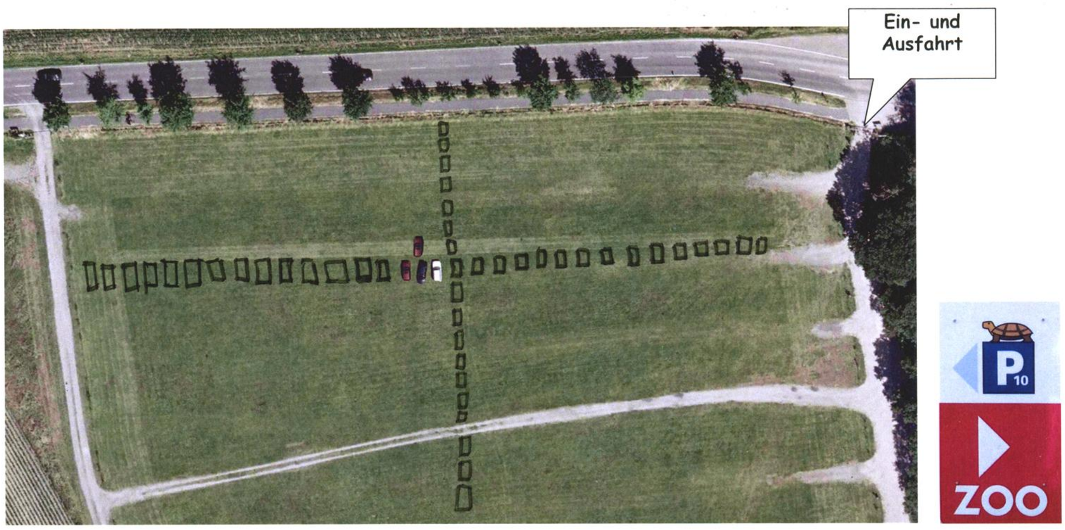
Gudrun Möwes-Butschko

Offene Aufgaben aus der Lebensumwelt Zoo

Problemlöse- und Modellierungsprozesse von Grundschülerinnen und Grundschülern bei offenen realitätsnahen Aufgaben



WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Hochschulschriften zur Mathematik – Didaktik 2

Hochschulschriften zur Mathematik-Didaktik
Band 2

GUDRUN MÖWES-BUTSCHKO

OFFENE AUFGABEN AUS DER LEBENSUMWELT ZOO

PROBLEMLÖSE- UND MODELLIERUNGSPROZESSE
VON
GRUNDSCHÜLERINNEN UND GRUNDSCHÜLERN
BEI OFFENEN REALITÄTSNAHEN AUFGABEN

WTM
Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien
Münster

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte Informationen sind im Internet über http://dnb.ddb.de abrufbar

ISBN 978-3-942197-64-9

DANKE...

- an alle, die mich auf dem langjährigen Weg begleitet, unterstützt und immer wieder ermutigt haben;
- an Prof. Dr. Martin Stein und Prof. Dr. Gilbert Greefrath für die angenehme, äußerst lehrreiche und intensive Arbeit in unserem Projekt sowie die vielen produktiven fachlichen Diskussionen und Hilfestellungen bei der Dissertation;
- an die beteiligten Studierenden für ihre intensive Mitarbeit und vor allem an die Schülerinnen und Schüler, die mit ihrem Engagement die Studie erst ermöglicht haben;
- an Marlene Lülf, Marianne Kruger und Ralph Butschko, die sehr akribisch Korrektur gelesen haben;
- an meinen Sohn Christian für die vielen fachlichen Gespräche, Anregungen und Korrekturen;
- und nicht zuletzt an meinen Mann Harald, der mir während der ganzen Zeit "den Rücken frei gehalten hat".
- Ein besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mich als Kind "stark gemacht" haben.

INHALTSVERZEICHNIS

II PLANUNG, DURCHFÜHRUNG UND AUSWERTUNG DER STUDIE

III ERGEBNISSE

Einleitung

Wir wissen erst, was in uns steckt,
wenn wir versuchen, es herauszufinden.
(Sprichwort)

Die vorliegende Studie begann im Rahmen meiner Abordnung an die Westfälische-Wilhelms-Universität Münster (2004-2008) für das Projekt *Fächerübergreifender Projektunterricht unter Berücksichtigung neuer Medien in den Kernfächern Mathematik & Naturwissenschaften* unter der Leitung von Prof. Dr. Martin Stein und der Mitarbeit von Dr. Gilbert Greefrath.

Innerhalb dieses Projektes entwickelten wir ein Konzept für ein multimediales Medium, die Software „*MatheZoo*" (vgl. Möwes et al. 2007). Sie unterstützt ein fächerübergreifendes Vorhaben zur Vor- und Nachbereitung einer Klassenfahrt zum Allwetterzoo Münster. Dazu entwickelte ich offene, realitätsnahe, unscharfe Aufgaben, die sich dadurch auszeichnen, dass die Schülerinnen und Schüler zu ihrer Lösung fehlende Informationen noch beschaffen müssen. Da in der Grundschule die Lösungsprozesse für dieses Aufgabenformat noch wenig erforscht sind, entschieden wir uns, die Problem- und Modellbildungsprozesse auf Mikroebene in einer Studie zu untersuchen.

Die Studie erstreckte sich über drei Phasen:

1. Entwicklung geeigneter Aufgaben
2. Durchführung von „Interviews" in der Grundschule
3. Vergleichsuntersuchung im 6. und 7. Jahrgang der weiterführenden Schulen

Der Schwerpunkt und Fokus der Arbeit liegt im Bereich der Grundschule, die Untersuchungen in der Sekundarstufe I dienen der Vertiefung und Einordnung der Grundschulergebnisse.

Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit besteht aus drei Teilen. Im ersten Teil wird die Studie in einen theoretischen Begründungszusammenhang gestellt. Das erste Kapitel gibt einen Überblick über die Ursachen des Paradigmenwechsels zu einer neuen Aufgabenkultur unter den bildungspolitischen Prämissen einer standardisierten „Output-Orientierung". Im zweiten Kapitel werden die charakteristischen Merkmale der *offenen realitätsnahen Aufgaben* entwickelt, die der Studie zugrunde liegen. Diese Begriffsklärung wird eingebettet in die Vielfalt von Aufgabentypisierungen in der Grundschule und dezidiert abgegrenzt von geschlossenen Aufgaben. Im dritten und vierten Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zum Problemlösen und Modellieren dargelegt.

Der zweite Teil der Studie befasst sich mit der Methodologie der Arbeit. Im fünften Kapitel werden die Erhebungs- und Auswertungsmethoden sowie die eingesetzten Aufgaben detailliert vorgestellt.

