta $y = x$

Función seno

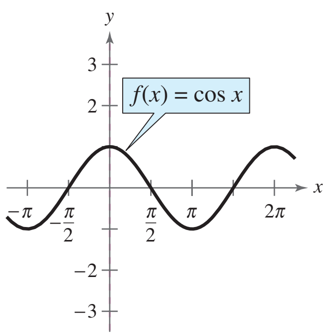
$f(x) = \operatorname{sen} x$



Dominio: $(-\infty, \infty)$
Rango: $[-1, 1]$
Período: 2π
Intersecciones x: $(n\pi, 0)$
Intersecciones y: $(0, 0)$
Función impar
Simetría con respecto al origen

Función coseno

$f(x) = \cos x$



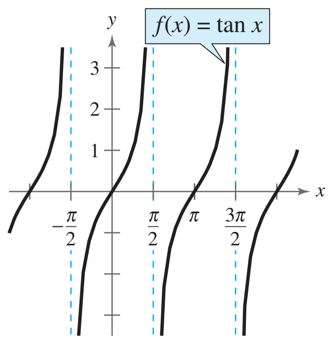
Dominio: $(-\infty, \infty)$
Rango: $[-1, 1]$
Período: 2π

Intersecciones x: $\left(\dfrac{\pi}{2} + n\pi, 0\right)$

Intersecciones y: $(0, 1)$
Función par
Simetría con respecto al eje y

Función tangente

$f(x) = \tan x$



Dominio: todas las $x \neq \dfrac{\pi}{2} + n\pi$

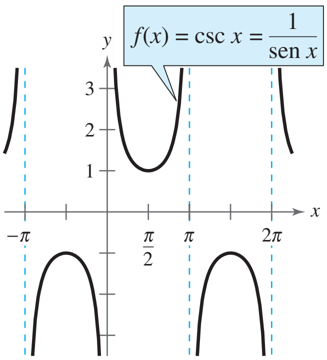
Rango: $(-\infty, \infty)$
Período: π
Intersecciones x: $(n\pi, 0)$
Intersecciones y: $(0, 0)$
Asíntotas verticales:

$$x = \frac{\pi}{2} + n\pi$$

Función impar
Simetría con respecto al origen

Función cosecante

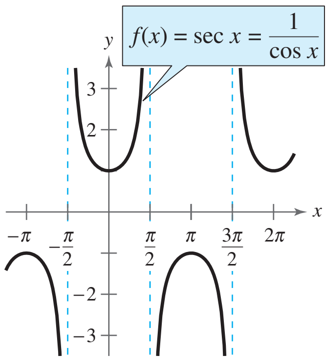
$f(x) = \csc x$



Dominio: todas las $x \neq n\pi$
Rango: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
Período: 2π
Sin intersecciones
Asíntotas verticales: $x = n\pi$
Función impar
Simetría con respecto al origen

Función secante

$f(x) = \sec x$



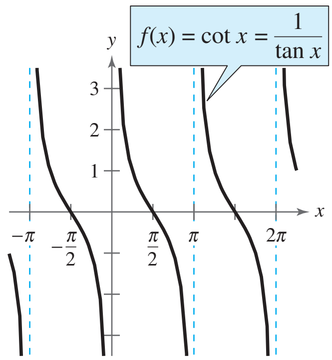
Dominio: todas las $x \neq \dfrac{\pi}{2} + n\pi$
Rango: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
Período: 2π
Intersección *y:* $(0, 1)$
Asíntotas verticales:

$$x = \frac{\pi}{2} + n\pi$$

Función par
Simetría con respecto al eje y

Función cotangente

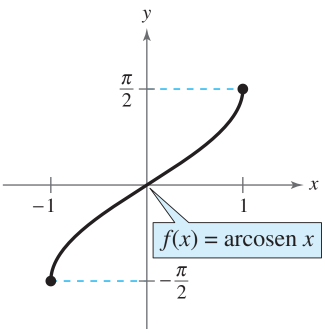
$f(x) = \cot x$



Dominio: todas las $x \neq n\pi$
Rango: $(-\infty, \infty)$
Período: π
Intersecciones *x:* $\left(\dfrac{\pi}{2} + n\pi, 0\right)$
Asíntotas verticales: $x = n\pi$
Función impar
Simetría con respecto al origen

Función seno inverso

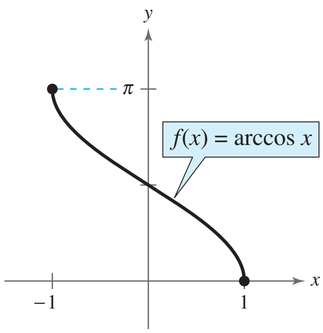
$f(x) = \operatorname{arcoseno} x$



Dominio: $[-1, 1]$
Rango: $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$
Intersección: $(0, 0)$
Función impar
Simetría con respecto al origen

Función coseno inverso

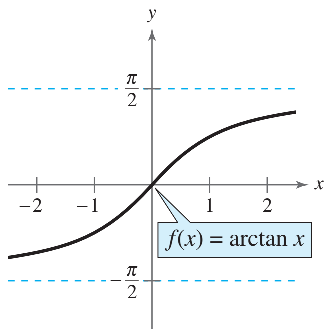
$f(x) = \arccos x$



Dominio: $[-1, 1]$
Rango: $[0, \pi]$
Intersección *y:* $\left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$

Función tangente inversa

$f(x) = \arctan x$



Dominio: $(-\infty, \infty)$
Rango: $\left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$
Intersección: $(0, 0)$
Asíntotas horizontales:

$$y = \pm\frac{\pi}{2}$$

Función impar
Simetría con respecto al origen

PRECÁLCULO

Séptima Edición

Ron Larson
The Pennsylvania State University

Robert Hostetler
The Pennsylvania State University

EDITORIAL
REVERTÉ

Barcelona - Bogotá - Buenos Aires - Caracas - México

Título de la obra original:
Pre-calculus. Seventh Edition
©Ron Larson
©Robert Hostetler

Edición original en lengua inglesa publicada por:
Houghton Mifflin Company, Boston, Massachusetts, United States of America.

Edición en papel
© Editorial Reverté, S. A., 2008
ISBN: 978-84-291-5186-2

Edición e-book (PDF)
© Editorial Reverté, S. A., 2018
ISBN: 978-84-291-9460-9

Traducción del inglés por:
Javier León Cárdenas
Facultad de Ingeniería, Universidad La Salle.

Revisores técnicos:
Vicente Carrión Miranda
Departamento de Matemática Educativa
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional

Alberto Rosas Pérez
Facultad de Química, Universidad Nacional Autónoma de México

Héctor Joe Rosas Toledo
Facultad de Química, Universidad Nacional Autónoma de México

Arturo Velasco Pelayo
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México

Maquetación:
Reverté-Aguilar, S.L.

Propiedad de:
EDITORIAL REVERTÉ, S.A.
Loreto, 13-15, Local B
08029 Barcelona
T. (+34) 93 419.3336
reverte@reverte.com
www.reverte.com

1309

Contenido

Apéndice A Repaso de conceptos fundamentales de álgebra A1

Palabras de los autores

Bienvenidos a *precálculo*, séptima edición. Estamos muy contentos en presentar esta edición nueva de nuestro libro de texto. Nos enfocamos en hacer accesible las matemáticas, apoyando el éxito de los estudiantes y ofreciendo a los maestros opciones flexibles de enseñanza.

Accesible para los estudiantes

Al paso de los años hemos tenido cuidado en escribir este libro teniendo en cuenta a los estudiantes. Poniendo atención especial en la presentación; empleamos un lenguaje matemático preciso y un estilo de escritura claro, para desarrollar una herramienta efectiva de aprendizaje. Creemos que cada estudiante puede aprender matemáticas y estamos comprometidos en proporcionar un libro que haga accesibles los contenidos del precálculo a los estudiantes. Para la séptima edición hemos revisado y mejorado algunas de las características del libro, diseñadas para este fin.

En todo el libro, presentamos soluciones de ejemplos en diversos puntos de vista, en formas algebraica, gráfica y numérica. Incorporar esta característica pedagógica ayuda a los estudiantes a ver que un problema se puede resolver en más de una forma y qué métodos distintos producen el mismo resultado. El formato también aborda muchos estilos de aprendizaje distintos.

Hemos encontrado que muchos estudiantes de precálculo comprenden los conceptos matemáticos más fácilmente cuando trabajan en el contexto de situaciones de la vida real. Los estudiantes tienen varias oportunidades para hacer esto en la séptima edición. La característica nueva *tome una decisión* se ha agregado al libro para conectar datos de la vida real y aplicaciones para motivar a los estudiantes. También ofrece a los estudiantes la oportunidad de generar y analizar modelos matemáticos con mayor número de datos. Para reforzar los conceptos de funciones, cada función se introduce en el uso con una definición y una descripción de las características básicas. Además, las funciones elementales se presentan en un resumen en los forros del libro para utilizarlos como referencia.

Hemos escrito y diseñado cuidadosamente cada página para hacer el libro más fácil de leer y accesible a los estudiantes. Por ejemplo, para evitar voltear páginas en forma innecesaria e interrupciones en los procesos de pensamiento de los estudiantes, cada ejemplo, y solución correspondiente, inicia y termina, en la misma página.

Apoya el éxito del estudiante

Durante más de 30 años de enseñanza y escritura hemos aprendido muchas cosas acerca de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas. Hemos encontrado que los estudiantes tienen más éxito cuando saben qué es lo que se espera que aprendan y por qué es importante aprender los conceptos. Con esto en mente, hemos mejorado la serie de estudio temático en la séptima edición.

Cada capítulo inicia con una lista de aplicaciones que se analizan y sirve como herramienta de motivación que conecta el contenido de la sección con situaciones de la vida real. Empleando el mismo tema pedagógico, cada sección inicia con un conjunto de objetivos de aprendizaje de la sección *que debe aprender*. Estos continúan con una aplicación ilustrativa de la vida real, *por qué debe aprender esto*, que motiva a los estudiantes e ilustra un área de aplicación de los conceptos matemáticos en un ejemplo, o ejercicio, en la sección. El *resumen del capítulo*, *¿Qué aprendió?*, al final de cada capítulo, es un repaso de sección por sección que liga los objetivos de aprendizaje a conjuntos de *ejercicios de repaso*, al final de cada capítulo.

En todo el libro, otras características mejoran aún más la accesibilidad. *Ayudas de estudio* se proporcionan para reforzar los conceptos y para ayudar a los estudiantes a aprender cómo estudiar matemáticas. *Tecnología, escribiendo acerca de matemáticas, notas históricas* y *exploraciones* se han ampliado con objeto de reforzar conceptos matemáticos. A cada ejemplo, con su solución, le sigue una *verificación* que dirige al estudiante a solucionar un ejercicio similar del conjunto de ejercicios. La *sección de ejercicios* inicia con un *control de vocabulario* que proporciona al estudiante oportunidad para probar su comprensión de los temas importantes de cada sección. Los ejercicios nuevos *tome una decisión* conectan aún más los datos de la vida real y aplicaciones y motivan a los estudiantes. Los *ejercicios de reafirmación de habilidades* proporcionan práctica adicional de los conceptos del capítulo o de capítulos anteriores. Los *exámenes del capítulo,* al final de cada capítulo y los *exámenes acumulados* periódicos ofrecen a los estudiantes oportunidades frecuentes para una auto-evaluación y para desarrollar habilidades firmes de estudio y de toma de exámenes.

El uso de tecnología también apoya a los estudiantes con estilos distintos de aprendizaje. Las notas de *tecnología* se proporcionan en todo el texto en su punto de uso. Estas notas llaman la atención a los puntos fuertes y débiles de la tecnología de graficación, también ofrecen métodos alternos para resolver o verificar un problema empleando tecnología. Estas notas también dirigen a los estudiantes a la *guía de tecnología de graficación*, en el sitio en la red del libro, para ayuda en la secuencia de pulsaciones de teclas que está disponible para numerosos modelos de calculadoras. El uso de la tecnología es opcional. Esta característica, y ejercicios relacionados, se pueden omitir sin pérdida de continuidad en la cobertura de los temas.

