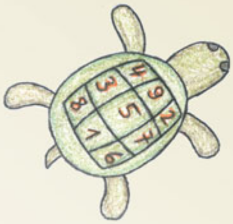
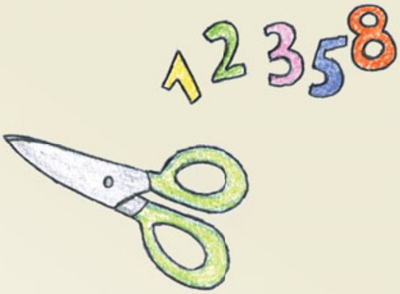
Annegret Weng





Ziffy, der Zahlenzauberer

Eine magische Reise durch die Welt der Mathematik

SACHBUCH

EBOOK INSIDE

Springer

Ziffy, der Zahlenzauberer

Annegret Weng · Susanne Renger

Ziffy, der Zahlenzauberer

Eine magische Reise durch die Welt der Mathematik

Zeichnungen von Susanne Renger

Springer

Annegret Weng
Fachbereich Mathematik
Stuttgart University of Applied Sciences
Stuttgart, Deutschland

Susanne Renger
Stuttgart, Deutschland

ISBN 978-3-662-59397-4 ISBN 978-3-662-59398-1 (eBook)
https://doi.org/10.1007/978-3-662-59398-1

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Planung/ Lektorat: Annika Denkert
Zeichnungen: Susanne Renger, Stuttgart
Einbandabbildung: Susanne Renger

Springer ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Inhaltsverzeichnis

Wohin fahrt ihr das nächste Mal in den Urlaub?

In die Berge? An einen See oder ans Meer? Ist eine Städtereise geplant? Oder vielleicht von allem etwas?

Warum nicht einmal eine Reise einer ganz anderen Art? Seit neuestem werden sogar Trips ins Weltall angeboten, die allerdings so teuer sind, dass sie sich nur Millionäre leisten können.

Doch daran denke ich nicht. Für meine Reise ist gar kein Geld notwendig. Ihr braucht einzig und allein etwas Fantasie.

Oh, ich habe mich noch nicht vorgestellt. Mein Name ist Ziffy. Ich bin im vergangenen Monat **13** Jahre alt geworden und bin das jüngste Mitglied der Großfamilie der Zahlenzauberer. Meine Eltern sind beide berühmte Zahlenkünstler. Außerdem habe ich noch eine ältere Schwester namens Miriam.

Wir wohnen im Land Mathematika. Das Land ist so klein, dass es auf den meisten Landkarten nicht eingezeichnet ist. Auch gibt es nur wenige Reisebüros, die Urlaub in unserem Land anbieten. Und so bleibt es im Wesentlichen bei ein oder höchstens zwei Besuchern im Jahr, die sich zu uns verirren. Wir selbst reisen übrigens gerne in andere Länder, um die mathematischen Erkenntnisse der restlichen Welt mitzuverfolgen.

Was sind nun Zahlenzauberer? In meiner Familie, der Familie der Zahlenzauberer, sind alle Mathematiker. Wir sind fasziniert von allem, was mit Mathematik zu tun hat: von den Zahlen, den Mustern, der Geometrie, von der Jahrtausend alten Geschichte, von den vielen Menschen, die ihr Leben den Zahlen gewidmet

A. Weng und S. Renger, *Ziffy, der Zahlenzauberer*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-59398-1_1

haben, den spannenden Anwendungen .... Und wir zaubern mit Zahlen. Unsere Zaubertricks verwenden Werkzeuge aus der Mathematik.

Von dieser Begeisterung möchte ich euch etwas weitergeben. Ich bringe euch die Ideen meiner Freunde und Bekannten näher und zeige euch meine Welt. Und damit es nicht langweilig wird, werde ich euch auch einige meiner Tricks verraten.

Natürlich seid ihr auch herzlich eingeladen, euch an die vielen Rätsel und Knobeleien zu wagen, die uns auf dem Weg durch Mathematika begegnen. Einige sind recht einfach, andere schwerer, und – stellt euch vor – es gibt sogar Probleme, die bisher noch niemand gelöst hat.

Auf was wartet ihr noch?
Lasst uns beginnen!

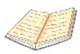
Euer Ziffy

Zur Benutzung des Buches habe ich noch einen Hinweis:

In den violetten Kästen mit dem Zauberhut findet ihr Zaubertricks.

