

Hans-Dieter Gerster

SCHÜLERFEHLER BEI SCHRIFTLICHEN RECHENVERFAHREN

-

DIAGNOSE UND THERAPIE

5)	$\begin{array}{r} 479 \\ - 27 \\ \hline \end{array}$	6)	$\begin{array}{r} 309 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$	7)	$\begin{array}{r} 867 \\ - 40 \\ \hline \end{array}$	8)	$\begin{array}{r} 687 \\ - 82 \\ \hline \end{array}$
	$\begin{array}{r} \underline{052} \quad L \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{005} \quad L \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{097} \quad L \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{005} \quad L \\ \hline \end{array}$
9)	$\begin{array}{r} 72 \\ - 49 \\ \hline \end{array}$	10)	$\begin{array}{r} 704 \\ - 262 \\ \hline \end{array}$	11)	$\begin{array}{r} 773 \\ - 407 \\ \hline \end{array}$	12)	$\begin{array}{r} 365 \\ - 258 \\ \hline \end{array}$
	$\begin{array}{r} \underline{KC} \quad ne \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{502} \quad N_6- \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{370} \quad N- \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{110} \quad N- \\ \hline \end{array}$
17)	$\begin{array}{r} 821 \\ - 788 \\ \hline \end{array}$	18)	$\begin{array}{r} 900 \\ - 439 \\ \hline \end{array}$	19)	$\begin{array}{r} 506 \\ - 207 \\ \hline \end{array}$	20)	$\begin{array}{r} 853 \\ - 459 \\ \hline \end{array}$
	$\begin{array}{r} \underline{167} \quad RR \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{500} \quad N_6-N_6- \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{207} \quad R \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{406} \quad R \\ \hline \end{array}$
21)	$\begin{array}{r} 613 \\ - 25 \\ \hline \end{array}$	22)	$\begin{array}{r} 604 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$	23)	$\begin{array}{r} 703 \\ - 97 \\ \hline \end{array}$	24)	$\begin{array}{r} 994 \\ - 98 \\ \hline \end{array}$
	$\begin{array}{r} \underline{672} \quad RR \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{4} \quad L,R \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{710} \quad N- \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{906} \quad \ddot{U} \\ \hline \end{array}$
25)	$\begin{array}{r} 593 \\ - 739 \\ \hline \end{array}$	26)	$\begin{array}{r} 1000 \\ - 694 \\ \hline \end{array}$	27)	$\begin{array}{r} 43 \\ - 102 \\ \hline \end{array}$	28)	$\begin{array}{r} 951 \\ - 67 \\ \hline \end{array}$
	$\begin{array}{r} \underline{866} \quad sc \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{1000} \quad N_6-N_6- \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{141} \quad sc \\ \hline \end{array}$		$\begin{array}{r} \underline{914} \quad R \\ \hline \end{array}$

Testentwicklung und Evaluation in der Mathematik-Didaktik

Herausgegeben von
Roland Jordan und Martin Stein

Band 3

HANS-DIETER GERSTER

**SCHÜLERFEHLER BEI SCHRIFTLICHEN
RECHENVERFAHREN**

-

DIAGNOSE UND THERAPIE

**Unveränderter Nachdruck der Originalausgabe.
Diese erschien 1982 im Herder Verlag, Freiburg i.Br.**

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte Informationen sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar

Alle Rechte vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Einwilligung des Verlags in irgendeiner Form reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© WTM – Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, Münster 2015
ISBN 978-3-942197-53-3

Hans-Dieter Gerster

Schülerfehler
bei schriftlichen
Rechenverfahren –
Diagnose und Therapie

Herder
Freiburg · Basel · Wien

Inhalt

Vorwort	9
Hinweise für den Benutzer	12
E Einführung	13
1. Zur Bedeutung von Rechenfertigkeiten	13
2. Analyse von Schülerfehlern beim schriftlichen Rechnen	14
3. Konstruktion diagnostischer Tests	16
4. Einsatz diagnostischer Tests im Unterricht	18
5. Auswertung diagnostischer Tests	19
6. Ursachen von Schülerfehlern	20
7. Beheben und Vermeiden von Fehlermustern	21
A Schriftliches Addieren	22
1. <i>Das Normalverfahren</i>	22
2. <i>Analyse der Schwierigkeiten und Konstruktion diagnostischer Tests</i>	23
2.1 Erläuterungen zum diagnostischen Test A 1	24
2.2 Erläuterungen zum diagnostischen Test A 2	26
3. <i>Erkennen von Fehlermustern und möglichen Ursachen</i>	28
3.1 Fehler beim Einsundeins	28
3.2 Fehler mit der Null	29
3.3 Fehler durch unterschiedliche Stellenzahl	30
3.4 Fehler durch inverse Operation	31
3.5 Fehler durch Perseveration	31
3.6 Fehler beim Übertrag	32
4. <i>Beheben und Vermeiden von Fehlermustern</i>	35
4.1 Training des Einsundeins	35
4.2 Darstellung von Additionsaufgaben	37
4.3 Schema der schriftlichen Addition	37
4.4 Training von Einzelfertigkeiten	38
4.5 Rechenkontrolle	38
4.6 Überschlagsrechnung	38