Se dispone de numerosos recursos adicionales específicos del libro para ayudar a los estudiantes a tener éxito en el curso de precálculo. Entre estos se incluyen ayuda guiada "en vivo," DVDs de instrucciones y una variedad de otros recursos, como apoyo guiado y auto-evaluación, los cuales están disponibles en el CD-ROM HM *mathSpace*®, la red y Eduspace®. Además, la *guía en línea para tomar notas* es una guía que ayuda a los estudiantes a organizar sus notas de clases y a crear una herramienta de estudio y repaso efectiva.

Opciones flexibles para maestros

Desde la primera vez que comenzamos a escribir libros de texto, a principios de la década de 1970, hemos considerado una parte crítica de nuestra función como autores, proporcionar a los maestros programas flexibles; además de abordar una variedad de estilos de aprendizaje. Las características opcionales dentro del libro permiten a los maestros diseñar sus cursos para cumplir las necesidades de instrucción y las necesidades de los estudiantes. Por ejemplo, las *exploraciones* en el libro se pueden emplear como una introducción rápida a los conceptos, o como una forma para reforzar la comprensión del estudiante.

Nuestra meta, cuando desarrollamos los ejercicios, fue abordar una variedad de estilos de aprendizaje y preferencias de enseñanza. Nuevas para esta edición son las preguntas de *control de vocabulario*, que se proporcionan al inicio de cada conjunto de ejercicios, dispuestos para ayudar a los estudiantes a aprender la terminología matemática adecuada. En cada conjunto de ejercicios hemos incluido una variedad de tipos de ejercicios, incluyendo preguntas que requieren escritura y pensamiento crítico, así como aplicaciones con datos reales. Los problemas están graduados cuidadosamente en dificultad del dominio de habilidades básicas a ejercicios motivantes. Algunos de estos ejercicios incluyen el *ejercicio de síntesis* que combina habilidades y se emplean para verificar la comprensión conceptual y los ejercicios nuevos *tome una decisión* que conectan más datos y aplicaciones de la vida real y motivan a los estudiantes. Los *ejercicios de reafirmación de habilidades*, ubicados al final de cada conjunto de ejercicios, refuerzan habilidades previamente aprendidas. Además, el sitio en la red Eduspace® de Houghton Mifflin ofrece a los maestros la opción de asignar tareas y exámenes en línea; también incluye la habilidad de calificar automáticamente estas tareas.

Están disponibles otros recursos impresos y medios de información para apoyar a los maestros. El *organizador en línea del éxito del maestro* incluye planes de lecciones sugeridos y es una herramienta, especialmente útil, para departamentos grandes que deseen que todas las secciones de un curso sigan el mismo perfil. La *edición del maestro* de la *guía de toma de notas del estudiante* se puede usar como un resumen de conferencia para cada sección del libro e incluye ejemplos adicionales para el análisis en clase y definiciones importantes. Este es otro recurso valuable para escuelas tratando de tener una enseñanza consistente y se puede emplear para apoyar a maestros menos experimentados. Cuando se emplea en conjunto con la *guía de toma de notas del estudiante* estos recursos pueden ahorrar a los maestros tiempo de preparación y ayudan a los estudiantes a concentrarse en conceptos importantes.

Los maestros que enfaticen aplicaciones y resolución de problemas, o la exploración y tecnología, en conjunto con métodos más tradicionales son capaces de usar este libro exitosamente.

Esperamos que disfrute la séptima edición.

Ron Larson
Robert Hostetler

Reconocimientos

Nos gustaría agradecer a todos los que nos ayudaron a preparar el libro y el paquete de suplementos. Su ánimo, críticas y sugerencias han sido invaluables para nosotros.

Revisores de la séptima edición

Arun Agarwal, *Grambling State University*; Jean Claude Antoine, *Bunker Hill Community College*; W. Edward Bolton, *East Georgia College*; Joanne Brunner, *Joliet Junior College*; Luajean Bryan, *Walker Valley High School*; Nancy Cholvin, *Antelope Valley College*; Amy Daniel, *University of New Orleans*; Nerissa Felder, *Polk Community College*; Kathi Fields, *Blue Ridge Community College*; Edward Green, *North Georgia College & State University*; Karen Guinn, *University of South Carolina Beaufort*; Duane Larson, *Bevill State Community College*; Babette Lowe, *Victoria College (TX)*; Rudy Maglio, *Northwestern University*; Antonio Mazza, *University of Toronto*; Robin McNally, *Reinhardt College*; Constance Meade, *College of Southern Idaho*; Matt Mitchell, *American River College*; Claude Moore, *Danville Community College*; Mark Naber, *Monroe Community College*; Paul Olsen, *Wesley College*; Yewande Olubummo, *Spelman College*; Claudia Pacioni, *Washington State University*; Gary Parker, *Blue Mountain Community College*; Kevin Ratliff, *Blue Ridge Community College*; Michael Simon, *Southern Connecticut State University*; Rick Simon, *University of La Verne*; Delores Smith, *Coppin State University*; Kostas Stroumbakis, *DeVry Institute of Technology*; Michael Tedder, *Jefferson Davis Community College*; Ellen Turnell, *North Harris College*; Pamela Weston, *Tennessee Wesleyan College*

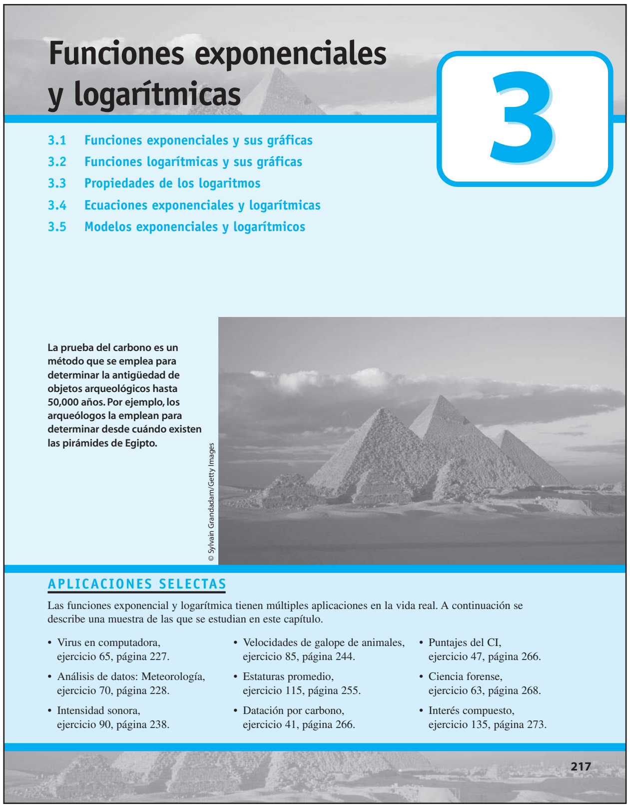
Nos gustaría agradecer al personal de Larson Texts, Inc. quienes ayudaron en la preparación del manuscrito, el diseño gráfico, compusieron y realizaron la corrección de pruebas de páginas y suplementos.

A nivel personal, estamos agradecidos con nuestras esposas, Deanna Gilbert y Eloise Hostetler por su amor, paciencia y apoyo. También, gracias en especial para R. Scott O'Neil.

Si tiene sugerencias para mejorar este libro, por favor escribanos. Durante las tres últimas décadas hemos recibido muchos comentarios útiles tanto de maestros como de estudiantes que valoramos en forma especial.

Ron Larson
Robert Hostetler

Rasgos sobresalientes del libro



Funciones exponenciales y logarítmicas

3

3.1 Funciones exponenciales y sus gráficas
3.2 Funciones logarítmicas y sus gráficas
3.3 Propiedades de los logaritmos
3.4 Ecuaciones exponenciales y logarítmicas
3.5 Modelos exponenciales y logarítmicos

La prueba del carbono es un método que se emplea para determinar la antigüedad de objetos arqueológicos hasta 50,000 años. Por ejemplo, los arqueólogos la emplean para determinar desde cuándo existen las pirámides de Egipto.

© Sylvain Grandadam/Getty Images

APLICACIONES SELECTAS

Las funciones exponencial y logarítmica tienen múltiples aplicaciones en la vida real. A continuación se describe una muestra de las que se estudian en este capítulo.

- Virus en computadora, ejercicio 65, página 227.
- Análisis de datos: Meteorología, ejercicio 70, página 228.
- Intensidad sonora, ejercicio 90, página 238.
- Velocidades de galope de animales, ejercicio 85, página 244.
- Estaturas promedio, ejercicio 115, página 255.
- Datación por carbono, ejercicio 41, página 266.
- Puntajes del CI, ejercicio 47, página 266.
- Ciencia forense, ejercicio 63, página 268.
- Interés compuesto, ejercicio 135, página 273.

217

• Apertura del capítulo

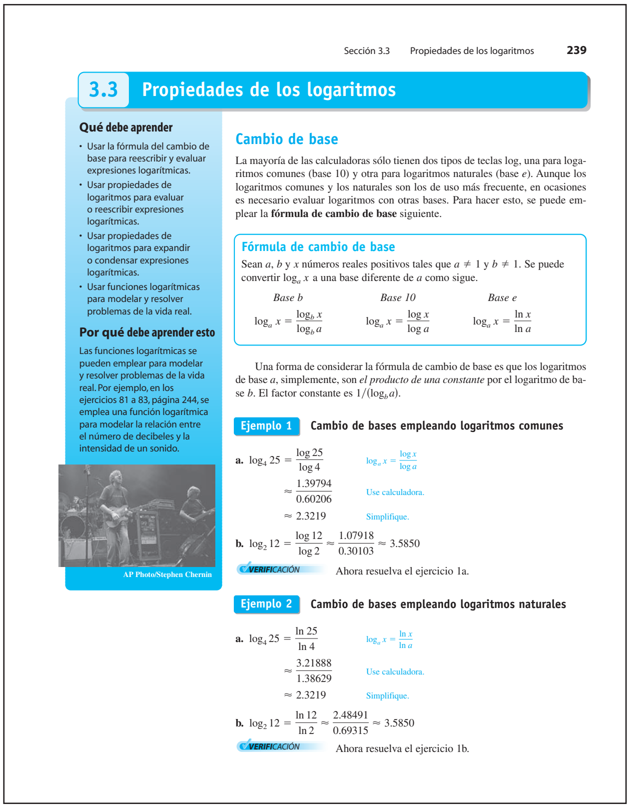
Cada capítulo inicia con una presentación general completa de los conceptos del capítulo. La fotografía y su leyenda ilustran una aplicación de la vida real de un concepto clave. Las referencias de sección ayudan a los estudiantes a prepararse para el capítulo.

• Lista de aplicaciones

Una lista abreviada de aplicaciones, comprendido en el capítulo, sirve como herramienta de motivación conectando el contenido de la sección con situaciones de la vida real.

• "Qué debe aprender" y "por qué debe aprender esto"

Estas secciones inician con *qué debe aprender,* un resumen de los conceptos principales cubiertos en la sección y *por qué debe aprender esto*, una aplicación de la vida real, o referencia matemática, que ilustra la importancia del contenido de la sección.



Sección 3.3 Propiedades de los logaritmos 239

3.3 Propiedades de los logaritmos

Qué debe aprender

- Usar la fórmula del cambio de base para reescribir y evaluar expresiones logarítmicas.
- Usar propiedades de logaritmos para evaluar o reescribir expresiones logarítmicas.
- Usar propiedades de logaritmos para expandir o condensar expresiones logarítmicas.
- Usar funciones logarítmicas para modelar y resolver problemas de la vida real.

Por qué debe aprender esto

Las funciones logarítmicas se pueden emplear para modelar y resolver problemas de la vida real. Por ejemplo, en los ejercicios 81 a 83, página 244, se emplea una función logarítmica para modelar la relación entre el número de decibeles y la intensidad de un sonido.