Der dritte Teil der Arbeit widmet sich den Ergebnissen. Kapitel 6 gibt einen vergleichenden Überblick über die Ergebnisse, dem sich im nächsten Kapitel die Darlegung der Orientierungsphase und Spontanlösungen anschließt. Den Kern der Arbeit bilden die Kapitel 8-10, in denen die Ergebnisse der drei Aufgaben *Parkplatz*, *Elefant* und *Flamingos* vorgestellt und diskutiert werden. Die Ergebnisse, die für die Grundschule ausführlich erläutert werden, werden in jedem der drei Kapitel einer vergleichenden Betrachtung mit der Sekundarstufe I unterzogen. Das 11. Kapitel zieht ein Fazit und zeichnet Konsequenzen aus der Studie auf.

Hinweise zur Schreibweise in der Arbeit

Zitate aus der Fachliteratur werden in „Anführungszeichen“, zitierte Schüleräußerungen zusätzlich „*kursiv*“ gesetzt. Wichtige Begriffe werden entweder **fett** oder *kursiv* dargestellt.

Ich benutze die Begriffe *Aufgabe/ Aufgabenstellung* und *Problem/ Problemstellung* aus stilistischen Gründen synonym, wohlwissend, dass sie unterschiedlich belegt sind, wie in Kap. 3.1 ausgeführt wird.

Teil I: Theoretische Grundlagen

1 Paradigmenwechsel im Mathematikunterricht

„Ich möchte, dass der Schüler nicht angewandte Mathematik lernt, sondern lernt, wie man Mathematik anwendet."

(H. FREUDENTHAL, 1970)

Internationale und nationale Leistungsstudien (vgl. TIMSS, PISA, IGLU, VERA) haben übereinstimmend dokumentiert, dass das Lösen von Aufgaben im Bereich des Sachrechnens nach wie vor den Schülerinnen und Schülern (und Lehrerinnen und Lehrern) im Mathematikunterricht aller deutschen Schulformen die größten Schwierigkeiten bereitet (vgl. Schütte 1999, S. 40). Das liegt nicht ursächlich an fehlenden arithmetischen Kompetenzen, sondern u.a. daran, dass erworbenes Wissen nicht auf komplexe Problemstellungen adäquat und flexibel transferiert werden kann. Selter (1998, S. 51) formuliert es „kurz und plakativ: Im deutschen Mathematikunterricht dominiert das *Verfahren* über das *Verstehen*". Die empirischen Befunde der Leistungsstudien belegen, dass die Staaten, die besonders gut abschneiden, sich zumeist durch eine Betonung innermathematischer oder anwendungsbezogener Modellierungsprozesse auszeichnen. Während sie verstärkt inner- und außermathematische Vernetzungen, Denkaktivitäten und Eigenkonstruktionen sowie Reflexionskompetenzen der Schüler fördern, steht in Deutschland häufig die Kalkülorientierung im Vordergrund (vgl. Klieme & Neubrand & Lüdtke 2001, S. 186). „Zu kurz kommen insbesondere das selbstständige, aktive Problemlösen, das inhaltliche, nicht-standardisierte Argumentieren sowie das Herstellen von Verbindungen mathematischer Begriffe mit Situationen aus Alltag und Umwelt" (Erklärung der Fachverbände 1997, S. 12).

Obwohl die konstatierten Defizite in der Sekundarstufe am größten sind, „wurde die Vermutung geäußert, dass diese Schwächen nicht allein aus der Sekundarstufe resultieren, sondern ihre Wurzeln zum Teil bereits in der Grundschule haben" (Bos et al. 2003, S. 190). Bei dieser Einschätzung wird „vergessen, dass es schon seit Jahrzehnten eine intensive mathematikdidaktische Entwicklungsforschung […] gibt und dass der 1985 (also mehr als 10 Jahre vor TIMSS!) unter der Federführung von Heinrich Winter entwickelte Mathematiklehrplan für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen die aus TIMSS und PISA für die Lehrplangestaltung zu ziehenden Folgerungen längst vorweggenommen hat" (Müller & Steinbring &

Wittmann 2002a, S. 14). Allerdings war es nicht gelungen, den mit dem 1985er-Lehrplan verbundenen Perspektivwechsel in der Praxis nachhaltig zu vollziehen. So konstatierte Haenisch (1993, S. 14): „Gemessen an Sachunterricht und Sprache hat sich in Mathematik vergleichsweise weniger verändert. […] Die zentralen Konzepte des Lehrplanes wie Anwendungs- und Strukturorientierung sowie die Einbeziehung problemhaltiger Situationen scheinen alles in allem jedoch noch wenig verbreitet zu sein. Hier hatte der Lehrplan offensichtlich Probleme, ein adäquates Verständnis dieser Konzepte an die Lehrerinnen und Lehrer heranzubringen."

Außerdem veränderte sich die Sichtweise auf die Lehr-Lernprozesse durch den zunehmenden Einfluss konstruktivistischer Kognitionstheorien (vgl. v. Foerster u. v. Glaserfeld 1991, Fölling-Albers 1997, Lankes 1997), wonach Lernen „als ein Prozess der eigenen, zugleich sozial vermittelten Konstruktion von Wissen verstanden wird“ (Schipper o. J., S. 1). Daher löste TIMMS auch in der Grundschule eine intensivere Debatte über allgemeine Aufgaben des Mathematikunterrichts (Winter 1995, Heymann 1996) sowie über seine Qualitätsentwicklung und -sicherung (Institut für Schule und Weiterbildung 1999, Wielpütz 1999) aus, deren Zielsetzung Bauersfeld (1999, S. 19) so zusammenfasste: „Was wir annehmen und anstreben sollten, das ist eine ausgewogene Balance zwischen einem experimentierend-probierenden Problemlösen und regelmäßiger, systematischer Wiederholung durch vielfältiges Üben. Dabei erfordert jedes Problembearbeiten eine solide weiterführende Nachbereitung in Sachen Sprache, Heuristik und sachlicher Vertiefung. Dazu gehörte auch der gute englische Brauch, frühzeitig an das geeignete Notieren eigener Rechenwege und -versuche gewöhnt zu werden, eine unerlässliche Voraussetzung für beides, die kritische Selbstreflexion und eine fundierte Strategieentwicklung. Vielfalt des regelmäßigen Übens andererseits muss das Vernetzen des bereits Gekonnten zum Ziel haben, also - ganz im Gegensatz zum Drill - Neues im Vertrauen bieten.“