S	Schriftliches Subtrahieren	40
1.	<i>Das Normalverfahren</i>	40
1.1	Überblick über verschiedene Subtraktionsverfahren	40
1.2	Ergänzen mit Erweiterungstechnik oder mit Auffülltechnik?	43
1.2.1	Erläuterung des Zehnerübergangs durch Ergänzen mit Erweitern	44
1.2.2	Erläuterung des Zehnerübergangs durch Ergänzen ohne Erweitern	45
1.2.3	Vergleich der beiden Techniken	45
2.	<i>Analyse der Schwierigkeiten und Konstruktion diagnostischer Tests</i>	47
2.1	Erläuterung zum diagnostischen Test S1	48
2.2	Erläuterung zum diagnostischen Test S2	50
3.	<i>Erkennen von Fehlermustern und möglichen Ursachen</i>	52
3.1	Liste häufiger Fehlermuster	52
3.2	Einzelanalysen	53
3.2.1	Übertragsfehler	53
3.2.2	Ausweichen vor dem Zehnerübergang	60
3.2.3	Schwierigkeiten mit Nullen und „leeren Stellen“	66
3.2.4	Schwierigkeiten mit der Konzentration	69
3.2.5	Schwierigkeiten wegen der Schreibweise	71
3.3	Klassenanalysen und Therapiepläne	76
4.	<i>Zusammenfassung von Fehlerursachen</i>	85
4.1	Erweiterungstechnik als Fehlerursache?	85
4.1.1	Grundsätzliche Mängel der Erweiterungstechnik	86
4.1.2	Vergleich der Erweiterungstechnik und der Auffülltechnik anhand von Fehlermustern	90
4.2	Sonstige Fehlerursachen beim schriftlichen Subtrahieren	93
5.	<i>Beheben und Vermeiden von Fehlermustern</i>	94
5.1	Methodische Stufen bei der Auffülltechnik	94
5.2	Gesichtspunkte für die nachfolgende Übungsphase	99
5.3	Allgemeine Maßnahmen zur Fehlerbehebung und Fehlervorbeugung	100
5.4	Spezielle Maßnahmen bei einzelnen Fehlermustern	104
M	Schriftliches Multiplizieren	107
1.	<i>Das Normalverfahren</i>	107
1.1	Verschiedene Multiplikationsverfahren	107
1.2	Abhängigkeit der Schwierigkeiten und Fehler vom Verfahren	109
1.3	Zum Normalverfahren	109

2.	<i>Analyse der Schwierigkeiten und Konstruktion diagnostischer Tests</i>	110
2.1	Schwierigkeitskomponenten des Multiplikationsverfahrens	110
2.2	Erläuterung der diagnostischen Tests M1, M2, M3	116
2.2.1	Der Test M1	116
2.2.2	Der Test M2	118
2.2.3	Der Test M3	120
3.	<i>Erkennen von Fehlermustern beim schriftlichen Multiplizieren</i>	122
3.1	Liste häufiger Fehlermuster	122
3.2	Diagnosebeispiele	123
4.	<i>Fehlerursachen beim schriftlichen Multiplizieren</i>	127
4.1	Fehler beim Einmaleins	127
4.2	Fehler mit Behalteziffern	131
4.3	Stellenwertfehler	133
4.4	Richtungsfehler und unvollständige Verfahren	136
5.	<i>Beheben und Vermeiden von Fehlermustern</i>	139
5.1	Fehler beim Einmaleins	139
5.2	Fehler beim Rechnen mit Behalteziffern	141
5.3	Stellenwertfehler	144
5.4	Richtungsfehler, unvollständige Verfahren	148
6.	<i>Allgemeine Gesichtspunkte zur Vermeidung bzw. Behebung von Fehlern</i>	150
6.1	Halbschriftliche Verfahren als Vorbereitung der schriftlichen Multiplikation?	150
6.2	Multiplikation mit mehrstelligem Multiplikator	153
6.3	Schema der schriftlichen Multiplikation	155
6.4	Rechenkontrolle und Überschlagsrechnung	156
D	Schriftliches Dividieren	158
1.	<i>Das Normalverfahren</i>	158
1.1	Multiplikative Schreibweise oder Divisionsschreibweise?	158
1.1.1	Der KMK-Beschluß von 1976	158
1.1.2	Schwierigkeiten in der Praxis	160
1.1.3	Zusammenfassung	162
1.2	Weitere Verfahren der schriftlichen Division	162
2.	<i>Analyse der Schwierigkeiten und Konstruktion diagnostischer Tests</i>	164
2.1	Schwierigkeitskomponenten des Divisionsverfahrens	164
2.2	Erläuterung der diagnostischen Tests D1, D2, D3 und D4	165

3.	<i>Erkennen von Fehlermustern und möglichen Ursachen</i>	171
3.1	Liste häufiger Fehlermuster	172
3.2	Fehler beim Bestimmen der Quotientenziffern und Berechnen der Teilprodukte	173
3.3	Fehlergruppe „Teildivision fehlt“	178
3.4	Fehlergruppe „mehrmaliges Dividieren in derselben Stellenspalte“	182
3.5	Fehlermuster „zweistelliger Teilquotient“	186
3.6	Fehlermuster „Teilquotient zu groß“	188
4.	<i>Beheben und Vermeiden von Fehlermustern</i>	188
4.1	Überschlagen der Quotientenziffern und Berechnen der Teilprodukte ...	188
4.1.1	Vorschläge zur Liste der Vielfachen	189
4.1.2	Techniken für das Überschlagen der Quotientenziffern	189
4.1.3	Training des Überschlagens der Quotientenziffern	193
4.2	Fehlergruppe „Teildivision fehlt“	194
4.3	Fehlergruppe „mehrmaliges Dividieren in derselben Stellenspalte“	200
4.4	Fehlermuster „zweistelliger Teilquotient“	202
	Nachwort	203
	Anhang	205
	KMK-Beschluß	205
	Diagnostische Tests	206
	Fehlermuster beim schriftlichen Addieren	217
	Fehlermuster beim schriftlichen Subtrahieren	218
	Fehlermuster beim schriftlichen Multiplizieren	221
	Fehlermuster beim schriftlichen Dividieren	223
	Literaturverzeichnis	226
	Stichwortverzeichnis	228

Vorwort

Dieses Buch wendet sich an alle, die Schülern wirksam helfen möchten, das alte Kulturgut des schriftlichen Rechnens besser zu erlernen.

Es möchte die Erfahrung belegen und weitergeben, daß die nähere Beschäftigung mit der Art der Schülerfehler dem Lehrer wichtige Hinweise geben kann

- einerseits für das *Erkennen und Beheben* von *typischen Fehlern*, mit denen Schüler immer wieder auf dieselbe besondere Schwierigkeit in gleicher Art reagieren,
- und andererseits für *methodische Maßnahmen zur Vorbeugung* gegen die Entstehung solcher typischer Fehler.

Diese Erfahrung ist auf andere Stoffe des Mathematikunterrichts und auf andere Unterrichtsfächer übertragbar. Insofern weist das Buch über das im Titel angegebene Stoffgebiet hinaus.