AP Photo/Stephen Chernin

Cambio de base

La mayoría de las calculadoras sólo tienen dos tipos de teclas log, una para logaritmos comunes (base 10) y otra para logaritmos naturales (base e). Aunque los logaritmos comunes y los naturales son los de uso más frecuente, en ocasiones es necesario evaluar logaritmos con otras bases. Para hacer esto, se puede emplear la **fórmula de cambio de base** siguiente.

Fórmula de cambio de base

Sean a, b y x números reales positivos tales que $a \neq 1$ y $b \neq 1$. Se puede convertir $\log_a x$ a una base diferente de a como sigue.

Base b	*Base 10*	*Base e*
$\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$	$\log_a x = \dfrac{\log x}{\log a}$	$\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$

Una forma de considerar la fórmula de cambio de base es que los logaritmos de base a, simplemente, son *el producto de una constante* por el logaritmo de base b. El factor constante es $1/(\log_b a)$.

Ejemplo 1 Cambio de bases empleando logaritmos comunes

a. $\log_4 25 = \dfrac{\log 25}{\log 4}$ $\qquad \log_a x = \dfrac{\log x}{\log a}$

$\approx \dfrac{1.39794}{0.60206}$ Use calculadora.

≈ 2.3219 Simplifique.

b. $\log_2 12 = \dfrac{\log 12}{\log 2} \approx \dfrac{1.07918}{0.30103} \approx 3.5850$

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 1a.

Ejemplo 2 Cambio de bases empleando logaritmos naturales

a. $\log_4 25 = \dfrac{\ln 25}{\ln 4}$ $\qquad \log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$

$\approx \dfrac{3.21888}{1.38629}$ Use calculadora.

≈ 2.3219 Simplifique.

b. $\log_2 12 = \dfrac{\ln 12}{\ln 2} \approx \dfrac{2.48491}{0.69315} \approx 3.5850$

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 1b.

RASGOS SOBRESALIENTES

Ejemplo 7 **Ventas de boletos de cine**

Las ventas semanales de boletos de cine para una película de comedia disminuyen cada semana. Al mismo tiempo, las ventas para una película de drama aumentan. Los modelos que aproximan las ventas, S, (en millones de dólares), para cada película son

$$\begin{cases} S = 60 - 8x & \text{Comedia} \\ S = 10 + 4.5x, & \text{Drama} \end{cases}$$

donde x representa el número de semanas que se proyectó cada película; $x = 0$ representa las ventas durante el fin de semana de estreno. ¿Después de cuántas semanas las ventas de boletos son iguales para las dos películas?

Solución algebraica

Como en la segunda ecuación ya se ha despejado S en términos de x, sustituya este valor en la primera ecuación y despeje x, como sigue:

$$\begin{aligned} 10 + 4.5x &= 60 - 8x && \text{Sustituya } S \text{ en la ecuación 1.} \\ 4.5x + 8x &= 60 - 10 && \text{Sume } 8x \text{ y } -10 \text{ en cada lado.} \\ 12.5x &= 50 && \text{Asocie términos semejantes.} \\ x &= 4 && \text{Divida cada lado entre 12.5.} \end{aligned}$$

Por tanto, las ventas semanales para las dos películas son iguales después de 4 semanas.

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 65.

Solución numérica

Se puede elaborar una tabla de valores para cada modelo y determinar cuándo serán iguales las ventas para las dos películas.

Número de semanas, x	0	1	2	3	4	5	6
Ventas, S (comedia)	60	52	44	36	28	20	12
Ventas, S (drama)	10	14.5	19	23.5	28	32.5	37

En la tabla anterior se observa que las ventas semanales para las dos películas son iguales después de 4 semanas.

ESCRIBIENDO ACERCA DE MATEMÁTICAS

Interpretación de puntos de intersección. Suponga que planea rentar un camión de 4 metros de longitud para efectuar una mudanza durante dos días. En la agencia A de renta de camiones se puede rentar uno por 29.95 dólares por día, más 0.49 dólares por kilómetro recorrido. En la agencia B se puede rentar un camión por 50 dólares por día, más 0.25 dólares por kilómetro recorrido.

a. Escriba las funciones de los costos totales en términos de x y y para rentar el camión en cada agencia.

b. Emplee un graficador para trazar las dos funciones en la misma pantalla y determine el punto de intersección. Interprete el significado en el contexto del problema.

c. ¿Cuál agencia debería elegir si planea viajar un total de 100 kilómetros durante dos días? ¿Por qué?

d. ¿Cómo cambia la situación si planea recorrer 200 kilómetros durante dos días?

• Ejemplos

Múltiples ejemplos presentan soluciones con enfoques variados, algebraicos, gráficos y numéricos. Este formato aborda una variedad de estilos de aprendizaje y muestra a los estudiantes qué métodos de solución distintos producen el mismo resultado.

• Verificación

La *verificación* dirige al estudiante a solucionar un problema similar en el conjunto de ejercicios para práctica adicional.

• Exploraciones

Exploración llama la atención de los estudiantes al descubrimiento de los conceptos matemáticos, refuerza las habilidades del pensamiento crítico y los ayuda a desarrollar una comprensión intuitiva de los conceptos teóricos.

• Ayudas de estudio

Ayudas de estudio refuerzan los conceptos y ayuda a los estudiantes a aprender cómo estudiar matemáticas.

• Tecnología

La característica *tecnología* proporciona instrucciones para utilidades de graficación en su punto de uso.

• Características adicionales

En el libro se encuentran herramientas de aprendizaje adicionales, cuidadosamente elaboradas y diseñadas para interrelacionar conceptos. Estas herramientas de aprendizaje incluyen *escribiendo acerca de matemáticas, notas históricas* y un programa completo para el desarrollo de habilidades.

Exploración

Escriba los cinco primeros términos de la sucesión de enésimo término

$$a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}.$$

¿Son iguales a los cinco primeros términos de la sucesión del ejemplo 2? Si no lo son, ¿cuál es su diferencia?

Ejemplo 2 **Sucesión de términos que alternan su signo**

Escriba los primeros cinco términos dados por $a_n = \dfrac{(-1)^n}{2n-1}$.

Solución

Los cinco primeros términos de la sucesión son como sigue.

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{(-1)^1}{2(1)-1} = \frac{-1}{2-1} = -1 && \text{1er. término} \\ a_2 &= \frac{(-1)^2}{2(2)-1} = \frac{1}{4-1} = \frac{1}{3} && \text{2o. término} \\ a_3 &= \frac{(-1)^3}{2(3)-1} = \frac{-1}{6-1} = -\frac{1}{5} && \text{3er. término} \\ a_4 &= \frac{(-1)^4}{2(4)-1} = \frac{1}{8-1} = \frac{1}{7} && \text{4o. término} \\ a_5 &= \frac{(-1)^5}{2(5)-1} = \frac{-1}{10-1} = -\frac{1}{9} && \text{5o. término} \end{aligned}$$

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 17.

Enumerar sólo los primeros términos no es suficiente para definir una sucesión en forma única. Se *debe proporcionar* el enésimo término. Para ver esto, considere las sucesiones siguientes, las dos tienen los mismos tres primeros términos.

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots, \frac{1}{2^n}, \ldots$$

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{15}, \ldots, \frac{6}{(n+1)(n^2-n+6)}, \ldots$$

Tecnología

Para graficar una sucesión empleando un graficador, use el modo *sequenc* e y *dot* e introduzca la sucesión. La gráfica de la sucesión del ejemplo 3a se muestra a continuación. Se pueden emplear las funciones *trace* o *value* para identificar los términos.

Ejemplo 3 **Determinación del enésimo término de una sucesión**

Escriba una expresión para el enésimo término posible, (a_n), de cada sucesión.

a. 1, 3, 5, 7, . . . **b.** 2, −5, 10, −17, . . .

Solución

a. *n:* 1 2 3 4 . . . n

Términos: 1 3 5 7 . . . a_n

Patrón posible: cada término es 1 menor que el doble de n.

$a_n = 2n - 1.$

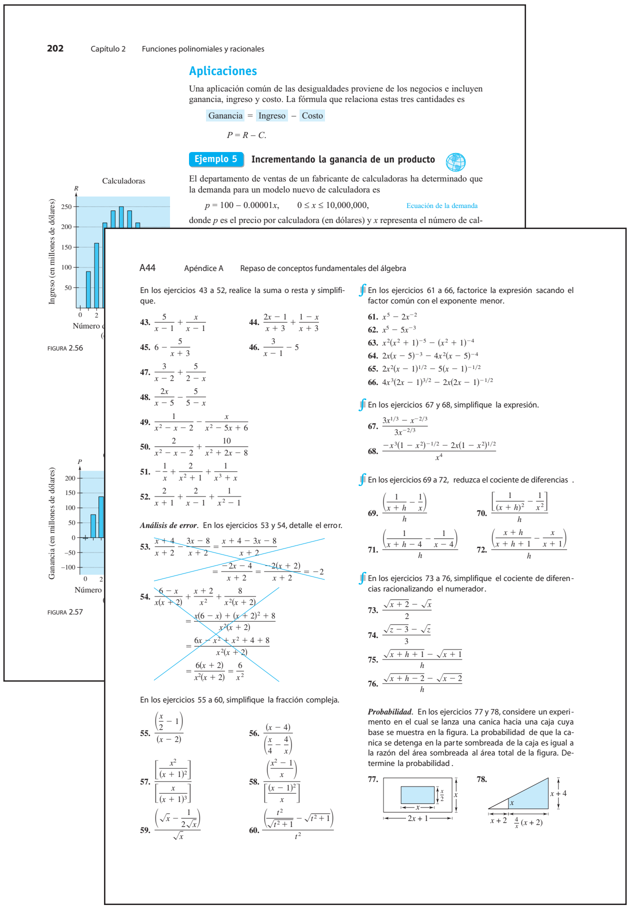
b. *n:* 1 2 3 4 . . . n

Términos: 2 −5 10 −17 . . . a_n

Patrón posible: los términos se alternan en signo;es negativo, si n es par. Cada término es 1 más, que el cuadrado de n; esto implica que

$a_n = (-1)^{n+1}(n^2 + 1)$

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 37.

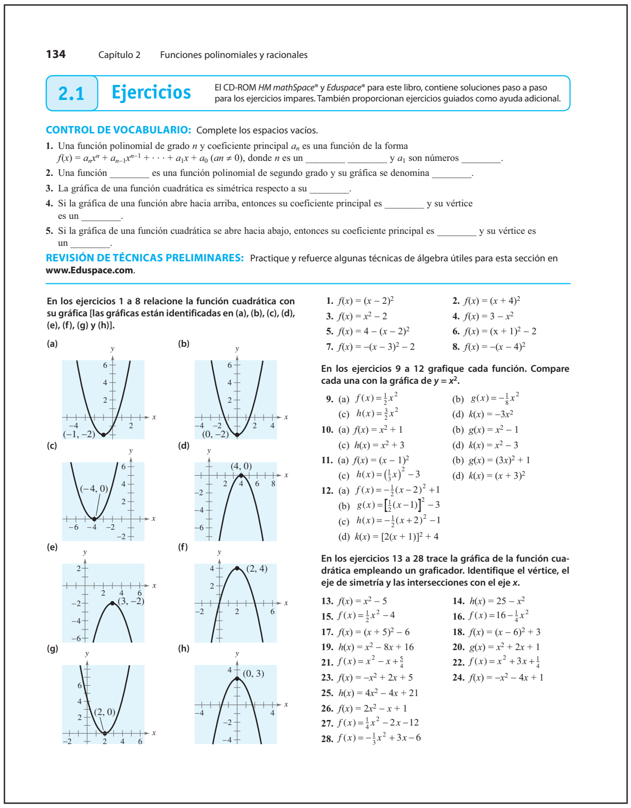


• Aplicaciones de la vida real

Una variedad de aplicaciones de la vida real, empleando datos reales actuales se integran en todos los ejemplos y ejercicios. El símbolo indica un ejemplo que requiere de una aplicación a la vida real.