Damit ihr euch Regeln und Rechenvorschriften besser merken könnt, sind diese durch einen roten Kasten hervorgehoben.

Die grünen Kästen laden ein, selbst aktiv zu werden. Hier könnt ihr rätseln, knobeln, basteln, backen, ...
Die Lösungen zu den Rätseln findet ihr im Anhang A.2.



Weitergehende Informationen oder Erläuterungen für alle, die es noch genauer wissen wollen, stehen in den braunen Kästen.

Bevor wir loslegen, noch ein kleiner Trick!

1. Denkt euch eine Zahl zwischen **1** und **9**.
2. Verdoppelt eure Zahl.
3. Zählt zum Ergebnis zwei dazu.
4. Nehmt jetzt das Ergebnis mal **5**.
5. Und zieht am Ende die Zahl **3** ab.
6. Merkt euch die Antwort, wenn ihr auf die nächste Seite blättert!

Stellt euch vor, wie ihr die Antwort auf eine große Tafel schreibt. Ich werde jetzt eure Gedanken lesen.

Blättert dazu auf die nächste Seite.

Hier sind meine drei Vorhersagen:

1. Das Ergebnis ist eine zweistellige Zahl.
2. Die erste Ziffer ist die Zahl, die ihr euch zu Beginn gedacht habt.
3. Und die zweite Ziffer ist die Zahl $\mathbf{7}$!

Seid ihr beeindruckt? Probiert doch diesen Trick einmal aus, wenn ihr mit euren Großeltern telefoniert. Er funktioniert auch, wenn man den Zuschauer nicht sieht.

Ein Zahlenzauberer möchte natürlich wissen, warum die Vorhersage immer richtig ist. Dazu betrachten wir zunächst ein Beispiel und nehmen an, dass der Zuschauer im ersten Schritt an die Zahl $\mathbf{6}$ denkt. Die Anweisungen auf der vorangegangen Seite ergeben dann

$$(6 \cdot 2 + 2) \cdot 5 - 3 = 67.$$

Wenn der Zuschauer sich für eine andere Ziffer als $\mathbf{6}$ entscheidet – wir nennen sie einmal x –, dann erhalten wir den Zahlenterm

$$(x \cdot 2 + 2) \cdot 5 - 3.$$

Ihr könnt für x nach der Reihe alle Zahlen von $\mathbf{1}$ bis $\mathbf{9}$ einsetzen und ihr werdet sehen, dass ihr genau die Zahlen $\mathbf{17}$, $\mathbf{27}$, $\mathbf{37}$, $\mathbf{47}$, ... und so weiter erhaltet.

Wenn ihr bereits *Rechenterme* und das *Distributivgesetz* aus der Schule kennt, könnt ihr diese Technik hier anwenden:

$$(x \cdot 2 + 2) \cdot 5 - 3 \;= x \cdot 2 \cdot 5 + 2 \cdot 5 - 3 = x \cdot 10 + 7.$$

An dieser Formel erkennt ihr sofort die Korrektheit der drei Vorhersagen.

1 Von fantastischen Zeitreisen und magischen Zahlen

1.1 Antike Fundstücke

Im Kindergarten habt ihr das Zählen gelernt und in der Grundschule die Grundrechenarten wie Zusammenzählen (*Addieren*), Abziehen (*Subtrahieren*), Malnehmen (*Multiplizieren*) und Teilen (*Dividieren*). Habt ihr euch schon einmal gefragt, wann die Menschen zum ersten Mal gezählt haben? Wie haben die Menschen früher Zahlen notiert? Und seit wann konnten sie so schnell rechnen wie ihr?

Lasst uns unsere Reise im einzigen Museum von Mathematika – dem Arithmetikum – beginnen.

Ihr findet Museen langweilig? Ich gebe zu, das gilt vielleicht für das eine oder andere Museum bei euch um die Ecke. Aber keine Angst! Das Arithmetikum ist ganz und gar nicht langweilig. Schließlich sind wir ja Zahlenzauberer, schon vergessen?

A. Weng und S. Renger, *Ziffy, der Zahlenzauberer*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-59398-1_2

Zwar gibt es hier Ausstellungsstücke wie in anderen Museen auch, aber keine Texttafeln mit langwierigen Erläuterungen. Im Arithmetikum genügt es, die Gegenstände zu berühren (das ist hier ausdrücklich erlaubt!) und schon ertönt eine Stimme, die euch die Geschichte zu dem entsprechenden Ausstellungsstück erzählt.