Insgesamt wird u. a. eine *stärkere Schülerorientierung und -aktivierung durch entdeckende Lernprozesse* (Winter 1989, Wittmann 1990, Floer 1990) in einem durch *Offenheit und Zielorientierung* (Bobrowski & Schipper 2001, Rasch 2001, Schipper 2001, Selter 1997 u. 2004) geprägten Unterricht angestrebt, um im Sinne einer *fortschreitenden Schematisierung* (Treffers 1983) *tragfähige Grundlagen im Mathematikunterricht* (vgl. Bobrowski & Grassmann 2001) zu erreichen. Dieser Wandel der Unterrichtskultur in der Grundschule orientiert sich an der Konzeption des *Realistischen Mathematikunterrichts*, der ***R**ealistic*

***M**athematics **E**ducation* (Freudenthal 1973, Treffers 1987, Streefland 1991, van den Heuvel-Panhuizen 2003) der Niederlande, die bei den Vergleichsstudien erfolgreicher abschnitten als Deutschland (vgl. Selter 1999, S. 53). Dieses Land erscheint als Vorbild geeignet, „denn die holländischen Schulen ähneln den deutschen sehr viel mehr als die finnischen oder japanischen“ (Die Zeit, 03.04.2003). Eine besondere Bedeutung kommt im *RME* anwendungsbezogenen Aufgaben zu (vgl. Treffers 1991 u. 1997).
Jedoch soll hier nicht einer „*Realistic Mathematics Education - light*“-Version das Wort geredet werden, die sich in den letzten Jahren in den Niederlanden etabliert hat. Bei dieser Form der Aufgaben handelt es sich häufig um Pseudoanwendungen, für deren Bearbeitung eine intensive Beschäftigung mit Mathematik nicht notwendig ist, so dass sie nicht zu einer Stärkung der mathematischen Kompetenz der Schülerinnen und Schüler führen (vgl. Wittmann 2005). Wichtig erscheint mir eine ausgewogene Balance zwischen Anwendungs- und Strukturorientierung im Sinne Freudenthals (1983), wonach „unsere mathematischen Begriffe, Strukturen und Vorstellungen erfunden worden sind als Werkzeuge, um die Phänomene der natürlichen, sozialen und geistigen Welt zu ordnen“ (Klieme et al. 2001, S. 142).

1.1 Bildungsstandards und Kompetenzorientierung

Als *eine* Konsequenz aus den Ergebnissen der Leistungsstudien, den didaktischen Diskussionen sowie den Erkenntnissen der konstruktivistisch orientierten Lerntheorien beschloss die Kultusministerkonferenz die verbindliche Einführung von Bildungsstandards für alle Schulformen, die eine stärkere Outputorientierung und damit verbundene Messbarkeit der Leistung anstreben. Sie orientieren sich in der Grundschule „nur implizit an den traditionellen Sachgebieten […]: Arithmetik, Geometrie, Größen und Sachrechnen. In den Vordergrund gestellt werden vielmehr allgemeine und inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen, die für das Mathematiklernen und die Mathematik insgesamt charakteristisch sind. Diese sind untrennbar aufeinander bezogen“ (KMK 2004, S. 6).

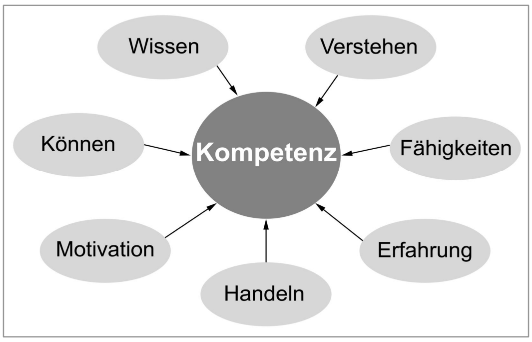


Abb. 1-1: Kompetenzbegriff (MSW 2008, S. 17)

Unter *Kompetenzen* versteht u.a. Weinert (2001, S. 27) „die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können.“ Kompetenzen umfassen somit ein breites Spektrum, das über Wissen und Fertigkeiten hinausgeht (s. Abb. 1-1).

Als mathematische Kompetenz definiert die OECD entsprechend dem international gebräuchlichen Begriff der *Mathematical Literacy* die Fähigkeit, „die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens einer Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht.” (Klieme, Neubrand & Lüdtke 2001, S. 141).

Sowohl für die Sekundarstufe als auch für die Grundschule wurden einheitlich für die Bundesrepublik von der Kultusministerkonferenz (KMK 2004 u. 2005) die Förderung folgender allgemeiner mathematischer Kompetenzen verabschiedet, die inzwischen in den (Kern-) Lehrplänen der Bundesländer ihre Berücksichtigung gefunden haben:

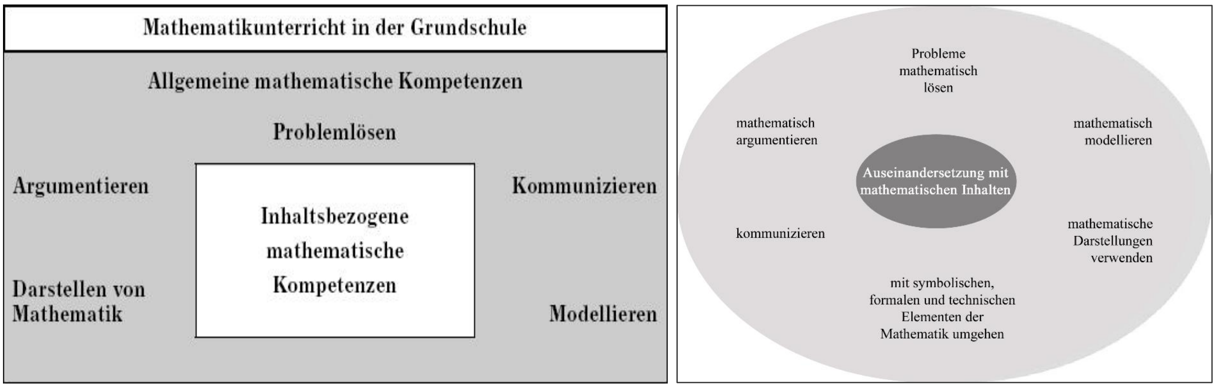


Abb. 1-2: Allgemeine mathematische Kompetenzen in der Grundschule (KMK 2005, S. 7) und Sekundarstufe (KMK 2004, S. 7)

„Die Bildungsstandards Mathematik sind der Versuch, diese allgemeinen Bildungsziele in Form weit gefächerter Kompetenzanforderungen zu erfassen und zu konkretisieren. Hieraus legitimiert sich auch die Verwendung des Begriffs Bildungsstandards“ (Blum et al. 2006, S. 21). Die Gegenüberstellung der angestrebten Kompetenzen zeigt, dass von den sechs Bereichen in der Sekundarstufe I fünf schon in der Grundschule grundgelegt werden sollen.