• Álgebra del cálculo

En el libro se da énfasis especial a las técnicas algebraicas empleadas en cálculo. Los ejemplos y ejercicios del álgebra del cálculo se integran en el libro y se identifican con el símbolo $\int$.



• Ejercicios de la sección

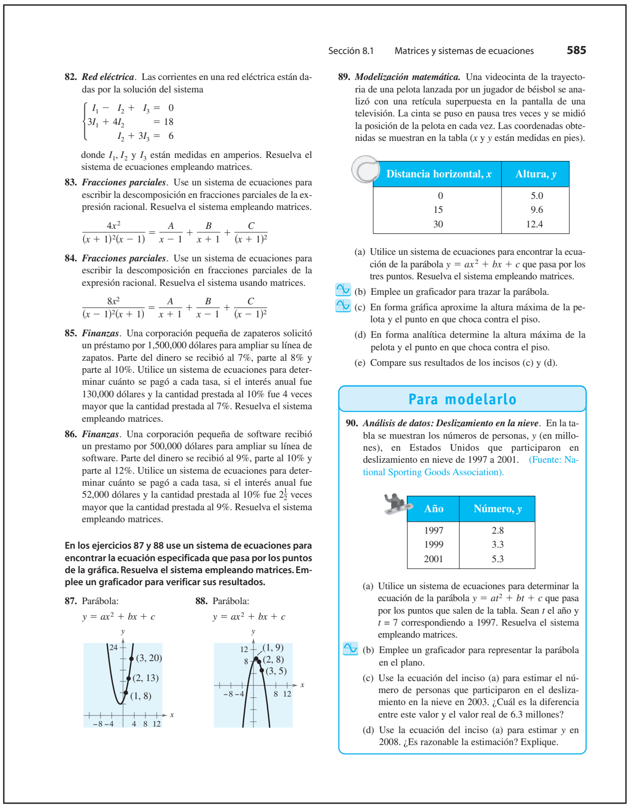
Los conjuntos de ejercicios de sección consisten en una variedad de problemas computacionales, conceptuales y de aplicación.

• Verificación de vocabulario

Los ejercicios de la sección inician con el *control de vocabulario*, que sirve como repaso de los términos matemáticos importantes de cada sección.

• Revisión de técnicas preliminares

Práctica adicional y reafirmación de habilidades de álgebra, necesarios para completar los conjuntos de ejercicios de sección, se ofrecen a los estudiantes y están disponibles en Eduspace®.


Sección 8.1 Matrices y sistemas de ecuaciones 585

82. ***Red eléctrica***. Las corrientes en una red eléctrica están dadas por la solución del sistema

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ 3I_1 + 4I_2 = 18 \\ I_2 + 3I_3 = 6 \end{cases}$$

donde I_1, I_2 y I_3 están medidas en amperios. Resuelva el sistema de ecuaciones empleando matrices.

83. ***Fracciones parciales***. Use un sistema de ecuaciones para escribir la descomposición en fracciones parciales de la expresión racional. Resuelva el sistema empleando matrices.

$$\frac{4x^2}{(x+1)^2(x-1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$$

84. ***Fracciones parciales***. Use un sistema de ecuaciones para escribir la descomposición en fracciones parciales de la expresión racional. Resuelva el sistema usando matrices.

$$\frac{8x^2}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

85. ***Finanzas***. Una corporación pequeña de zapateros solicitó un préstamo por 1,500,000 dólares para ampliar su línea de zapatos. Parte del dinero se recibió al 7%, parte al 8% y parte al 10%. Utilice un sistema de ecuaciones para determinar cuánto se pagó a cada tasa, si el interés anual fue 130,000 dólares y la cantidad prestada al 10% fue 4 veces mayor que la cantidad prestada al 7%. Resuelva el sistema empleando matrices.

86. ***Finanzas***. Una corporación pequeña de software recibió un prestamo por 500,000 dólares para ampliar su línea de software. Parte del dinero se recibió al 9%, parte al 10% y parte al 12%. Utilice un sistema de ecuaciones para determinar cuánto se pagó a cada tasa, si el interés anual fue 52,000 dólares y la cantidad prestada al 10% fue $2\frac{1}{2}$ veces mayor que la cantidad prestada al 9%. Resuelva el sistema empleando matrices.

En los ejercicios 87 y 88 use un sistema de ecuaciones para encontrar la ecuación especificada que pasa por los puntos de la gráfica. Resuelva el sistema empleando matrices. Emplee un graficador para verificar sus resultados.

87. Parábola: $y = ax^2 + bx + c$

88. Parábola: $y = ax^2 + bx + c$

89. ***Modelización matemática.*** Una videocinta de la trayectoria de una pelota lanzada por un jugador de béisbol se analizó con una retícula superpuesta en la pantalla de una televisión. La cinta se puso en pausa tres veces y se midió la posición de la pelota en cada vez. Las coordenadas obtenidas se muestran en la tabla (x y y están medidas en pies).

Distancia horizontal, x	Altura, y
0	5.0
15	9.6
30	12.4

(a) Utilice un sistema de ecuaciones para encontrar la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ que pasa por los tres puntos. Resuelva el sistema empleando matrices.
(b) Emplee un graficador para trazar la parábola.
(c) En forma gráfica aproxime la altura máxima de la pelota y el punto en que choca contra el piso.
(d) En forma analítica determine la altura máxima de la pelota y el punto en que choca contra el piso.
(e) Compare sus resultados de los incisos (c) y (d).

Para modelarlo

90. ***Análisis de datos: Deslizamiento en la nieve***. En la tabla se muestran los números de personas, y (en millones), en Estados Unidos que participaron en deslizamiento en nieve de 1997 a 2001. (Fuente: National Sporting Goods Association).

Año	Número, y
1997	2.8
1999	3.3
2001	5.3

(a) Utilice un sistema de ecuaciones para determinar la ecuación de la parábola $y = at^2 + bt + c$ que pasa por los puntos que salen de la tabla. Sean t el año y $t = 7$ correspondiendo a 1997. Resuelva el sistema empleando matrices.
(b) Emplee un graficador para representar la parábola en el plano.
(c) Use la ecuación del inciso (a) para estimar el número de personas que participaron en el deslizamiento en la nieve en 2003. ¿Cuál es la diferencia entre este valor y el valor real de 6.3 millones?
(d) Use la ecuación del inciso (a) para estimar y en 2008. ¿Es razonable la estimación? Explique.

• Para modelarlo

Estas aplicaciones presentadas en varias partes implican datos reales y ofrecen a los estudiantes la oportunidad de generar y analizar modelos matemáticos.

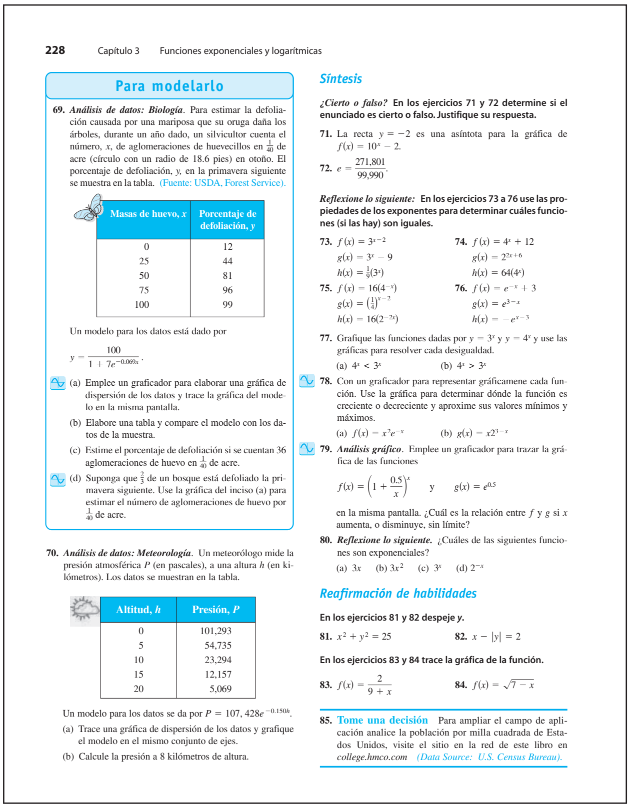
• Síntesis y ejercicios de reafirmación de habilidades

Cada conjunto de ejercicios concluye con dos tipos de ejercicios.

Los ejercicios de *síntesis* promueven la exploración de los conceptos matemáticos, habilidades de pensamiento crítico y escritura en matemáticas. Los ejercicios requieren que los estudiantes muestren su comprensión en las relaciones entre varios conceptos de la sección.

Los *ejercicios de repaso de habilidades* refuerzan habilidades y conceptos previamente aprendidos.

Los ejercicios *tome una decisión*, que se encuentran en secciones seleccionadas, conectan más datos de la vida real y aplicaciones y motivan a los estudiantes. También ofrecen la oportunidad de generar y analizar modelos matemáticos de conjuntos con mayor número de datos.


228 Capítulo 3 Funciones exponenciales y logarítmicas

Para modelarlo

69. ***Análisis de datos: Biología***. Para estimar la defoliación causada por una mariposa que su oruga daña los árboles, durante un año dado, un silvicultor cuenta el número, x, de aglomeraciones de huevecillos en $\frac{1}{40}$ de acre (círculo con un radio de 18.6 pies) en otoño. El porcentaje de defoliación, y, en la primavera siguiente se muestra en la tabla. (Fuente: USDA, Forest Service).

Masas de huevo, x	Porcentaje de defoliación, y
0	12
25	44
50	81
75	96
100	99

Un modelo para los datos está dado por

$$y = \frac{100}{1 + 7e^{-0.069x}}.$$

(a) Emplee un graficador para elaborar una gráfica de dispersión de los datos y trace la gráfica del modelo en la misma pantalla.
(b) Elabore una tabla y compare el modelo con los datos de la muestra.
(c) Estime el porcentaje de defoliación si se cuentan 36 aglomeraciones de huevo en $\frac{1}{40}$ de acre.
(d) Suponga que $\frac{2}{3}$ de un bosque está defoliado la primavera siguiente. Use la gráfica del inciso (a) para estimar el número de aglomeraciones de huevo por $\frac{1}{40}$ de acre.

70. ***Análisis de datos: Meteorología***. Un meteorólogo mide la presión atmosférica P (en pascales), a una altura h (en kilómetros). Los datos se muestran en la tabla.

Altitud, h	Presión, P
0	101,293
5	54,735
10	23,294
15	12,157
20	5,069

Un modelo para los datos se da por $P = 107,428e^{-0.150h}$.
(a) Trace una gráfica de dispersión de los datos y grafique el modelo en el mismo conjunto de ejes.
(b) Calcule la presión a 8 kilómetros de altura.

Síntesis

¿Cierto o falso? **En los ejercicios 71 y 72 determine si el enunciado es cierto o falso. Justifique su respuesta.**

71. La recta $y = -2$ es una asíntota para la gráfica de $f(x) = 10^x - 2$.

72. $e = \dfrac{271{,}801}{99{,}990}$.

Reflexione lo siguiente: **En los ejercicios 73 a 76 use las propiedades de los exponentes para determinar cuáles funciones (si las hay) son iguales.**

73. $f(x) = 3^{x-2}$, $g(x) = 3^x - 9$, $h(x) = \frac{1}{9}(3^x)$

74. $f(x) = 4^x + 12$, $g(x) = 2^{2x+6}$, $h(x) = 64(4^x)$

75. $f(x) = 16(4^{-x})$, $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-2}$, $h(x) = 16(2^{-2x})$

76. $f(x) = e^{-x} + 3$, $g(x) = e^{3-x}$, $h(x) = -e^{x-3}$

77. Grafique las funciones dadas por $y = 3^x$ y $y = 4^x$ y use las gráficas para resolver cada desigualdad.
(a) $4^x < 3^x$ (b) $4^x > 3^x$

78. Con un graficador para representar gráficamene cada función. Use la gráfica para determinar dónde la función es creciente o decreciente y aproxime sus valores mínimos y máximos.
(a) $f(x) = x^2e^{-x}$ (b) $g(x) = x2^{3-x}$

79. ***Análisis gráfico***. Emplee un graficador para trazar la gráfica de las funciones

$$f(x) = \left(1 + \frac{0.5}{x}\right)^x \quad \text{y} \quad g(x) = e^{0.5}$$

en la misma pantalla. ¿Cuál es la relación entre f y g si x aumenta, o disminuye, sin límite?