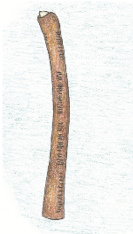
Wollen wir das gleich einmal ausprobieren? Ich habe ein paar berühmte Gegenstände für euch ausgesucht.

Wir beginnen mit dem ältesten Ausstellungsstück. Ihr habt einige Jahre gebraucht, um die Grundrechenarten sicher zu erlernen. Das ist euch vielleicht lange vorgekommen. Ich kann euch aber sagen, dass es viel, viel länger gedauert hat, bis die Menschheit das Zählen, die Zahlen und das Rechnen entdeckt hat. Bis dahin sind viele tausend Jahre vergangen. Dass die Menschen so rechnen, wie wir es heute in der Schule lernen, ist noch gar nicht so lange her.
Vor den ersten Hochkulturen – das heißt vor den alten Ägyptern mit ihren Pyramiden oder den Babyloniern im Vorderen Orient – hatten die Menschen noch keine Schriftzeichen, also auch keine besonderen Zeichen für Zahlen. Wir können heute nicht sagen, wie sie die einzelnen Zahlen **1**, **2**, **3**, **4**, **...** genannt haben. Vielleicht hatten sie auch gar keine besonderen Bezeichnungen.

Ein Leben ohne Zahlwörter? Ist das vorstellbar?

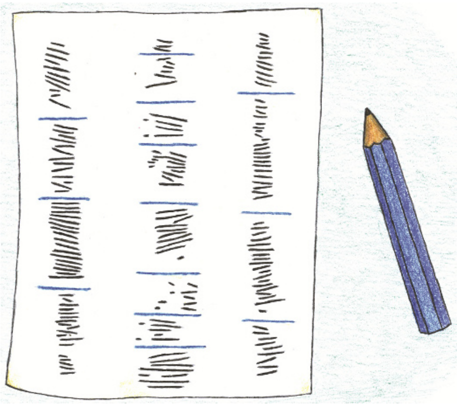
Tatsächlich haben Sprachwissenschaftler Stämme gefunden, die ohne Zahlwörter auskommen. Dazu zählt die Sprache der Pirahã, die im Amazonasgebiet in Brasilien leben. Sie haben nur Begriffe für „eins“, „zwei“ und „viele“. Gleiches gilt auch für Warlpiri, einer seltenen Sprache von Ureinwohnern Australiens.

Hier ist der Ishango-Knochen. Wir haben im Arithmetikum nur eine Nachbildung, das Original befindet sich im belgischen Museum für Naturwissenschaften in Brüssel. Er wurde vor etwa **60** Jahren bei archäologischen Ausgrabungen im Kongo gefunden. Er ist **10** cm lang und vermutlich zwischen **20.000** und **25.000** Jahre alt.



Das hört sich erst einmal nicht so spektakulär an. Dennoch hat der Knochen die Wissenschaftler in große Verzückung versetzt. Denn was macht man, wenn man noch keine Schrift erfunden hat und auch noch keine besonderen Zeichen für Zahlen? Wie würdet ihr dann Dinge abzählen und die Anzahl notieren, um nicht durcheinander zu kommen?

Ihr würdet einfach Striche machen! Und genau solche Strichlisten findet man auf dem Ishango-Knochen, was unweigerlich zu dem Schluss führt, dass es sich bei ihm um eine Art Mathebuch aus der Steinzeit handelt.



Die Strichliste auf dem Ishango-Knochen lässt sich in **16** Gruppen unterteilen, so dass man davon ausgeht, dass dort **16** Zahlen dargestellt werden. Diese **16** Zahlen wiederum sind in drei Spalten angeordnet.

Die Zahlen der linken Spalte (**11**, **13**, **17** und **19**) haben die Wissenschaftler zur wilden Vermutung verleitet, dass die Steinzeitmenschen sich mit Primzahlen beschäftigen.

Primzahlen werden wir später noch betrachten, siehe Abschnitt 1.3. Auch in die anderen Spalten lässt sich mit etwas Fantasie vieles hineindeuten. Möglicherweise hat ein Steinzeitmensch aber einfach nur unterschiedliche Dinge gezählt und da haben sich zufällig diese **16** Zahlen ergeben.

Hier mein nächstes Lieblingsstück: der Papyrus Rhind aus dem Alten Ägypten.