Entsprechend den Intentionen der Bildungsstandards sollen die Schüler am Ende der jeweiligen Schulstufe über folgende Kompetenzen auf der allgemeinen mathematischen Ebene verfügen:

Grundschule	Sekundarstufe I
Problemlösen: • Mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden, • Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren), • Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen.	**Probleme mathematisch lösen:** • vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten, • geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden, • die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren.
Modellieren: • Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen, • Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen, • zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren.	**Mathematisch modellieren:** • den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen, • in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten, • Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen.
Argumentieren: • Mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen, • mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln, • Begründungen suchen und nachvollziehen.	**Mathematisch argumentieren:** • Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind und Vermutungen begründet äußern, • mathematische Argumentationen entwickeln, • Lösungswege beschreiben und begründen.
Kommunizieren: • Eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren, • mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden, • Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten.	**Kommunizieren:** • Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien, • die Fachsprache adressatengerecht verwenden, Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen.
Darstellen: • Für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen, • eine Darstellung in eine andere übertragen, • Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten.	**Mathematische Darstellungen verwenden:** • verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden, • Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen, • unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln.
	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen: • mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen arbeiten, • symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt, • Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen, • mathematische Werkzeuge sinnvoll und verständig einsetzen.

Tab. 1-1: Allgemeine, mathematische Kompetenzen in der Grundschule (KMK 2005, S. 7-8) und Sekundarstufe I (KMK 2004, S. 8)

Die Gegenüberstellung (s. Tab. 1-1) verdeutlicht die Gemeinsamkeit der verfolgten Ziele, die im Sinne eines spiralförmigen Curriculums, einer fortschreitenden Schematisierung und Mathematisierung während der Schulzeit angestrebt werden.

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen, die die „Grundprozesse des mathematischen Arbeitens beschreiben“ (Hirt & Wälti 2008, S. 15), können nur in Korrespondenz mit inhaltlichen mathematischen Kompetenzen entwickelt werden (vgl. Winter 1975). In der unterrichtlichen Praxis sind sie selten sauber voneinander zu trennen, da „bei der Bearbeitung substanzieller Aufgaben in der Regel verschiedene allgemeine Kompetenzen“ (Walther et al. 2007, S. 26) angesprochen werden. Für das Lösen der Aufgaben werden drei Anforderungsbereiche unterschieden (s. Tab. 1-2):

Anforderungsbereich „Reproduzieren“ *(AB I)* Das Lösen der Aufgabe erfordert Grundwissen und das Ausführen von Routinetätigkeiten.
Anforderungsbereich „Zusammenhänge herstellen“ *(AB II)* Das Lösen der Aufgabe erfordert das Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen.
Anforderungsbereich „Verallgemeinern und Reflektieren“ *(AB III)* Das Lösen der Aufgabe erfordert komplexe Tätigkeiten wie Strukturieren, Entwickeln von Strategien, Beurteilen und Verallgemeinern.

Tab. 1-2: Anforderungsbereiche (KMK 2004, S. 13)

Sowohl die Bildungsstandards (vgl. Blum et al. 2006, S. 21 sowie Walther et al. 2007, S. 24-25) als auch IGLU (Bos et al., S. 190) nehmen explizit Bezug auf die von Winter (1995, S. 37) formulierten drei „Grunderfahrungen“, die den Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht ermöglicht werden sollen:

- „Erscheinungen der Welt um uns, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, mit Hilfe von Mathematik in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen;
- mathematische Gegenstände als geistige Schöpfungen und als eine Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen;
- in der Auseinandersetzung mit Mathematik heuristische Fähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, zu erwerben.“

Die ersten beiden Grunderfahrungen zielen auf die Anwendungs- und Strukturorientierung des Mathematikunterrichts. Der dritte Aspekt, der die Prozesskompetenz *Problemlösen* betrifft, verdeutlicht im Besonderen die Bedeutung allgemeiner Kompetenzen, deren Vermittlung „zentraler Bestandteil mathematischer Bildung“ (Walther et al. 2007, S. 26) bzw. „zentrales Ziel des Mathematikunterrichts“ (Blum et al. 2006, S. 21) ist.

1.2 Weiterentwicklung einer Unterrichts- und Aufgabenkultur

Eine gute Aufgabe ist eine Steilvorlage
für einen guten Unterricht.
(T. LEUDERS 2008, S. 20)

Um diese Ziele zu erreichen, wird in der aktuellen didaktischen Diskussion innerhalb einer „veränderten Unterrichtskultur“ die „Weiterentwicklung einer Aufgabenkultur“ vorgeschlagen (vgl. Spiegel & Selter 1997, Herget 2001, S. 13), insbesondere „die verstärkte Verwendung von anspruchsvollen offenen Aufgaben“ (Klieme & Neubrand & Lüdtke 2001, S. 186). Dafür wird „vermehrt auf allen Schulstufen die Gestaltung ‚substanzieller mathematischer Lernumgebungen’ (Wittmann 2001 u. 2005) gefordert, die das Kennenlernen innermathematischer Strukturen mit Anwendungsfähigkeiten verbinden“ (Klieme & Neubrand & Lüdtke 2001, 187). „Lernumgebungen bester Qualität, sogenannte substantielle Lernumgebungen" müssen nach Wittmann (1998, S. 337 f.):

- zentrale Ziele, Inhalte und Prinzipien des Mathematikunterrichts präsentieren,
- reiche Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten von Schülerinnen und Schülern bieten,
- flexibel sein und leicht an die speziellen Gegebenheiten einer bestimmten Klasse anzupassen sein,
- mathematische, psychologische und pädagogische Aspekte des Lehrens und Lernens in einer ganzheitlichen Weise integrieren und so ein weites Potenzial für empirische Forschung bieten (vgl. Hirt & Wälti 2008, S. 13).

Dazu eignen sich Aufgaben, die „bei Schülern in Verbindung mit inhaltlichen Kompetenzen, bezogen auf grundlegende mathematische Begriffe und Verfahren, die Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen unterstützen. So gesehen sind gute Aufgaben das zentrale Instrument für die Implementation der Bildungsstandards Mathematik im Primarbereich“ (Granzer & Walther 2008, S. 9).