80. ***Reflexione lo siguiente.*** ¿Cuáles de las siguientes funciones son exponenciales?
(a) $3x$ (b) $3x^2$ (c) 3^x (d) 2^{-x}

Reafirmación de habilidades

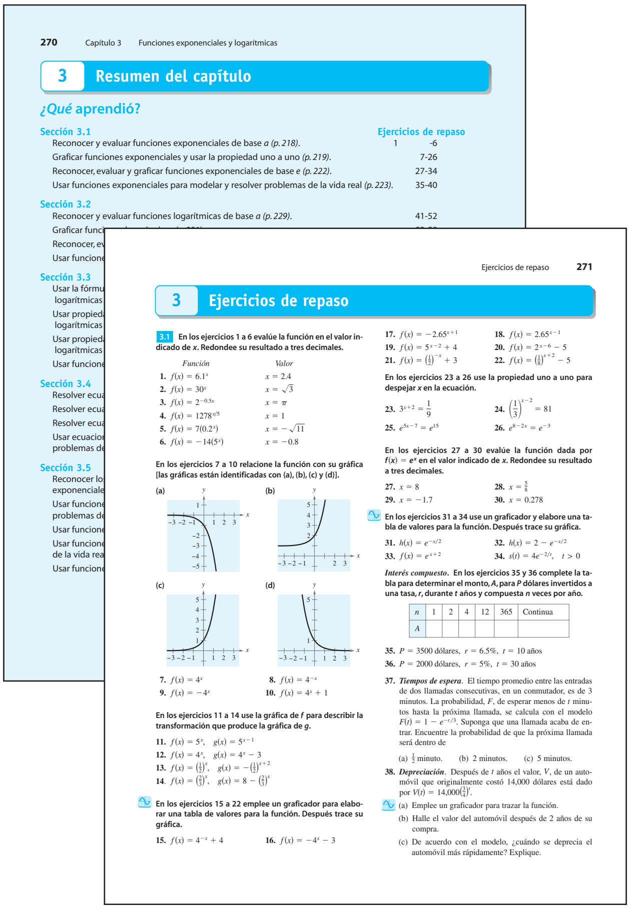
En los ejercicios 81 y 82 despeje *y*.

81. $x^2 + y^2 = 25$ **82.** $x - |y| = 2$

En los ejercicios 83 y 84 trace la gráfica de la función.

83. $f(x) = \dfrac{2}{9 + x}$ **84.** $f(x) = \sqrt{7 - x}$

85. **Tome una decisión** Para ampliar el campo de aplicación analice la población por milla cuadrada de Estados Unidos, visite el sitio en la red de este libro en *college.hmco.com* *(Data Source: U.S. Census Bureau).*

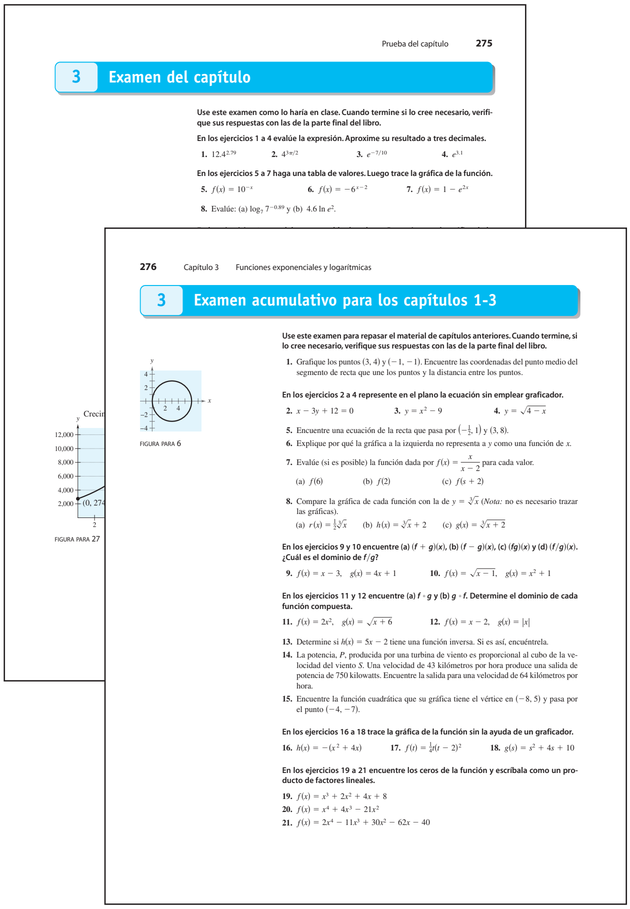


• Resumen de capítulo

"¿Qué aprendió?" del resumen del capítulo es un resumen general, sección por sección, que liga los objetivos de aprendizaje del capítulo con conjuntos de ejercicios de repaso, para práctica adicional.

• Ejercicios de repaso

Los *ejercicios de repaso* de capítulo proporcionan práctica adicional con los conceptos tratados en el capítulo.



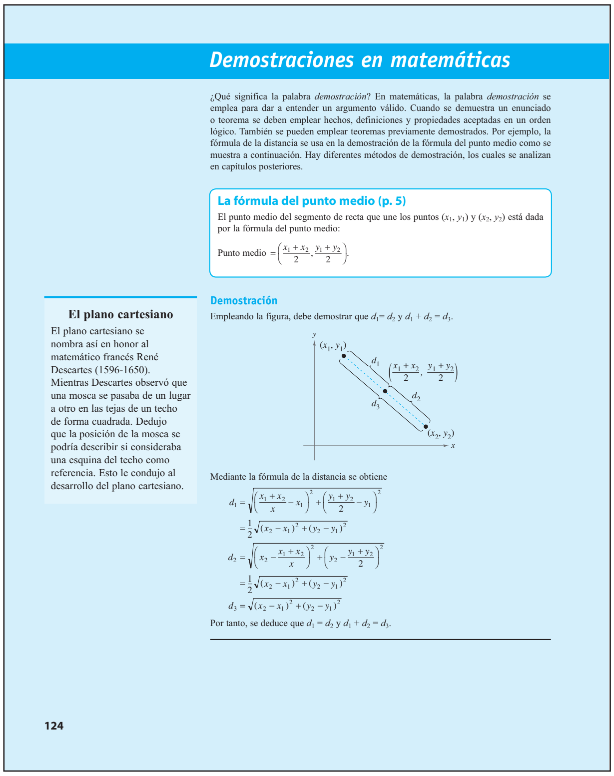
• Exámenes de capítulo y acumulados

Los *exámenes de capítulo,* al final de cada capítulo, y los *exámenes acumulados* periódicos ofrecen a los estudiantes oportunidades frecuentes para hacer una auto-evaluación y desarrollar habilidades firmes de estudio y de toma de exámenes.

RASGOS SOBRESALIENTES

• Demostraciones en matemáticas

Al final de cada capítulo se presentan demostraciones de propiedades y teoremas matemáticos importantes, así como un análisis de varias técnicas de demostración.



Demostraciones en matemáticas

¿Qué significa la palabra *demostración*? En matemáticas, la palabra *demostración* se emplea para dar a entender un argumento válido. Cuando se demuestra un enunciado o teorema se deben emplear hechos, definiciones y propiedades aceptadas en un orden lógico. También se pueden emplear teoremas previamente demostrados. Por ejemplo, la fórmula de la distancia se usa en la demostración de la fórmula del punto medio como se muestra a continuación. Hay diferentes métodos de demostración, los cuales se analizan en capítulos posteriores.

La fórmula del punto medio (p. 5)

El punto medio del segmento de recta que une los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) está dada por la fórmula del punto medio:

$$\text{Punto medio} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right).$$

El plano cartesiano

El plano cartesiano se nombra así en honor al matemático francés René Descartes (1596-1650). Mientras Descartes observó que una mosca se pasaba de un lugar a otro en las tejas de un techo de forma cuadrada. Dedujo que la posición de la mosca se podría describir si consideraba una esquina del techo como referencia. Esto le condujo al desarrollo del plano cartesiano.

Demostración

Empleando la figura, debe demostrar que $d_1 = d_2$ y $d_1 + d_2 = d_3$.

Mediante la fórmula de la distancia se obtiene

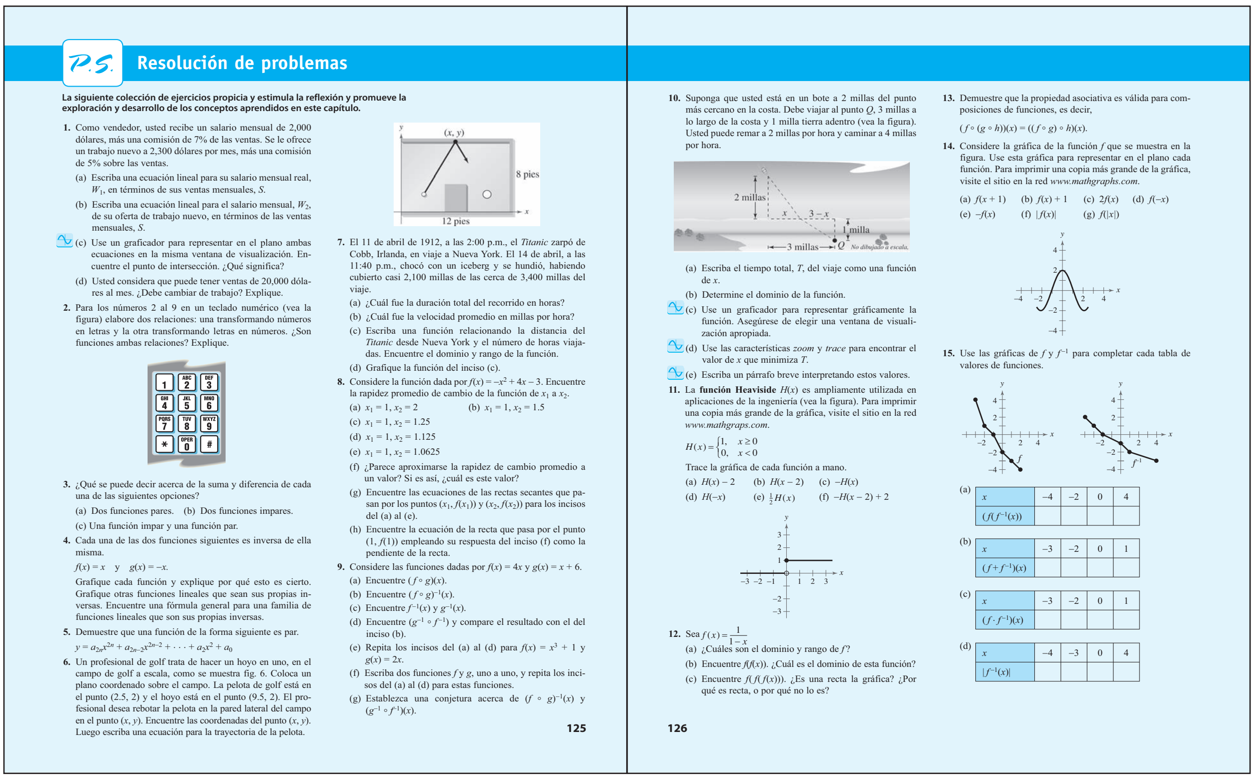
$$d_1 = \sqrt{\left(\frac{x_1 + x_2}{x} - x_1\right)^2 + \left(\frac{y_1 + y_2}{2} - y_1\right)^2}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d_2 = \sqrt{\left(x_2 - \frac{x_1 + x_2}{x}\right)^2 + \left(y_2 - \frac{y_1 + y_2}{2}\right)^2}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d_3 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Por tanto, se deduce que $d_1 = d_2$ y $d_1 + d_2 = d_3$.