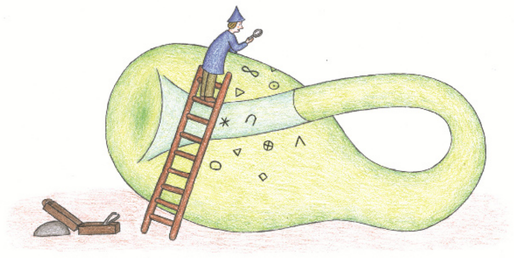
Die Ägypter hatten bereits Zeichen für die Zahlen, nämlich besondere Hieroglyphen. Der Papyrus Rhind ist etwa **3.500** Jahre alt. Er ist über **5** Meter lang und enthält verschiedene Mathematikaufgaben. Im Arithmetikum ist eine Kopie ausgestellt. Das wertvolle Original befindet sich im Britischen Museum in London.

Habt ihr schon einmal ein Rätsel gelöst, das **3.500** Jahre alt ist?

In **7** Häusern gibt es jeweils **7** Katzen, von denen jede **7** Mäuse frisst. Eine Maus kann **7** Ähren Gerste vertilgen und aus einer Ähre Gerste lassen sich **7** Maß Getreidekörner gewinnen.
Wie viele Maß Getreidekörner können zusätzlich geerntet werden, weil sie dank der Katzen nicht den Mäusen zum Opfer fallen?

Der griechische Mathematiker Euklid, der vor **2.300** Jahren lebte, schrieb das Buch „Elemente“. Dieses Buch ist für die Mathematik sehr wichtig, da Euklid erklärte, dass man mathematische Aussagen gut begründen (also beweisen) muss.
Ein anderes bedeutendes Buch aus dem Jahr **1202** ist das „Liber abaci“ von Leonardo Fibonacci, den wir in Abschnitt 2.1 näher kennenlernen werden. Von beiden Büchern besitzt unser Museum eine Ausgabe.

Nun aber zu dem letzten Ausstellungsstück, das ich euch zeigen möchte. Vor ein paar Jahren hat mein Vater es in der sibirischen Steppe im Osten Russlands entdeckt. Nach näherer Untersuchung stellte er fest, dass es sich um ein unbemanntes, auf die Erde abgestürztes Flugobjekt handelt, das wohl von einer außerirdischen Zivilisation abgeschickt wurde. Für dieses interessante Objekt lässt sich nicht unterscheiden, was Innen- und was Außenseite ist (unter Mathematikern auch als *Kleinsche Flasche* bekannt).



Auf der Oberfläche sind Zeichen eingraviert. Mein Vater hat das Objekt eingehend studiert und kam zu dem Schluss, dass die Außerirdischen ein Zahlensystem haben, das dem unseren sehr ähnlich ist. Sie verwenden für die *Ziffern* **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, **8** und **9** nur andere Symbole als wir. Mit den auf dem Objekt abgebildeten Rechenaufgaben lässt sich ableiten, was sich hinter ihren **10** Symbolen verbirgt. Glücklicherweise verwenden die Aliens auch unsere Rechenzeichen $+$, $-$, $\cdot$ und $=$.

Jedes der **10** Symbole

$$\ast \quad \wedge \quad \infty \quad \cap \quad \odot \quad \triangleleft \quad \triangledown \quad \diamond \quad \oplus \quad \bigcirc$$

steht für eine der Ziffern **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, **8** und **9**. Unterschiedliche Symbole entsprechen unterschiedlichen Ziffern. Könnt ihr herausfinden, wie die Zuordnung aussieht?

$$\begin{aligned}
\oplus + \triangleleft \cdot \triangleleft &= \triangleleft \\
\triangleleft + \triangleleft &= \odot \\
\triangleleft\oplus - \triangleleft &= \diamond \\
\odot + \odot &= \cap \\
\cap \cdot \bigcirc + \bigcirc &= \odot\bigcirc \\
\ast \cdot \wedge + \wedge &= \cap\diamond \\
\triangledown \cdot \triangledown &= \diamond
\end{aligned}$$

Menschen, Tiere, Pflanzen, Alltagsgegenstände können wir anfassen, Zahlen nicht. Sie existieren nur in unserer Vorstellung. Auf der anderen Seite sind sie aber überall gegenwärtig und gültig. Man sagt dazu „universell", also das Universum umfassend, und das trifft es sehr gut. Wer auch immer zählen möchte, kommt unweigerlich auf die Zahlen **1**, **2**, **3**, **4**, . . . , auch wenn er sie vielleicht ganz anders nennt und aufschreibt als wir. Auf einem bewohnten Planeten in einer fernen Galaxie gibt es vielleicht andere Tiere und Pflanzen, aber auch dort gilt $\mathbf{1+1=2}$ und $\mathbf{2+3=5}$.