Um zudem den Anforderungen eines zeitgemäßen (Sachrechen-) Unterrichts gerecht zu werden, sollten die Aufgaben auch zur Entwicklung eines „Offenen Unterrichts“ beitragen, der „sowohl in der bildungspolitischen Programmatik als auch in der grundschulpädagogischen Diskussion als *normatives* Konstrukt seit mehr als dreißig Jahren weite Verbreitung gefunden hat. Dieser pädagogisch-didaktische Ansatz gilt inzwischen als ein wesentlicher Indikator für

Unterrichtsentwicklung und Grundschulreform“ (Hanke 2005, S. 223). Für den Mathematikunterricht fordert Wielpütz (1994) eine *inhaltliche, methodische* und *interaktive* Öffnung, die jedoch eine „Offenheit mit Konzept“ (vgl. Selter 1997 u. 2004) sein muss, um nicht der Beliebigkeit anheim zu fallen. Auf den Sachrechenunterricht bezogen umfasst *Offenheit* nach Franke (2003, S. 132-147) drei unterschiedliche Ebenen:

1. Offenheit in der Aufgabenstellung
    - Ziel ist nicht eine schnelle und nur rein rechnerische Lösung, sondern auch eine Auseinandersetzung mit der Sache
    - Aufgreifen von sinnstiftenden Lernanlässen
    - keine eindeutige Aufgabenstellung:
      zur Lösung müssen die Kinder selbst Informationen beschaffen, nachlesen, erfragen und die ermittelten Daten ordnen und strukturiert darstellen
    - offenes Vorgehen
    - Reflektieren über den Lösungsweg und die Lösung
2. Offenheit bei den Lösungswegen und deren Fixierung (keine Reduzierung auf einen formalen Umgang mit dem Frage-Rechnung-Antwort-Schema)
3. Offenheit bei den Organisationsformen (offene Unterrichtsformen)

Eine derartige Öffnung des Sachrechenunterrichts erfordert eine Konzeption, „die zeitgemäße Anforderungen mit kindgemäßen Zugängen verbindet“ (Schütte 1999, S. 40). Als „Leitideen und Ziele zeitgemäßen Sachrechnens“ (ebd., S. 41) können die „Zehn Gebote für einen schülerorientierten Sachrechenunterricht“ von Dröge (1995) dienen:

1. Datenbeschaffung *Leitidee:* Ein wichtiger erster Schritt mathematischer Modellbildung ist die Beschaffung von Daten *Ziel:* Kinder sollen lernen, relevante Daten zu beschaffen und aus Texten zu entnehmen. Leitend sollte dabei die Sinnerfassung sein. *Subjektbezug:* Werden die Kinder aufgefordert, selbst Daten zu beschaffen und damit authentische Daten aus ihrer Alltagswelt zu bearbeiten?
2. Eigene Mathematisierungen und Konkretisierungen *Leitidee:* Rechnen hilft bei Entscheidungen im Planungsprozess. *Ziel:* Kinder sollen lernen, geeignete Rechnungen aufzustellen und Ergebnisse als Entscheidungshilfen zu nutzen. Dies ist auch in simulierten Situationen möglich. *Subjektbezug:* Hat das Ergebnis Relevanz für die Aktivitäten der Kinder?
3. Kritikkompetenz *Leitidee:* In der Alltagswelt werden wir häufig mit den Ergebnissen von Quantifizierungen (also bereits ausgerechneten Zahlen) konfrontiert. *Ziel:* Kinder sollen lernen, Verständnis für Mathematisierungen in der Alltagswelt zu entwickeln, indem sie eine Vorstellung entwickeln, wie die Zahlen zustande gekommen sind. *Subjektbezug:* Verstehen die Kinder den Hintergrund vorgefundener Mathematisierungen? Lassen sich Modellsituationen finden, die die Genese vorgefundener Zahlen verständlich machen?

4. Welterschließende Funktionen *Leitidee:* Zahlen liefern uns interessante und wichtige Informationen über die „Welt", über mich selbst und die anderen. *Ziel:* Kinder sollen lernen, aus Zahlenangaben auf inhaltliche Qualitäten zu schließen, Mathematisierungen in ihrer umwelterschließenden Funktion zu nutzen. *Subjektbezug:* Liegen die Informationen im Fragehorizont der Kinder? Erhalten die Kinder wirklich Aufklärung über die Sachen, oder vermitteln die Zahlen nur ein scheinbares Sachwissen?
5. Nützlichkeitsaspekt *Leitidee:* Die Alltagswelt wird wesentlich von Mathematisierungen geprägt. *Ziel:* Kinder sollen lernen, mit vorgefundenen Mathematisierungen in der Alltagswelt kompetent umzugehen. *Subjektbezug:* Entstammen die Mathematisierungen der Alltagswelt der Kinder? Können sie ihre Kompetenzen einbringen? Werden die Aufgabenstellungen als nützlich erfahren?
6. Begrenzte Erfassung von Realität *Leitidee:* Formalisierung und Quantifizierung bedingen die Vernachlässigung sachinhaltlicher Qualitäten. *Ziel:* Kinder sollen lernen, die Grenzen von Mathematisierungen zu beurteilen. *Subjektbezug:* Haben die Kinder Gelegenheit zu entscheiden, ob sie die Quantifizierung für sinnvoll erachten oder nicht?
7. Angemessenheitskriterium *Leitidee:* Nicht in allen Sachsituationen sind Berechnungen sinnvoll. *Ziel:* Kinder sollen lernen, die Angemessenheit von Mathematisierungen zu beurteilen. *Subjektbezug:* Liegen die Sachsituationen im Erfahrungsbereich der Kinder? Haben sie Gelegenheit, die Angemessenheit zu beurteilen?

Tab. 1-3: Kriterien zeitgemäßen Sachrechnens (Schütte 1999, S. 41)

Zu berücksichtigen ist, dass es sich bei diesen Kriterien um Idealforderungen handelt und sie somit eher einen Orientierungsrahmen liefern bei der Konzipierung des Sachrechnens im Allgemeinen und von Sachrechenaufgaben im Speziellen. Selbstverständlich können dabei nicht alle Kriterien gleichermaßen berücksichtigt werden. Um Aufgaben, die sich an diesen Kriterien orientieren, lösen zu können, ist es unabdingbar, dass die Kinder sich nicht nur mit den mathematischen, sondern auch mit den inhaltlichen Aspekten auseinandersetzen (vgl. ebd., S. 42) entsprechend den - nicht „säuberlich voneinander trennbaren“ - „didaktischen Funktionen des Sachrechens“ (Winters 1985, S. 15). Danach ist Sachrechnen nicht nur *Lernstoff* oder *Lernprinzip*, sondern verfolgt als *Lernziel* einen *Beitrag zur Umwelterschließung*. Als Kriterien für Sachsituationen im Sinne der Umwelterschließung nennt Winter (ebd., S. 35):

- Authentizität (von „unmittelbar aus dem Leben gegriffen" bis zu „fingiert & frisiert")
- Zugänglichkeit (von „direkt beobachtbar" bis „durch Medien vermittelt")
- Reichhaltigkeit gegenüber Problemstellungen (von „offen für viele verschiedene Fragestellungen" bis „eingeengt auf eine Frage")
- Praxisnähe der Problemstellung (von „erfordert mehrere Umstrukturierungen" bis zu „lässt sich unmittelbar auf Routinefall reduzieren")

Will man dieser „wichtigsten und umfassendsten, aber auch in der Realisierung am anspruchsvollsten“ didaktischen Funktion angemessen entsprechen, „sollte der Unterricht fächerübergreifend organisiert sein“ (vgl. Winter 1987, S. 35 u. 1996, S. 7). Als anspruchsvollste Unterrichtsform gilt die Projektarbeit (vgl. Winter 1994a; Franke 1995, 1996, 2003). Sie ist bekanntlich mit einem hohen zeitlichen sowie organisatorischen Aufwand verbunden und bietet verhältnismäßig geringe Rechenmöglichkeiten. Ihre Stärken liegen in der Planung (vgl. Schütte 1999, S. 42).