Vielleicht kann dieses Buch dazu beitragen, die *Einstellung zu Fehlern* in der Schule zu ändern. Zwar wird allgemein anerkannt, daß *Fehlermachen* und *Aus-Fehlern-Lernen* eine wichtige Rolle im Lernprozeß spielen, im täglichen Leben, im Beruf und beim wissenschaftlichen Forschen. Aber die Schule hat nicht nur die Aufgabe, Lernprozesse zu fördern. Sie hat – jedenfalls in der Praxis – auch die Aufgabe übernommen, Schülerleistungen zu beurteilen, zu benoten und Selektionsentscheidungen zu treffen. Dabei führen Fehler zu schlechten Noten. Dies verleiht ihnen den Beigeschmack des Makels, des Versagens mit allen negativen Folgen für das Selbstwertgefühl, das Selbstvertrauen, die Erfolgserwartung und die persönliche Leistungsbereitschaft. Gerade schwache Schüler – welche die Hilfe der Schule am nötigsten hätten – geraten auf diese Weise rasch in einen Teufelskreis, aus dem sie ohne Hilfe des Lehrers nicht herausfinden.

Das Belastende an Fehlern läßt sich verringern, wenn ihre positive Rolle im Lernprozeß mehr beachtet wird. Das Durchführen und Auswerten der in diesem Buch vorgeschlagenen diagnostischen Tests kann Schülern die Erfahrung vermitteln, daß der Lehrer sich ihren individuellen Schwierigkeiten und Fehlern zuwendet, nicht um zu beurteilen, sondern um zu helfen. Durch das individuelle Eingehen des Lehrers auf individuelle Schwierigkeiten seiner Schüler kann sich die Schüler-Lehrer-Beziehung deutlich verbessern.

Adressaten dieses Buches sind daher vor allem:

- Lehrer der Grundschule und Sekundarstufe I,
- Studierende, die sich auf ein solches Lehramt vorbereiten,
- alle, die in der Lehrerfortbildung tätig sind,
- Didaktiker, insbesondere im Fach Mathematik, die vielleicht durch dieses Buch zu weiteren Lehr- und Forschungstätigkeiten angeregt werden.

Um von vornherein falschen Erwartungen vorzubeugen:

- Dieses Buch ist kein Forschungsbericht mit statistischen Auswertungen, sondern

ein Versuch, Lehrer und Lehramtsstudierende für Schülerfehler und deren Rolle im Lernprozeß zu sensibilisieren.

- Die hier vorgeschlagenen diagnostischen Tests sind nicht standardisierte vergleichsorientierte oder kriterienbezogene Schulleistungstests, sondern informelle Tests¹ – in den USA häufig als „teacher-made-tests“ bezeichnet. Sie dienen nicht dazu, Schülerleistungen in eine Rangfolge zu bringen oder an vorgegebenen Kriterien zu messen, sondern sollen dem Lehrer helfen, auf rationelle Weise spezielle stoffliche Schwierigkeiten einzelner Schüler oder von Schulklassen bei den schriftlichen Rechenverfahren festzustellen. Erfahrungsgrundlage bei der mehrfachen Überarbeitung der Testblätter waren Erprobungen in etwa 40 Schulklassen des 4. bis 6. Schuljahres, vorwiegend in Baden-Württemberg.
- Die für die Auswertung der diagnostischen Tests vorgeschlagenen Listen von Fehlermustern erheben nicht den Anspruch auf Vollständigkeit. Die Auflistung sämtlicher beobachteter Fehlertypen hätte die Anwendbarkeit in der Unterrichtspraxis gefährdet. Außerdem hängen Schülerfehler ab von Lehrmethoden, Schulbüchern, Einflüssen von Eltern usw.
- Die Therapievorschläge für die einzelnen Fehlermuster sind zwangsläufig nicht „empirisch abgesichert“. Ein solcher Versuch wäre von vornherein zum Scheitern verurteilt, da schriftlich fixierte Therapievorschläge von verschiedenen Lehrern verschieden realisiert werden und in verschiedenen Klassensituationen von verschiedenen Schülern auch verschieden aufgenommen werden. Die Vielzahl der Einflüsse wäre kaum statistisch zu erfassen, der Langzeiteffekt von Therapiemaßnahmen in überschaubarer Zeit nicht meßbar.

Das Manuskript wurde nicht mit dem Ziel der Fixierung spezieller Forschungsergebnisse, sondern mit Blick auf konkrete Bedürfnisse der alltäglichen Schulpraxis abgefaßt.

In dieses Buch sind zahlreiche Anregungen eingegangen:

- von Fachkollegen, vor allem Prof. Dr. G. A. Lörcher von der Pädagogischen Hochschule Freiburg, der mit mir zusammen mehrere Seminare über Fehleranalysen in verschiedenen Stoffgebieten durchgeführt hat;
- von den dabei beteiligten Studierenden, die teilweise erstaunliche Fähigkeiten bei der Analyse von Schülerfehlern entwickelten und große Bereitschaft zeigten, diagnostische Tests in zahlreichen Schulklassen durchzuführen, auszuwerten und Maßnahmen zur Fehlerbehebung zu planen;
- aus zahlreichen Zulassungsarbeiten zur ersten und zweiten Dienstprüfung, die in den vergangenen Jahren zur Analyse und Behebung von Schulerschwierigkeiten angefertigt wurden.

Nachhaltige Eindrücke verdanke ich den Schülern einer Hauptschulklasse des 5. Schuljahres, die ich im Rahmen eines Forschungs- und Fortbildungssemester während der ersten Hälfte des Schuljahres 1979/80 unterrichtete. Ich erlebte dabei, wie stark ausgeprägt gerade bei Schülern mit Lerndefiziten aus vorausgegangenen Schuljahren, also sogenannten schwachen Schülern, der Wunsch ist, Kenntnisse und Fertigkeiten zu erlernen und sicher zu beherrschen, um damit Anerkennung zu finden. Einige Schüler

1 Vgl. Ingenkamp, K.: Pädagogische Diagnostik, Weinheim 1975, S. 53 ff.

dieser Klassen hatten zumindest im Fach Mathematik die Hoffnung, durch Leistungen Anerkennung zu finden, fast schon aufgegeben.