Auch wir Menschen haben vor einigen Jahrzehnten, nämlich **1977**, eine Sonde ins Weltall geschickt, die unter anderem mit einem Datenträger mit Informationen über die Menschheit ausgestattet war. Das Ziel der sogenannten *Voyager Golden Records* bestand tatsächlich darin, Außerirdische über das Leben auf der Erde zu informieren. Neben verschiedenen Musikaufnahmen und zahlreichen Fotos zu unterschiedlichen Themen wurde auch ein Bild mit mathematischen Begriffen verschickt, um den Außerirdischen unser Zahlensystem und unsere Rechenregeln zu erläutern.
Die Sonde Voyager 1 entfernt sich immer weiter von der Erde und befindet sich mittlerweile außerhalb der Planetenbahnen unseres Sonnensystems. Da sie nach wie vor Daten sendet, wissen wir auch ungefähr, wo sie sich befindet und dass sie bisher noch keine Außerirdischen getroffen hat.

1.2 Zaubertrick: Meine Lieblingsziffer

Meine Eltern haben mich nach den Bausteinen benannt, aus denen unsere Zahlen zusammengesetzt sind: die Ziffern. Wenn wir Zahlen auf einem Blatt notieren, dann schreiben wir eigentlich die Ziffern der Zahlen in einer bestimmten Reihenfolge auf das Blatt. Die Zahl **741** besteht beispielsweise aus den Ziffern **7**, **4** und **1**.

Die Ziffern verraten uns schon einiges über die Zahl. So ist eine natürliche Zahl durch **3** teilbar, wenn die sogenannte *Quersumme* (die Zahl, die man erhält, wenn man alle Ziffern zusammenzählt) durch **3** teilbar ist. Das ist eine ganz praktische Erkenntnis. Wenn ihr euch beispielsweise die Zahl

581.882.667.168.294.123.845.676.662.319

anschaut, dann scheint es erst einmal sehr schwierig zu entscheiden, ob die Zahl ein Vielfaches von **3** ist oder nicht. Ihr müsst aber nur die **30** Ziffern zusammenzählen und schon habt ihr das Ergebnis. Die Summe ist $\mathbf{150}$, also ist unsere Zahl durch $\mathbf{3}$ teilbar.

Beim nächsten Zaubertrick fragt ihr einen Zuschauer nach seiner Lieblingsziffer und nutzt die Eigenschaften unserer Zahlen geschickt aus. Zur Vorführung benötigt ihr einen Taschenrechner, den ihr dem Zuschauer gebt.

Fragt euer Publikum nach den Zahlen kleiner als $\mathbf{10}$ und schreibt dann die Zahl

$$\mathbf{12345679}$$

an die Tafel. Wahrscheinlich wird jemand bemerken, dass die Zahl $\mathbf{8}$ fehlt. Dann macht ihr einen kleinen Witz und erzählt eurem Publikum, sie sei mit der $\mathbf{0}$ zum Einkaufen gegangen, denn die wollte wissen, wo die $\mathbf{8}$ ihren schicken Gürtel gekauft habe. Bittet den Zuschauer die Zahl von der Tafel in den Taschenrechner einzutippen.
Verkündet eurem Zuschauer, dass ihr ein besonderes Geschenk für ihn habt. Er soll euch seine Lieblingsziffer zwischen $\mathbf{1}$ und $\mathbf{9}$ nennen und ihr werdet sie für ihn herbeizaubern. Wenn der Zuschauer euch seine Ziffer nennt, dann multipliziert diese im Kopf mit der Zahl $\mathbf{9}$. Nehmen wir zum Beispiel an, er nennt euch die Zahl $\mathbf{5}$. Dann berechnet $\mathbf{5 \cdot 9 = 45}$.
Sagt dem Zuschauer nun, dass er die Zahl auf dem Taschenrechner mit $\mathbf{45}$ multiplizieren soll. Er wird staunen, denn er erhält seine Lieblingsziffer gleich neun Mal:

$$\mathbf{12345679 \cdot 45 = 555555555.}$$

Der Zaubertrick funktioniert natürlich nicht nur für die Ziffer $\mathbf{5}$, sondern für alle Ziffern $\mathbf{1}$, $\mathbf{2}$, $\mathbf{3}$, $\mathbf{4}$, $\mathbf{5}$, $\mathbf{6}$, $\mathbf{7}$, $\mathbf{8}$ und $\mathbf{9}$.