Als Erweiterung geeigneter Aufgaben etablieren sich zunehmend auch im Sachrechnen substanzielle, kontextuelle Lernumgebungen (Wollring 2006, Hirt & Wälti 2008). Wollring (2006, S. 12) beschreibt Lernumgebungen als „große gerahmte Aufgabenfelder“ und sieht sie als Endglied der Sequenz *Aufgaben<Aufgabenformat<Lernumgebung*. „Eine Lernumgebung ist gewissermaßen eine *flexible Aufgabe* oder besser, eine *flexible große Aufgabe*. Sie besteht aus einem *Netzwerk kleinerer Aufgaben, die durch bestimmte Leitgedanken zusammengebunden werden*“ (ebd. S. 13).
Eine Lernumgebung im Sachrechnen benötigt demnach andere Aufgaben als die traditionellen, kalkülorientierten Textaufgaben. Die Sachsituationen und Problemstellungen sollten so gewählt sein, dass sie „nicht länger nur Vehikel zum Mathematiklernen und schon gar nicht das Ziel des Lernens, sondern eine Gelegenheit zum Mathematiktreiben“ (Leuders, 2008, S. 25) sind. Zudem sollten sie aus Bereichen gewählt werden, die den Kindern vertraut und für sie bedeutsam sind. Nur so dienen sie gleichzeitig der Erschließung der Lebenswelt und dem Zugewinn an Sach- und Fachkompetenz.

Offene realitätsnahe Aufgaben scheinen im Besonderen geeignet, beiden Forderungen zu entsprechen und die geforderten, übergeordneten Kompetenzen in den Bereichen Problemlösen, Modellieren, Argumentieren fördern zu können. Denn »Kinder lernen an für sie bedeutsamen Aufgaben; didaktisches Vereinfachen, Elementarisieren und Zurichten stört den Sinn« (Hengartner 1992, 15), und die »Komplexität [...] ist für das Verständnis nicht erschwerend, sondern hilfreich, weil in der ganzen Struktur mehr Bedeutung, mehr Sinn, mehr Information für Lösungen enthalten ist als in isolierten Teilaufgaben« (ebd., 19).

Dem häufig erhobenen Einwand, dass schwächere Schüler mit komplexeren Aufgaben nicht zurecht kommen, widersprechen diesbezügliche Untersuchungen (vgl. Trickett & Sulke 1983, Scherer 1995 u. 1997, Moser Opitz 2001). „Schwierige Inhalte sind durchaus auch schon auf unteren Klassenstufen entwicklungsfördernd zu bearbeiten, wenn erst nach und nach qualitative durch quantitative, konkrete durch abstrakte, spezifische durch generelle Überlegungen ersetzt werden“ (Wember 1988, S. 158). Unterstützend wirken in offenen Lernsituationen kooperative Lernprozesse, wie Lipowsky (1999, S. 221) darlegt: „Die Beobachtungen im Rahmen dieser Studie verweisen darauf, ein stärkeres Augenmerk auf die Qualität der Interaktionen der Schüler untereinander zu richten. Häufig war zu beobachten, dass die Schüler eher nebeneinander statt miteinander arbeiteten. Bei einigen konzentrationsschwächeren Schülern nahm die Intensität der Lernzeitnutzung zu, wenn sie mit Mitschülern zusammenarbeiteten oder von ihnen Hilfe erhielten. Daher sollte der gezielten Förderung kooperativer Prozesse eine größere Bedeutung eingeräumt werden.“

Wodurch offene realitätsnahe Aufgaben charakterisiert sind und wie sie sich von anderen Aufgabentypen unterscheiden, soll im folgenden Kapital beleuchtet werden.

2 Offene Aufgaben mit Realitätsbezug

Mit der Umwelt kann man rechnen.
Mit der Umwelt soll man rechnen..
Mit der Umwelt muss man rechnen.
(G. N. MÜLLER)

Die Hauptaufgabe der Lehrerin oder des Lehrers bei der Gestaltung eines anspruchsvollen Mathematik- und vor allem Sachrechenunterrichts besteht darin, „herausfordernde Situationen aus der beobachtbaren Umgebung der Schüler anzubieten“, die u.a. zum Fragen und Erkunden anregen (vgl. Winter 1987, 17). Die Probleme und Aufgaben sollen so gewählt sein, dass sie dem Auftrag eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts (vgl. Heymann 1996) entsprechen.
Inzwischen bieten „aktuelle Handbücher zum Mathematikunterricht in der Grundschule (z. B. Wittmann & Müller 1992; Radatz u.a. 1996, 1998, 1999; Schipper & Dröge & Ebeling 2000) sowie das SINUS-Transfer-Projekt zahlreiche Anregungen für herausfordernde Aufgaben mit Realitätsbezug. Manche Lehrerinnen und Lehrer zögern jedoch, solche Aufgaben im Unterricht wirklich einzusetzen, weil diese nicht so recht in den stark lehrgangsorientierten Mathematikunterricht zu passen scheinen“ (Schipper, o. J., S. 23).

Daher handelt es sich bei vielen im Unterricht eingesetzen Sachaufgaben um Textaufgaben, die innerhalb einer zumeist arithmetischen Unterrichtseinheit der Übung und Anwendung der zuvor erlernten Verfahren und Kalküle dienen und eingebettet in ein arithmetisches Aufgabengebiet sind. „Substanzielle Lernanlässe und Anforderungen wie die folgenden kommen unter solchen Bedingungen kaum zum Zuge - van den Heuvel (1992) spricht von den »drei Tabus«:

- Es gibt verschiedene Lösungsstrategien für die eine richtige Antwort;
- es gibt verschiedene Lösungsstrategien für mehrere, gleichermaßen richtige Antwort-Alternativen;
- es gibt verschiedene Lösungsstrategien für mehrere Antwort-Alternativen, und es ist nicht eindeutig entscheidbar, welche richtig oder falsch ist.