Besonderen Dank schulde ich meiner Frau Gerda. Sie hat in ungezählten Gesprächen ihre Erfahrungen als ehemalige Lehrerin an Grund- und Sonderschulen, sowie als Mutter schulpflichtiger Kinder eingebracht und die Schreiarbeiten übernommen.

Freiburg, im Mai 1981

Hans-Dieter Gerster

Hinweise für den Benutzer

Das einführende Kapitel dient der ersten Orientierung. Die anschließenden Kapitel befassen sich nacheinander mit den Verfahren der schriftlichen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division. Sie können unabhängig voneinander gelesen werden. Im Text befinden sich gelegentlich Querverweise.

Für Lehrer und auch Studierende wäre es ein guter Einstieg, einen der im Anhang vorgeschlagenen diagnostischen Tests in einer Schulklasse durchzuführen und bei etwaigen Fragen zur Diagnose oder Behebung von Fehlern in den zugehörigen Abschnitten dieses Buches Anregungen zu suchen.

Wird das Buch in einer Lehrveranstaltung an einer Hochschule als Arbeitsgrundlage verwendet, ist es nützlich, wenn die Studierenden in Klassen einer Praktikumsschule oder ihnen bekannter Lehrer diagnostische Tests durchführen und Klassenlisten mit Therapieplanungen erstellen, wie dies exemplarisch für die schriftliche Subtraktion in Abschnitt S3.2 vorgeschlagen wird. Man könnte diese Arbeit von Hochschulseminaren als „Dienstleistungen“ für Schulen verstehen, welche in jedem Fall die Verbindungen zwischen Schule und Hochschule verbessern.

Dieses Buch enthält eine Reihe von „Anregungen für den Leser“. Bei der Bearbeitung dieser „Aufgaben“ wäre es sicher nützlich, sich die eigenen Ideen kurz zu notieren, um sie mit den nachfolgenden Ausführungen im Buchtext zu vergleichen.

E Einführung

In diesem Kapitel werden einige allgemeine Gedanken angesprochen zur Bedeutung von Rechenfertigkeiten, zur Analyse von Fehlern beim Rechnen, zu Konstruktion, Einsatz und Auswertung diagnostischer Tests sowie zur Vermeidung und Behebung von Fehlern.

1. Zur Bedeutung von Rechenfertigkeiten

Schriftliches Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren sind zentrale Inhalte der Arithmetik, die nicht isoliert stehen:

- sie erfordern ausreichende Fertigkeiten im *Kopfrechnen*;
- sie sollten möglichst stets durch *Überschlagsrechnen* begleitet und kontrolliert werden (vor allem dies trägt wesentlich bei zur Entwicklung von Vorstellungen über die Größenordnung von Zahlen und die Art der jeweiligen Rechenoperationen und wird auch bei vermehrtem Gebrauch des Taschenrechners von unverminderter Bedeutung bleiben),
- Mängel beim schriftlichen Rechnen und seinen Voraussetzungen erschweren Lernerfolge in zahlreichen anderen Stoffgebieten (Rechnen mit Größen, mit Dezimalzahlen, im weiten Feld des Sachrechnens und sonstiger Anwendungen von Mathematik, auch in anderen Unterrichtsfächern).

Immer wieder werden Klagen laut über unzureichende Rechenleistungen von Schulabgängern¹. Daran konnte auch die Reform des Mathematikunterrichts im vergangenen Jahrzehnt nichts ändern. Hinzu kommen neuerdings von Lehrern höherer Klassen und von Verantwortlichen in Handel und Industrie Klagen über unverständigen Gebrauch des Taschenrechners, dessen Benutzung häufig zu völlig falschen Rechenergebnissen führe, die unkritisch übernommen würden.

Rechenfertigkeiten werden immer noch an erster Stelle vor anderen mathematischen Fähigkeiten gefordert²:

- bei der Berufswahl (betriebliche Eignungstests),
- beim späteren beruflichen Weiterkommen (rechnerische Anforderungen am Arbeitsplatz),

1 Eine von A. Mitschka, Münster, geleitete und 1971 publizierte Untersuchung von 1800 Hauptschülern des 5. Schuljahres ergab im Bereich der schriftlichen Rechenverfahren eine durchschnittliche Fehlerquote von 33 %. Ähnliche Ergebnisse hatte bereits eine Repräsentativuntersuchung des DIHT (Deutscher Industrie- und Handelstag) im Jahre 1965 ergeben, und wurden 1978 durch eine von der IHK (Industrie und Handelskammer) Stuttgart durchgeführte Untersuchung bei 18 000 Absolventen der Hauptschule, Realschule und des Gymnasiums nochmals bestätigt.

2 Vgl. G. A. Lörcher (1980).

Konrad (5. Schuljahr):

$219 \cdot 32$	$1,260 \cdot 40$	$546 \cdot 52$
6970	86400	
448		
7478		

Yvonne (5. Schuljahr):

$469 \cdot 4$	$706 \cdot 4$	$807 \cdot 34$	$605 \cdot 43$
1876	2804	2401	
		3208	
		27278	

Wendet man das bei *Alexander* erkennbare Fehlermuster in den noch nicht gelösten Aufgaben an, erhält man 167 bzw. 301. Er subtrahiert in jeder Spalte die kleinere Ziffer von der größeren, gleichgültig, ob sie in der oberen Zahl oder in der unteren Zahl steht.⁴

Das Fehlermuster von *Ralf*⁵ führt bei den letzten beiden Aufgaben zu den Ergebnissen 7901 bzw. 1000. Er macht Fehler beim Umgang mit Übertragsziffern. Da er diese notiert, kann man sein Fehlermuster leicht erkennen: Wenn in einer Spalte die gleichen Ziffern übereinanderstehen, notiert er eine falsche, zusätzliche Übertragsziffer. Bei *Konrad*⁶ fällt auf, daß er im linken Faktor Behaltezziffern notiert. Dies ist zugleich ein Hinweis auf sein Fehlermuster: Er addiert zuerst die Behaltezziffer und multipliziert erst danach. Sein Fehlermuster führt bei der dritten Aufgabe zum Ergebnis 41702.

Yvonne macht Fehler beim Addieren einer Behaltezziffer zur Null (zweite und dritte Aufgabe). Bei Anwendung dieses Fehlermusters in der vierten Aufgabe erhält man als Ergebnis die Zahl 25805.