1.3 Die Unteilbaren

Eine Zahl heißt *Primzahl*, wenn sie größer als $\mathbf{1}$ ist und nur durch $\mathbf{1}$ und sich selbst teilbar ist. Eine Primzahl hat also genau zwei verschiedene Teiler.

Die natürliche Zahl $\mathbf{2}$ ist eine Primzahl, denn sie ist nur durch $\mathbf{1}$ und $\mathbf{2}$ teilbar. Ebenso die Zahlen $\mathbf{3}$, $\mathbf{5}$ und $\mathbf{7}$. Auch die Zahl $\mathbf{73}$ ist eine Primzahl, denn sie hat nur die Teiler $\mathbf{1}$ und $\mathbf{73}$. Mit sehr, sehr viel Rechenarbeit lässt sich prüfen, dass die Zahl

$$\mathbf{873.648.971.283.617.627.838.175.123.766.245.122.286.531.913}$$

eine Primzahl ist.

Zahlen, die keine Primzahlen sind, haben mehr als zwei Teiler. Die Zahl $\mathbf{6}$ ist keine Primzahl, denn $\mathbf{6 = 2 \cdot 3}$. Die Zahl $\mathbf{6}$ ist also durch $\mathbf{1}$, $\mathbf{2}$, $\mathbf{3}$ und $\mathbf{6}$ teilbar. Zahlen, die nicht prim sind, heißen *zusammengesetzte Zahlen*.

Das Ergebnis einer Malaufgabe heißt *Produkt*. Primzahlen sind tolle Zahlen: Wenn wir die Zahl nur oft genug teilen, können wir jede Zahl in ein Produkt aus Primzahlen zerlegen, zum Beispiel

$$\mathbf{6 = 2 \cdot 3} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5.}$$

Wir können die Reihenfolge der *Faktoren* vertauschen,

$$\mathbf{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2,}$$

aber die einzelnen Primzahlen und die Häufigkeiten, mit denen sie auftreten, sind eindeutig festgelegt. Für die Zerlegung der Zahl $\mathbf{60}$ brauchen wir also immer zwei Zweien, eine Drei und eine Fünf.

Ich zeige euch, wie ihr schnell alle Primzahlen, die kleiner als **100** sind, bestimmen könnt. Dazu schreiben wir zunächst alle Zahlen bis **100** auf:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

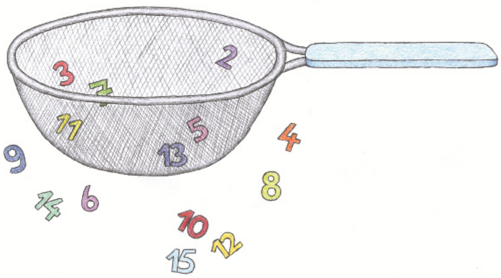
Nach und nach streichen wir nun alle zusammengesetzten Zahlen durch.

Im ersten Schritt streicht ihr die Zahl **1** durch. Macht um die Zahl **2** einen Kringel und streicht dann alle geraden Zahlen, also alle durch **2** teilbaren Zahlen, durch.

Als nächstes malt ihr einen Kreis um die **3** und streicht alle anderen Zahlen durch, die durch **3** teilbar sind. Die nächste Zahl, die noch nicht eingekreist, aber auch noch nicht durchgestrichen wurde, ist die Zahl **5**. Sie muss prim sein, weil sie keinen Teiler größer als **1** und kleiner als **5** hat. So kreisen wir die **5** ein und streichen dann alle durch **5** teilbaren Zahlen durch. Dann geht es mit **7** und danach mit **11** weiter. Bald sind alle Zahlen bis **100** eingekreist oder durchgestrichen. Auf der folgenden Seite seht ihr das Ergebnis. Die Zahlen mit Kringel sind genau die Primzahlen.