Wird aber Mathematik als *Fertigprodukt* verstanden, dann kann ein Unterrichtsziel als erreicht gelten, wenn der angebotene Inhalt adäquat >übernommen< wurde, d.h. das Kind ein für geeignet erachtetes Endverhalten zeigt“ (Krauthausen 1998, S. 16). Zu welchen Auswüchsen eine derartige Aufgaben-"Kultur" führen kann, zeigen besonders deutlich die sog. „Kapitänsaufgaben" (Radatz 1983; Freudenthal 1984; Baruk 1989; Stern 1992; Selter 1994; Warzel 1995). In Folgeuntersuchungen stellten Selter (1994) u.a. (Burmester & Bönig 1993, Selter & Spiegel 1997, Stern 1992, Treffers 1991) fest, dass die Schüler nicht dumm, sondern verschult sind und ihre Lösungen teilweise einen rationalen Kern besitzen. Um der durch den traditionellen Sachrechenunterricht ausgelösten Entwicklung entgegenzuwirken, bedarf es anderer Aufgaben. Denn „auf die Absurdität ihrer Ergebnisse hingewiesen, antworteten die Kinder: ‚Na, das ist doch nur in Mathematik…'. Mathematik hatte für diese Kinder weder etwas mit ihrer Erfahrungswelt zu tun, noch war sie in sich schlüssig und verständlich" (Schütte 1994, S. 79). Zudem konnte man in authentischeren Situationen ein angemessenes Lösungsverhalten der Schülerinnen und Schüler feststellen (vgl. Selter 2001, S. 165).

Seit TIMSS gibt es viele Ansätze, die Diskrepanz zwischen dem Alltagswissen und dem gesunden Menschenverstand einerseits sowie der Schulmathematik andererseits zu verringern (Erichson, Dröge, Franke, Müller, Peter-Koop, Rasch, Ruwisch, Ruf & Gallin, Schütte, Winter u.a.). Eine weitere Möglichkeit stellen die in dieser Studie untersuchten offenen, realitätsnahen, unscharfen Aufgaben (vgl. Kap. 5.2) dar.

Was offene Aufgaben im Gegensatz zu geschlossenen Aufgaben charakterisiert, wie sie in die verschiedenen Typisierungen von Sachaufgaben der Grundschule eingeordnet werden können und welche Bedeutung der Authentizität und Relevanz als weiteren prägenden Merkmalen des untersuchten Aufgabenformates zukommt, wird im Folgenden beleuchtet.

2.1 Abgrenzung offener Aufgaben von geschlossenen Aufgaben

2.1.1 Geschlossene Aufgaben

Schon 1916 beschrieb Johannes Kühnel (1925, S. 21 ff.) die in den Rechenbüchern vorherrschenden Aufgaben so:

1. „Sie zeigen den gesamten Sachverhalt mit allen jeweils in Betracht kommenden Einzelheiten (von sachlichen Fehlern abgesehen - sie wollen aber wenigstens auf jede Einzelheit aufmerksam machen);
2. sie geben sämtliche Zahlen, sie vermeiden ängstlich, eine wegzulassen oder eine überflüssige Bestimmung zu geben;

3. sie formulieren mit größter Genauigkeit das Rechenproblem, meist sogar mit einzelnen Problemstufen, und das alles in gedrängtester wie übersichtlichster Darstellung“ (vgl. Krauthausen 1998, S. 147-148).

Mit dieser Beschreibung, die noch immer einen Teil der aktuellen, unterrichtlichen Praxis schildert[1], werden *geschlossene Aufgaben* charakterisiert. Es handelt sich dabei häufig um isolierte Aufgaben, die dem Üben und Anwenden zuvor erlernter Lösungsprozeduren bzw. Standardverfahren dienen und eingebettet in ein arithmetisches Aufgabengebiet sind.

Versteht man das Lösen einer Aufgabe so, dass ein Anfangszustand durch Anwenden eines normalen Verfahrens, eines bekannten Algorithmus oder einer bekannten Operation in einen Zielzustand transferiert wird, sind bei geschlossenen Aufgaben der Ausgangspunkt und das Ziel klar definiert. Der Weg (die Transformation, die Rechenoperation) ergibt sich meistens direkt aus dem aktuell erarbeiteten Inhaltsbereich. Es existiert in der Regel genau eine richtige Lösung (vgl. Burmester & Bönig 1993, S. 14).

Die Komplexität und damit das Anspruchsniveau kann gesteigert werden durch *mehrschrittige geschlossene Aufgaben*, bei denen für die Lösung noch zusätzlich Zwischenergebnisse zu berechnen sind. Auch hier sind die Arbeitschritte häufig durch unterteilte Fragen genau vorgegeben. „Durch die anschließende Besprechung bzw. Korrektur dieser Aufgaben wird – wenn auch unbeabsichtigt – bei den Kindern der Eindruck erweckt, im Mathematikunterricht komme es vor allem auf die Produkte, nämlich die richtigen Lösungen an. Das wesentliche Ziel des Mathematikunterrichts, nämlich das Lösen mathematischer Probleme und die Thematisierung der damit verbundenen Lösungsprozesse rückt auf diese Weise in den Hintergrund und droht im Bewusstsein der Kinder keinen Platz zu finden. […] Die Dominanz dieser Produktorientierung muss aber durch eine stärkere Beachtung der kindlichen Lösungsprozesse reduziert werden“ (Schipper o. J., S. 26).

2.1.2 Offene Aufgaben

Eine stärkere Prozessorientierung, ohne allerdings das Produkt aus den Augen zu verlieren, bieten *offene Aufgaben*, die Kompetenzen in den allgemein-mathematischen Bereichen, vor allem im Problemlösen, Modellieren und Argumentieren entwickeln können (vgl. Blum 2000, Franke 2003). Berücksichtigt werden sollte jedoch, dass die Qualität einer Aufgabe nicht

[1] entspr. den Beobachtungen und Erfahrungen der Autorin als Fachleiterin in der 2. Phase der Lehrerausbildung

allein von der Aufgabenstellung abhängt, sondern von der Art ihres Umgangs durch Schüler und Lehrer (vgl. Bruder 2003, Jahnke o. J.; Walther o. J.). Bei angemessener Offenheit des Unterrichts können diese Aufgaben zu einer erhöhten Schüleraktivität, selbstständigen und kreativen Arbeit führen (vgl. Greefrath 2006, S. 33) und Interesse an den Inhalten des Faches wecken. „Die Beschäftigung mit einer Sache in den Mittelpunkt unterrichtlichen Geschehens zu stellen, öffnet Unterricht „von selbst“, indem sich das Kind einer Sache, einem Inhalt zuwendet, sich diesen erschließt, Erfahrungen macht und neue Erkenntnisse gewinnt, die es anregen, sich anderen Sachen und Inhalten zuzuwenden“ (Jaumann-Graumann 1997, 33). Die daraus entstehende Motivation erzielt einen gewinnbringenden Lerneffekt für weitere Aufgaben (vgl. Steinweg 2006, S.10) und kann „ein angemessenes Bild von Mathematik und ihrer gesellschaftlichen Relevanz entwickeln“ (Herget & Maass 2004, S. 22).