124

• P.S. resolución de problemas

Cada capítulo concluye con una colección de ejercicios. Estos ejercicios tienen características inusuales que los apartan de los ejercicios de libros tradicionales.



P.S. Resolución de problemas

La siguiente colección de ejercicios propicia y estimula la reflexión y promueve la exploración y desarrollo de los conceptos aprendidos en este capítulo.

1. Como vendedor, usted recibe un salario mensual de 2,000 dólares, más una comisión de 7% de las ventas. Se le ofrece un trabajo nuevo a 2,300 dólares por mes, más una comisión de 5% sobre las ventas.
   (a) Escriba una ecuación lineal para su salario mensual real, W_1, en términos de sus ventas mensuales, S.
   (b) Escriba una ecuación lineal para el salario mensual, W_2, de su oferta de trabajo nuevo, en términos de las ventas mensuales, S.
   (c) Use un graficador para representar en el plano ambas ecuaciones en la misma ventana de visualización. Encuentre el punto de intersección. ¿Qué significa?
   (d) Usted considera que puede tener ventas de 20,000 dólares al mes. ¿Debe cambiar de trabajo? Explique.
2. Para los números 2 al 9 en un teclado numérico (vea la figura) elabore dos relaciones: una transformando números en letras y la otra transformando letras en números. ¿Son funciones ambas relaciones? Explique.

3. ¿Qué se puede decir acerca de la suma y diferencia de cada una de las siguientes opciones?
   (a) Dos funciones pares. (b) Dos funciones impares.
   (c) Una función impar y una función par.
4. Cada una de las dos funciones siguientes es inversa de ella misma.
   $f(x) = x$ y $g(x) = -x$.
   Grafique cada función y explique por qué esto es cierto. Grafique otras funciones lineales que sean sus propias inversas. Encuentre una fórmula general para una familia de funciones lineales que son sus propias inversas.
5. Demuestre que una función de la forma siguiente es par.
   $y = a_{2n}x^{2n} + a_{2n-2}x^{2n-2} + \cdots + a_2x^2 + a_0$
6. Un profesional de golf trata de hacer un hoyo en uno, en el campo de golf a escala, como se muestra fig. 6. Coloca un plano coordenado sobre el campo. La pelota de golf está en el punto (2.5, 2) y el hoyo está en el punto (9.5, 2). El profesional desea rebotar la pelota en la pared lateral del campo en el punto (x, y). Encuentre las coordenadas del punto (x, y). Luego escriba una ecuación para la trayectoria de la pelota.

7. El 11 de abril de 1912, a las 2:00 p.m., el *Titanic* zarpó de Cobb, Irlanda, en viaje a Nueva York. El 14 de abril, a las 11:40 p.m., chocó con un iceberg y se hundió, habiendo cubierto casi 2,100 millas de las cerca de 3,400 millas del viaje.
   (a) ¿Cuál fue la duración total del recorrido en horas?
   (b) ¿Cuál fue la velocidad promedio en millas por hora?
   (c) Escriba una función relacionando la distancia del *Titanic* desde Nueva York y el número de horas viajadas. Encuentre el dominio y rango de la función.
   (d) Grafique la función del inciso (c).
8. Considere la función dada por $f(x) = -x^2 + 4x - 3$. Encuentre la rapidez promedio de cambio de la función de x_1 a x_2.
   (a) $x_1 = 1, x_2 = 2$ (b) $x_1 = 1, x_2 = 1.5$
   (c) $x_1 = 1, x_2 = 1.25$
   (d) $x_1 = 1, x_2 = 1.125$
   (e) $x_1 = 1, x_2 = 1.0625$
   (f) ¿Parece aproximarse la rapidez de cambio promedio a un valor? Si es así, ¿cuál es este valor?
   (g) Encuentre las ecuaciones de las rectas secantes que pasan por los puntos $(x_1, f(x_1))$ y $(x_2, f(x_2))$ para los incisos del (a) al (e).
   (h) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1, f(1))$ empleando su respuesta del inciso (f) como la pendiente de la recta.
9. Considere las funciones dadas por $f(x) = 4x$ y $g(x) = x + 6$.
   (a) Encuentre $(f \circ g)(x)$.
   (b) Encuentre $(f \circ g)^{-1}(x)$.
   (c) Encuentre $f^{-1}(x)$ y $g^{-1}(x)$.
   (d) Encuentre $(g^{-1} \circ f^{-1})$ y compare el resultado con el del inciso (b).
   (e) Repita los incisos del (a) al (d) para $f(x) = x^3 + 1$ y $g(x) = 2x$.
   (f) Escriba dos funciones f y g, uno a uno, y repita los incisos del (a) al (d) para estas funciones.
   (g) Establezca una conjetura acerca de $(f \circ g)^{-1}(x)$ y $(g^{-1} \circ f^{-1})(x)$.

125

10. Suponga que usted está en un bote a 2 millas del punto más cercano en la costa. Debe viajar al punto Q, 3 millas a lo largo de la costa y 1 milla tierra adentro (vea la figura). Usted puede remar a 2 millas por hora y caminar a 4 millas por hora.

   (a) Escriba el tiempo total, T, del viaje como una función de x.
   (b) Determine el dominio de la función.
   (c) Use un graficador para representar gráficamente la función. Asegúrese de elegir una ventana de visualización apropiada.
   (d) Use las características *zoom* y *trace* para encontrar el valor de x que minimiza T.
   (e) Escriba un párrafo breve interpretando estos valores.
11. La **función Heaviside** $H(x)$ es ampliamente utilizada en aplicaciones de la ingeniería (vea la figura). Para imprimir una copia más grande de la gráfica, visite el sitio en la red *www.mathgraps.com*.
   $$H(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$
   Trace la gráfica de cada función a mano.
   (a) $H(x) - 2$ (b) $H(x - 2)$ (c) $-H(x)$
   (d) $H(-x)$ (e) $\frac{1}{2}H(x)$ (f) $-H(x - 2) + 2$
12. Sea $f(x) = \frac{1}{1-x}$
   (a) ¿Cuáles son el dominio y rango de f?
   (b) Encuentre $f(f(x))$. ¿Cuál es el dominio de esta función?
   (c) Encuentre $f(f(f(x)))$. ¿Es una recta la gráfica? ¿Por qué es recta, o por qué no lo es?
13. Demuestre que la propiedad asociativa es válida para composiciones de funciones, es decir,
   $(f \circ (g \circ h))(x) = ((f \circ g) \circ h)(x)$.
14. Considere la gráfica de la función f que se muestra en la figura. Use esta gráfica para representar en el plano cada función. Para imprimir una copia más grande de la gráfica, visite el sitio en la red *www.mathgraphs.com*.
   (a) $f(x + 1)$ (b) $f(x) + 1$ (c) $2f(x)$ (d) $f(-x)$
   (e) $-f(x)$ (f) $|f(x)|$ (g) $f(|x|)$
15. Use las gráficas de f y f^{-1} para completar cada tabla de valores de funciones.

(a)

x	-4	-2	0	4
$(f(f^{-1}(x))$				

(b)

x	-3	-2	0	1
$(f + f^{-1})(x)$				

(c)

x	-3	-2	0	1
$(f \cdot f^{-1})(x)$				

(d)

x	-4	-3	0	4
$\lvert f^{-1}(x) \rvert$				

126

Suplementos para el maestro

Precálculo, séptima edición, contiene un paquete completo de apoyo para el maestro que incluye:

Edición con notas del maestro

Guía completa de soluciones en línea

Organizador del éxito del maestro en línea

Centro de enseñanza en línea: Este sitio en la red gratuito contiene múltiples recursos para el maestro.

HM ClassPrep™ con HM Testing (powered by Diploma™): Este CD-ROM es una combinación de dos herramientas de administración del curso.

- *HM Testing* (powered by *Diploma*™) ofrece a los maestros una herramienta flexible y poderosa para generación y administración de exámenes. Ahora soportado por el software *Diploma*™ líder en el mercado de Brownstone Research Group, esta nueva versión de *HM Testing* mejora significantemente la funcionalidad y facilidad de uso ofreciendo todas las herramientas necesarias para crear, generar, suministrar y adaptar muchos tipos de exámenes, incluyendo elaboración y edición de preguntas algorítmicas. *Diploma*™ se usa actualmente en miles de colegios y universidades en Estados Unidos y Canadá.
- HM ClassPrep™ también presenta suplementos y recursos específicos para el libro para el maestro.

Eduspace®: Eduspace®, powered por Blackboard®, es una herramienta de aprendizaje en línea adaptable e interactiva de Houghton Mifflin. Eduspace® proporciona a los maestros cursos y contenido en línea. Al conjugar las herramientas ampliamente reconocidas de Blackboard® con contenido de calidad y específico para el libro de Houghton Mifflin Company, Eduspace® facilita a los maestros crear todo un curso, o parte de él, en línea. Esta herramienta de aprendizaje en línea también contiene ejercicios de tarea, cuestionarios, exámenes, ayudas y materiales de estudio adicionales fáciles de emplear.

Visite www.eduspace.com para más información.

Eduspace® con eSolutions: Eduspace® con eSolutions combina todas las características de Eduspace® con una versión electrónica de los ejercicios del libro y las soluciones completas para los ejercicios con número impar, proporcionando a los estudiantes una forma conveniente y completa para hacer la tarea y ver materiales del curso.

Suplementos para el estudiante

Precalculus, séptima edición, contiene un paquete de apoyo completo para el estudiante que incluye:

Guía de estudio y soluciones

Guía de toma de notas del estudiante en línea

DVDs instructivos

Centro de estudio en línea: Este sitio en la red gratuito contiene una gran variedad de recursos para el estudiante.

CD-ROM HM mathSpace®**:** Este CD-ROM de ayuda guiada proporciona oportunidades para repaso y práctica a un ritmo conveniente con ejercicios generados por algoritmos y soluciones paso a paso.

Eduspace®**:** Eduspace®, powered por Blackboard®, es una herramienta de aprendizaje en línea adaptable e interactiva para maestros y estudiantes. Eduspace® es un entorno de aprendizaje específico del libro y con base en la red que su maestro puede emplear para ofrecer a los estudiantes una combinación de ejercicios de práctica, ayudas guiadas de multimedia, explicaciones en vídeo, tarea algorítmica en línea y más. El contenido específico está disponible todo el día para ayudarle a tener éxito en su curso.

Eduspace® con eSolutions**:** Eduspace® con eSolutions combina todas las características de Eduspace® con una versión electrónica de los ejercicios del libro y las soluciones completas para los ejercicios con número impar. El resultado es una forma conveniente y completa para hacer la tarea y ver sus materiales del curso.

Smarthinking®**:** Houghton Mifflin se ha asociado con Smarthinking® para proporcionar un servicio de ayuda guiada fácil de usar, efectivo en línea. Mediante herramientas de estado del arte y tecnología whiteboard, los estudiantes se comunican en tiempo real con maestros calificados, en línea, quienes pueden ayudar a los estudiantes a comprender conceptos difíciles y guiarlos a través del proceso de resolución de problemas mientras estudian, o realizan su tarea.

Se ofrecen tres niveles de servicio para los estudiantes.

Ayuda guiada en vivo proporciona instrucciones en tiempo real y uno a uno.

Realización de preguntas permite a los estudiantes realizar preguntas al tutor fuera de las horas programadas y recibir una respuesta generalmente dentro de 24 horas.

Recursos de estudio independientes conectan a los estudiantes en todo momento con recursos educacionales adicionales, variando de sitios en la red interactivos a preguntas hechas frecuentemente.