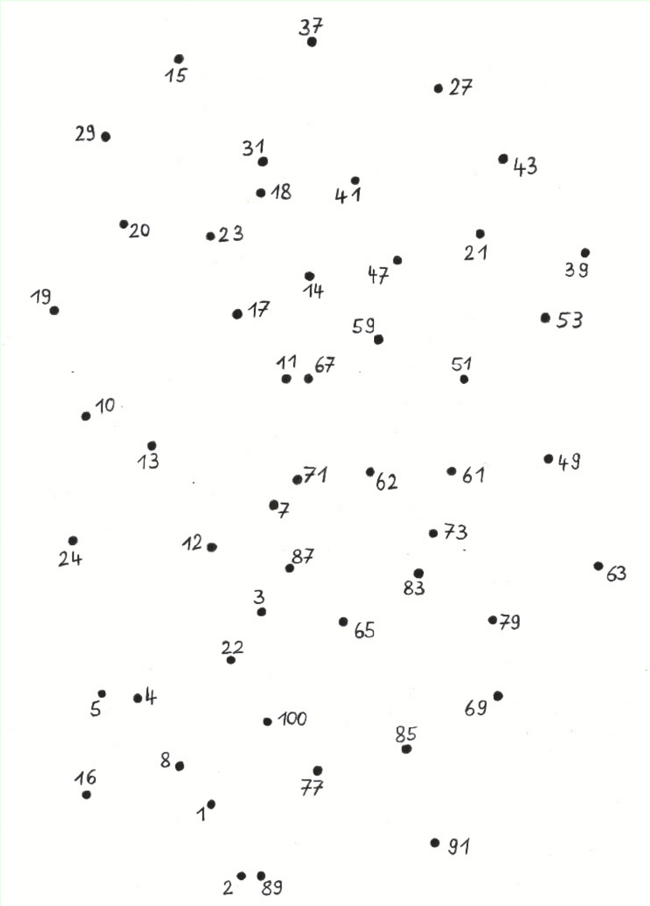
~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Dem griechischen Mathematiker Eratosthenes von Kyrene, der vor über **2.200** Jahren gelebt hat, fiel auf, dass die Methode einem Sieb gleicht, in das man oben alle Zahlen hineinfüllt. Bei jedem Schütteln fallen die Vielfachen einer Zahl (erst die Vielfachen von **2**, dann **3**, dann **5** und so fort) durch das Sieb. Am Ende verbleiben nur die Primzahlen. Deshalb ist dieses Verfahren heute auch als „Sieb des Eratosthenes“ bekannt.



Streicht alle Zahlen durch, die keine Primzahlen sind und verbindet dann mit Lineal die Primzahlen der Größe nach beginnend mit der kleinsten!

Was holt Ziffy aus seinem Zauberhut?



1.4 Der Zahlenzauberlehrling

Hat der alte Zahlenmeister
sich doch einmal wegbegeben!
Und nun sollen seine Geister
auch nach meinem Willen leben.
Seine Regeln
merkt ich und die Sätze,
und mit großer mathemat'scher Stärke
heb' ich wunderbare Schätze.

Zahlen! Zahlen!
kommet heiter,
wenn ihr prim seid,
immer weiter.

Füllt den Raum mit euren Formen,
dass ihr mich bald ganz umgebt,
Primzahlen aller Art und Normen,
dass ihr allen zeigt, ihr lebt!
Mit euren Ziffern gehet
wie in einem Traum,
eilet nun und stehet
hier bei mir im Raum.

Seht, hier kommt **2**, **3**, **5**, **7**,
wahrlich schnell herbeigeeilt,
11, **13**, **17** – wie sie fliegen,
alle ihr nun bei mir weilt.
19, **23** laufen,
wie der Raum sich füllt,
29 hör' ich schnaufen,
wie es Primzahlen nun quillt.

Stehet nun ihr prime Zahlen,
denn wir haben
eure Schönheit
vollgemessen!
Ach, ich merk es! Zahlen, Zahlen,
hab ich doch den Satz vergessen!

Ach, den Satz, worauf am Ende
keine Zahlen mehr erscheinen,
ach, sie laufen noch behende:
31, **37**, **41**.
Immer neue Zahlengüsse
fließen schnell herein.
Ach, und wie viel prime Flüsse
stürzen auf mich ein.

Nein, nicht länger
kann ich zählen,
mich noch quälen.
43, **47**, **53**.
Oh, da kommt noch eine Welle!
59, **61**, **67** – Haufen!
Seh ich über jede Schwelle
weit're Zahlenströme laufen.