Solche Fehlerbeispiele führen zu einer grundsätzlichen Überlegung. Fehlermuster wie die von *Alexander* (Richtungsfehler, subtrahiert stets die kleinere Ziffer von der größeren Ziffer) und *Konrad* (addiert zuerst die Behaltezziffer, bevor er multipliziert) können sich in zahlreichen Aufgaben auswirken. Solche Fehlermuster kann der Lehrer auch ohne diagnostische Tests beobachten; ob der Schüler sie regelmäßig anwendet, wäre dann noch festzustellen. *Speziellere Fehlermuster* wie das von *Ralf* (zusätzlicher Übertrag beim Subtrahieren, wenn gleiche Ziffern übereinanderstehen) oder *Yvonne* (Fehler beim Addieren einer Behaltezziffer zur Null) können nur in Aufgaben

4 Näheres dazu in Abschnitt S3.2.2.

5 Näheres dazu in Abschnitt S3.2.1.2.

6 Näheres dazu in Abschnitt M3.2.

auffallen, welche das *betreffende Schwierigkeitsmerkmal* enthalten. Nach unseren mehrjährigen Beobachtungen werden solche spezielle Fehlermuster im Unterricht nur selten bemerkt, auch wenn Schüler sie in allen dafür geeigneten Fällen konsequent anwenden.

Welche Schüler ein solches Fehlermuster konsequent verwenden, kann mit einiger Sicherheit nur mit speziell konstruierten diagnostischen Tests festgestellt werden. Für die schriftlichen Rechenverfahren werden solche Tests in vorliegendem Buch vorgeschlagen. Einige grundsätzliche Bemerkungen zu ihrer Konstruktion folgen im anschließenden Abschnitt.

Zuvor soll jedoch erwähnt werden, daß das Wissen um die Existenz solcher Fehlermuster keineswegs neu ist. Bereits J. Seemann⁷ stellte in empirischen Untersuchungen fest, daß Rechenfehler meist keine Zufallserscheinungen sind, sondern „gesetzmäßig bedingte Gebilde“, die eine „Gleichförmigkeit der Fehlleistung“ aufweisen. In den USA wurden zahlreiche Untersuchungen über Schülerfehler beim schriftlichen Rechnen durchgeführt.⁸

Zur Abgrenzung gegen offensichtliche Sorgfaltsfehler oder Zufallsfehler spricht man nach L. S. Cox⁹ von einem *systematischen Fehler*, wenn mindestens 60 % der Aufgaben vom gleichen Schwierigkeitstyp mit dem gleichen Fehlermuster bearbeitet werden.

Nach Radatz¹⁰ schwankt in zahlreichen vorliegenden Untersuchungen zur Fehlerforschung im Mathematikunterricht der Anteil der systematischen Fehler an der Gesamtfehlerzahl in den Schülerlösungen zwischen 70 % und 90 %.

Für den Bereich der schriftlichen Rechenverfahren kann dieser Anteil nach Fehleranalysen in etwa 120 Schulklassen bestätigt werden.

3. Konstruktion diagnostischer Tests

Zur Entwicklung diagnostischer Tests zu den schriftlichen Rechenverfahren wurden in den vergangenen vier Jahren in zahlreichen Klassen des 3. bis 10. Schuljahres Schülerfehler in Klassenarbeiten, lernzielorientierten Tests, Hausaufgaben und Erprobungsfassungen diagnostischer Tests gesammelt und klassifiziert.

Wesentliche Anregungen für die Entwicklung von Erprobungsfassungen diagnostischer Tests stammen aus dem PUMP-Projekt¹¹ aus Schweden. Dort waren „Diagnoseinstrumente für den Arithmetikunterricht“ entwickelt und an 1000 Schülern erprobt worden. Für das schriftliche Addieren zweier Zahlen beispielsweise wird im *PUMP-Projekt* angenommen, daß der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben vor allem von zwei *Schwierigkeitskomponenten* abhängt: der Anzahl der Zehnerübergänge und dem zulässigen Zahlbereich (0 bis 19, 0 bis 99, 0 bis 999, 0 bis 9999). Durch die Anzahl der Zehnerübergänge und den zulässigen Zahlbereich ist ein bestimmter *Schwierigkeitstyp* festge-

7 Seemann (1929).

8 Einen interessanten Überblick zu Forschungsergebnissen über Fehleranalysen im Mathematikunterricht findet man bei Radatz (1980).

9 Cox (Febr. 1975, Nov. 1975).

10 Radatz (1980), S. 72.

11 Johansson, B./Kilborn, W.: PUMP Projektet 5, Ett diagnosinstrument för aritmetikundervisning, Göteborg 1974.

legt. Zu jedem Schwierigkeitstyp werden dem Schüler vier Aufgaben vorgelegt. Dadurch entsteht eine verhältnismäßig große Anzahl von Testaufgaben (beim schriftlichen Addieren im Zahlenraum 0 bis 9999 sind es 96 Testaufgaben, dazu 28 Vorkenntnisaufgaben).

Bei Erprobungen derartiger Tests, die auf die in der Bundesrepublik üblichen Rechenverfahren übertragen worden waren, ergab sich:

- Die Schwierigkeit einer Aufgabe hängt nicht nur von den angegebenen Schwierigkeitskomponenten ab. Auch wenn ein Schüler einen Aufgabentyp im Prinzip beherrscht, ist es möglich, daß er an einer besonderen Ziffernkombination bei einem Teilschritt scheitert (Auftreten einer Null, Übertrag zur Ziffer 9, unterschiedliche Stellenzahl der beiden Summanden und dergleichen). Erst wenn ein solches spezielles *Schwierigkeitsmerkmal* in mehreren Aufgaben auftritt, zeigt sich, ob der Schüler für diese Schwierigkeit ein Fehlermuster entwickelt hat.
- Die Anzahl der Testaufgaben kann – wenn spezielle Schwierigkeitsmerkmale ausreichend oft vorkommen – ohne wesentliche Informationsverluste auf eine Aufgabe je Aufgabentyp reduziert werden. Es ist ökonomisch, den gesamten Testumfang stark zu verringern und in den wenigen, möglicherweise dann noch unklaren Fällen zusätzliche Maßnahmen zur Diagnose zu ergreifen.