Generell zeichnen sich *offene Aufgaben* dadurch aus, dass nicht alle Angaben klar definiert sind und sie daher nicht direkt gelöst werden können. Die Offenheit kann durch einige der folgenden Merkmale (vgl. Leuders, 2001, S. 113) charakterisiert sein:

- die Problemsituation ist unscharf definiert, da nicht alle zur Lösung erforderlichen Angaben vorhanden sind;
- aus einer Vielzahl teils überflüssiger oder unerheblicher oder unwichtiger Informationen müssen die herausgefiltert werden, die notwendigerweise für die Lösung des spezifischen Problems relevant sind;
- fehlende Informationen müssen durch weiche mathematische Tätigkeiten wie Schätzen, Überschlagen oder Runden beschafft oder angenommen werden;
- aus verschiedenen mathematischen Bereichen und anderen Fächern müssen Kenntnisse herangezogen werden;
- das Ziel ist nicht klar formuliert, sodass unterschiedliche Ansätze möglich sind;
- für die Lösung gibt es nicht nur einen Lösungsweg, sondern es können unterschiedliche Wege gewählt werden;
- für das Problem gibt es nicht genau eine Lösung, sondern es kann auch mehrere oder keine Lösung geben.

Die Terminologie dieses Aufgabentyps umfasst in der fachdidaktischen Literatur ein weites Feld unterschiedlicher Aufgaben- und Problemstellungen. Obwohl sich der Terminus *offene Aufgaben* bzw. *offene Probleme* in der Sekundarstufe auch international durchgesetzt hat, wird er nicht einheitlich verwendet. In der Primarstufe reicht die Begrifflichkeit von *geöffnete*

Aufgaben über den häufig synonymen Gebrauch von *gute Aufgaben* bis zu den aktuellen Begriffen des Lehrplans für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen (MSW 2008a und 2008b) *ergiebige Aufgaben* und *Lernaufgaben* (vgl. auch Büchter & Leuders 2005).

Während sich eine Definition und Differenzierung von offenen Aufgaben und offenen Problemen bei Blum & Wiegang (1999 u. 2000) finden, vertritt Bruder (2000) die Meinung, dass sich der Zusatz *offen* dann erübrigt, wenn man Aufgaben als *Aufforderungen zum Lernhandeln* auffasst (vgl. ebd., S. 69). Diese differierenden Auffassungen führen zu unterschiedlichen, sich aber ähnelnden Klassifizierungen (Blum und Wiegand 1999 u. 2000; Bruder 2003; Dockhorn 2000; Pehkonen 1995). Da sie sich alle nicht nur auf außermathematische, sondern auch auf innermathematische Aufgaben und Probleme beziehen, sollen sie hier nicht weiter vertieft werden.

Grenzt man offene Aufgaben und Probleme auf außermathematische Anwendungsbereiche ein, werden sie als Modellbildungs- bzw. *Modellierungsaufgaben mit Realitätsbezug* bezeichnet. Als Kriterien für diese Modellierungsaufgaben führt Maass (2007, S. 12) folgende Eigenschaften an:

- offen
- komplex
- realistisch
- authentisch
- problemhaltig
- lösbar durch Ausführen eines Modellierungsprozesses

Greefrath (2006, S. 35) differenziert die Modellierungsaufgaben auf der Basis der Klassifizierungen von Blum & Wiegand und Bruder in *acht Typen offener Aufgaben mit Lebensbezug:*

Typ der offenen Aufgabe	Anfangszustand	Transformation	Zielzustand
Problemsituation	unklar	unklar	unklar
Unscharfes Problem	unklar	unklar	klar
Interpretationsproblem	klar	unklar	unklar
Strategiefindungsproblem	klar	unklar	klar
Interpretationsaufgabe	klar	klar	unklar
Einfache offene Aufgabe	klar	klar (aber auch mehrdeutig)	klar
Aufgabe erfinden	unklar	klar	unklar
Anfangssituation erfinden	unklar	klar	klar

Tab. 2-1: Typen offener Aufgaben mit Lebensbezug

Die in dieser Studie eingesetzten Modellierungsaufgaben (vgl. Kap. 5.2) sind innerhalb dieser Typisierung der Kategorie *unscharfes Problem* zuzuordnen, denn der Ausgangszustand sowie die Transformation sind unklar. Der Zielzustand ist insofern klar, als dass zu jeder Aufgabe eine zielgerichtete Fragestellung formuliert ist.
Folgt man einer Einteilung der Aufgaben entsprechend ihrer didaktischen Funktion (vgl. Maass 2006), handelt es sich in dieser Untersuchung vorwiegend um *unterbestimmte Aufgaben*, da ihnen notwendige Angaben für die Lösung fehlen.

Wie diese Aufgaben innerhalb des Sachunterrichts der Grundschule eingeordnet werden können, soll im nächsten Kapitel beleuchtet werden.

2.2 Typisierungen von Sachaufgaben in der Grundschule

Unser Wissen um den Unterricht ist von dicken Schichten von Vorurteilen bedeckt. Eines dieser Vorurteile sind die eingekleideten Aufgaben.

(H. FREUDENTHAL 1984, S. 75)

In Abgrenzung zu innermathematischen offenen Aufgaben erweitert sich das Bearbeitungsspektrum beim Sachrechnen um die Darstellungsform des Sachkontextes. Sachaufgaben können dargestellt werden durch einen Informationsträger, d.h. einen Text, eine Abbildung (Bild, Grafik, Tabelle, Zeichnung, Skizze, ...), eine Datensammlung, etc. Vor die Lösung des mathematischen Problems tritt das Lesen und damit Decodieren der Information (Text, Bild, etc.) sowie das Erschließen des Kontextes, was für viele Schülerinnen und Schüler die größten Schwierigkeiten darstellt (vgl. Bauersfeld 1999; Bremer & Dahlke 1980; Hack & Ruwisch 2004, S. 41; Lorenz 1994; Nestle 2002; Ruf & Gallin 1998; S. 280ff.; Scherer 2004).

In der Literatur existieren unterschiedliche Kategorisierungen von Aufgaben im Sachrechnen der Grundschule. Radatz & Schipper (1983, S. 130) klassifizieren Sachaufgaben in drei große Aufgabentypen:

- *Eingekleidete Aufgabe*
- *Textaufgabe*
- *Sachaufgabe & Sachrechenproblem.*

Müller & Wittmann (1996, S. 20) unterscheiden nach:

- *Textaufgaben (mathematisch mehr oder weniger stark vorstrukturiert),*