Visite www.smarthinking.com para más información.

**Aplican restricciones; los términos y las horas del servicio SMARTHINKING® están sujetos a cambio.*

Funciones y sus gráficas

1

Las funciones juegan un papel importante en la modelización de situaciones de la vida real. Mediante una función cúbica se puede estimar el crecimiento en el número de ventas de CDs de música en Estados Unidos.

APLICACIONES SELECCIONADAS

Las funciones tienen múltiples aplicaciones en la vida real. A continuación se describe una muestra de las que se estudian en este capítulo.

- Análisis de datos: correo, ejercicio 69, página 12.
- Estadística de población, ejercicio 75, página 24.
- Matrícula universitaria, ejercicio 109, página 37.
- Costo, ingreso y utilidad, ejercicio 97, página 52.
- Ventas de música digital, ejercicio 89, página 64.
- Mecánica de fluidos, ejercicio 68, página 73.
- Uso de combustible, ejercicio 67, página 82.
- Información del consumidor, ejercicio 68, página 92.
- Motores diesel, ejercicio 83, página 102.

1.1 Coordenadas rectangulares

Qué debe aprender

- Localizar puntos en el plano cartesiano.
- Usar la fórmula de la distancia para encontrar la distancia entre dos puntos.
- Usar la fórmula del punto medio de un segmento de recta.
- Usar un plano coordenado y fórmulas geométricas para modelar y resolver problemas de la vida real.

Por qué debe aprender esto

El plano cartesiano se puede usar para representar relaciones entre dos variables. Por ejemplo, en el ejercicio 60, página 12, una gráfica representa el salario mínimo en Estados Unidos de 1950 a 2004.

El plano cartesiano

Así como se pueden representar números reales mediante puntos sobre una recta también se pueden representar pares ordenados de números reales mediante puntos en un plano llamado **sistema coordenado rectangular** o **plano cartesiano**, denominado así en honor del matemático francés René Descartes (1596-1650).

El plano cartesiano se forma usando dos rectas de números reales que se intersecan de manera perpendicular, como se muestra en la figura 1.1. La recta numérica horizontal se denomina **eje *x*** y la vertical es el **eje *y***. El punto de intersección de estos dos ejes es el **origen** y los dos ejes dividen el plano en cuatro partes a las que se les llama **cuadrantes**.

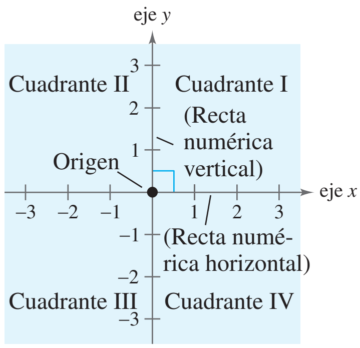


FIGURA 1.1

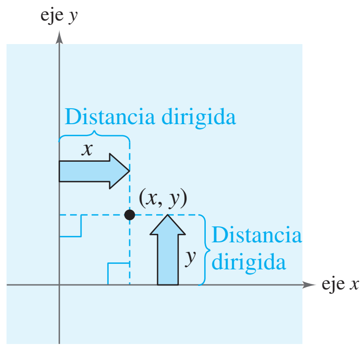


FIGURA 1.2

Cada punto en el plano corresponde a un **par ordenado**, (x, y), de números reales x y y, llamados **coordenadas** del punto. La **coordenada *x*** representa la distancia dirigida desde el eje y al punto y la **coordenada *y*** representa la distancia dirigida desde el eje x al punto, como se muestra en la figura 1.2.

Distancia dirigida desde el eje y → (x, y) ← Distancia dirigida desde el eje x

La notación (x, y) denota tanto un punto en el plano como un intervalo abierto sobre la recta numérica real. El contexto le indicará cuál es el significado atribuido.

Ejemplo 1 Trazo de puntos en el plano cartesiano

Localice los puntos $(-1, 2)$, $(3, 4)$, $(0, 0)$, $(3, 0)$ y $(-2, -3)$.

Solución

Para localizar el punto $(-1, 2)$ imagine una recta vertical que pasa por -1, en el eje x y una recta horizontal que pasa por 2, en el eje y. La intersección de estas dos rectas es el punto $(-1, 2)$. Los otros cuatro puntos se pueden trazar de manera similar, como se muestra en la figura 1.3.

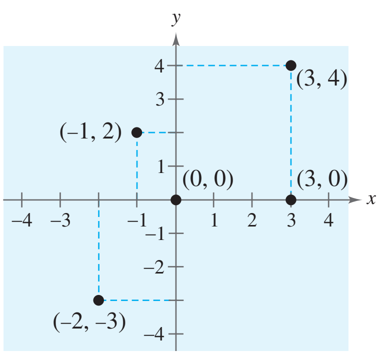


FIGURA 1.3

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 3.

Lo importante de un sistema coordenado rectangular es que permite *ver* relaciones entre dos variables. No se sobreestima la importancia de la introducción de las coordenadas en el plano, por Descartes. Hoy en día, sus ideas son de uso común en cualquier campo relacionado con la ciencia y los negocios.

Ejemplo 2 Dibujo de una gráfica de dispersión

Año, t	Cantidad, A
1990	475
1991	577
1992	521
1993	569
1994	609
1995	562
1996	707
1997	723
1998	718
1999	648
2000	495
2001	476
2002	527
2003	464

En la tabla se muestran, de 1990 a 2003, las cantidades A (en millones de dólares) que se gastaron en equipo de esquí en Estados Unidos, donde t representa el año. Dibuje una gráfica de dispersión de los datos. (Fuente: National Sporting Goods Association).

Solución

Para dibujar una *gráfica de dispersión* de los datos mostrados en la tabla, simplemente, represente cada par de valores mediante un par ordenado (t, A) y dibuje los puntos resultantes, como se muestra en la figura 1.4. Por ejemplo, el primer par de valores está representado por el par ordenado (1990, 475). Observe que el corte en el eje t indica que se han omitido los números entre 0 y 1990.

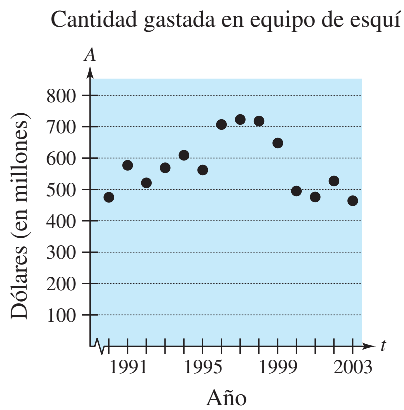


FIGURA 1.4

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 21.

En el ejemplo 2, pudo haber elegido $t = 1$ para representar el año 1990. En ese caso, el eje horizontal no se hubiera cortado y las marcas sobre el eje se hubieran señalado del 1 al 14 (en lugar de 1990 a 2003).

El CD-ROM *HM mathSpace*® y *Eduspace*®, para este texto, contienen fuentes adicionales relacionadas con los conceptos analizados en este capítulo.

Tecnología

La gráfica de dispersión del ejemplo 2 es una forma de representar los datos de manera gráfica. Los datos también se pueden representar utilizando una gráfica de barras o una gráfica poligonal. Si tiene acceso a un graficador intente representar de manera gráfica los datos indicados en el ejemplo 2.

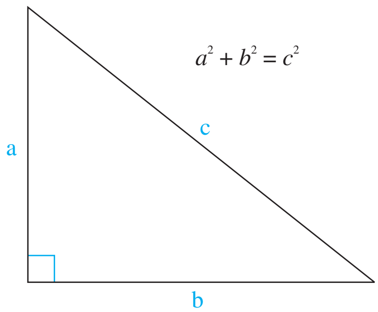


FIGURA 1.5

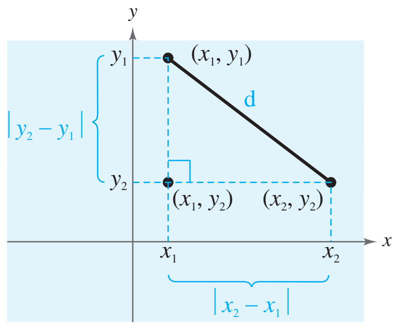


FIGURA 1.6

Teorema de Pitágoras y la fórmula de la distancia

El famoso teorema siguiente se usa con frecuencia en este libro.

Teorema de Pitágoras

Para un triángulo rectángulo con hipotenusa de longitud c y catetos de longitudes a y b, se tiene $a^2 + b^2 = c^2$, como se ve en la figura 1.5 (El recíproco también es cierto; es decir, si $a^2 + b^2 = c^2$ el triángulo es rectángulo).

Suponga que se quiere determinar la distancia d entre dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2), en el plano. Con estos dos puntos se forma un triángulo rectángulo, como se muestra en la figura 1.6. La longitud del cateto vertical del triángulo es $|y_2 - y_1|$ y la longitud del cateto horizontal es $|x_2 - x_1|$. Mediante el teorema de Pitágoras se puede escribir

$$d^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2$$

$$d = \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Este resultado es la **Fórmula de la distancia** entre dos puntos.

Fórmula de la distancia

La distancia d entre los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) del plano es

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Ejemplo 3 Determinación de una distancia

Encuentre la distancia entre los puntos $(-2, 1)$ y $(3, 4)$.

Solución algebraica

Sea $(x_1, y_1) = (-2, 1)$ y $(x_2, y_2) = (3, 4)$. Aplicando la fórmula de la distancia se tiene

$$
\begin{aligned}
d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} && \text{Fórmula de la distancia}\\
&= \sqrt{[3 - (-2)]^2 + (4 - 1)^2} && \text{Sustituya } x_1, y_1, x_2 \text{ y } y_2.\\
&= \sqrt{(5)^2 + (3)^2} && \text{Simplifique.}\\
&= \sqrt{34} && \text{Simplifique.}\\
&\approx 5.83 && \text{Use una calculadora.}
\end{aligned}
$$

Así, la distancia entre los puntos es, aproximadamente, 5.83 unidades. Se puede usar el teorema de Pitágoras para verificar que la distancia es correcta.

$$
\begin{aligned}
d^2 &\stackrel{?}{=} 3^2 + 5^2 && \text{Teorema de Pitágoras}\\
\left(\sqrt{34}\right)^2 &\stackrel{?}{=} 3^2 + 5^2 && \text{Sustituya } d.\\
34 &= 34 && \text{Se comprueba la distancia. } \checkmark
\end{aligned}
$$

VERIFICACIÓN Ahora resuelva los ejercicios 31(a) y (b).

Solución gráfica

Use papel cuadriculado en centímetros para trazar los puntos $A(-2, 1)$ y $B(3, 4)$. Dibuje el segmento AB. Después use una regla graduada en centímetros para medir su longitud.

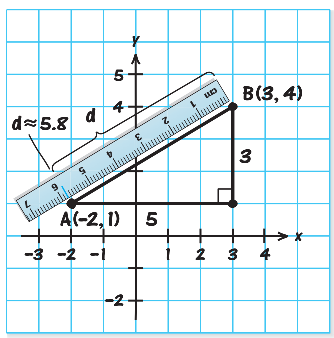


FIGURA 1.7

El segmento mide aproximadamente 5.8 centímetros, como se muestra en la figura 1.7. Así, la distancia entre los puntos A y B es de casi 5.8 unidades.

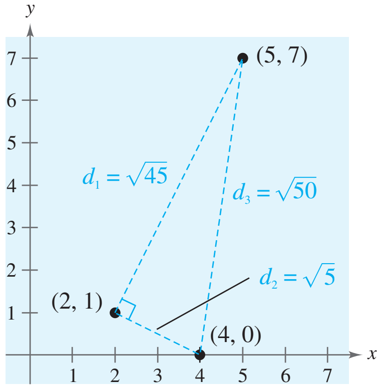


FIGURA 1.8

Ejemplo 4 Verificación de un triángulo rectángulo

Justifique que (2, 1), (4, 0) y (5, 7) son vértices de un triángulo rectángulo.