Bei der Konstruktion der in diesem Buch vorgeschlagenen diagnostischen Tests wurden solche Aufgaben zusammengestellt, welche die in vorausgegangenen Fehleranalysen festgestellten stofflichen Schwierigkeiten enthalten. Die Tests – vor den Schülern spricht man besser von „Aufgabenblättern“ – dienen natürlich nicht dazu, die Schüler „hereinzulegen“ oder gar zu benoten. Es geht nur darum, festzustellen, welche stofflichen Schwierigkeiten der Schüler bereits beherrscht, und welche noch nicht. Wenn man die speziellen Schwierigkeiten einzelner Schüler kennt, kann man eher helfen und viel Leerlauf beim Wiederholen und Üben vermeiden.

Einzelheiten zur *Konstruktion* der diagnostischen Tests werden in den Kapiteln A 2, S 2, M 2 und D 2 behandelt. Die den Testaufgaben zugrundeliegenden Schwierigkeitskomponenten und zusätzlichen Schwierigkeitsmerkmale einzelner Aufgabentypen sind dort in Übersichten dargestellt.

Zu den Schwierigkeitsmerkmalen von Rechenaufgaben ist noch eine grundsätzliche Anmerkung notwendig. Die Schwierigkeit einer Rechenaufgabe hängt natürlich von der *Art der Aufgabenstellung* ab. Sind die Aufgaben aus dem Schulbuch oder von der Tafel abzuschreiben, können bereits hierbei Schwierigkeiten und Fehler auftreten. Werden die Aufgaben diktiert, gibt es Schwierigkeiten beim Übertragen des Gehörten auf das Blatt. Beispielsweise diktiert der Lehrer „sechsunachtzig“ und der Schüler schreibt „680“ (wörtlich: sechs-und-achtzig) anstatt „86“. Vielleicht hörte der Schüler dabei „sechshundertachtzig“¹².

Bekannt sind auch die Schwierigkeiten, die von der unterschiedlichen *Reihenfolge* der Ziffern beim Sprechen und Schreiben herrühren. Man hört „zweihundertsiebenundachtzig“ und schreibt „278“.

12 In einer Untersuchung von G. A. Lörcher bei 930 Schülern des fünften Schuljahres betrug die Fehlerquote bei dieser Aufgabenstellung bei deutschen Schülern ca. 25 %, bei Ausländerkindern ca. 40 %.

Ist eine Aufgabe in der Form $689 + 47$ gegeben, so können Fehler dadurch entstehen, daß man nicht stellenrichtig untereinander schreibt.

4. Einsatz diagnostischer Tests im Unterricht

In diesem Buch werden für die schriftliche Addition und Subtraktion je zwei, für die Multiplikation drei und für die schriftliche Division vier diagnostische Tests mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad angeboten. Sie sollen dem Lehrer helfen, auf rationelle Weise systematische Fehler einzelner Schüler und Hauptschwierigkeiten der Klasse festzustellen. Die Tests können unabhängig voneinander verwendet werden. Die unterschiedlichen Anforderungen der einzelnen Tests lassen sich aus den Übersichten in den Kapiteln A 2, S 2, M 2 und D 2 entnehmen. Anhand dieser Hinweise kann der Lehrer einen für seine Klasse geeigneten Test auswählen.

Wegen des kleinen Buchformates ist es leider nicht möglich, die im Anhang zusammengefaßten elf diagnostischen Tests zu den schriftlichen Rechenverfahren unmittelbar als Kopiervorlagen für Arbeitsblätter für die Schüler zu verwenden. Damit den Schülern genügend Platz zur Verfügung steht, ist es zweckmäßig, die Testaufgaben auf ein Blatt im Format DIN A 4 zu übertragen und zu vervielfältigen. Wenn dabei die Anordnung aus den Testblättern des Anhangs übernommen wird, bleibt dem Lehrer neben den Schülerlösungen noch genügend Platz für die Eintragung von Abkürzungen von Fehlerarten.

Hinweise zur Durchführung diagnostischer Tests

- Den Schülern sollte unbedingt glaubhaft gemacht werden, daß ihre Lösungen nicht benotet werden. Die Schüler müssen vor der Durchführung eines diagnostischen Tests davon überzeugt sein, daß es nur darum geht, für jeden Schüler eventuell noch vorhandene Schwierigkeiten festzustellen, um anschließend wirksamere Maßnahmen zur Behebung dieser Schwierigkeiten ergreifen zu können.
- Diagnostische Tests sollen nicht unter Zeitdruck geschrieben werden. Also keine Zeitbegrenzung! Die Bearbeitungsdauer je Test schwankt – von Extremfällen abgesehen – zwischen 8 Minuten und 25 Minuten.
- Damit langsamere Schüler nicht durch schnellere Rechner gestört werden, ist es zweckmäßig, vor Beginn eines diagnostischen Tests den Schülern eine Beschäftigung zu geben, die sie nach Bearbeitung ihres Testblattes gerne erledigen (beispielsweise gleich mit Hausaufgaben anfangen, ein Blatt mit Denksportaufgaben lösen, im Lesebuch lesen, usw.).
- In einer Unterrichtsstunde sollten wegen der gleichförmigen Belastung nicht mehrere diagnostische Tests bearbeitet werden.

Wahl des Zeitpunktes für einen diagnostischen Test

- Besonders effektiv ist die Durchführung eines diagnostischen Tests einige Wochen nachdem ein neues Verfahren eingeübt wurde, also nach einer gewissen Phase des *Vergessens*. Vor der Durchführung des Tests sollte das Verfahren nicht noch einmal kurz wiederholt werden. Auf diese Weise erfährt der Lehrer, welche Kenntnisse und Fertigkeiten (und evtl. welche Fehlermuster) sich beim Schüler wirklich gefestigt haben.

- Sehr aufschlußreich ist es, nach Einführung der schriftlichen Subtraktion einen diagnostischen Test zum schriftlichen *Addieren* bzw. nach Einführung der schriftlichen Division einen diagnostischen Test zum schriftlichen *Multiplizieren* durchzuführen. Dadurch kann der Lehrer feststellen, bei welchen Schülern durch das Hinzukommen eines neuen Verfahrens Schwierigkeiten der Verwechslung von Regelsystemen auftreten.
- Sehr nützlich ist die Durchführung diagnostischer Tests *nach Übernahme einer neuen Klasse*. Der Lehrer lernt dadurch die bei einzelnen Schülern oder der gesamten Klasse noch vorhandenen Schwierigkeiten kennen und vermeidet viel Leerlauf, der bei „globalen“ Wiederholungen entstehen würde.

Bei dieser Gelegenheit sollen Berichte von Junglehrern erwähnt werden, die an Seminaren zur Fehleranalyse teilgenommen hatten. Sie nutzten die ersten beiden Schulwochen ihres Berufsbeginns – an den Schulen klappten die Stundenpläne noch nicht, die Schüler hatten noch keine Schulbücher erhalten – zur Durchführung und Auswertung diagnostischer Tests. Diese Junglehrer lernten dadurch sehr rasch die Schwierigkeiten der Schüler kennen und konnten gleich mit wirksamen Maßnahmen zur Fehlerbehebung beginnen. Sie berichteten, sie hätten durch diesen Einstieg in den Lehrerberuf rasch eine gewisse Handlungssicherheit gewonnen, weil sie gleich ziemlich genau wußten, was in der Klasse gearbeitet werden sollte. Die Schüler hätten viel Vertrauen gezeigt, als sie merkten, daß ihr neuer Lehrer sich zunächst um ihre Schwierigkeiten kümmerte, nur um ihnen zu helfen.¹³

- Schließlich kann man mit diagnostischen Tests nach der Durchführung von Therapiemaßnahmen deren Erfolg überprüfen.

5. Auswertung diagnostischer Tests

Beim Auswerten diagnostischer Tests kommt es nicht auf einzelne Flüchtigkeitsfehler an, sondern darauf, Fehlermuster zu entdecken und festzustellen, ob der Schüler diese konsequent anwendet.

Da die Aufgaben auf den Testblättern in Zeilen und Spalten nach bestimmten Schwierigkeiten geordnet sind, erkennt man oft bereits aus der Lage der Fehler auf dem Testblatt, welche Schwierigkeiten beim Schüler vorliegen. Dazu würde es bereits genügen, einfach die Fehler anzustreichen.

Für die genauere Auswertung ist es zweckmäßig, neben den Fehlern eine Abkürzung für das Fehlermuster anzuschreiben. Listen für die häufigsten Fehlermuster bei den vier schriftlichen Rechenverfahren mit zugehörigen Abkürzungen befinden sich im Anhang dieses Buches.

Für die Arbeit mit diesem Buch und vor allem für die Verwendung beim Korrigieren diagnostischer Tests ist es zweckmäßig, die im Anhang zusammengefaßten Fehlerlisten für die schriftlichen Rechenverfahren zu kopieren, damit man die Listen einsehen kann, ohne im Buch blättern zu müssen.

Zur *Planung von Therapiemaßnahmen* haben sich *Klassenlisten* als zweckmäßig erwiesen. Das Vorgehen bei der Erstellung solcher Listen wird exemplarisch besprochen im

¹³ Wenn Schüler ihren neuen Lehrer als „unterstützend“ wahrnehmen, ist dies sicher kein schlechter Start im Berufsleben.

Kapitel S3.3. Nach etwas Einarbeitung in den Umgang mit diagnostischen Tests und Fehlermustern läßt sich für eine Klasse mit 25 Schülern die Korrektur eines diagnostischen Tests einschließlich Erstellen der Klassenliste mit Therapieplan in einer guten Stunde bewältigen.

6. Ursachen von Schülerfehlern

Die bisher vorliegenden Untersuchungen zur Fehlerforschung im Mathematikunterricht haben ergeben, daß es nicht möglich ist, Ursachen für Fehler- und Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht eindeutig zu beschreiben oder zu gruppieren.¹⁴ Für die Praxis nützlich ist die folgende Unterscheidung:

a) Stoffliche Schwierigkeiten als Fehlerursache

Viele Schülerfehler werden durch ganz bestimmte stoffliche Schwierigkeiten einer Aufgabe ausgelöst. Man könnte sie „objektive Fehlerursachen“ nennen. Dies sind beispielsweise spezielle Schwierigkeiten von Schülern beim Umgang mit der Null im mündlichen oder schriftlichen Rechnen oder Probleme durch die Verwechslung von Verfahrensregeln bei den verschiedenen Rechenverfahren. Die Analyse derartiger Fehlerursachen ist ein wesentlicher Bestandteil dieses Buches. Sie kann wichtige Hinweise geben für die Behebung von systematischen Fehlern oder besser noch für die Vorbeugung gegen das Entstehen solcher Fehler.

b) Sonstige Ursachen von Schülerfehlern

Auch nach der Feststellung und Analyse solcher „objektiven Fehlerursachen“ bleiben natürlich viele Fragen offen. Beispielsweise kann man fragen: Warum entwickelt gerade *dieser Schüler gerade dieses Fehlermuster?*

Um derartige Fragen beantworten zu können, müßte man natürlich einiges wissen über

- spezielle Lernerfahrungen des Schülers im bisherigen Unterricht, bei der Hausaufgabenbetreuung durch Eltern, Geschwister oder Nachhilfelehrer;
- über etwaige Unterrichtsversäumnisse durch Krankheit;
- über emotionale oder psychosoziale Störungen, welche die Aufmerksamkeit des Schülers im Unterricht beeinträchtigen;
- und vieles mehr.

Alle derartigen Ursachen für das Entstehen von Fehlermustern können mit den hier vorgeschlagenen diagnostischen Tests nicht erfaßt werden und sind nicht Gegenstand dieses Buches.

¹⁴ Vgl. Radatz (1980), S. 72.

7. Beheben und Vermeiden von Fehlermustern

Für die meisten in den Fehlerlisten zusammengefaßten Fehlermuster werden Vorschläge zur *Behebung* angegeben. Bei vorheriger Kenntnis häufiger Fehlermuster bei den schriftlichen Rechenverfahren wird der Lehrer natürlich bereits bei der Einführung eines neuen Verfahrens den Unterricht so planen, daß dem Entstehen von Fehlermustern möglichst *vorgebeugt* wird.