Solución

Los tres puntos están en la figura 1.8. Usando la fórmula de la distancia se pueden encontrar las longitudes de los tres lados, como sigue:

$$d_1 = \sqrt{(5-2)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45}$$
$$d_2 = \sqrt{(4-2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$
$$d_3 = \sqrt{(5-4)^2 + (7-0)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50}$$

De la igualdad

$$(d_1)^2 + (d_2)^2 = 45 + 5 = 50 = (d_3)^2$$

se concluye, de acuerdo con el teorema de Pitágoras, que el triángulo debe ser un triángulo rectángulo.

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 41.

La fórmula del punto medio

Para encontrar el **punto medio** del segmento de recta que une dos puntos en un plano coordenado, simplemente, se pueden encontrar los valores promedio de las coordenadas respectivas de los dos puntos extremos usando la **fórmula del punto medio**.

La fórmula del punto medio

El punto medio del segmento de recta que une los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) está dado por la fórmula

$$\text{Punto medio} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right).$$

Para una demostración de la fórmula del punto medio vea Demostraciones en matemáticas en la página 124.

Ejemplo 5 Determinación del punto medio de un segmento de recta

Halle el punto medio del segmento de recta que une los puntos $(-5, -3)$ y $(9, 3)$.

Solución

Sean $(x_1, y_1) = (-5, -3)$ y $(x_2, y_2) = (9, 3)$.

$$\text{Punto medio} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) \quad \text{Fórmula del punto medio}$$
$$= \left(\frac{-5 + 9}{2}, \frac{-3 + 3}{2}\right) \quad \text{Sustituya } x_1, y_1, x_2 \text{ y } y_2.$$
$$= (2, 0) \quad \text{Simplifique.}$$

El punto medio del segmento de recta es (2, 0), como se muestra en la figura 1.9.

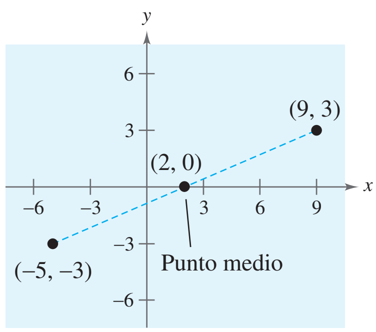


FIGURA 1.9

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 31c.

Aplicaciones

Ejemplo 6 Determinación de la longitud de un pase

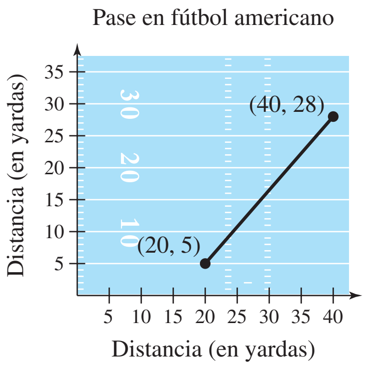


FIGURA 1.10

Durante el tercer cuarto del Tazón del Azúcar 2004, el mariscal de campo del equipo de Luisiana State University lanzó un pase desde la línea de la yarda 28 a 40 yardas de la línea lateral. El pase llegó al receptor en la yarda 5, a 20 yardas de la misma línea lateral, como se ve en la figura 1.10. ¿Qué tan largo fue el pase?

Solución

Se puede encontrar la longitud del pase determinando la distancia entre los puntos (40, 28) y (20, 5).

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad \text{Fórmula de la distancia.}$$

$$= \sqrt{(40 - 20)^2 + (28 - 5)^2} \qquad \text{Sustituya } x_1, y_1, x_2 \text{ y } y_2.$$

$$= \sqrt{400 + 529} \qquad \text{Simplifique.}$$

$$= \sqrt{929} \qquad \text{Simplifique.}$$

$$\approx 30 \qquad \text{Use una calculadora.}$$

Por tanto, el pase fue, aproximadamente, 30 yardas de longitud.

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 47.

En el ejemplo 6 la escala en la línea de meta, generalmente, no aparece en un campo de fútbol americano. Sin embargo, cuando se emplea geometría coordenada para resolver problemas de la vida real, se tiene libertad para colocar el sistema coordenado de forma que convenga a la solución del problema.

Ejemplo 7 Estimación del ingreso anual

La corporación FedEx tuvo ingresos anuales de 20,600 millones de dólares en 2002 y 24,700 millones de dólares en 2004. Sin saber otra información adicional, ¿en cuánto estima que fue el ingreso en 2003? (Fuente: FedEx Corp.).

Solución

Una solución para el problema es suponer que el ingreso tuvo un patrón lineal. Con esta suposición se puede estimar el ingreso en 2003 determinando el punto medio del segmento de recta que conecta los puntos (2002, 20.6) y (2004, 24.7).

$$\text{Punto medio} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) \qquad \text{Fórmula del punto medio}$$

$$= \left(\frac{2002 + 2004}{2}, \frac{20.6 + 24.7}{2}\right) \qquad \text{Sustituya } x_1, y_1, x_2, \text{ y } y_2.$$

$$= (2003, 22.65) \qquad \text{Simplifique.}$$

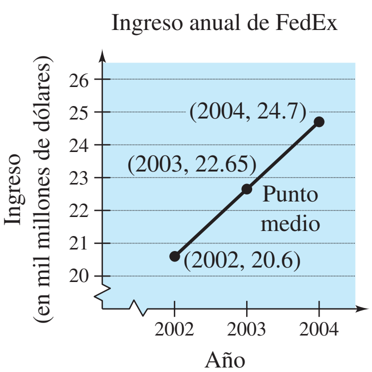
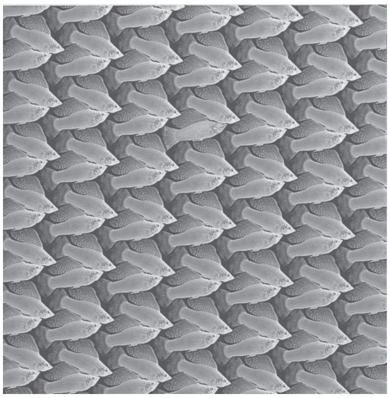


FIGURA 1.11

Por tanto, se estimaría que el ingreso fue de casi 22,650 millones de dólares, como se muestra en la figura 1.11 (El ingreso real en 2003 fue de 22,500 millones de dólares).

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 49.



Paul Morrell

Gran parte de las gráficas hechas por computadora, incluyendo este mosaico de un pez de colores generado en una de ellas, consiste en transformaciones de puntos en un plano coordenado. Un tipo de transformación, la traslación, se ilustra en el ejemplo 8. Otros tipos incluyen reflexiones, rotaciones o alargamientos.

Ejemplo 8 Traslación de puntos en el plano

El triángulo de la figura 1.12 tiene vértices en $(-1, 2)$, $(1, -4)$, y $(2, 3)$. Mueva el triángulo tres unidades a la derecha y dos unidades hacia arriba y determine los vértices del triángulo desplazado, como se muestra en la figura 1.13.

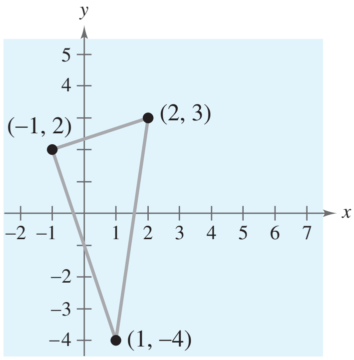


FIGURA 1.12

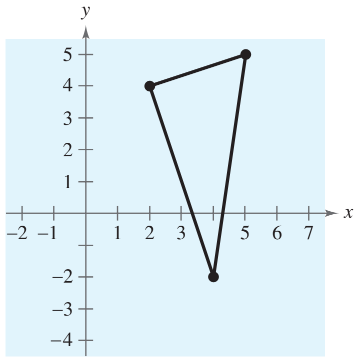


FIGURA 1.13

Solución

Para mover los vértices tres unidades a la derecha, sume 3 a cada x. Para llevar los vértices dos unidades hacia arriba, sume 2 a cada y.

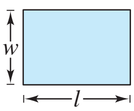
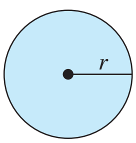
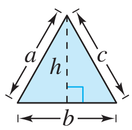
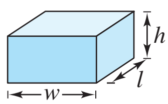
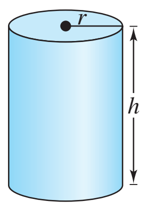
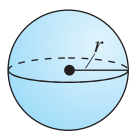
Punto original	*Punto trasladado*
$(-1, 2)$	$(-1 + 3, 2 + 2) = (2, 4)$
$(1, -4)$	$(1 + 3, -4 + 2) = (4, -2)$
$(2, 3)$	$(2 + 3, 3 + 2) = (5, 5)$

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 51.

Las figuras proporcionadas en el ejemplo 8, en realidad, no fueron esenciales para la solución. Sin embargo, se recomienda que se desarrolle el hábito de incluir ilustraciones gráficas con las soluciones, incluso si no se requieren.

Las fórmulas geométricas siguientes se emplean con frecuencia en este libro. Para su conveniencia, estas fórmulas, y otras, se proporcionan en la contraportada.

Fórmulas para el área *A*, el perímetro *P*, la longitud de la circunferencia *C* y el volumen *V*

Rectángulo	*Círculo*	*Triángulo*	*Sólido rectangular*	*Cilindro*	*Esfera*
$A = lw$	$A = \pi r^2$	$A = \frac{1}{2}bh$	$V = lwh$	$V = \pi r^2 h$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
$P = 2l + 2w$	$C = 2\pi r$	$P = a + b + c$			
					

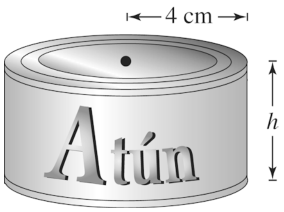


FIGURA 1.14

Ejemplo 9 Empleando una fórmula geométrica

Una lata cilíndrica tiene un volumen de 200 centímetros cúbicos y un radio de 4 centímetros, como se muestra en la figura 1.14. Encuentre la altura de la lata.

Solución

La fórmula para el *volumen del cilindro* es $V = \pi r^2 h$. Para encontrar la altura de la lata se despeja h.

$$h = \frac{V}{\pi r^2}$$

Luego, empleando $V = 200$ y $r = 4$, se determina la altura.

$$h = \frac{200}{\pi(4)^2} \qquad \text{Sustituya } V \text{ por 200 y } r \text{ por 4.}$$

$$= \frac{200}{16\pi} \qquad \text{Simplifique el denominador.}$$

$$\approx 3.98 \qquad \text{Use una calculadora.}$$

Como el valor h se aproximó por redondeo, la comprobación no conduce a una igualdad. Si la solución es correcta, las expresiones a cada lado del signo "igual" son, aproximadamente, iguales entre sí.

$$V = \pi r^2 h \qquad \text{Escriba la ecuación original.}$$

$$200 \stackrel{?}{\approx} \pi(4)^2(3.98) \qquad \text{Sustituya } V \text{ por 200, } r \text{ por 4 y } h \text{ por 3.98.}$$

$$200 \approx 200.06 \qquad \text{La solución es correcta. ✓}$$

También se puede usar el análisis unitario para saber si la respuesta es razonable.

$$\frac{200 \text{ cm}^{\cancel{3}}}{16\pi \cancel{\text{cm}^2}} \approx 3.98 \text{ cm}$$

VERIFICACIÓN Ahora resuelva el ejercicio 63.

ESCRIBIENDO ACERCA DE MATEMÁTICAS

Ampliando el ejemplo. En el ejemplo 8 se justificó cómo trasladar puntos del plano coordenado. Escriba un párrafo breve describiendo de que manera cada uno de los siguientes puntos transformados está relacionado con el punto original.

Punto original	*Punto transformado*
(x, y)	$(-x, y)$
(x, y)	$(x, -y)$
(x, y)	$(-x, -y)$