Ob es möglich wäre, eine „ideale Methodik“ der schriftlichen Rechenverfahren zu entwickeln, welche Schülerfehler von vornherein vermeidet, muß bezweifelt werden. Wenn es sie gäbe, bräuchte man zum vollen Erfolg nur noch lauter ideale Lehrer und vor allem ideale Schüler, die nie krank und nie unaufmerksam sind und einmal Gelerntes nicht vergessen.

Es gibt schon längst zahlreiche gute methodische Vorschläge zur Einführung der schriftlichen Rechenverfahren. Aber mit einer guten Einführung eines Stoffes ist es nicht getan. Zum Lernprozeß gehört auch

- aus anfänglichen Fehlern zu lernen und so die Auffassung vom gelernten Stoff zu korrigieren,
- Unwesentliches zu vergessen und Wesentliches in Wiederholungen zu festigen,
- gelernte Regeln in Sonderfällen anwenden zu lernen,
- alte und neue Regeln nicht miteinander zu verwechseln und entscheiden lernen, welche Regel jeweils paßt.

Dieses Buch möchte Hilfen anbieten für Lernprozesse, die *nach* der Einführung eines Stoffes notwendig sind. Es enthält auch für die erste Einführung nützliche Hinweise.

A Schriftliches Addieren

Nach einer kurzen Beschreibung des Normalverfahrens der schriftlichen Addition in Kapitel 1 werden im Kapitel 2 Schwierigkeitsmerkmale von Additionsaufgaben behandelt sowie zwei diagnostische Tests vorgestellt. Mit deren Hilfe kann man Schwierigkeiten einzelner Schüler und von Schulklassen genauer lokalisieren. In Kapitel 3 wird eine Übersicht gegeben über die wichtigsten Fehlermuster und mögliche Ursachen. In Kapitel 4 schließlich folgen Vorschläge zur Behebung solcher Fehlermuster. Dies sind zugleich Hinweise dafür, wie man bei der ersten Einführung der schriftlichen Addition der Entstehung von Fehlergewohnheiten vorbeugen kann.

1. Das Normalverfahren

In den „Empfehlungen und Richtlinien zum Mathematikunterricht in der Grundschule, Beschluß der Kultusministerkonferenz vom 3.12.1976“ sind Festlegungen getroffen für die Form der schriftlichen Rechenverfahren¹. Die schriftliche Addition wird dabei allerdings nicht ausdrücklich genannt.

Trotzdem besteht über Schreib- und Sprechweisen beim schriftlichen Addieren in der Bundesrepublik weitgehende Übereinstimmung. In den Lehrplänen einzelner Bundesländer wird ein Normalverfahren (Schreib- und Sprechweise) für das schriftliche Addieren angegeben². Es entspricht dem Verfahren der beiden nachfolgenden Beispiele.

$$\begin{array}{r} \text{Beispiel 1:} \quad 597 \\ + 246 \\ \hline 11 \\ \hline 843 \\ \hline \hline \end{array}$$

Ausführliche Sprechweise (zuerst *mit*, später *ohne* Nennung der Stellenwerte):

6 (E) plus 7 (E) gleich 13 (E); schreibe 3 (E), übertrage 1 (Z);

5 (Z) plus 9 (Z) gleich 14 (Z); schreibe 4 (Z), übertrage 1 (H);

3 (H) plus 5 (H) gleich 8 (H); schreibe 8 (H).

Verkürzte Sprechweise (spätestens vor Übergang zur Addition von mehr als zwei Zahlen):

6, 13; (schreibe 3, übertrage 1)

1, 5, 14; (schreibe 4, übertrage 1) oder 5 (!); 14

1, 3, 8; (schreibe 8) oder 3 (!); 8.

¹ Vgl. Anhang S. 000

² Beispielsweise Lehrplan für die Grundschule und Vorklasse in Schleswig-Holstein, Herausgeber Kultusministerium des Landes Schleswig-Holstein, Kiel 1975.

Beispiel 2:	375	Sprechweise:
	+ 982	6, 8, 13
	+ 96	(1), 10, 18, 25
	<u>121</u>	(2), 11, 14
	1453	

In den obigen Beispielen wird *von unten nach oben* addiert. Dies paßt nicht so recht zur Setzung der Pluszeichen und auch nicht dazu, daß man die Summe unten notiert. Die Rechenrichtung von unten nach oben wird meist damit begründet³, daß man beim schriftlichen *Subtrahieren nach dem Ergänzungsverfahren* von unten nach oben addieren muß⁴, und den Schülern ein Umlernen erspart werden soll. Die *Kontrollrechnung* beim schriftlichen Addieren erfolgt – ohne erneutes Anschreiben – durch Addieren von oben nach unten.

2. Analyse von Schwierigkeiten und Konstruktion diagnostischer Tests

Das schriftliche Addieren ist ein einfaches Rechenverfahren. Gibt es da überhaupt Probleme? Um konkrete Schwierigkeiten und Fehler von Schülern beim schriftlichen Addieren festzustellen, wurden etwa vier Jahre lang in zahlreichen Klassen Schülerfehler in Hausaufgaben, Klassenarbeiten, lernzielorientierten Tests und Erprobungsfassungen diagnostischer Tests gesammelt und klassifiziert. Auf diese Weise entstand die im Anhang befindliche *Liste mit Fehlermustern beim schriftlichen Addieren*. Die einzelnen Fehlermuster werden im nächsten Kapitel näher behandelt. Dort befinden sich auch Hinweise zum Gebrauch der Fehlerlisten.

Die in Schülerarbeiten beobachteten Fehlermuster zeigen, welche Schwierigkeiten beim schriftlichen Addieren bei Schülern tatsächlich auftreten. Wie kann man aber ohne großen Aufwand feststellen, *welcher* Schüler nun *welche* Schwierigkeiten hat? Dafür eignen sich diagnostische Tests.

³ Vgl. Breidenbach (1963), S. 154

⁴ KMK-Beschlüsse vom 25.3.1958 und vom 3.12.1976. Vgl. Anhang S. 205